

Georg Simon Ohm

Handschriftlich verfasste Versuchsaufzeichnungen
vom 4. Juli 1825 bis Februar 1826

Transkription und Ergänzungen von Gerhard A. Rohlf's

Vorwort

Bis zum Jahr 2010 existierte im Institut für Physik der Carl von Ossietzky-Universität Oldenburg eine Arbeitsgruppe, die sich neben der Ausbildung von Lehrkräften für den Physikunterricht mit einer speziellen Forschungsrichtung der experimentellen Wissenschaftsgeschichte beschäftigte. In Fallstudien wurde der Wandel der Experimentierpraxis der Physik untersucht, indem historische Instrumente und Experimentieraufbauten – so gut wie möglich den vorhandenen Quellen folgend – rekonstruiert und nachgebaut wurden. Die historisch überlieferten Experimente wurden nachvollzogen und die Ergebnisse mit den Original-Publikationen verglichen.

Das Ziel dieser Untersuchungen war, Informationen über die wissenschaftliche Praxis der Vergangenheit zu erhalten, die nicht schriftlich überliefert sind (oder auch schriftlich nicht überliefert werden können). Darüber hinaus sollten die Erfolgsbedingungen des historischen Experimentierens festgestellt werden, und zwar vor allem im Hinblick auf die verwendeten Messinstrumente und Materialien („material turn“ in der Wissenschaftsgeschichtsschreibung), auf die besonderen Kenntnisse und Fähigkeiten, die zur Erzielung der Ergebnisse notwendig waren („skills“) und auf die persönlichen Helfer und ihre Aktivitäten („helping hands“ wie Instrumentenmacher, Assistenten und Hilfskräfte). Zahlreiche Arbeiten aus der Forschungsgruppe wurden in internationalen Zeitschriften publiziert und auf wissenschaftlichen Konferenzen vorgetragen, einige auch mit Preisen von Fachgesellschaften ausgezeichnet. Die Arbeitsgruppe erprobte einen großen Teil ihrer Nachbauten erfolgreich in der Praxis in der Hochschul-Lehre, in Ausstellungen und in Schulen.

Ein besonderes Beispiel für die Untersuchungen der Arbeitsgruppe liegt für jene Experimente vor, die Georg Simon Ohm (1789-1854) in den zwanziger Jahren des 19. Jahrhunderts durchführte und die ihn zu den Formeln führten, die heute als „Ohm'sches Gesetz“ bezeichnet werden. Sie stellen einen Wendepunkt in der Elektrizitätsforschung dar: von einer phänomenologischen und deskriptiven Betrachtungsweise zu einem theoriegeleiteten Vorgehen auf mathematischer Grundlage. Dies ist von herausragender Bedeutung, da zu seiner Zeit die heute geläufigen, maßgeblichen Begriffe wie Stromstärke, Spannung und Widerstand noch nicht existierten.

Ein ehemaliges Mitglied der Arbeitsgruppe, Gerhard A. Rohlf, befasst sich seit langem mit diesem Projekt. Er hat in Zusammenarbeit mit den mechanischen Werkstätten der Universität Ohms Versuchsaufbauten nachgebaut und die damaligen Messungen nachvollzogen. In der letzten Zeit hat er sich vor allem mit dem Laborbuch von Ohm beschäftigt, das im Deutschen Museum in München verwahrt wird und über das Internet zugänglich ist. Es wurde von ihm transkribiert, die Rechnungen wurden rekonstruiert und analysiert, sodass man die historische Arbeitsweise und die zugrunde liegenden Überlegungen nachvollziehen kann. Diese Arbeit wird im Folgenden zugänglich gemacht, um interessierten Wissenschaftlerinnen, Wissenschaftlern und Laien die Möglichkeit zu geben, den Entstehungsprozess des Ohm'schen Gesetzes vertieft zu studieren.

Dr. Falk Rieß, ehemaliger Leiter der Arbeitsgruppe „Didaktik und Geschichte der Physik“

Die Durchführung der Experimente wird detailliert beschrieben in

W. Engels und F. Rieß (2022), Die Drähte des Georg Simon Ohm (1789-1854), in: Kanonische Experimente der Physik. Berlin: Springer Spektrum, 89-107 und

W. Engels, F. Rieß (2022), 'The Wires of Georg Simon Ohm: Reconstruction and Reanimation of Ohm's Experiments on the Resistance in Closed Electric Circuits'. Scientific Instruments Society Bulletin No. 155, 10-22.

Die „Vorgeschichte“ dieser Experimente findet sich in:

P. Heering, J. Keck, & G.A. Rohlf (2020). Laboratory notes, laboratory experiences, and conceptual analysis: Understanding the making of Ohm's first law in electricity. Berichte zur Wissenschaftsgeschichte, 43, 7–27.

Georg Simon Ohm

Handschriftlich verfasste Versuchsaufzeichnungen vom 4. Juli 1825 bis Februar 1826

Transkription und Ergänzungen von Gerhard A. Rohlf's

Das Deutsche Museum in München stellt die von Ohm handschriftlich verfassten Versuchsaufzeichnungen, die ihm als Grundlage zur Formulierung der heute als "Ohmsches Gesetz" bezeichneten Proportionalität dienten, als fotografische Reproduktionen zur Verfügung.¹ Sie liegen überwiegend als Doppelseiten vor. Das folgende Dokument enthält den Versuch einer vollständigen Transkription der Versuchsaufzeichnungen Ohms, die vom 4. Juli 1825 bis zum Februar 1826 entstanden. Hat Ohm die Doppelseiten beidseitig benutzt, so habe ich in der Transkription diese Seiten unterschieden in z. B. Seite 4a und 4b.

Die hier transkribiert vorliegenden Aufzeichnungen umfassen Ohms „letzte“ Versuchsprotokolle mit sogenannten Trogapparaten als Spannungsquellen inklusive der von Ohm hierzu notierten Überlegungen und Berechnungen. Ab dem 8. Januar 1826 (ab Seite 14b) protokollierte und analysierte Ohm dann Experimente, die er mit der von ihm neu konstruierten Drehwaage durchführte und die ein Thermoelement als Spannungsquelle nutzt. Hiermit gelang ihm auf Seite 16b erstmals die mathematische Formulierung des Ohmschen Gesetzes.

Die Transkription umfasst auch die von Ohm gestrichenen Passagen der Aufzeichnungen. Lediglich drei unleserlich gemachte Textstellen konnte ich nicht entziffern. Auch Ohms Nebenrechnungen sind transkribiert. Sie sind nahezu alle in heutige Notation übertragen und mit **kleiner blauer Schrift**, häufig am Rand der Seiten, untergebracht. Zudem habe ich versucht, Ohms mathematische Herleitungen nachzuvollziehen und die von Ohm nicht notierten Umformungsschritte in **grüner Schrift** eingefügt. Nur wenige Umformungen konnte ich nicht nachvollziehen. Zusätzlich habe ich zur Erläuterung einige Ergänzungen vorgenommen. Sie sind in **eckigen Klammern und grüner Schrift** verfasst.

Ohm nutzte in den Termumformungen für verschiedene quadratischen Ergänzungen mehrfach eine Kurzform, die heute kaum noch geläufig sein dürfte. Daher folgt hier eine schrittweise Entwicklung der Rechenschritte:

$$\begin{aligned} aX - bX^2 &= c \quad | :(-b) \\ \Leftrightarrow X^2 - \frac{a}{b}X &= -\frac{c}{b} \quad | \text{„einfache“ quadratische Ergänzung} \\ \Leftrightarrow X^2 - \frac{a}{b}X + \left(\frac{a}{2b}\right)^2 &= \left(\frac{a}{2b}\right)^2 - \frac{c}{b} \\ \Leftrightarrow \left(X - \frac{a}{2b}\right)^2 &= \frac{a^2}{4b^2} - \frac{c}{b} \quad | \sqrt{} \\ \Rightarrow X - \frac{a}{2b} &= \pm \sqrt{\frac{a^2}{4b^2} - \frac{c}{b}} \quad | + \frac{a}{2b} \\ \Leftrightarrow X &= \frac{a}{2b} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4b^2} - \frac{c}{b}} \quad | * (-1) \\ \Leftrightarrow -X &= -\frac{a}{2b} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4b^2} - \frac{c}{b}} \end{aligned}$$

¹ siehe Deutsches Museum München: Nachlass Georg Simon Ohm (1789 – 1854) → Versuchsaufzeichnungen zur galvanischen Kette; dort S. 1 – 25; abgerufen am 01.04.2024, von <https://digital.deutsches-museum.de/de/digital-catalogue/archive-item/NL%2520267%252F017/>

904

Den 4ten Juli Nachm. Nadel – 4 Theile (sind zu addieren)
 Ein Trog nur mit Brunnenwasser gefüllt

Der Leiter 0 gab nach 5 Minuten	0 $14\frac{1}{4}$	$18\frac{1}{4}$	
10 ———	0 $14\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$	
Die Zeit von 5 Minuten	~~12~~ $13\frac{1}{3}$	$17\frac{1}{3}$	wahre
war also hier zu lang, um das	2 $12\frac{3}{4}$	$16\frac{3}{4}$	Werthe
fallen der Kraft bemerken zu	3 $12\frac{1}{4}$	$16\frac{1}{4}$	
können.	4 $11\frac{2}{3}$	$15\frac{2}{3}$	
Schon nach einer Minute wurde	5 $9\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{2}$	
das fallen kaum mehr merklich	6 $6\frac{1}{3}$	$10\frac{1}{3}$	
	0 $13\frac{1}{4}$		

a = 8,0

b = 1938

Nadel 4 Theile

12

Den 9ten Juli. Ein Trog mit starker Kochsalzauflösung

Nach 5 Min 132

—————	0 130	
	1 $122\frac{1}{3}$	
	0 135	stieg bis auf 0 228
	~~1 32~~	und nur noch im Steigen

Ueber das Leitungsvermögen der Metalle
von Becquerel

vorgelesen in der Acad. d. Wissenschaft den 31. Jan. 25

B. lässt von jedem Pol einer Säule 2 Dräthe von gleicher Länge und Dicke ausgehen; diese bringt er mit den 4 Enden eines doppelten Conduktors (jeder 20 Meter lang) in Verbindung, so daß der Strom des einen Conduktors dem des anderen entgegengesetzt ist also die Nadel in Ruhe bleibt.

Nun wechselt er die 4 Dräthe, so daß zum Beispiel statt ~~würden~~ ~~einem Conduktor ein Draht~~ des einen ein doppelt so langer genommen wird, folglich wird sich die Nadel bewegen, sie geht aber zur Ruhe, wenn statt des einen 2 doppelt so lange, 3 dreimal so lange genommen werden u. s. w. Daraus schließt B, daß zur Gleichheit der Wirkung die Längen sich wie die Querschnitte der Dräthe sich verhalten müssen

Zu bemerken ist, daß in dem Auszuge Längen von einem Decimeter mit L angeführt werden, so daß es also scheint, daß statt eines Drahtes von einem Dezimeter 2 von 2 Dezimetern, 3 von 3 Dezimetern genommen worden sind. Darin scheint auch der Grund zu liegen, warum B zu einem so falschen Gesetze gekommen ist, denn schon der Referent macht darauf aufmerksam, daß wenn das Gesetz wahr wäre, kein Conduktor verstärkte Wirkungen hervorbringen könnte.

Barlow findet daß die Intensität des elektrischen Stromes im umgekehrten Verhältniß der Quadratwurzel aus der Länge des Drahtes abnimmt

Der Bearbeiter im Bulletin Mai 1825 sagt
nous montrerons que la contradiction que présentent
au premier aperçu les opinions de ces deux
habiles observateurs n'est qu'apparente

Weiter sagt er ~~M. Becquerel~~. Cette contradiction
apparente tient à ce que les deux savans physiciens
n'ont pas mesuré les mêmes espèces de grandeurs.
M. Becq. adapte simultanément deux conducteurs différens
à une même pile, et il termine les lois suivant lesquelles
le courant se partage entre ces deux conducteurs. Monsieur
Barlow presente successivement deux fils et il evalue
leur pouvoir conducteur par les effets qu'ils produisent
isolément.

[Es folgt eine Übersetzung der beiden in französischer Sprache verfassten Absätze:]

Der Bearbeiter im Bulletin Mai 1825 sagt wir werden zeigen, dass der Widerspruch, der sich zunächst in den Auffassungen dieser zwei geschickten Beobachter offenbart, nur scheinbar ist.

Weiter sagt er ~~M. Becquerel~~. Dieser scheinbare Widerspruch liegt daran, dass die beiden Wissenschaftler im vorliegenden Fall nicht die gleichen Größen gemessen haben. M. Becq. schließt gleichzeitig zwei verschiedene Leiter an die selbe Säule und er bestimmt die Gesetze, nach denen der Strom sich zwischen diesen zwei Leitern aufteilt. Monsieur Barlow führt nacheinander zwei Drähte vor und er bestimmt ihre Leitfähigkeit durch die Wirkungen, die sie jeder für sich hervorrufen.

$$\lg(b + x)$$

x

b	$x = 0$	$x = 1$	$x = 3$	$x = 6$	$x = 10\frac{1}{3}$	$x = 23$	$x = 75$
40	1,602	1,613	1,633	1,663	1,702	1,779	2,061
50	1,699	1,708	1,724	1,748	1,781	1,863	2,097
60	1,778	1,785	1,799	1,820	1,847	1,919	2,130
70	1,845	1,851	1,863	1,881	1,905	1,968	2,161
80	1,903	1,908	1,919	1,934	1,956	2,013	2,190
90	1,954	1,959	1,968	1,982	2,001	2,053	2,217
100	2,000	2,004	2,013	2,025	2,042	2,090	2,243
120	2,079	2,083	2,090	2,100	2,114	2,155	2,290
140	2,146	2,149	2,155	2,164	2,177	2,212	2,332
160	2,204	2,207	2,212	2,220	2,231	2,262	2,371
180	2,255	2,258	2,262	2,270	2,280	2,307	2,407
200	2,301	2,303	2,307	2,314	2,323	2,348	2,439
250	2,398	2,400	2,403	2,408	2,416	2,436	2,512
300	2,477	2,479	2,481	2,486	2,492	2,509	2,574
350	2,544	2,545	2,548	2,551	2,557	2,572	2,628
400	2,602	2,603	2,605	2,609	2,613	2,626	2,677
450	2,653	2,654	2,656	2,659	2,663	2,675	2,720
500	2,699	2,700	2,702	2,704	2,708	2,719	2,760
550	2,740	2,741	2,743	2,745	2,748	2,758	2,796
600	2,778	2,779	2,780	2,782	2,786	2,794	2,829
650	2,813	2,814	2,815	2,817	2,820	2,828	2,860
700	2,845	2,846	2,847	2,849	2,851	2,859	2,889
750	2,875	2,876	2,877	2,879	2,881	2,888	2,916
800	2,903	2,904	2,905	2,906	2,909	2,915	2,942
850	2,929	2,930	2,931	2,932	2,935	2,941	2,966
900	2,954	2,955	2,956	2,957	2,959	2,965	2,989
950	2,978	2,978	2,979	2,980	2,982	2,988	3,011
1000	3,000	3,000	3,001	3,003	3,004	3,010	3,031

a	$x = 0$	$= 1$	$= 3$	$= 6$	$= 10\frac{1}{3}$	$= 23$	$= 75$
1,1	0,041	0,322	0,613	0,851	1,058	1,382	1,881
1,2	0,079	0,342	0,623	0,857	1,062	1,384	1,882
1,3	0,114	0,362	0,633	0,863	1,066	1,386	1,883
1,4	0,146	0,380	0,643	0,869	1,069	1,387	1,883

$$\lg(a + x)$$

a	x = 0	= 1	= 3	= 6	= $10\frac{1}{3}$	= 23	= 75
1,0	0,000	0,301	0,602	0,845	1,054	1,380	1,880
1,5	0,176	0,398	0,653	0,875	1,073	1,389	1,883
2,0	0,301	0,477	0,699	0,903	1,091	1,398	1,886
2,5	0,398	0,544	0,740	0,929	1,108	1,407	1,889
3,0	0,477	0,602	0,778	0,954	1,125	1,415	1,892
3,5	0,544	0,653	0,813	0,978	1,141	1,423	1,895
4,0	0,602	0,699	0,845	1,000	1,156	1,431	1,898
4,5	0,653	0,740	0,875	1,021	1,171	1,439	1,900
5,0	0,699	0,778	0,903	1,041	1,186	1,447	1,903
5,5	0,740	0,813	0,929	1,061	1,199	1,455	1,906
6,0	0,778	0,845	0,954	1,079	1,213	1,462	1,908
6,5	0,813	0,875	0,978	1,097	1,226	1,470	1,911
7,0	0,845	0,903	1,000	1,114	1,239	1,477	1,914
7,5	0,875	0,929	1,021	1,130	1,251	1,484	1,916
8,0	0,903	0,954	1,041	1,146	1,263	1,491	1,919
8,5	0,929	0,978	1,061	1,161	1,275	1,498	1,922
9,0	0,954	1,000	1,079	1,176	1,286	1,505	1,924
9,5	0,978	1,021	1,097	1,190	1,297	1,512	1,927
10,0	1,000	1,041	1,114	1,204	1,308	1,519	1,929
12	1,079	1,114	1,176	1,255	1,349	1,544	1,940
14	1,146	1,176	1,230	1,301	1,386	1,568	1,949
16	1,204	1,230	1,279	1,342	1,420	1,591	1,959
18	1,255	1,279	1,322	1,380	1,452	1,613	1,968
20	1,301	1,322	1,362	1,415	1,482	1,633	1,978
25	1,398	1,415	1,447	1,491	1,548	1,681	2,000
30	1,477	1,491	1,519	1,556	1,605	1,724	2,021
35	1,544	1,556	1,580	1,613	1,656	1,763	2,041

a	x = 0	= 1	= 3	= 6	= $10\frac{1}{3}$	= 23	= 75
0,9	0,954-1	0,279	0,591	0,839	1,050	1,378	1,880
0,8	0,903-1	0,255	0,580	0,833	1,046	1,377	1,880
0,7	0,845-1	0,230	0,568	0,826	1,043	1,375	1,879
0,6	0,778-1	0,204	0,556	0,820	1,039	1,373	1,879
0,5	0,699-1	0,176	0,544	0,813	1,035	1,371	1,878
0,4	0,602-1	0,146	0,531	0,806	1,031	1,369	1,877
0,3	0,477-1	0,114	0,518	0,799	1,027	1,367	1,877
0,2	0,301-1	0,079	0,505	0,792	1,022	1,365	1,876
0,1	-1	0,041	0,491	0,785	1,018	1,364	1,876

a	x = 0	= 1	= 3	= 6	= $10\frac{1}{3}$	= 23	= 75
0,09	0,954-2	0,037	0,490	0,785	1,018	1,363	1,876
0,08	0,903-2	0,033	0,489	0,784	1,017	1,363	1,876
0,07	0,845-2	0,029	0,487	0,783	1,017	1,363	1,875
0,06	0,778-2	0,025	0,486	0,782	1,017	1,363	1,875
0,05	0,699-2	0,021	0,484	0,782	1,016	1,363	1,875
0,04	0,602-2	0,017	0,483	0,781	1,016	1,362	1,875
0,03	0,477-2	0,013	0,481	0,780	1,015	1,362	1,875
0,02	0,301-2	0,009	0,480	0,780	1,015	1,362	1,875
0,01	-2	0,004	0,479	0,779	1,015	1,362	1,875

Den 18ten Juli		Nadel $4\frac{1}{3}$	Sehr starke Salzauflösung
Nach 5 Minuten	447 $\frac{2}{3}$		
	406 $\frac{3}{4}$		
	360		
	328		
	306		
	281		
	260		
	235 $\frac{2}{3}$		
	214		
	190		
	171 $\frac{1}{2}$		
8			
nach 20 Min	125 $\frac{1}{3}$		
— 15 —	108 $\frac{1}{4}$		
—	96		
—	88		
—	77 $\frac{1}{2}$		
nach $\frac{1}{2}$ Stunde	67 $\frac{1}{2}$		

Den 23ten Juli ($7\frac{1}{2}$ Nadel)		
Nach 5 Minuten	211 $\frac{3}{4}$	
—	206	
0 206 — 1 138	0 204 1 170 $\frac{1}{2}$	$1 = \frac{161\frac{1}{2}}{195}$
0 207	2 140	$2 = \frac{131}{198}$
0 200 $\frac{2}{3}$	3 124 $\frac{1}{3}$	$3 = \frac{115\frac{1}{3}}{191\frac{2}{3}}$
0 198 $\frac{1}{2}$	4 108	$4 = \frac{99}{189\frac{1}{2}}$
0 195 $\frac{1}{3}$	5 81	$5 = \frac{72}{186\frac{1}{3}}$
0 193	6 39 — 40	$6 = \frac{31}{184}$
	Nadel 9 abzuziehen	

dick 70 $\frac{1}{2}$	dünn 61 $\frac{1}{2}$	dick 58 $\frac{1}{2}$	dünn 53 $\frac{1}{3}$	
dick 51 $\frac{2}{3}$	dünn 46	dick 45	dünn 40 $\frac{1}{2}$	
dick 35 $\frac{3}{4}$	dünn 31 $\frac{3}{4}$	dick 30 $\frac{1}{4}$	dünn 24 $\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$
dick 26 $\frac{1}{3}$	dünn 20 $\frac{1}{4}$	dick 22 $\frac{3}{4}$		
dick 20 $\frac{1}{2}$	dünn 16	dick 17		
dick 14 $\frac{2}{3}$	dünn 13	dick 12	dünn 10 $\frac{1}{3}$	
		dick 10	dünn 6 $\frac{1}{4}$	
		dick 7	dünn 98	

Der dünne Drath 8 Zoll 1 Linie von 0,3 Linien im Durchmesser

Der dicke — 10 Fuß 7 Zoll von 1,4 Linien im Durchmesser

dick 109 $\frac{1}{2}$	dünn 102 $\frac{1}{4}$	dick 97 $\frac{1}{2}$	dünn 92 $\frac{1}{3}$	dick 88 $\frac{3}{4}$	dünn 83 $\frac{1}{2}$	dick 81 $\frac{3}{4}$
dick 78	dünn 76 $\frac{2}{3}$	dick 74 $\frac{1}{3}$	dünn 72 $\frac{3}{4}$	dick 70	dünn 68 $\frac{2}{3}$	dick 67

In den letzten Versuchen behielt der dicke Drath seine Länge der dünne hatte etwas über 6 Zoll.

$$196:9 = 21,77... = 127$$

$$1143 - 980 = 163 \quad | \quad 5 \text{ Zoll } 10 \text{ Linien} \quad 163 * 12 = 1956$$

Den 24ten Juli
in 5 Minuten

schwächere Salzauflösung
105 in weniger als einer Minute
80 $\frac{1}{3}$ in etwas mehr als 2 Min
75 in mehr als 3 Minuten
71 $\frac{1}{2}$ in 4 Minuten
69 $\frac{1}{2}$ in 5 Minuten
58 $\frac{1}{2}$ _____ von da
53 $\frac{1}{2}$ _____ von da
50 $\frac{1}{2}$ _____ 4
42 nach einer Viertelst.

0 33	1 31 $\frac{1}{4}$					
0 31 $\frac{1}{4}$	1 29 $\frac{1}{2}$	2 27 $\frac{2}{3}$	3 25 $\frac{5}{8}$	4 23 $\frac{3}{4}$	5 19 $\frac{3}{4}$	6 15 $\frac{1}{2}$
Nadel 7 [von den Messwerten wird 7 subtrahiert:]						
24 $\frac{1}{4}$	22 $\frac{1}{2}$	20 $\frac{2}{3}$	18 $\frac{5}{8}$	16 $\frac{3}{4}$	12 $\frac{3}{4}$	8 $\frac{1}{2}$

Den 25ten

327 nach $\frac{1}{2}$ Min.

88 nach 2 Min.

61 nach weniger als 3 Min

44 45 $\frac{1}{2}$ nach 5 Min

33 nach 5 Min von da

28 $\frac{1}{2}$ _____

25 nach 10 Min.

0 | 25 1 | 23 $\frac{3}{4}$ 5 | 16 $\frac{3}{4}$ 6 | 13

0 war unterdessen höchstens um 1 gefallen

Nadel 6 $\frac{3}{4}$

0 | 18 $\frac{1}{4}$ 1 | 17 5 | 10 6 | 6 $\frac{1}{4}$

Es ist auffallend, daß der Versuch vom 4ten Juli bei derselben Normalkraft für den Leiter 6 noch 10 $\frac{1}{3}$ gab da dieser hier doch nur 6 $\frac{1}{4}$ gibt, welches dem vorigen Versuche analog ist. Da am 4ten Juli nur Brunnen wasser gebraucht worden ist, so verdient dieser Umstand nähere Untersuchung.

Den 27ten Juli

Nadel 8

Neue schwache Salzauflösung

267 nach einer starken halben Minute

211 nach $\frac{7}{4}$ Minuten180 nach $2\frac{7}{8}$ Minuten

167 nach 5 Minuten

162 $\frac{1}{2}$ nach 5 Min.0 | 162 $\frac{1}{4}$ 1 | 1450 | 179 $\frac{1}{2}$ 1 | 153 $\frac{1}{2}$ 0 | 180 $\frac{1}{2}$ 2 | 124 $\frac{1}{4}$ 0 | 180 3 | 106 $\frac{1}{2}$ 0 | 175 $\frac{1}{3}$ 4 | 90 $\frac{1}{4}$ 0 | 173 5 | 65 0 | 168 $\frac{1}{2}$ 6 | 36 $\frac{1}{4}$ 0 | 164 0 | 153 $\frac{1}{2}$ nach 5 Minuten
142 $\frac{1}{2}$ _____0 | 116 $\frac{2}{3}$ 1 | 103 0 | 114 $\frac{3}{4}$ 2 | 84 $\frac{1}{3}$ 0 | 112 $\frac{1}{2}$ 3 | 74 $\frac{1}{2}$ 0 | 110 $\frac{1}{4}$ 4 | 62 $\frac{1}{3}$ 0 | 107 $\frac{1}{2}$ 5 | 37 $\frac{1}{2}$ 0 | 102 6 | 29 $\frac{1}{2}$ 0 | 96 5 | 40 0 | 92

42

Nadel 10

Den 28 Juli

415 nach $\frac{1}{2}$ Min176 — $1\frac{1}{2}$ Min

109 — 3 Min

91 — 5 Min.

76 von da nach 5 Min.

67 $\frac{1}{4}$ _____60 $\frac{1}{2}$ _____54 $\frac{1}{2}$ _____47 $\frac{1}{2}$ nach 10 Min.

Den 29

Nadel 8

Mit Brunnenwasser

145 nach ganz kurzer Zeit $\frac{1}{2}$ Min.122 nach $1\frac{1}{2}$ Min.

100 nach 3 Min

81 nach $5\frac{1}{2}$ Min.

61 von da nach 5 Min.

50 49 50 _____

44 _____

40 $\frac{1}{2}$ _____38 $\frac{1}{3}$ _____34 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ Stunde weiter0 | 34 $\frac{1}{2}$ 6 | 18 $\frac{1}{4}$ 0 | 33 $\frac{1}{2}$ ~~2 | 26 $\frac{1}{2}$~~ 4 | 27 5 | 23 6 | 17 $\frac{1}{3}$ 0 | 32 2 | 29 $\frac{1}{2}$ Nadel 8 $\frac{1}{4}$

Den 31 Juli Nadel $8\frac{1}{4}$
 $\frac{1}{2}$ to [Pfund] Salz. Die Leiter 0 und 2 kommen abwechselnd vor

- 1) Nimt man an daß auf einer Fläche=1 als ~~Q~~ gestrichenes Wort, für mich nicht lesbar; das Wort „als“ soll vermutlich auch gestrichen sein.]

im Normalgleichgewicht eine Kraft von der Intensität I sich befinde, und daß von einer Seite ihr stets ein Antheil Kraft entzogen werde der sich nach der jedesmaligen Intensität J richtet, von einer andern Seite aber sie einen Zuwachs an Kraft erhalte der sich nach der Differenz $I - J$ (dem Abstand vom Normalgleichgewichte) richtet so fragt es sich welchen Werth J haben werde wenn er bleibend sein soll

Das Element des Abflusses ist = $mJ dt$

— — — Zuflusses — = $n(I - J)dt$

Der Zu Beharrungszustand wird also eingetreten sein wenn diese beiden Elemente gleich sind, d. h. wenn

$$mJ dt = n(I - J)dt$$

$$\Leftrightarrow mJ = n(I - J) = nI - nJ \quad | + nJ$$

$$\Leftrightarrow mJ + nJ = nI \quad \Leftrightarrow (m + n)J = nI \quad | : (m + n) \quad \text{d. h. wenn}$$

$$\Leftrightarrow J = \frac{nI}{m+n}$$

- 2) Nach welchem Gesetze wird die Intensität I allmählig in der Zeit t zu der J herabsinken?

Nennt man die nach der Zeit t vorhandene Intensität i

so ist das Element des Abflusses = $mi dt$

— — — Zuflusses = $n(I - i)dt$

also

$$di = (n(I - i) - mi)dt = (nI - ni - mi)dt = (nI - (m + n)i)dt \quad | : (nI - (m + n)i)$$

Hieraus erhält man

$$\frac{di}{nI - (m+n)i} = dt = \frac{-di}{(m+n)i - nI}$$

und durch Integrierung

$$C - \frac{1}{m+n} \lg[nI - (m+n)i] = t$$

$$\text{oder } C - \frac{1}{m+n} \lg(m+n)$$

$$t = C - \frac{1}{m+n} \lg[(m+n)i - nI] = C - \frac{1}{m+n} \lg(m+n)(i - J)$$

Setzt man $m + n = \frac{\gamma}{\gamma}$ so wird

$$t = C - \frac{1}{\gamma} \lg \frac{(i-J)\gamma}{\gamma}$$

Setzt man für $t = T$ $i = I$ so wird

$$T = C - \frac{1}{\gamma} \lg \frac{(I-J)\gamma}{\gamma} \quad \text{also } C =$$

folglich

$$t - T = C - \frac{1}{\gamma} \lg[(i - J)\gamma] - C + \frac{1}{\gamma} \lg[(I - J)\gamma] = \frac{1}{\gamma} \lg[(I - J)\gamma] - \frac{1}{\gamma} \lg[(i - J)\gamma]$$

$$\Leftrightarrow t - T = \frac{1}{\gamma} \{ \lg[(I - J)\gamma] - \lg[(i - J)\gamma] \} = \frac{1}{\gamma} \lg \frac{(I-J)\gamma}{(i-J)\gamma}$$

$$\Leftrightarrow t - T = \frac{1}{\gamma} \lg \frac{I-J}{i-J}$$

Setzt man $t = (m+1)T$ und bezeichnet das zu t gehörige i durch I_m so daß also $I_0 = I$ so erhält man

$$(m+1)T - T = mT + T - T = \frac{1}{\gamma} \lg \frac{I_0 - J}{I_m - J}$$

$$\Leftrightarrow mT = \frac{1}{\gamma} \lg \frac{I_0 - J}{I_m - J} \quad | \cdot \gamma$$

$$(i) \quad \Leftrightarrow \gamma mT = \lg \frac{I_0 - J}{I_m - J} = \lg(I_0 - J) - \lg(I_m - J)$$

| setze n für m

$$(ii) \quad \Rightarrow \gamma nT = \lg(I_0 - J) - \lg(I_n - J)$$

$$(i) - (ii) \Rightarrow \gamma mT - \gamma nT =$$

$$\lg(I_0 - J) - \lg(I_m - J) - \lg(I_0 - J) + \lg(I_n - J)$$

$$\Leftrightarrow \gamma (m-n)T = \lg(I_n - J) - \lg(I_m - J) = \lg \frac{I_n - J}{I_m - J}$$

$$\Rightarrow \gamma (m-n)T = \lg \frac{I_n - J}{I_m - J} = \lg \frac{I_0 - J}{I_{m-n} - J}$$

$$\text{also } \frac{I_n - J}{I_m - J} = \frac{I_0 - J}{I_{m-n} - J}$$

| setze $(m-n)$ für m

$$\Rightarrow \gamma (m-n)T = \lg \frac{I_0 - J}{I_{m-n} - J}$$

3) Das Element des Abflusses ist $mJ dt = \alpha X dt$

|| wo X die Wirkung des Drathes auf die Magnetnadel bedeutet

Es ist also

$$\alpha X = mJ = \frac{mn}{m+n} I$$

so daß alles darauf ankommt den Drath m zu bestimmen

Um zu diesem zu gelangen nehmen wir die Intensität in den Platten als unveränderlich an, und nehmen außerdem an, daß auf die Länge x des Leiters die Geschwindigkeit des Stromes v sei und daß diese Geschwindigkeit durch einen Zuwachs der Länge dx vermindert wird um dv im Verhältniss zu dx und im umgekehrten zu v so daß

also

$$-v dv = \alpha dx \quad | \int \quad \text{oder } -v^2 = \alpha x$$

$$v^2 = g^2 - \alpha x \quad v = \sqrt{g^2 - \alpha x}$$

Nun ist aber offenbar $m = v$ und $\alpha = \beta v$

$$\text{mithin } \beta X = \frac{A}{a + \sqrt{g^2 - \alpha x}} \quad -dv = \alpha v dx \quad | \int$$

$$c - \lg v = \alpha x$$

[Wenn die Drahtlänge x zu m wird, soll $\lg v = 0$ gelten. $\Rightarrow c = \alpha m$

$$\Rightarrow \alpha m - \lg v = \alpha x \quad | + \lg v - \alpha x]$$

$$\Leftrightarrow \lg v = \alpha m - \alpha x = \alpha (m - x) \quad v = e^{\alpha (m - x)}$$

Nun ist aber $v = m = \frac{\alpha}{\beta}$ mithin $\alpha = \beta v$ | mehrere Substitutionen

$$X = \frac{A e^{\alpha (m - x)}}{a + e^{\alpha (m - x)}} = \frac{A}{a + b^x}$$

[wohl nachträglich am Rand der Seite notiert und vermutlich auf die vorangehenden Gleichungen bezogen:]

wobei b constant wäre

A und a aber mit der Kraft und dem Leitungsvermögen veränderlich.

$$\text{ob nicht } X = \frac{A}{a + \lg x}$$

$$= \frac{A}{1 + a^{-\alpha (m - x)}} = \frac{A}{1 + b^{x - a}} = \frac{A}{b^a + b^x}$$

Setzt $-v dv = \alpha dx \quad | \int$ so wird $a^2 - v^2 = \alpha x \quad | + v^2 - \alpha x$

$$\Leftrightarrow a^2 - \alpha x = v^2 \quad | \sqrt{\quad} \quad \text{oder } v = \sqrt{a^2 - \alpha x}$$

mithin wie eben

$$X = \frac{A \sqrt{a^2 - \alpha x}}{n + \sqrt{a^2 - \alpha x}} \quad \text{oder} \quad = \frac{A}{1 - a \sqrt{b - x}}$$

welche Form mit den Versuchen nicht bestehen zu können scheint

- 4) Das in 3 angenommene Gesetz, daß nämlich $-v dv = v dx$ sei stimmt mit der Erfahrung überein, daß ein Drath dessen Querschnitt m mal größer ist als der eines anderen, m mal länger sein kann müsse wenn er dieselbe Wirkung auf Leitung hervorbringen soll. Denn da sein Querschnitt m mal größer ist, so ist offenbar wenn eine gleich große Menge durchgeführt wird die Geschwindigkeit der Elektrizität an jeder Stelle m mal geringer, und da die Länge m mal größer sein muß wenn dieselbe Menge durch geführt werden soll, so setzt dieß voraus, daß die m mal langsamer bewegte Elektrizität einen m mal geringeren Widerstand von den einzelnen Partikeln des leitenden Körpers erleide.

5) Setzt man nach 3

$$\alpha X = vJ \quad | : J \quad \Leftrightarrow v = \frac{\alpha X}{J} \quad \text{und} \quad (n + v)J = nI$$

so erhält man $\alpha dX = v dJ + J dv$

$$\text{und} \quad 0 = v dJ + J dv + n dJ \quad | \int$$

Hieraus $\alpha dX = -n dJ \quad | : (-n)$

$$\Leftrightarrow dJ = -\frac{\alpha}{n} dX \quad | \int \quad \text{oder} \quad \alpha X = -$$

so erhält man $J = I - \beta X$ wenn $\beta = \frac{\alpha}{n}$

$$\text{und aus } v = \frac{\alpha X}{J} \text{ (s.o.)} \Rightarrow v = \frac{\alpha X}{I - \beta X} \quad | * I - \beta X$$

$$\Leftrightarrow Iv - \beta vX = \alpha X \quad | + \beta vX$$

$$\Leftrightarrow Iv = \alpha X + \beta vX = (\alpha + \beta v)X \quad | : (\alpha + \beta v)$$

$$\Leftrightarrow X = \frac{Iv}{\alpha + \beta v}$$

verbindet man diese Gleichung mit

$$\text{der } v = b^x$$

$$\lg a - \lg v = \alpha x$$

wo a das v für $x = 0$ und also dem Werthe J oder $\frac{X}{v}$ proportional

$$\text{folglich} \quad \lg \frac{vX}{v} - \lg v = \alpha x$$

$$\Leftrightarrow \lg \frac{vX}{v^2} = \alpha x \quad \Leftrightarrow \frac{vX}{v^2} = e^{\alpha x} \quad | \text{setze } e^{\alpha x} = b^x$$

$$\Rightarrow \frac{vX}{v^2} = b^x \quad | * v^2$$

$$\Rightarrow vX = v^2 b^x \quad | \text{mit } X = \frac{Iv}{\alpha + \beta v} \text{ (s.o.)}$$

$$\Rightarrow \frac{vIv}{\alpha + \beta v} = v^2 b^x \quad | * (\alpha + \beta v)$$

$$\Leftrightarrow vIv = (\alpha + \beta v)v^2 b^x \quad | : b^x v$$

$$\Leftrightarrow \frac{vI}{b^x} = (\alpha + \beta v)v$$

$$\Leftrightarrow \frac{vI}{b^x} = \alpha v + \beta v^2$$

- 1) Das Element des Abflusses ist $vJ dt$
 — — — — — Zuflusses — $u(I - J)dt$

$$\text{also } vJ = \frac{uv}{u+v} I = \alpha X$$

- 2) $-dv = \beta v dx \quad | \int$
 $C - \lg v = \beta x$ für $x = 0$ gehe v in a über, so wird

$$C - \lg a = 0 \quad | + \lg a \quad \Leftrightarrow C = \lg a$$

$$\Rightarrow \lg a - \lg v = \beta x \quad \Leftrightarrow \lg \frac{a}{v} = \beta x$$

$$\frac{a}{v} = b^x \quad | * \frac{v}{b^x} \quad \text{also } v = \frac{a}{b^x}$$

mithin aus 1

$$\alpha X = \frac{\frac{ua}{b^x}}{u + \frac{a}{b^x}} I = \frac{ua}{ub^x + a} I = \frac{a}{b^x + \frac{a}{u}} I$$

Setzt man dafür $\frac{a}{u} = A$ und $\frac{a}{\alpha} = B$
 so wird

$$\alpha X = \frac{B}{b^x + A} I$$

- 3) besser als in 2 scheint man zu einer Gleichung zwischen
 x und X auf folgendem Wege zu gelangen

Da nämlich $v = \frac{a}{b^x} \sim a$ aber die der Werth von v

für $x = 0$ ist, so muß a offenbar von der Intensität

J abhängen; setzen wir daher $a = \gamma J$ so wird

$$v = \frac{\gamma J}{b^x} \quad \text{also [siehe 1)] } v^2 = \frac{\gamma v J}{b^x} = \frac{\alpha \gamma X}{b^x} \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{\alpha \gamma X}{b^x}} = \frac{\sqrt{\alpha \gamma X}}{b^{\frac{x}{2}}} \quad \Leftrightarrow \frac{1}{v} = \frac{b^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{\alpha \gamma X}}$$

Setzt man nun in

$$\alpha X = \frac{uI}{\frac{u}{v} + 1} \quad \text{den Werth von } v \text{ so wird}$$

$$\alpha X = \frac{uI}{\frac{u}{\frac{\sqrt{\alpha \gamma X}}{b^{\frac{x}{2}}}} + 1} \quad | : \alpha \quad \Leftrightarrow X = \frac{I}{\frac{1}{\frac{u}{\alpha}} \frac{b^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{\alpha \gamma X}} + 1} \quad \text{und hieraus [mit mehreren Substitutionen]}$$

$$X^{\frac{1}{2}} = -\frac{b^x}{2B} + \sqrt{\frac{A}{B} + \frac{b^{2x}}{4B^2}}$$

$$[\text{siehe nächste Seite, Zeile 2: }] \quad MX^{\frac{1}{2}} = -b^x + \sqrt{N^2 + b^{2x}} = -b^x + b^x \sqrt{1 + \frac{N^2}{b^{2x}}}$$

$$\cancel{MX = N + b^x + \frac{1}{2} \frac{b^{2x}}{N}}$$

$$MX = \frac{N^2}{b^{2x}} - 2b^{2x} \sqrt{1 + \frac{N^2}{b^{2x}}} \quad b^{2x} \left(2 + \frac{N^2}{b^{2x}} - 2 \sqrt{1 + \frac{N^2}{b^{2x}}} \right)$$

Nebenstehende Gleichung lässt sich auch auf folgende Form bringen

$$\frac{MX^{\frac{1}{2}}}{Nb^x} = -\frac{b^x}{Nb^x} + \sqrt{\frac{b^{2x}}{N^2b^{2x}} + \frac{N^2}{N^2b^{2x}}} = -\frac{1}{N} + \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{1}{b^{2x}}}$$

Und da N immer eine sehr große Zahl ist so kann man [für den Term unter der Wurzel] setzen

$$\sqrt{\frac{1}{b^{2x}} + \frac{1}{N^2}} = \frac{1}{b^x} + \frac{1}{2N^2}$$

also

$$\begin{aligned} \frac{MX^{\frac{1}{2}}}{Nb^x} &= -\frac{1}{N} + \frac{1}{b^x} + \frac{1}{2N^2} \quad | \cdot Nb^x \\ \Leftrightarrow MX^{\frac{1}{2}} &= -\frac{Nb^x}{N} + \frac{Nb^x}{b^x} + \frac{1}{2} \frac{Nb^x}{N^2} = -b^x + N + \frac{1}{2} \frac{b^{2x}}{N} \end{aligned}$$

Und für den Fall wo b^{2x} keinen sehr großen Werth hat ist es sogar erlaubt zu setzen.

$$\begin{aligned} \Rightarrow MX^{\frac{1}{2}} &= N - b^x \quad | : M \\ \Leftrightarrow X^{\frac{1}{2}} &= \frac{N-b^x}{M} = \frac{N}{M} - \frac{b^x}{M} \end{aligned}$$

$\frac{N}{M}$ lässt sich aus der Beobachtung für $x = 0$ bestimmen

es sei dieser wird $A^{\frac{1}{2}}$ so erhält man

$$\begin{aligned} X^{\frac{1}{2}} &= \frac{N}{M} - \frac{b^x}{M} \quad | \cdot M \quad \Leftrightarrow X^{\frac{1}{2}} = A^{\frac{1}{2}} - \frac{b^x}{M} \quad | + \frac{b^x}{M} - X^{\frac{1}{2}} \\ \Leftrightarrow A^{\frac{1}{2}} - X^{\frac{1}{2}} &= \frac{b^x}{M} \end{aligned}$$

Nach der Beobachtung vom 19ten Juni entsprachen

den Werten x	0	1	3	6	$10\frac{1}{3}$	23	75	
die Werte X	$121\frac{1}{4}$	$106\frac{1}{4}$	$89\frac{3}{4}$	74	$63\frac{1}{2}$	$38\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{4}$	
$X^{\frac{1}{2}}$	11,01	10,31	9,47	8,60	7,97	6,20	4,82	

Hieraus erhält man folgende Gleichungen

[Wenn in der Gleichung $\sqrt{A} - \sqrt{X} = \frac{b^x}{M}$ für $A = X_0$ und für $X = X_1, X_3, X_6, X_{10\frac{1}{3}}, X_{23}, X_{75}$

gesetzt wird, dann gilt z. B. $\sqrt{X_0} - \sqrt{X_1} = \frac{b^1}{M} \Rightarrow 11,01 - 10,31 = 0,70 = \frac{b}{M}$
 $\sqrt{X_0} - \sqrt{X_3} = \frac{b^3}{M} \Rightarrow 11,01 - 9,47 = 1,54 = \frac{b^3}{M}$ etc.]

$$0,70 = \frac{b}{M} \quad 1,54 = \frac{b^3}{M} \quad 2,41 = \frac{b^6}{M} \quad 3,04 = \frac{b^{10\frac{1}{3}}}{M} \quad 4,81 = \frac{b^{23}}{M} \quad 6,19 = \frac{b^{75}}{M}$$

und hieraus [z. B.: $M = \frac{b}{0,70}$ und $M = \frac{b^3}{1,54} \Rightarrow \frac{b^3}{1,54} = \frac{b}{0,70} \quad | \cdot \frac{1,54}{b} \quad \Leftrightarrow b^2 = \frac{1,54}{0,70} = \frac{154}{70}$]

$$b^2 = \frac{154}{70} \quad \cancel{b^5 = \frac{241}{70}} \quad b^{9\frac{1}{3}} = \frac{304}{70} \quad b^{22} = \frac{481}{70} \quad b^{74} = \frac{619}{70}$$

So wie man $v = \frac{\gamma I}{b^x}$ erhält so erhält man aus

$$u = \frac{\gamma' I - \gamma' \alpha X}{b^x} \quad \text{also} \quad \frac{\gamma' I}{b^x} \quad \lg .$$

$$vu = \frac{\gamma' I - \gamma' \alpha X}{b^x} \quad \text{und} \quad v^2 = \frac{\alpha \gamma X}{b^x} \quad v = \frac{m X^{\frac{1}{2}}}{b^x} \quad u = \frac{m}{b^x} X^{\frac{1}{2}} b^x$$

mithin

$$\alpha X = \frac{\gamma' I - \gamma' \alpha X}{b^x}$$

$$v = \frac{m X^{\frac{1}{2}}}{b^x} \quad u = \frac{(\gamma I - \gamma' X) b^x}{b m X^{\frac{1}{2}}}$$

also

$$v + u = \frac{pX + \gamma I b^{2x} - \gamma' X b^{2x}}{b^x q X^{\frac{1}{2}}}$$

$$-dv = \alpha v dx \quad | \int$$

$$\Rightarrow c - \lg v = \alpha x \quad \text{für } x=0 \quad v=a \Rightarrow c - \lg a = 0 \quad | + \lg a \Leftrightarrow c = \lg a$$

$$\Rightarrow \lg a - \lg v = \lg \frac{a}{v} = \alpha x \Leftrightarrow \frac{a}{v} = e^{\alpha x} \quad | :a \quad \text{eben so} \Leftrightarrow \frac{1}{v} = \frac{e^{\alpha x}}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{a'}{u} = e^{\alpha' m} \quad 0 \Leftrightarrow \frac{1}{u} = \frac{e^{\alpha' m}}{a'}$$

$$\text{Nun ist} \quad a = \beta J \quad a' = \beta(I - J) \quad \text{also} \quad \cancel{\frac{u+v}{vu}} = \left(\frac{e^{\alpha x}}{a} + \frac{e^{\alpha' m}}{a'} \right) \cancel{}$$

$$v = \frac{\beta J}{e^{\alpha x}} \quad u = \frac{\beta I - \beta J}{e^{\alpha' m}} \quad \cancel{X} = \frac{I}{\frac{e^{\alpha x}}{a} + \frac{e^{\alpha' m}}{a'}}$$

$$v^2 = \frac{\gamma \beta X}{e^{\alpha x}} \quad vu = \frac{\beta I v - \gamma \beta X}{e^{\alpha' m}} \quad \text{weil } vJ = \gamma X$$

mithin wenn man statt $\gamma \beta$ setzt δ^2

$$v = \frac{\delta X^{\frac{1}{2}}}{e^{\frac{\alpha x}{2}}} \quad u = \frac{\beta I - \delta X^{\frac{1}{2}} e^{\frac{\alpha x}{2}}}{e^{\alpha' m}}$$

$$\Rightarrow vu = \frac{\beta \delta I X^{\frac{1}{2}} - \delta^2 X e^{\frac{\alpha x}{2}}}{e^{\frac{\alpha x}{2} + \alpha' m}}$$

$$\text{und } v + u = \frac{\delta e^{\alpha' m} X^{\frac{1}{2}} + \beta I e^{\frac{\alpha x}{2}} - \delta X^{\frac{1}{2}} e^{\alpha x}}{e^{\frac{\alpha x}{2} + \alpha' m}}$$

folglich

$$\frac{vu}{v+u} = \frac{\beta \delta I X^{\frac{1}{2}} - \delta^2 X e^{\frac{\alpha x}{2}}}{\beta I e^{\frac{\alpha x}{2}} + \delta X^{\frac{1}{2}} (e^{\alpha' m} - e^{\alpha x})}$$

und

$$\gamma X^{\frac{1}{2}} = \frac{\beta \delta I^2 - \delta^2 X^{\frac{1}{2}} e^{\frac{\alpha x}{2}} I}{\beta I e^{\frac{\alpha x}{2}} + \delta X^{\frac{1}{2}} (e^{\alpha' m} - e^{\alpha x})}$$

Hieraus ergibt sich

$$\begin{aligned} 2\delta \cancel{X} I X^{\frac{1}{2}} e^{\frac{\alpha x}{2}} + \cancel{\gamma} \delta X (e^{\alpha' m} - e^{\alpha x}) &= \beta \cancel{\delta} I^2 \quad | \text{quadratische Ergänzung} \\ + \frac{\beta}{\gamma} \frac{e^{\alpha x} I^2}{(e^{\alpha' m} - e^{\alpha x})^2} + 2 \frac{\delta e^{\alpha x} I}{\gamma (e^{\alpha' m} - e^{\alpha x})} X^{\frac{1}{2}} + X &= \frac{\beta I^2}{\gamma (e^{\alpha' m} - e^{\alpha x})} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{e^{\alpha x} I^2}{(e^{\alpha' m} - e^{\alpha x})^2} \\ &= \frac{\beta}{\gamma} \frac{e^{\alpha' m} I^2}{(e^{\alpha' m} - e^{\alpha x})^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow X^{\frac{1}{2}} = -\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\gamma}} \frac{e^{\frac{\alpha x}{2}} I}{e^{\alpha' m} - e^{\alpha x}} + \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\gamma}} \frac{e^{\frac{\alpha' m}{2}} I}{e^{\alpha' m} - e^{\alpha x}}$$

$$\Leftrightarrow X^{\frac{1}{2}} = \cancel{\sqrt{\beta}} n I \frac{e^{\frac{\alpha' m}{2}} - e^{\frac{\alpha x}{2}}}{e^{\alpha' m} - e^{\alpha x}} = \frac{n I}{e^{\frac{\alpha' m}{2}} - e^{\frac{\alpha x}{2}}} = \frac{A}{a + b^x} \quad | * (a + b^x)$$

$$\Leftrightarrow A = a\sqrt{X} + \sqrt{X}b^x$$

Nach dem Beispiele auf der vorigen Seite [Tabelle von 19. Juni] erhält man folgende Gleichungen

$$[A = a\sqrt{X_0} + \sqrt{X_0} * b^0 = a\sqrt{X_1} + \sqrt{X_1} * b^1 = a\sqrt{X_3} + \sqrt{X_3} * b^3 = \dots = a\sqrt{X_{75}} + \sqrt{X_{75}} * b^{75}]$$

$$a * 11,01 + 11,01 = a * 10,31 + 10,31 * b$$

$$= a * 9,47 + 9,47 * b^3$$

$$= a * 8,60 + 8,60 * b^6$$

$$= a * 7,97 + 7,97 * b^{10\frac{1}{3}}$$

$$= a * 6,20 + 6,20b^{23}$$

$$= a * 4,82 + 4,82b^{75}$$

oder

$$1) \quad 11,01 + 0,70 * a = 10,31b$$

$$2) \quad 11,01 + 1,54 * a = 9,47b^3$$

$$3) \quad 11,01 + 2,41 * a = 8,60b^6$$

$$4) \quad 11,01 + 3,04 * a = 7,97b^{10\frac{1}{3}}$$

$$5) \quad 11,01 + 4,81 * a = 6,20b^{23}$$

$$6) \quad 11,01 + 6,19 * a = 4,82b^{75}$$

Aus 2 und 3 erhält man

$$\begin{aligned} (2) \quad 11,01 + 1,54 * a = 9,47b^3 & \quad | - 11,01 & \Leftrightarrow 1,54 * a = 9,47b^3 - 11,01 & \quad | * 2,41 \\ & & \Leftrightarrow 1,54 * 2,41 * a = 2,41 * 9,47b^3 - 11,01 * 2,41 \\ (3) \quad 11,01 + 2,41 * a = 8,60b^6 & \quad | - 11,01 & \Leftrightarrow 2,41 * a = 8,60b^6 - 11,01 & \quad | * 1,54 \\ & & \Leftrightarrow 1,54 * 2,41 * a = 1,54 * 8,60b^6 - 11,01 * 1,54 \end{aligned}$$

aus (3) und (2) folgt:

$$\begin{aligned} 1,54 * 8,60b^6 - 11,01 * 1,54 &= 2,41 * 9,47b^3 - 11,01 * 2,41 & \quad | + 11,01 * 2,41 - 1,54 * 8,60b^6 \\ \Leftrightarrow 11,01 * 2,41 - 11,01 * 1,54 &= 2,41 * 9,47b^3 - 1,54 * 8,60b^6 \\ \Leftrightarrow 11,01 * 0,87 &= 2,41 * 9,47b^3 - 1,54 * 8,60b^6 \end{aligned}$$

woraus sich b finden lässt. Es ist nämlich

$$[\text{ca.}] \quad 0,72 = 1,73b^3 - b^6$$

$$\sqrt{0,02} = 0,86 < -> b^3$$

$$\cancel{7,2 - 0,72 = b^3 - 0,88} \quad b^3 = 1$$

$$[\text{exakter}] \quad 0,7233 = 1,7233b^3 - b^6 \quad | \text{quadratische Ergänzung}$$

$$\sqrt{0,0191} = b^3 - 0,8616$$

$$\gamma = b^3 = 0,8616 - 0,1383 = 0,7233 \quad | \sqrt[3]{}$$

$$a = -2,7$$

$$b = 0,8846 \quad \text{aus Gleichung 1}$$

$$b = 0,8976 \quad \text{aus dem eben gefundenen Werthe von } b^3$$

$$\begin{aligned} m + (m-n)a &= nb^x & | - m \\ \Leftrightarrow (m-n)a &= nb^x - m & | : (m-n) & \Leftrightarrow a = \frac{nb^x - m}{(m-n)} \end{aligned}$$

sowie

$$\begin{aligned} m + (m-n')a &= n'b^{x'} & | - m \\ \Leftrightarrow (m-n')a &= n'b^{x'} - m & | : (m-n') & \Leftrightarrow a = \frac{n'b^{x'} - m}{(m-n')} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = \frac{n'b^{x'} - m}{(m-n')} = \frac{nb^x - m}{(m-n)}$$

$$\Leftrightarrow (n'b^{x'} - m)(m-n) = (nb^x - m)(m-n')$$

$$\Leftrightarrow n'mb^{x'} - n'n'b^{x'} - m^2 + mn = nmb^x - nn'b^x - m^2 + mn'$$

$$\Leftrightarrow mn - mn' = nmb^x - nn'b^x + n'n'b^{x'} - n'mb^{x'}$$

$$\Leftrightarrow m(n' - n) = n(m - n')b^x + n'(m - n)b^{x'} \quad | : n'(m - n)$$

$$\Leftrightarrow \frac{m(n-n')}{n'(m-n)} = \frac{n(m-n')}{n'(m-n)} b^x - b^{x'}$$

$$m + (m-n)a = nb^x$$

$$\Leftrightarrow m + ma - na = nb^x \quad | + na$$

$$\Leftrightarrow m + ma = na + nb^x$$

$$\Leftrightarrow m(1+a) = n(a+b^x) \quad | : m(a+b^x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{a+1}{a+b^x} = \frac{n}{m} \quad | * m$$

$$\Leftrightarrow \frac{m(1+a)}{a+b^x} = n$$

$$a+y \quad \frac{a}{-y} \quad | \quad 1 - \frac{y}{a} \quad \frac{6}{6+\frac{1}{4}} \quad \frac{1}{1+\frac{1}{24}}$$

$$m + na = (m-n)b^x$$

$$\Leftrightarrow m + na = mb^x - nb^x \quad | nb^x - m$$

$$\Leftrightarrow nb^x + na = mb^x - m$$

$$\Leftrightarrow n(b^x + a) = mb^x - m \quad | : (b^x + a)$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{mb^x - m}{b^x + a}$$

$$\alpha + \beta + \alpha a = \beta b^x$$

$$b = \cancel{x} + 1,73\alpha - \cancel{x} - 62\alpha$$

$$\alpha = 0,86$$

$$b^3 - 1 \quad \left| \begin{array}{l} b^6 - 1,7233b^3 + 0,7233 = 1 \\ b^3 - 0,7233 \end{array} \right.$$

$$\gamma = (1+\gamma)b^3 - b^6$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\gamma = b^3 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\gamma$$

$$\sqrt{0,0191} = 1 \quad | \quad 91 \quad | \quad 1$$

$$9$$

Nach der ersten Versuchsreihe ist

x	0	1	2	3	4	5
X	149	131	106	98	85	$63\frac{1}{2}$
$X^{\frac{1}{2}}$	12,20	11,44	10,29	9,90	9,22	8,00

[Herleitung wie auf der vorherigen Seite]

$$\begin{aligned}
 12,20 + 12,20a &= 11,44a + 11,44b & | - 11,44a \\
 &= 10,29a + 10,29b^3 & | - 10,29a \\
 &= 9,90a + 9,90b^6 & | - 9,9a \\
 &= 9,22a + 9,22b^{10\frac{1}{3}} & | - 9,22a \\
 &= 8,00a + 8,00b^{23} & | - 8a
 \end{aligned}$$

$$12,20 + 0,76a = 11,44b$$

$$2,1732 - 1,8028 = 0,3704$$

$$12,20 + 1,91a = 10,29b^3$$

$$12,20 + 2,30a = 9,90b^6$$

$$2,1732 - 2,1173 = 0,0559$$

$$12,20 + 2,98a = 9,22b^{10\frac{1}{3}}$$

$$12,20 + 4,20a = 8,00b^{23}$$

$$0,0559a - 18b = 1$$

[Herkunft für mich

$$0,3704a - 85\frac{1}{2}b = 23$$

nicht direkt erkennbar]

$$\left(18 * 0,3704 - 85\frac{1}{2} * 0,0559 \right) a = 75,18 - 85\frac{1}{2}$$

$$a = \frac{670}{175} \quad b = \frac{2,0252}{0,1774}$$

Aus der Formel $X^{\frac{1}{2}} = \frac{A}{a+b^x}$ ergibt sich daß

a sehr nahe = -1 und b sehr nahe = +1 setzt man
 demnach $b = 1 + \alpha$ (wo α ein sehr kleiner Bruch ist, so erhält
 man $X^{\frac{1}{2}} = \frac{A}{\alpha x}$

Nach dem oben in 4. aufgestelltem Gesetze folgt
 daß bei gleicher Wirkung eines zweier Leiters die Längen sich
 im verhalten wie die Querschnitte, daß also umgekehrt
 wie die Geschwindigkeiten; es ist also

$$-dX = v dx \quad | \int \quad [a]$$

$$\Rightarrow \gamma X = vJ = \frac{vu}{v+u} I$$

$$[also] \quad \gamma X = \frac{vu}{v+u} I \quad | * (v+u)$$

$$\Leftrightarrow \gamma X * (v+u) = vuI$$

$$\Leftrightarrow \gamma vX + \gamma uX = vuI \quad | - \gamma vX$$

$$\Leftrightarrow \gamma uX = vuI - \gamma vX$$

$$\Leftrightarrow \gamma uX = v(uI - \gamma X) \quad | : (uI - \gamma X)$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{\gamma uX}{uI - \gamma X} \quad [eingesetzt in [a]:]$$

$$\Rightarrow -dX = \frac{\gamma uX}{uI - \gamma X} dx \quad | * (uI - \gamma X)$$

$$\Leftrightarrow -(uI - \gamma X) dX = \gamma uX dx$$

$$\Leftrightarrow -uI dX + \gamma dX = \gamma uX dx \quad | : \gamma uX$$

$$\Leftrightarrow -\frac{uI dX}{\gamma uX} + \frac{\gamma dX}{\gamma uX} = dx$$

$$\Leftrightarrow -\frac{I}{\gamma} \frac{dX}{X} + \frac{dX}{u} = dx \quad | \int$$

$$\Rightarrow C - \frac{I}{\gamma} \lg X + \frac{X}{u} = dx \quad | + \frac{I}{\gamma} \lg X - \frac{X}{u}$$

$$\Leftrightarrow C = x + a + \frac{I}{\gamma} \lg X - \frac{X}{u}$$

für $x = 0$ werde $X = N$ so für x wird

$$C = a + \frac{I}{\gamma} \lg N - \frac{N}{u}$$

folglich

$$a + \frac{I}{\gamma} \lg N - \frac{N}{u} = x + a + \frac{I}{\gamma} \lg X - \frac{X}{u} \quad | - \frac{I}{\gamma} \lg X + \frac{X}{u}$$

$$\Leftrightarrow \frac{I}{\gamma} \lg N - \frac{I}{\gamma} \lg X - \frac{N}{u} + \frac{X}{u} = x$$

$$\Leftrightarrow \frac{I}{\gamma} \lg \frac{N}{X} - \frac{N-X}{u} = x$$

Nimmt man an, daß die Abnahme der Geschwindigkeit im zusammengesetzten Verhältnisse der Geschwindigkeit und der Zunahme der Länge des Leiters wächst (was aus der Thatsache hervorzugehen scheint, daß die Längen zweier gleichstoffiger Leiter, die die Wirkung um gleich viel schwächen, sich wie ihre Querschnitte verhalten) so daß also

$$-dv = \lambda v dx \quad | \int$$

wo λ den Leitungskoeffizient des Leiters vorstellt so wird

$$C - \lg v = \lambda x \quad | + \lg v$$

$$\Leftrightarrow C = \lambda x + \lg v$$

Für $x = 0$ wird v der Intensität i proportional sein deshalb können wir setzen

$$C = \lg \gamma i$$

$$\Rightarrow \lg \gamma i = \lambda x + \lg v \quad | - \lg v$$

$$\Leftrightarrow \lg \gamma i - \lg v = \lambda x$$

$$\Leftrightarrow \lg \frac{\gamma i}{v} = \lambda x \quad \text{oder} \quad \frac{\gamma i}{v} = e^{\lambda x} \quad | * \frac{v}{\gamma} \quad \Leftrightarrow i = v \frac{e^{\lambda x}}{\gamma} \quad | * \frac{\gamma}{e^{\lambda x}} \quad \Leftrightarrow i \frac{\gamma}{e^{\lambda x}} = v \quad I$$

Nun ist das Element des Abflusses = $vi dt$

Zuflusses = $a(J - i)dt$

also für den Beharrungszustand

$$vi dt = a(J - i)dt \quad | : dt$$

$$\Leftrightarrow vi = a(J - i) = aJ - ai \quad | + ai$$

$$\Leftrightarrow vi + ai = (v + a)i = aJ \quad | : (v + a)$$

$$\Leftrightarrow i = \frac{a}{(v+a)} J \quad II$$

folglich

$$\alpha X = vi = \frac{av}{a+v} J$$

Aus I und II ergibt sich aber $(v + a)v \frac{e^{\lambda x}}{\gamma} = aJ \quad | * \frac{\gamma}{e^{\lambda x}} \quad \Leftrightarrow (v + a)v = \frac{\gamma aJ}{e^{\lambda x}} \quad III$

und hieraus [setze aus I $i = v \frac{e^{\lambda x}}{\gamma}$ bzw. $\frac{i\gamma}{e^{\lambda x}} = v$ in $\alpha X = vi$]

$$\alpha X = vi = v \frac{e^{\lambda x}}{\gamma} = v^2 \frac{e^{\lambda x}}{\gamma} \quad \text{bzw.} \quad \alpha X = vi = \frac{i\gamma}{e^{\lambda x}} i = \frac{i^2 \gamma}{e^{\lambda x}}$$

$$\text{also} \quad \alpha X = \frac{v^2 e^{\lambda x}}{\gamma} = \gamma \frac{i^2}{e^{\lambda x}} \quad [\gamma \text{ im Nenner wurde vermutlich nachgetragen }] \quad IV$$

Aus III erhält man aber $v^2 + av = \frac{\gamma aJ}{e^{\lambda x}}$ [und durch quadratische Ergänzung]

$$i = \frac{aJ}{a + \frac{\gamma}{e^{\lambda x}}}$$

$$v = -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{aJ}{e^{\lambda x}} + \frac{1}{4}a^2}$$

also

$$\sqrt{300} = 17,32 \dots = 17,3$$

$$v^2 = \frac{1}{2}a^2 + \frac{aJ}{e^{\lambda x}} - a\sqrt{\frac{aJ}{e^{\lambda x}} + \frac{1}{4}a^2}$$

mithin [eingesetzt in IV]

$$\alpha X = v^2 \frac{e^{\lambda x}}{\gamma} = \frac{1}{2}a^2 \frac{e^{\lambda x}}{\gamma} + \frac{aJ}{\gamma} - a \frac{e^{\frac{\lambda x}{2}}}{\gamma} \sqrt{aJ + \frac{1}{4}a^2 e^{\lambda x}} \quad [\text{im Original fehlt das } \gamma \text{ im Nenner}]$$

$$= \frac{1}{4}a^2 \frac{e^{\lambda x}}{\gamma} + \frac{aJ}{\gamma} - a \frac{e^{\frac{\lambda x}{2}}}{\gamma} \sqrt{aJ + \frac{1}{4}a^2 e^{\lambda x}}$$

Aus IV $\alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} = \frac{e^{\lambda x}}{\gamma} (\sqrt{aJ} v \frac{e^{\frac{\lambda x}{2}}}{\gamma} = -\frac{1}{2}a \frac{e^{\frac{\lambda x}{2}}}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \sqrt{aJ + \frac{1}{4}a^2 e^{\lambda x}} \quad [\text{mit einigen Substitutionen}]$

$$\alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} = -b^x + \sqrt{A + b^{2x}}$$

$$\alpha X = A + 2b^x - 2\sqrt{(A + b^{2x})b^x}$$

$$\sqrt{a+y} - \sqrt{y} = a + a + 2y - 2\sqrt{(a+y)y}$$

Nach der Beobachtung vom 19ten Juni

x	0	1	3	6	$10\frac{1}{3}$	23	75
$X^{\frac{1}{2}}$	11,01	10,31	9,47	8,60	7,97	6,20	4,82
X	$121\frac{1}{4}$	$106\frac{1}{4}$	$89\frac{3}{4}$	74	$63\frac{1}{2}$	$38\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{4}$

$$38,5 * 1,087 = 41,8495$$

$$1,087 * 6,2 = 6,7394 = 62174$$

$$522 \quad 10,31$$

$$11,01(-b + \sqrt{A + b^2}) = 10,31(-1 + \sqrt{A + 1})$$

$$9,47(-b^3 + \sqrt{A + b^6}) = 9,47(-1 + \sqrt{A + 1})$$

$$-11,01b + 11,01\sqrt{A} + \frac{11,01}{2} \frac{b^2}{\sqrt{A}} = -10,31 + 10,31\sqrt{A} + 2\sqrt{A}$$

[Berechnung abgebrochen]

$$N - X = v \quad | \quad + X - v$$

$$1031 * 101 = 104131$$

$$\Leftrightarrow X = N - v$$

$$v = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}}}{e^{\frac{\lambda x}{2}}} \quad [\text{siehe II auf der folgenden Seite}] \text{ die\ss in III gesetzt gibt}$$

$$94,7 + 47,35 = 142,05$$

$$315 * 1031 = 324765$$

$$4,170 = 121,25 = 0,035 \dots$$

$$\left(\frac{\alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}}}{e^{\frac{\lambda x}{2}}} + a \right) \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}}}{e^{\frac{\lambda x}{2}}} = \frac{\gamma a J}{e^{\lambda x}} \quad [\gamma a \text{ fehlt}] \text{ oder}$$

$$\frac{\alpha X}{e^{\frac{\lambda x}{2}}} + a \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} = \frac{\gamma a J}{e^{\frac{\lambda x}{2}}} \quad | \quad - \frac{\alpha X}{e^{\frac{\lambda x}{2}}} \quad \text{hieraus}$$

$$11,01 - 4,04 = 6,97 = 6,93$$

$$165 * 1101 = 181665$$

$$\Leftrightarrow a \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} = \frac{\gamma a J}{e^{\frac{\lambda x}{2}}} - \frac{\alpha X}{e^{\frac{\lambda x}{2}}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\gamma a J - \alpha X}{e^{\frac{\lambda x}{2}}} = a \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} \quad | \quad * \frac{e^{\frac{\lambda x}{2}}}{a \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}}} \quad [\text{a fehlt}]$$

$$6,74 = 11,01 + 121\frac{1}{4}a$$

$$620:482 = 1,286 \dots = 1,21$$

$$\frac{8,11}{2}$$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{\lambda x}{2}} = \frac{\gamma a J - \alpha X}{a \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}}} = \frac{\gamma a J}{a \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}}} - a \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} \quad \Leftrightarrow e^{\frac{\lambda x}{2}} = \frac{\gamma J}{\alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}}} - a \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} \quad | \text{substituieren}$$

$$6,20 = 4,82p^{52}$$

$$\Rightarrow b^{\frac{x}{2}} = \frac{A}{X^{\frac{1}{2}}} - a X^{\frac{1}{2}} = \frac{A - aX}{X^{\frac{1}{2}}} \quad | \quad * X^{\frac{1}{2}}$$

$$a = -0,035$$

$$1101$$

$$\frac{1041}{60}$$

$$\frac{4}{4}$$

$$\Leftrightarrow b^{\frac{x}{2}} X^{\frac{1}{2}} = A - aX \quad | \quad + aX$$

$$A = 6,20p^{23} = 6,74$$

$$\Leftrightarrow A = X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{x}{2}} + aX$$

$$A = 4,82p^{75}$$

$$\text{mit } x_0 \text{ und } x_1: 11,01 + 121,25a = 10,31b^{\frac{1}{2}} + 106,25a \quad \Leftrightarrow 15a = 10,31b^{\frac{1}{2}} - 11,01 \quad | \quad * 31,5$$

$$\text{mit } x_0 \text{ und } x_3: 11,01 + 121,25a = 9,47b^{\frac{3}{2}} + 89,75a \quad \Leftrightarrow 31,5a = 9,47b^{\frac{3}{2}} - 11,01 \quad | \quad * 15$$

$$15 * 9,47b^{\frac{3}{2}} - 15 * 11,01 = 31,5 * 15a = 31,5 * 10,31b^{\frac{1}{2}} - 31,5 * 11,01 \quad | \quad + 15 * 11,01$$

$$\Leftrightarrow 15 * 9,47b^{\frac{3}{2}} = 31,5 * 10,31b^{\frac{1}{2}} - 16,5 * 11,01 \quad | \quad \text{setze } b^{\frac{1}{2}} = y$$

$$161,10$$

$$143,10$$

$$\Leftrightarrow 142,05y^3 = 324,765y - 181,665 \quad | \quad \text{setze } y = 1 + ???$$

$$142,05 + 142,05 * 3a = 324,765x + 324,765a - 181,665$$

$$83,385a =$$

$$(b^{\frac{1}{2}})^{23} = 1,087 \quad A = 111,383a =$$

$$0,0827854:52 = 0,0015920$$

$$b^{\frac{1}{2}} = 1,00094$$

aus den ersten 3 Beobachtungen

$$1,050000:0,00094 = 111,70 \dots$$

$$(b^{\frac{1}{2}})^{52} = \frac{620}{482} = 1,28 \dots = 1,21 \quad \text{aus den beiden letzten Beobachtungen gibt } b^{\frac{1}{2}} = \blacksquare, 0037$$

[Ziffer unkenntlich gemacht und f\u00fcr mich nicht lesbar]

Die Ordnung der Gleichungen ist wohl am besten

so

$$I. \quad \frac{i}{v} = e^{\lambda x} = b^x \quad \left[\text{wie } I: i = v \frac{e^{\lambda x}}{\gamma} \mid : v \quad \Leftrightarrow \frac{i}{v} = \frac{e^{\lambda x}}{\gamma} \text{ allerdings hier ohne } \frac{1}{\gamma} \right]$$

$$\Leftrightarrow i = v b^x$$

und $\alpha X = vi$ woraus

$$\Rightarrow \alpha X = vi = v^2 b^x \mid : b^x$$

$$\Leftrightarrow v^2 = \frac{\alpha X}{b^x} \mid \sqrt{}$$

$$II \quad \Rightarrow v = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{x}{2}}} \quad \text{mit } i = v b^x \mid : b^x$$

$$\Rightarrow \frac{i}{b^x} = v = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{x}{2}}} \mid * b^x$$

$$III \quad \Leftrightarrow i = \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{x}{2}}$$

für den Beharrungszustand erhält man

$$(v + a)i = aI \quad \Leftrightarrow vi + ai = aI$$

Setzt man in diese aus II u III die Werthe von

v und i , so folgt

$$\frac{\alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} * \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{x}{2}}}{b^{\frac{x}{2}}} + a * \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{x}{2}} = aI$$

$$IV \quad \alpha X + a \alpha^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{x}{2}} = aI \mid : a \alpha^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{oder } \frac{\alpha^{\frac{1}{2}}}{a} X + X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{x}{2}} = \frac{I}{\alpha^{\frac{1}{2}}} \mid \text{Substitutionen}$$

$$\text{oder } aX + b^{\frac{x}{2}} X^{\frac{1}{2}} = A$$

$$b^{\frac{1}{2}} = 1,0094$$

$$5'' \quad 8\frac{1}{4}$$

$$68\frac{1}{4} * 57 = 3890,25 = 3900$$

$$35\frac{1}{2} \quad 57\frac{1}{2}$$

$$7800:110 = 70,90 \dots = 71$$

$$108:12 = 9$$

406330

1 3 5 4 4

$$\lg b^{\frac{1}{2}} = 0,0040633$$

1,0 1 3 2 5 8 7

$$\lg b^{\frac{3}{2}} = 0,0121899$$

0,9 7 6 3 5 0 0

$$\lg b^{\frac{6}{2}} = 0,0243798$$

0,9 3 4 4 9 8 5

$$\lg b^{\frac{10\frac{1}{2}}{2}} = 0,0419874$$

0,9 0 1 4 5 8 3

$$\lg b^{\frac{23}{2}} = 0,0934559$$

0,7 9 2 3 9 1 7

$$\lg b^{\frac{75}{2}} = 0,3047475$$

0,6 8 3 0 " 7 0

$$X^{\frac{1}{2}} b^0 = 11,01$$

$$X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} = 10,41$$

$$X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}} = 9,74$$

$$X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{6}{2}} = 9,10$$

$$8,78$$

$$7,69$$

$$9,72$$

$$\lg X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} = 1,0173220$$

$$\lg X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}} = 0,9885399$$

$$\lg X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{6}{2}} = 0,9588783$$

$$\lg X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{10\frac{1}{2}}{2}} = 0,9433457$$

$$\lg X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{23}{2}} = 0,8857476$$

$$\lg X^{\frac{1}{2}} b^{\frac{75}{2}} = 0,9877945$$

$$\begin{array}{r} 500 \quad 41 \quad 8 \\ 2 \quad \underline{24} \end{array}$$

$$41 - 24 = 17$$

$$\begin{array}{r} 29'' \quad 12 \\ 350 \\ \hline 700 \end{array}$$

$$K = 500'''$$

Den 26ten Aug 1825.

$K 122$	$G 118\frac{1}{2}$	$K 107\frac{1}{3}$	$G 106\frac{1}{3}$	$K 100$	$G 24''' - 1'''$
~~$K 95$~~	~~$G 99$~~	~~$K 91\frac{1}{3}$~~			
$K 90\frac{1}{3}$	$G 93\frac{1}{3}$	$K 89$		$G 24'' + 8'''$	
$K 87\frac{3}{4}$	$G 90$	$K 97\frac{2}{3}$		$24'' + 19'''$	
$K 87\frac{2}{3}$	$G 88\frac{1}{2}$	$K 88\frac{1}{3}$	$G 90$	$K 88\frac{2}{3}$	$G 24'' + 30\frac{1}{2}'''$
$K 90\frac{1}{2}$	$G 92\frac{1}{4}$	$K 102\frac{1}{2}$	$G 93$	$K 92\frac{1}{4}$	$G 93\frac{2}{3}$
$K 97\frac{1}{4}$	$G 96\frac{1}{3}$	$K 96$	$G 96$	$K 95\frac{1}{2}$	$G 96$
$K 95\frac{1}{3}$	$G 95$	$K 95$	$G 94\frac{1}{3}$	$K 95$	$G 93\frac{2}{3}$
					$K 95$
					$(G 27'' 3''')$
					$(G 28'' 3''')$
					$(G 29'' 2''')$

$K | 94$ $S | 130$ $S 18'' 4'''$

$K | 94\frac{1}{2}$ $S | 126$

$K | 92$ $S | 109$ $K | 90\frac{2}{3}$ $| 106$

$K | 88\frac{1}{4}$ $S | 99$ $K | 87$

~~$K | 88\frac{1}{3}$~~ $84\frac{2}{3}$ Das Silber leitete noch besser als das

Kupfer als es schon $3' 7''$
 $2' 19'' 8'''$ also länger als das

Kupfer welches $3' 5'' 8'''$

Den 27ten				$K = 500'''$		
$K 99\frac{2}{3}$	$G 101$	$K 100$	$G 99$	$K 97\frac{1}{2}$		$G = 28'' 3'''$
$K 92\frac{1}{2}$	$G 92\frac{1}{4}$	$K 91\frac{1}{3}$	~~$G 89\frac{2}{3}$~~ 90	$K 90$	$G 88$	$G = 29'' 7'''$
$K 89\frac{1}{2}$	~~$S 96\frac{1}{2}$~~	$K 85\frac{3}{4}$	$S 93$			Silb $44'' 2'$
$K 82\frac{1}{4}$	$S 87\frac{1}{3}$	$K 80\frac{1}{3}$				Silb $48'' 7'''$
$K 78\frac{1}{3}$	$S 80\frac{1}{3}$	$K 76\frac{1}{3}$	$S 78\frac{3}{4}$			Silb $57''$

Das alte Gold und Silber im alten Verhältnisse

$S | 104$ $G | 97\frac{1}{2}$ $S | 95$ $G | 90\frac{1}{2}$

Das alte Gold mit neuem Silber im alten Verhältnisse

$G | 88$ $S | 92\frac{1}{4}$ $G | 79$

$$X = \frac{a}{b^x}$$

$$\frac{X^2}{X'} = \frac{a}{-}$$

Den 8ten Januar 1826 mit dem thermoelektrisch Appar

Leiter 0 1 2 3 4 5 6 7 der Drath ist 0,88''' 0,87''' dick
 = 2 4 6 10 18 34 66 130 Zoll lang

Leiter 7 gab vor dem Sieden allmählig 14, 20, 26, $39\frac{1}{2}$, $45\frac{1}{2}$, 50
 zuletzt $51\frac{2}{3}$ wo es stehen blieb $\infty = -\frac{1}{2}$

Leiter 6 anfänglich $71\frac{1}{3}$, $76\frac{1}{4}$, $78\frac{3}{4}$, $80\frac{1}{2}$ $\infty - \frac{1}{2}$

Leiter 5 ——— 115, $119\frac{1}{4}$, 121, 123, $124\frac{1}{4}$ $\infty + \frac{1}{3}$ der Drath ist

Leiter 4 ——— $141\frac{1}{2}$, 146, $163\frac{1}{4}$, 161 $\infty + 1\frac{1}{2}$ $\frac{7}{8}$ Linien dick

Leiter 3 237 $\frac{1}{4}$, 238, 244, 246, 249 $\infty + 2\frac{1}{2}$

Leiter 2 296, 299, $299\frac{1}{2}$ $\infty + 3\frac{3}{4}$

Leiter 1 337, $338\frac{1}{2}$, $341\frac{1}{4}$ $\infty + 4\frac{1}{2}$

Leiter 0 363 $\frac{1}{2}$, 365 $\frac{1}{2}$, 366 $\frac{1}{3}$ $\infty + 5$

Leiter 7 57 $\frac{2}{3}$ $+ 54\frac{1}{2}$

Leiter 6 94 $\frac{1}{4}$ $+ 3\frac{2}{3}$

Leiter 5 150 $+ 3$

Leiter 4 215 $\frac{1}{2}$ $+ 3\frac{1}{3}$

Leiter 3 256 256 $\frac{1}{3}$ 256 $\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{3}$

2 307 $\frac{2}{3}$ $3\frac{2}{3}$

1 342 $3\frac{3}{4}$

0 370 $\frac{1}{3}$ 370 $\frac{1}{2}$ $3\frac{3}{4}$

Von dem bei der hydroelektrischen Kette beobachtetem
 Steigen und Fallen der Kraft war nichts zu merken.

Die letzteren Versuche sind zuverlässiger als die ersten,
 wo das Sieden noch nicht lange angedauert hatte

	1	2	4	8	16	32	64
0	1	2	3	4	5	6	7
366 $\frac{3}{4}$	338 $\frac{1}{4}$	304	253	212	147	90 $\frac{1}{2}$	53 $\frac{1}{4}$
	28 $\frac{1}{2}$	34 $\frac{1}{4}$	51	41	65	56 $\frac{1}{2}$	37 $\frac{1}{4}$

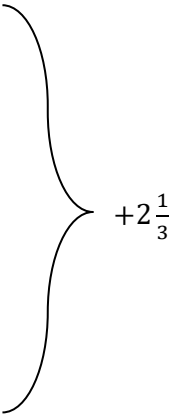
328

193

313

185

Den 11ten

Leiter 7	gab	$51\frac{1}{2}$	$\mid \infty$ gab $-\frac{1}{4}$
— 6 —		$88\frac{1}{2}, 89\frac{2}{3}$	$\mid \infty$ gab 0
— 5 —		144	∞ — 0
4 —		$202\frac{3}{4}$	$\infty + \frac{1}{2}$
3 —		$252\frac{1}{3}$	nachdem etwas Wasser in die Büchse gebracht worden 246 nach langer Zeit $\infty + 1\frac{1}{2}$
2 —		$283\frac{3}{4}$	$\infty + 2\frac{1}{3}$
1		$309\frac{1}{4}$	$\infty + 2\frac{1}{4}$
0		329 328 $\frac{1}{2}$	 $+2\frac{1}{3}$
1		303	
2		280	
3		$240\frac{1}{2}$	
4		193	
5		$136\frac{3}{4}$	
6		$85\frac{1}{2}$	
7		50	

Erste Reihe

	0	1	2	3	4	5	6	7
erste Reihe	$336\frac{1}{4}$	315	$288\frac{1}{2}$	251	$202\frac{1}{4}$	144	$89\frac{2}{3}$	$51\frac{3}{4}$
zweite Reihe	$326\frac{2}{3}$	$300\frac{2}{3}$	$277\frac{2}{3}$	$238\frac{1}{4}$	$190\frac{2}{3}$	$134\frac{1}{2}$	$83\frac{1}{4}$	$48\frac{2}{3}$
		$\infty + 1\frac{1}{2}$						

Leiter 7	gab	$47\frac{1}{3}$	
Leiter 6	—	$81\frac{1}{2}$	
— 5		$131\frac{1}{4}$	$\infty 1\frac{1}{2}$
4		185	
3		232	$\infty 1\frac{3}{4}$
2		$268\frac{2}{3}$ 269	
1		$288\frac{3}{4}$ 289	
0		$313\frac{1}{2}$	$\infty 2\frac{1}{4}$
Leiter 7	gab	$47\frac{1}{2}$	

21
42
441

441:64=6,89...=7

Leiter 0 $313\frac{1}{2}$ um 11 Uhr.
 $312\frac{1}{3}$ um 11 7M.
 $312\frac{1}{2}$ um 11 15M.

Nachdem Wasser zugegossen und alles wieder ins Kochen gekommen war

Leiter 0 297 um 11 Uhr 23 M.
 310 um 11 30
 $310\frac{1}{3}$ um 11 35 M

0 | $310\frac{1}{3}$ ∞ ~~+4~~ $3\frac{1}{2}$
 1 | $287\frac{1}{2}$
 2 | $267\frac{1}{4}$ $\infty + 2\frac{3}{4}$ (wohl auch $3\frac{1}{2}$?)
 3 | $229\frac{3}{4}$
 4 | $184\frac{1}{3}$
 5 | $132\frac{1}{4}$
 6 | $82\frac{1}{2}$
 7 | 48 ∞ ~~$3\frac{3}{4}$~~ $3\frac{1}{2}$

	0	1	2	3	4	5	6	7
dritte Reihe	$311\frac{1}{4}$	287	267	$230\frac{1}{4}$	$183\frac{1}{2}$	$129\frac{3}{4}$	80	46
vierte Reihe	307	284	$263\frac{3}{4}$	$226\frac{1}{4}$	181	$128\frac{3}{4}$	79	$44\frac{1}{2}$
	23	$20\frac{1}{4}$		$37\frac{1}{2}$	$45\frac{1}{4}$	$52\frac{1}{4}$	$49\frac{3}{4}$	$34\frac{1}{2}$

$$iv = \frac{i^2}{b^x} = \alpha X \quad 6400$$

$$284 * 284 = 80656$$

$$80656:264 = 305,51 \dots = 305$$

$$\frac{a}{b+x} = m \frac{a}{b+x+y} \quad | * (b+x)(b+x+y)$$

$$\Leftrightarrow a(b+x+y) = am(b+x) \quad | :a$$

$$\Leftrightarrow b+x+y = mb+mx \quad | -b-x$$

$$\Leftrightarrow y = mb-b+mx-x$$

$$\Leftrightarrow y = (m-1)(b+x)$$

$$308*22=6776$$

$$151*44,5=6719,5=6720$$

$$6720:22=305,45\dots=305$$

$$aX + b^x X^{\frac{1}{2}} = A$$

$$aX_0 + X_0^{\frac{1}{2}} = aX_I + bX_I^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a(X_0 - X_I) = bX_I^{\frac{1}{2}} - X_0^{\frac{1}{2}} \quad | * (X_0 - X_{II})$$

$$\Leftrightarrow a(X_0 - X_I)(X_0 - X_{II}) = bX_I^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_{II}) - X_0^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_{II})$$

$$aX_0 + X_0^{\frac{1}{2}} = aX_{II} + b^2 X_{II}^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a(X_0 - X_{II}) = b^2 X_{II}^{\frac{1}{2}} - X_0^{\frac{1}{2}} \quad | * (X_0 - X_I)$$

$$\Leftrightarrow a(X_0 - X_{II})(X_0 - X_I) = b^2 X_{II}^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_I) - X_0^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_I)$$

$$\Rightarrow b^2 X_{II}^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_I) - X_0^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_I) = bX_I^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_{II}) - X_0^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_{II})$$

$$\Leftrightarrow b^2 - b \frac{X_I^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_{II})}{X_{II}^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_I)} = - \frac{X_0^{\frac{1}{2}}(X_I - X_{II})}{X_{II}^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_I)} \quad | \text{quadratische Ergänzung; } \sqrt{\quad}$$

$$\Rightarrow b(-) \frac{\frac{1}{2} X_I^{\frac{1}{2}} X_0 - X_{II}}{X_{II}^{\frac{1}{2}} X_0 - X_I} = \sqrt{\frac{\frac{1}{4} X_I (X_0 - X_{II})^2 - X_0^{\frac{1}{2}} X_{II}^{\frac{1}{2}} (X_0 - X_I) (X_I - X_{II})}{X_{II} (X_0 - X_I)^2}}$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{\frac{1}{2} X_I^{\frac{1}{2}} (X_0 - X_{II}) \pm \sqrt{\frac{1}{4} X_I (X_0 - X_{II})^2 - X_0^{\frac{1}{2}} (X_I - X_{II}) * X_{II}^{\frac{1}{2}} (X_0 - X_I)}}{X_{II}^{\frac{1}{2}} (X_0 - X_I)}$$

	0	1	2	3	4	5	6
X	284	263 $\frac{3}{4}$	226 $\frac{1}{4}$	181	128 $\frac{3}{4}$	79	44 $\frac{1}{2}$
X $\frac{1}{2}$ [richtig: X $\frac{1}{2}$]	16,85	16,24	15,04	13,45	11,34	8,89	6,67

$$X_0^{\frac{1}{2}}(X_I - X_{II}) = 631,875 = 631,88$$

$$X_I^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_{II}) = 937,86 = 938,08$$

$$X_{II}^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_I) = 304,56$$

$$b = \frac{464,04 \pm 151,28}{304,56} = 2,02 \dots = 2,02 \text{ oder } 1,027$$

$$63 * 44\frac{1}{2} = 2803\frac{1}{2} \quad 2803\frac{1}{2} - 2449 = 354\frac{1}{2}$$

$$a = \frac{16,24 * b - 16,85}{20,25} = 0,78 \dots = 0,79 \text{ oder } 0,0084 \dots - 0,0085$$

$$X_0^{\frac{1}{2}}(X_I - X_{II}) = 734,85$$

$$6 + 180 = 186$$

$$X_1^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_2) = 1244,56$$

$$79(b + 31) = 44\frac{1}{2}(b + 13063) \quad | 4 \quad 6 \quad 10$$

$$130 \quad 65 \quad 354$$

$$X_2^{\frac{1}{2}}(X_0 - X_I) = 504,375$$

$$34\frac{1}{2}b = 44\frac{1}{2} * 63 - 79 * 31$$

$$b^2 = \frac{622,28 \pm 128,81}{504,375}$$

$$128\frac{3}{4} \quad 45 \quad 640 \quad 11\frac{1}{4}$$

$$284b = 226\frac{1}{4} \quad 263\frac{3}{4}(b + 1) = 226\frac{1}{4}(b + 3) = 44\frac{1}{2}(b + 63)$$

$$20\frac{1}{4}b = 263\frac{3}{4}$$

$$63 * 44\frac{1}{2} = 2803\frac{1}{2}$$

$$57\frac{3}{4}b = 452\frac{1}{2} \quad 678\frac{3}{4}$$

$$1055 : 81 = 13,025$$

$$2715 : 231 = 11,75 \dots = 12$$

$$239\frac{1}{2}b = 2803\frac{1}{2}$$

$$284b = 79(b + 31)$$

$$5607 : 12 = 467\frac{1}{2}$$

$$479b = 5607$$

$$205b = 2449$$

$$2449 : 205 = 11,30 \dots = 12$$

$$284b = 128\frac{3}{4}(b + 15)$$

$$284b = 181(b + 7)$$

$$1931\frac{1}{2} : 155 = 12,45 \dots = 12$$

$$155\frac{1}{4}b = 1931\frac{1}{4}$$

$$1267 : 103 = 12,30 \dots = 12$$

Aus dem Erfahrungssatze, daß ein Drath von m mal größeren Querschnitt und m mal größerer Länge denselben Kraftverlust hervorbringe, ~~als~~ lassen sich zwei Folgerungen ziehen

- 1) nimmt man an, daß der Strom durch das Innere des Leiters sich fortbewege so folgt, daß da ~~Strom~~ ~~Geschwindigkeit~~ der Kraftverlust in demselben Verhältnisse ~~der~~ als die Geschwindigkeit abnehme, daß war die vorherige Hypothese
- 2) Nimt man aber an daß der Strom nur an der Oberfläche des Leiters sich fortbewege (was aus anderem Grunde wahrscheinlich ist) so ist in dem in dem Leiter dessen Querschnitt m mal größer die Geschwindigkeit nur $m^{\frac{1}{2}}$ geringer, ~~der Widerstand~~ ~~aber m mal geringer~~ der Kraftverlust aber auf dieselbe Länge m mal geringer; er verhielte sich mithin wie das Quadrat der Geschwindigkeit. Diesemnach hätte man

$$-dv = \alpha v^2 dx \quad | : v^2 \quad \text{oder}$$

$$-\frac{dv}{v^2} = \alpha dx \quad | \int \quad \text{also}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \alpha x + C$$

Setzt man ~~die~~ $v = i$ für $x = 0$ so wird

$$\frac{1}{i} = C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{i} = \alpha x \quad | + \frac{1}{i}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{v} = \alpha x + \frac{1}{i} \quad | * \frac{v}{\frac{1}{i} + \alpha x} \quad \text{oder}$$

$$v = \frac{1}{\frac{1}{i} + \alpha x} = \frac{i}{1 + \alpha i x} \quad | * i \quad \text{mithin}$$

$$iv = \beta X = \frac{i^2}{1 + \alpha i x} \quad \text{v. 1} \quad [??? \text{ evtl. „vernachlässige 1“ }]$$

$$\Leftrightarrow X = \frac{i^2}{\beta(1 + \alpha i x)}$$

[und mit einigen Substitutionen]

$$X = \frac{a}{b+x} \quad [\text{mit } x = 0] \quad X^0 = \frac{a}{b}$$

wobei auf die Schwankung keine Rücksicht genommen worden ist

$(b+x)X$ mußte also eine konstante Größe sein.

was mit den nebenstehenden Versuchen ~~ziemlich~~ recht gut übereinstimt.

$$X^0 - X = v = \frac{a}{b} - \frac{a}{b+x} \quad \text{wenn } b \text{ sehr groß im Vergleich}$$

zu x

$$v = a \left(+ \frac{x}{b^2} - \frac{x^2}{b^3} + \frac{x^3}{b^4} - \frac{x^4}{b^5} \dots \right)$$

$$= \frac{a}{b} \left(+ \frac{x}{b} - \frac{x^2}{b^2} + \frac{x^3}{b^3} - \frac{x^4}{b^4} \dots \right)$$

Solange x klein in Bezug auf b kann man setzen

$$v = \frac{a}{b} \lg\left(1 + \frac{x}{b}\right)$$

welche Analogie höchst merkwürdig ist.

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{i} = x \quad | \cdot vi$$

$$\Leftrightarrow \frac{vi}{v} - \frac{vi}{i} = xvi \quad \Leftrightarrow i - v = xvi$$

$$\text{mit } vi = X \quad \Rightarrow i - v = xX \quad | -v - xX \quad \Leftrightarrow v = i - xX$$

$$(v + a)i = A$$

$$\Leftrightarrow vi + ai = A \quad | -vi$$

$$\Leftrightarrow ai = A - vi$$

$$\text{mit } vi = X \Rightarrow ai = A - X \quad | :a$$

$$\Leftrightarrow i = \frac{A-X}{a}$$

$$\text{damit gilt: } v = i - xX = \frac{A-X}{a} - xX = \frac{A-X}{a} - \frac{axX}{a} = \frac{A-X-axX}{a}$$

$$\text{zudem gilt damit für } vi = X: v \frac{A-X}{a} = X \quad | \cdot a$$

$$\Leftrightarrow v(A-X) = aX \quad | : (A-X) \quad \Leftrightarrow v = \frac{aX}{A-X}$$

$$\text{Aus den vorangehenden Zeilen folgt: } v = \frac{aX}{A-X} = \frac{A-X-axX}{a} \quad | \cdot a * (A-X)$$

$$\Rightarrow a^2 X = (A-X)(A-X-axX)$$

$$= A^2 - 2AX - AaxX + X^2 + axX^2 \quad | -a^2 X - A^2$$

$$\Leftrightarrow -A^2 - a^2 X = -2AX - AaxX + X^2 + axX^2$$

$$= -(2A + a^2 + Aax)X + (1 + ax)X^2 = -(A + a^2 + A + Aax)X + (1 + ax)X^2$$

$$= -\{A + a^2 + (1 + ax)A\}X + (1 + ax)X^2 \quad | : (1 + ax)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{A^2}{1+ax} = -\left(\frac{A+a^2}{1+ax} + A\right)X + X^2$$

$$\Leftrightarrow X^2 - \left(\frac{A+a^2}{1+ax} + A\right)X = -\frac{A^2}{1+ax} \quad | \text{quadratische Ergänzung; } \sqrt{\quad}$$

$$\Rightarrow X - \frac{1}{2}\left(\frac{A+a^2}{1+ax} + A\right) = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}\frac{A+a^2}{1+ax}\right)^2 - \frac{A^2}{1+ax}} = \pm \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{2}\frac{A^2+a^2A}{1+ax} + \frac{1}{4}\frac{(A+a^2)^2}{(1+ax)^2} - \frac{A^2}{1+ax}}$$

Vernachlässigt man a^2 im Vergleich zu A so wird

$$X = \frac{1}{2}\frac{A}{1+ax} + \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}\frac{A}{1+ax} \quad \text{oder}$$

$$X = \frac{A}{1+ax}$$

$$\Leftrightarrow X^2 - \frac{2A+a^2+Aax}{1+ax}X = -\frac{A^2}{1+ax} \quad | \text{quadratische Ergänzung}$$

$$\Leftrightarrow \left(X - \frac{1}{2}\frac{2A+a^2+Aax}{1+ax}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\frac{2A+a^2+Aax}{1+ax}\right)^2 - \frac{A^2}{1+ax} \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\Rightarrow X - \frac{2A+a^2+Aax}{2(1+ax)} = \pm \sqrt{\frac{4A^2+a^4+A^2a^2x^2+4Aa^2+4A^2ax+2Aa^3x}{4(1+ax)^2} - \frac{A^2}{1+ax}}$$

$$\Leftrightarrow X - \frac{2A+a^2+Aax}{2(1+ax)} = \pm \sqrt{\frac{4A^2+a^4+A^2a^2x^2+4Aa^2+4A^2ax+2Aa^3x}{4(1+ax)^2} - \frac{4(1+ax)A^2}{4(1+ax)(1+ax)}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{4A^2+a^4+A^2a^2x^2+4Aa^2+4A^2ax+2Aa^3x}{4(1+ax)^2} - \frac{4A^2+4A^2ax}{4(1+ax)^2}}$$

$$= \pm \frac{\sqrt{a^4+A^2a^2x^2+4Aa^2+2Aa^3x}}{2(1+ax)}$$

$$= \pm \frac{\sqrt{(a^2+Aax)^2+4Aa^2}}{2(1+ax)}$$

lg 2	0,3010	lg 1,1	0,04139	lg 1,01	0,00432	[Logarithmstabelle
4	0,6020	1,3	0,11394	1,03	0,01283	zur Basis 10]
7	0,8451	1,6	0,20412	1,06	0,02530	
11	1,0414	2,0	0,30103	1,10	0,04139	
24	1,3302	3,3	0,51851	1,23	0,08990	
76	1,8808	8,5	0,92941	1,75	0,24304	

[Auf dem Rest dieser Seite versucht Ohm offenbar, in der Gleichung $v = \frac{a}{b} \lg \left(1 + \frac{x}{b}\right)$ (s. vorherige Seite, Zeile 2) die Größe v durch ihm sinnvoll erscheinende Terme zu ersetzen. Die von Ohm vorgenommene Beschränkung auf eine Laborbuch-Seite lässt die angegebene Abfolge seiner Bemühungen vermuten.]

[These 1?]

$$\frac{a}{b+y} - \frac{a}{b-y+x} = m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)$$

[These 5?]

$$\frac{a}{b+y} - \frac{a}{b+x} = \frac{a(b+x) - a(b+y)}{(b+y)(b+x)} = m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{ab+ax-ab-ay}{(b+y)(b+x)} = \frac{a(x-y)}{(b+y)(b+x)} = m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right) \quad | \cdot (b+y)$$

$$\Leftrightarrow \frac{ax-ay}{b+x} = (b+y)m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)$$

$$= bm \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right) + ym \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right) \quad | \cdot (b+x)$$

$$\Leftrightarrow ax - ay = b(b+x)m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right) + y(b+x)m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)$$

$$\Leftrightarrow ax - b(b+x)m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right) = ay + y(b+x)m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)$$

$$= y \{ a + (b+x)m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right) \} \quad | : \{ a + (b+x)m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right) \}$$

$$\Leftrightarrow \frac{ax - b(b+x)m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)}{a + (b+x)m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)} = y$$

oder wenn b groß im Vergleich zu x

$$\frac{a}{b+x-y} = N - m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right) \quad [\text{Näherung unklar}]$$

$$= m \lg \frac{A}{n+x}$$

$$b+x-y = \frac{a}{m \lg \frac{A}{n+x}} \quad [\text{Berechnung abgebrochen}]$$

[These 2?]

$$\frac{a}{(b^2+y)^2} x = m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(b^2+y)^2}{ax} = \frac{1}{m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)} \quad | \cdot ax$$

[ab hier mit b statt mit b^2]

$$\Leftrightarrow (b+y)^2 = \frac{ax}{m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)} \quad | : b$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{y}{b}\right)^2 = \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{x}{b}}{m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{y}{b}\right)^2 = \frac{a}{bm} \frac{\frac{x}{b}}{\lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{y}{b}\right)^2 = \frac{a}{bm} \frac{\lg \left(1 + \frac{x}{b}\right)}{\lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)}$$

[These 3?]

$$\frac{a}{b^2} (x-y) = m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right) \quad \Leftrightarrow \frac{a}{b} \frac{x-y}{b} = m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} \lg \left(1 + \frac{x-y}{b}\right) = m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)$$

Setzt man $\frac{a}{b} = m$ so muß

$$m \lg \left(1 + \frac{x-y}{b}\right) = m \lg \left(1 + \frac{x}{n}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-y}{b} = \frac{x}{n} \quad | \cdot (-b) \quad \Leftrightarrow y-x = -\frac{bx}{n} \quad | -x \quad \text{also}$$

$$\Leftrightarrow y = x - \frac{bx}{n} = \frac{(n-b)x}{n} \text{ sein}$$

$$\Rightarrow y = \frac{b-n}{n} x = \frac{b}{n} x \quad \text{nahe sein}$$

[These 4?]

$$\frac{a}{b} - m \frac{a}{b+x} = \frac{ab+ax-abm}{b(b+x)}$$

$$\frac{a}{b} \leq \frac{a}{b+x} \quad \text{je nachdem } x \leq b(m-1)$$

aber $b = \frac{1}{\alpha i} + l$ wo l die Länge des

		2	5	$9\frac{1}{3}$	22	
0	1	2	3	4	5	219 129
150	132	108	98	86	$64\frac{1}{2}$	[Multiplikation? $\Rightarrow$ 1419]

$$132b = 108(b + 2) = 98(b + 5) = 86\left(b + 9\frac{1}{3}\right) = 64\frac{1}{2}(b + 22)$$

$24b = 216 \mid 9,0$
 $34b = 490 \mid 14,41... \quad 14,7$
 $46b = 803 \mid 17,45... \quad 17,5$
 $67b = 1419 \mid 21,17... \quad 21,0$

$1350:123 = 10,97... = 11$
 $1350:14 = 96,42... = 97$
 $108 * 11 = 1188$
 $1188:14 = 84,85... = 85$

mittlere Werthe der unten stehenden Angaben

[Die Wörter „neben stehenden Angaben“ wurden hier offensichtlich von einer anderen Person nachgetragen.]

305	$281\frac{1}{2}$	$258\frac{1}{2}$	$223\frac{1}{2}$	178	$124\frac{3}{4}$	$78\frac{1}{2}$	44
2	4	6	10	18	34	66	130

$$\begin{aligned}
 305b &= 281\frac{1}{2}(b + 2) & \Leftrightarrow 23\frac{1}{2}b &= 563 & \Leftrightarrow b &= \frac{1126}{47} = 23,95... = 24 \\
 305b &= 258\frac{1}{2}(b + 4) & \Leftrightarrow 46\frac{1}{2}b &= 1034 & \Leftrightarrow b &= \frac{2068}{93} = 22,23... = 22 \\
 305b &= 44(b + 128) & \Leftrightarrow 261b &= 5632 & \Leftrightarrow b &= \frac{5632}{261} = 21,57... = 22 \\
 305b &= 223\frac{1}{2}(b + 8) & \Leftrightarrow 81\frac{1}{2}b &= 1788 & \Leftrightarrow b &= \frac{3576}{163} = 21,93... = 22
 \end{aligned}$$

$$a = 6710 \quad b = 22$$

$0 = \frac{3355}{11} = 305$	$0 = \frac{6710}{22} = 305$	$X_0 = \frac{6732}{22} = 306$ [6732 statt 6710]
$1 = \frac{3355}{13} = 258,07... = 25$	$1 = \frac{6710}{24} = 279,58... = 280$	$X_1 = \frac{6732}{24} = 280,5 = 281$
	$2 = \frac{6710}{26} = 258,07... = 258$	$X_2 = \frac{6732}{26} = 258,92... = 258\frac{3}{4}$
	$3 = \frac{6710}{30} = 223,66... = 223\frac{1}{2}$	$X_3 = \frac{6732}{30} = 224,4 = 224$
	$4 = \frac{6710}{38} = 176,57... = 177$	$X_4 = \frac{6732}{38} = 177,15... = 177\frac{1}{2}$
	$5 = \frac{6710}{54} = 124,25... = 124$	$X_5 = \frac{6732}{54} = 124\frac{2}{3} = 124\frac{1}{2}$
	$6 = \frac{6710}{86} = 78,02... = 78$	$X_6 = \frac{6732}{86} = 78,27... = 78\frac{1}{4}$
	$7 = \frac{6710}{150} = 44,73... = 44\frac{2}{3}$	$X_7 = \frac{6732}{150} = 44,88 = 44\frac{3}{4}$

Eine Uebereinstimmung der Rechnung mit der Beobachtung
 die nicht größer gewünscht werden kann.
 noch größer wie die Uebereinstimmung wenn man
 6732 statt 6710 setzt

Den 15ten Januar

			fünfte R	6te R
0 $307\frac{3}{4}$	$\infty + 2\frac{1}{2}$	0	$305\frac{1}{4}$	305
1 284	$\infty 2\frac{3}{4}$	1	$281\frac{1}{2}$	282
2 $261\frac{1}{2}$		2	259	$258\frac{1}{4}$
3 $226\frac{1}{2}$		3	224	$223\frac{1}{2}$
4 181		4	$178\frac{1}{2}$	178
5 ~~122~~ $127\frac{1}{4}$		5	$124\frac{3}{4}$	$124\frac{3}{4}$
6 $81\frac{1}{2}$		6	79	78
7 47	$\infty 2\frac{1}{3}$	7	$44\frac{1}{2}$	44
7 46	$\infty 2$			
6 80				
5 $126\frac{3}{4}$				
4 180				
3 226				
2 $260\frac{3}{4}$				
1 $284\frac{1}{3}$				
0 $307\frac{1}{2}$	$\infty 2\frac{1}{2}$			

Der Leiter Die Scheibe wurde auf 284 gesetzt und die Nadel in die Visierline gebracht hierauf der Leiter 1 in die Kette gebracht, die Nadel ging kaum ab und noch dazu hatte sich Harz abgeschält

Die Scheibe wurde auf 260 gesetzt und eben so mit Leiter 2 verfahren

Die Nadel ging gar nicht ab und obgleich der Leiter 2 unterdessen bis auf 252 gesunken war, so geht doch daraus hervor, daß das in der hydroelektrischen Kette früher beobachtete Schwanken in der thermoelektrischen durchaus nicht statt hat, und aus den weiter fortgesetzten Versuche stets sich bestätigt hat.

0 gab etwa eine Stunde später 308 genauer $307\frac{3}{4}$

∞ gab zu eben derselben Zeit — — — +4

Vier Leiter a b c d von dem 0,3 Linien dicken bei den hydroelektrischen Versuchen gebrauchten Drathe die respektive 2 4 8 16 Zoll lang waren kamen in die thermoelektrische Kette und gaben

a	$104\frac{3}{4}$	$114\frac{1}{4}$	$111\frac{1}{2}$	der Leiter 0 der vorstehenden
b	$67\frac{1}{4}$		$64\frac{3}{4}$	Versuche gab 304
c	$39\frac{1}{2}$		37	am Ende $306\frac{2}{3}$
d	$22\frac{1}{4}$	$\infty = 2\frac{1}{2}$	$19\frac{3}{4}$	also nahe hin wie bei
c	39			den vorigen Versuchen
b	$67\frac{1}{4}$			
a	$113\frac{1}{2}$			
a	112 später			

$$64\frac{3}{4} * 22 = 1424\frac{1}{2}$$

$$6730$$

$$\frac{6730}{22+x} = 67\frac{1}{4} \Leftrightarrow 6730 = 1479\frac{1}{2} + 67\frac{1}{4}x$$

$$64\frac{3}{4}x = 5305\frac{1}{2}$$

$$6730 - 1424\frac{1}{2} = 5305\frac{1}{2}$$

$$67\frac{1}{4} * 22 = 1479\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 67\frac{1}{4}x = 5250\frac{1}{2} \Leftrightarrow 269x = 21002$$

$$\Leftrightarrow 259x = 21222 \Leftrightarrow x = 21222:259 = 81,938 \dots = \underline{84 \text{ wie 4 Zoll}}$$

$$21002:269 = 78,07 \dots = 78$$

statt 84 sollte stehen 80

$$21222:259 =$$

daß setzt einen Fehler von nicht völlig einem Teil voraus nämlich statt $64\frac{3}{4}$ muss stehen $65\frac{1}{2}$

~~78 Zoll vom vorigen Drathe~~

80 Zoll vom vorigen Drathe wirken also wie 4 Zoll von diesem

$$111\frac{1}{2} * 22 = 2453$$

$$\frac{25082453}{6730} = 114$$

$$\Leftrightarrow 114x + 2508 = 6730 \Leftrightarrow 114x = 4222$$

$$114 * 22 = 2508$$

$$4222:114 = 37,03 \dots = 37$$

also 39 wirken wie 2

40 wirken wie 2

$$111\frac{1}{2}x = 4277 \Leftrightarrow 223x = 8554$$

$$8554:223 = 38,35 \dots = 39$$

[Das Laborbuch wurde augenscheinlich mit Federkiel und Tinte geschrieben.

Die Schriftbreite der folgenden zwei Zeilen weicht deutlich vom vorhergehenden und nachfolgenden Text ab und wurde vermutlich mit einer anderen Feder geschrieben. Daher ist der folgende Satz vermutlich als Nachtrag anzusehen:]

Es ist zu bemerken, daß der 0,3 Linien dicke Messingdrath genau 0,34 Linien dick war.

$$\frac{\overline{864\frac{1}{2}} \cdot 808\frac{1}{2}}{22+x} = 39\frac{1}{4}$$

$$\frac{6730}{22+x} = 36\frac{3}{4} \Leftrightarrow 36\frac{3}{4}x + 22 * 36\frac{3}{4} = 36\frac{3}{4}x + 808\frac{1}{2} = 6730 \Leftrightarrow$$

$$23686:147 = 161,12 \dots = 161$$

$$\Leftrightarrow 39\frac{1}{4}x = 5866\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 157x = 23466$$

$$236466:157 = 149,46 \dots = 149$$

$$44\frac{1}{2}$$

$$445$$

$$\frac{6730}{22+x} = 22\frac{1}{4} \Leftrightarrow 22\frac{1}{4}x + 22 * 22\frac{1}{4} = 22\frac{1}{4}x + 489\frac{1}{2} = 6730 \Leftrightarrow$$

$$22\frac{1}{4}x = 6240\frac{1}{2} \Leftrightarrow 89x = 24962$$

$$24962:89 = 280,47 \dots = 280\frac{1}{2}$$

$$282\frac{1}{2} \text{ wie } 16$$

$$35$$

$$\frac{\overline{434\frac{1}{2}} \cdot 6730}{22+x} = 19\frac{3}{4} \Leftrightarrow 19\frac{3}{4}x + 22 * 19\frac{3}{4} = 19\frac{3}{4}x + 434\frac{1}{2} = 6730 \Leftrightarrow 19\frac{3}{4}x = 6295\frac{1}{2} \Leftrightarrow 79x = 25182$$

$$25182:79 = 318,75 \dots = 319$$

321 Zoll wirken wie 16

In den nicht unterstrichenen Resultaten war die konstante Differenz des ∞ vergessen worden und daß konnte schon eine so auffallende Ungleichheit veranlassen!

$$(a + b)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \frac{b}{a^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{p} = \frac{bX}{p} + \frac{xX}{p} + X^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} \frac{(b+x)^2}{p^2} + \frac{a}{p} = \left(X + \frac{1}{2} \frac{b+x}{p} \right)^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{4} \frac{(b+x)^2}{(ap)^2} + \frac{1}{ap}} = \frac{1}{a}X + \frac{1}{2} \frac{b+x}{ap} \quad | * p$$

$$\frac{\frac{1}{2} \frac{b+x}{a}}{\frac{1}{2} \frac{p a^2}{a(b+x)^2}} = \frac{p}{a} X + \frac{\frac{1}{2} \frac{b+x}{a}}{\frac{1}{2} \frac{p a^2}{a(b+x)^2}}$$

$$4,82 * 75 = 361,50$$

$$\frac{a}{b+x+\beta X} = X$$

und prüfen diese Voraussetzung an den Beobacht. vom 19ten Juni

	x	0	1	2	3	4	5	6
war	X	$121\frac{1}{4}$	$106\frac{1}{4}$	$89\frac{3}{4}$	74	$63\frac{1}{2}$	$38\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{4}$

so wird

$$121b + \beta 121^2 = 106b + 106 + \beta 106^2 = 89\frac{1}{2}b + 3 * 89\frac{1}{2} + \beta \cancel{89\frac{1}{2}}^2$$

oder

$$15b + \beta(121^2 - 106^2) = 106$$

$$31\frac{1}{2}b + \beta(121^2 - 89\frac{1}{2}^2) = 268\frac{1}{2}$$

oder

$$15b + 3405\beta = 106$$

$$31\frac{1}{2}b + 6631\beta = 268\frac{1}{2}$$

$$\text{aus } 15b + 3405\beta = 106 \quad | * \frac{31\frac{1}{2}}{15}$$

$$\Rightarrow 31\frac{1}{2}b + 7150\beta = 222\frac{1}{2}$$

$$106^2 = 11236$$

$$268\frac{1}{2} \cdot [* 69] = 18492$$

$$121^2 - 106^2 = 14641 - 11236 = 3405$$

$$\left(89\frac{1}{2}\right)^2 = 8010\frac{1}{4} = 8010 \quad \frac{6810}{340}$$

$$14641 - 8010 = 6631 \quad \frac{212}{11}$$

Es ist zu bemerken daß die jetzige Differenzialgleichung

$-dv = v^2 dx$ sich auch so ausdrücken lässt

$$-dv = \frac{(1+v)dx}{(b+x)} = \frac{(1+v)dx}{a+x} \quad [\text{im Folgenden wird } -dv = \frac{(1+v)dx}{(b+x)} \text{ benutzt}]$$

$$-dv = \frac{(1+v)dx}{(b+x)} \Leftrightarrow dx = \frac{dv(b+x)}{1+v} \text{ während die vorige}$$

$$+dv' = \frac{dx}{b+x} \text{ war so daß also}$$

$$dv' = \frac{dv(b+x)}{(1+v)(b+x)} = -\frac{dv}{1+v} \text{ oder } \frac{dv'}{b+x} = dv \quad [\text{Herkunft für mich nicht direkt ersichtlich}]$$

$$[\text{aus } dv' = -\frac{dv}{1+v} \quad | \int]$$

$$\Rightarrow v' = -\lg(1+v) + c \quad \text{wird} \quad b+x = \frac{a}{x} \quad \text{so ist} \quad [\text{Zusammenhang für mich nicht deutlich}]$$

$$\text{d.h. } \cancel{v' = \lg \frac{b}{v}} \text{ oder}$$

$$\cancel{v = \frac{b}{e^{v'}} = \frac{a}{b+x}}$$

$$\cancel{\frac{e^{v'}}{b} = \frac{b+x}{a}} \text{ woraus}$$

$$\cancel{e^{v'} = \frac{b+x}{a}} \quad [\frac{1}{b} \text{ fehlt}]$$

Da nun wenn $v = 0$ ist $v' = +\frac{a}{b}$ wird so ergibt sich

$$c = \frac{a}{b} \text{ mithin}$$

$$\frac{a}{b} - v' = \lg(1+v) \text{ oder}$$

$$1+v = e^{\frac{a}{b} - v'}$$

365

$$336\frac{1}{4}$$

$$351$$

$$288\frac{1}{2}$$

$$251$$

$$202\frac{1}{4}$$

$$144$$

$$89\frac{3}{4}$$

$$51\frac{3}{4}$$

a = 7762 b = 23 setzt man a = 7806 b = 23 so sind

[obere Wert mit a = 7762 berechnet, untere Werte mit a = 7806 berechnet]

$$\frac{7762}{23} = \frac{337,47 \dots = 337}{339,39 \dots = 339} \quad \frac{7762}{25} = \frac{310,48 \dots = 310\frac{1}{2}}{312,24 \dots = 312\frac{1}{2}} \quad \frac{7762}{27} = \frac{287,48 \dots = 287\frac{1}{2}}{289,11 \dots = 289} \quad \frac{7762}{31} = \frac{250,38 \dots = 250\frac{1}{3}}{251,80 \dots = 251\frac{3}{4}}$$

[obere Wert mit a = 7806 berechnet, untere Werte mit a = 7762 berechnet]

$$\frac{7762}{39} = \frac{200,15 \dots = 200\frac{1}{4}}{199,02 \dots = 199} \quad \frac{7762}{55} = \frac{141,92 = 142}{141,12 \dots = 141\frac{1}{8}} \quad \frac{7762}{87} = \frac{89,72 \dots = 89\frac{3}{4}}{89,21 \dots = 89\frac{1}{4}} \quad \frac{7762}{151} = \frac{51,69 \dots = 51\frac{1}{2}}{51,40 \dots = 51\frac{3}{4}}$$

Setzt man in der Formel

$$X = \frac{i^2}{1+ax} \quad i - mX$$

statt i den Werth i - mX wie es die leitende Flüssigkeit zu erfordern scheint so verwandelt sie sich in

$$X = \frac{(i-mX)^2}{1+\alpha(i-X)x} \quad \text{oder}$$

$$X + \alpha ixX - \alpha xX^2 = i^2 - 2miX + m^2X^2 \quad | + 2miX - m^2X^2$$

$$\Leftrightarrow X + 2miX + \alpha ixX - \alpha xX^2 - m^2X^2 = i^2$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2mi + \alpha ix)X - (\alpha x + m^2)X^2 = i^2 \quad | : (\alpha x + m^2)$$

$$\frac{1+2mi+\alpha ix}{\alpha x+m^2}X - X^2 = \frac{i^2}{m^2+\alpha x} \quad | \text{quadratische Ergänzung; } \sqrt{}$$

$$\frac{1+2mi+\alpha ix}{2\alpha x+2m^2} - X = \pm \sqrt{\frac{(1+2mi+\alpha ix)^2}{4(\alpha x+m^2)^2} - \frac{i^2}{m^2+\alpha x}}$$

Vernachlässigt man nun [in $X = \frac{i^2}{1+ax}$] die 1 im Nenner so kommt

$$X = \frac{i}{\alpha x} \quad \text{und } i - mX \text{ statt } x \text{ gesetzt [muss heißen; statt } i \text{ gesetzt]}$$

$$X = \frac{i-mX}{\alpha x} \quad | * \alpha x$$

$$\Leftrightarrow \alpha xX = i - mX \quad | + mX$$

$$\Leftrightarrow mX + \alpha xX = i$$

$$\Leftrightarrow (m + \alpha x)X = i \quad | : (m + \alpha x)$$

$$\Leftrightarrow X = \frac{i}{m+\alpha x}$$

Den 20ten Januar

$$\infty = 2$$

$$0 \mid 311 \quad \infty 2\frac{1}{2}$$

$$1 \mid 291$$

$$2 \mid 265$$

$$3 \mid 227$$

$$4a \mid 179\frac{2}{3} \quad 4=179$$

$$4b \mid 181\frac{3}{4} \quad =(18'')$$

$$4(a+b) \mid 245 \quad 4(a+b)=243$$

$$4b \mid 182$$

$$0 \mid 312\frac{1}{2}$$

$$5=23' \mid 5\frac{1}{2} \quad 4\frac{1}{2} \quad \infty 3\frac{1}{4}$$

$$23' = 460' = 5520''$$

$$\frac{6796}{22+x} = 243 \Leftrightarrow 6796 = 243 * 22 + 243 * 243x \Leftrightarrow 6796 - 5346 = 243x \Leftrightarrow 1450 = 243x$$

$$x = \frac{1450}{243} = 5,96 \dots = 6'' \text{ also mit}$$

dem +2 Zoll macht es 8''

$$243 * 22 = 5346$$

$$5346 + 1450 = 6796$$

$$1450:243 = 5,96 \dots = 6$$

$$6796:5544 = 1,22 \dots = 1,23$$

Der 23' lange Leiter welcher nach den Versuchen vom 15 Januar gleich 460'=5520'' von dem plattierten Drathe sind wirkte mit der Kraft von $1\frac{1}{4}$. Nun ist aber

$$\frac{6796}{22+x} = \frac{6796}{5544} = 1,22 \dots = 1\frac{1}{4} \text{ äußerst nahe}$$

$$\left[\frac{6796}{22+x} = \frac{6796}{22+5520} = \frac{6796}{5542} = 1,22 \dots = 1\frac{1}{4} \right]$$

$$4(a) = 181$$

$$4(a+b) = 243\frac{1}{2} \quad \text{woraus weiter hervorginge daß } 8'' \text{ vom einfachen Drath wie 18 Zoll vom doppelten}$$

$$4(b) = 178\frac{1}{2} \quad \text{Drathe wirken}$$

Die Gleichung $-dX = X^2 dx$
 lautet so: Das Element des Kr auf die Länge dx erlittenen
Kraftverlustes ist dem Produkte aus dem Längenelemente
und dem Quadrate der Kraft proportional: oder der
 Widerstand richtet sich ~~auf dieselbe Strecke~~ nach der Strecke
 Weges und dem Quadrate der Bewegungsgröße

Der Widerstand ist also ~~genau~~ bei 2 verschiedenen
~~Leitern~~ Zwischenleitern ~~gleich~~ von derselben Art gleich groß, wenn

$$X^2 dx = X'^2 dx' \quad \text{d. h. wenn sich die}$$

Längen umgekehrt wie die Quadrate der Kräfte verhalten
 Nun verhalten sich aber bei gleichem Widerstande (nach
 dem oben aufgeführten Gesetze) die Längen wie die
 Querschnitte also müssen sich die Kräfte umgekehrt
 wie die Quadratwurzeln aus den Querschnitten d. h.

~~umgekehrt wie die Umfänge der Perifrien der Querschnitte verhalten bei ähnlichen~~
~~Querschnitten vorausgesetzt werden.~~ Dieß scheint zur
 Annahme aufzu~~auffordern~~, daß die elektrische Kraft der Kette nur ~~auf~~ an der
 Oberfläche der Metalle ~~sich äußerte~~ sitze und man schlußfolgerte freilich
 gegen die zuerst von Davy aufgestellte Behauptung,
 (daß die galvanische Kraft ~~und Dauer~~ nach der Masse
 sich richte) anzustoßen

$$\frac{3}{8} \text{ Linie}$$

$$\frac{3}{10}$$

$$\frac{7}{8}$$

$$49 * 3,14 = 153,86 \quad 153,86 : 2 = 76,93$$

$$32$$

$$X = \frac{a}{b+x}$$

$$\Leftrightarrow X = a(b+x)^{-1}$$

$$\Rightarrow dx = -a(b+x)^{-2} dx$$

$$\Leftrightarrow dx = -\frac{a dx}{(b+x)^2}$$

Der dünner gezogene Drath m ist $16''5'''$, $16''8'''$ wäre das doppelte seiner vorigen Länge, der platte Drath n ist $16''4'''$ lang und war aus derselben Länge gewalzt der Drath m hat also 1,976 seiner vorigen Länge und der n hat 1,96 von jedem wurde eine Länge von $16''$ genommen. $16''3'''$ genommen. $2\frac{1}{2}'''$ genommen. Beide wurden vor dem Gebrauche in der Weingeistflamme geglüht. Der platte Drath ist $1\frac{1}{2}$ Linien breit und ~~ohngefähr $\frac{1}{8}$ Linien $\frac{1}{8}$ Linien dick~~ ohngefähr $\frac{1}{8}'''$ dick.

Den 21ten Jan. $\infty+2$

~~1~~

2 $263\frac{1}{3}$

3 $227\frac{1}{2}$

4 $181\frac{1}{4}$

m $128\frac{1}{2}$

n $132\frac{1}{2}$

~~0~~

m $129\frac{3}{4}$

n $132\frac{1}{2}$

m $127\frac{3}{4}$

4 $180\frac{1}{2}$

0 $311\frac{1}{4}$

$\infty 4$

m im Mittel $126\frac{2}{3}$ oder 128

n $130\frac{1}{2}$

$\frac{6796}{22+x} = 126\frac{2}{3}$

$34'' = x$ oder 33,1

$\Leftrightarrow 6796 = 126\frac{2}{3} * 22 + 126\frac{2}{3}x \Leftrightarrow 126\frac{2}{3}x = 6796 - 2786\frac{2}{3} = 4009\frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 4009\frac{1}{3} : 126\frac{2}{3} = 31,76 \dots$

$\frac{6796}{22+x} = 130\frac{1}{2}$

$32,1'' = x$

$\Leftrightarrow 6796 = 130\frac{1}{2} * 22 + 130\frac{1}{2}x \Leftrightarrow 130\frac{1}{2}x = 6796 - 2871 = 3925 \Leftrightarrow x = 3925 : 130\frac{1}{2} = 30,07 \dots$

woraus hervorzugehen scheint, ~~einmal~~ daß die Längen ~~ungefähr~~ bei gleichem Kraftverluste sich wie die Querschnitte verhalten, was auch die Form der Querschnitte sein möge.

Ich verfertigte mir 4 Leiter A, B, C, D von respektive
2, 4, 8, 16 Zoll Länge

~~2 $\frac{1}{2}$ Zoll vom Drathe A wogen 75 G.~~

20 Zoll vom Drathe A wogen 64 G., also 1'' = 3,2 Gr

10 — — — — B ——— 70 Gr — 1'' = 7,0 Gr

5 — — — — C ——— 76 — — 1'' = 15,1 Gr

~~2 $\frac{1}{2}$ ~~2 $\frac{3}{10}$~~ — — — — D ——— 75 — — 1'' = ~~30,0~~ 300 ~~3,26~~ Gr [30 Gr vermutlich richtig]~~

		$\infty = 1$		a	113 $\frac{1}{2}$
4\$	176 $\frac{1}{4}$	Setzt man		n	132 $\frac{1}{2}$
A	140 $\frac{1}{3}$	die Länge des dünnsten = 2,00		m	129 $\frac{1}{2}$
B	151 $\frac{2}{3}$	so wird die des folgenden = 1,85		D	166 $\frac{1}{2}$
C	156 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$	———— = 1,75		C	155
D	166 $\frac{1}{3}$	———— = 1,77		B	148 $\frac{2}{3}$
4	175 $\frac{3}{4}$			A	138 $\frac{2}{3}$
m	129 $\frac{1}{2}$			4\$	177
n	132 $\frac{1}{2}$	∞		∞	+ ~~303 $\frac{1}{3}$~~
a	113			0	303 $\frac{1}{3}$
~~0~~				∞	+3

0	4	A	B	C	D	a	m	n
303 $\frac{1}{3}$	173 $\frac{1}{2}$	136 $\frac{1}{2}$	147	152 $\frac{1}{2}$	163 $\frac{1}{2}$	110 $\frac{1}{4}$	126 $\frac{1}{2}$	129 $\frac{1}{2}$

[Zusammenhänge für mich rechnerisch nicht direkt ersichtlich]

a 6600	136 $\frac{1}{2}$ = 28'', 3	$\left[\begin{array}{l} = 20'' \\ = 4,5 \\ = 9,7 \\ = 22,2 \\ = 1,5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{L} \\ 10,4 \end{array}$	für gleichen Kra verlust
b 22	147 = 24,9		
	152 $\frac{1}{2}$ = 23,3		
	163 $\frac{1}{2}$ = 20,4		
	110 $\frac{1}{4}$ = 37,9		

Leitet man aus den Zahlen L das Gewicht eines Zolles vom Drathe A her
so gibt B 32, C 31, D 27 und a ebenfalls 27.

~~Sind bei D statt 163 $\frac{1}{2}$ nur 162 so kommt statt 20,4 nur 18,7 18,7~~

~~und eben statt 27 22 24,2 es müsste also etwa 165 $\frac{1}{2}$ stehen~~

Eine genauere Wägung gab für einen Zoll der Dräthe A B C D
respektive 3,27 7,05 , 15 , 29,6 was den Fehler nicht verbessert.

~~Der 1 Zoll des Drahtes a wog 2,0~~

Den 22 das eine Ende wurde mit Eis umgeben, das andere hatte eine ~~die~~ Temperatur $7\frac{1}{3}^{\circ}R. \infty + \frac{1}{2}$

0	28	mittlere Werthe
1	26	0 $27\frac{3}{8}$
2	$24\frac{1}{3}$	1 $25\frac{1}{8}$
3	21	2 $23\frac{5}{12}$
4	$16\frac{1}{2}$	3 $20\frac{1}{16}$
5	$11\frac{3}{4}$	4 $15\frac{1}{2}$
6	$7\frac{1}{2}$	5 $10\frac{3}{4}$
7	$4\frac{2}{3}$	6 $6\frac{1}{2}$
6	$7\frac{1}{2}$	7 $3\frac{2}{3}$
5	$11\frac{3}{4}$	
4	$16\frac{1}{2}$	
3	$21\frac{1}{8}$	
2	$24\frac{1}{2}$	
1	$26\frac{1}{4}$	
0	$28\frac{3}{4}$	
∞	+1	

$$27\frac{3}{8} \mid 366$$

$$2448:219 = 11,17 \dots = 11\frac{1}{4}$$

Proportionalwerthe berechnet

0 $27\frac{3}{8}$	
1 25	
2 23	wodurch man erkennt, daß bei einem und demselben Apparate nur a nicht b
3 20	sich ändert. Diesemnach muß die berechnete
4 $15\frac{7}{9}$	Tabelle abgeändert werden.
5 $11\frac{1}{15}$	
6 7	
7 4	$X = \frac{a}{b+x}$

Setzt man den Widerstand der festen Leitung in Längen der beweglichen ausgedrückt r und die Kraft der Kette wenn kein Widerstand der Leitung vorhanden wäre K so erhält man $a = K(b - r)$ also

$$X = \frac{\cancel{K}(b-r)}{b+x} K$$

Der 4 zollige Leiter B kam in die Kette, er gab 156 Thl hierauf wurde er durch eine Weingeistflamme in seiner Mitte bis zum Glühen erhitzt, sogleich fiel die Kraft ohngefähr 20 Thl. Als er mit Eis umgeben wurde kam er auf $160\frac{1}{2}$. Die Temperatur des Zimmers war $8\frac{1}{4}^{\circ}R$. Nachher stand der Zeiger auf $158\frac{1}{4}$ als der Drath wieder die Temperatur des Zimmers gewiß erlangt hatte. Mit Eis umgeben kam er wieder auf $160\frac{1}{2}$. Durch Erhitzung fiel die Kraft um 20 und mehr Theile. Man kann annehmen, daß die Kraft durch das Eis um 2 Theile erhöht worden ist. Der Leiter B gab am Ende der Versuche $159\frac{1}{4}$. Der Leiter 0 gab $309\frac{1}{2}$ und $\infty = +5$

[offensichtlich nachträglich eingeschoben] Den 1 Februar Und der Erfolg war derselbe, ob die Erhitzungsstelle mehr nach dem einen Ende oder ob sie mehr nach dem andern Fixpunkte Ende des Leiters hinrückte so daß also keine Erregung der Kraft durch die Wärme im Spiele war.

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{a-mX}{b+x-nX} \quad | * (b+x-nX) \\
 \Leftrightarrow bX + xX - nX^2 &= a - mX \quad | + mX \\
 \Leftrightarrow bX + xX + mX - nX^2 &= a \\
 \Leftrightarrow (b+x+m)X - nX^2 &= a \quad | :n \\
 \Leftrightarrow \frac{(b+x+m)}{n}X - X^2 &= \frac{a}{n} \\
 \Leftrightarrow \frac{b+x+m}{2n} - X &= \pm \frac{\sqrt{(b+x+m)^2 - 4an}}{2n} \quad \text{Der Leiter B gab } 160\frac{1}{2} \\
 \cancel{X = \frac{b+x+m}{2n} \pm} & \quad [\text{Nenner unkenntlich gemacht, daher für mich nicht lesbar}] \\
 \Leftrightarrow 2nX &= (b+x+m) \pm \sqrt{(b+x+m)^2 - 4an}
 \end{aligned}$$

Eine Übereinstimmung die für die Richtigkeit unserer Formel und die Genauigkeit der Versuche gleich stark spricht.

11,7 Der dünne Multiplikator mit den kleinen Platten in verdünnter Salzsäure ändert seinen Stand in 5 Minuten kaum merklich
 11,4 nach 10 Minuten
 9,7 ——— 15

Konduktor A
 östliche Abweichung 83°
 29,8 Umdrehung
 28,9 ————— nach 1 M
 27 ————— 2M
 26 ————— 5M
 östlich Abw. 82°
 die Nadel war zurückgegangen
 0,65
 Man ließ diesen ebenfalls
 $\frac{1}{2}$ Stunde stehen
 10 Umdr u weniger

B
 östliche Abw $42\frac{1}{2}^\circ$
 8,0 Umdrehung
 7,85 ————— auf 1 M
 7,25 ————— 2 M
 6,8 ————— 5 M
 westliche Abweichung 42
 Stand der Nadel – 0,4
 8,1 Umdrehung
 7,8 —————
 7,6 —————
 7,3
 5,5 nach einer halben Stunde
 also 5,9 mit zurück zum
 Stand Nadel – 0,25
 3 Umdrehungen
 Als wieder frisches Salmiak-
 wasser genommen worden war
 10 Umdrehung
 in kurzer Zeit 8
 nach 1 M 7,7
 — 2 – 7,2
 — 5 6,2

Es ergibt sich hieraus

- 1) daß der dickere Multiplikator wirklich eine
4 mal größere Kraft besitze im Falle des
Maximums
- 2) daß eine besser leitende Flüssigkeit keine größere
Wirkung hervorbringe, wie mit verdünnter Salzsäure
versucht worden ist
- 3) daß aber die Flüssigkeit wenigstens das Salmiakwasser gar bald so abgeändert
wurde, daß sie kein Maximum mehr gibt.

Es ist hieraus die Folgerung zu ziehen, daß bei solchen
Versuchen, welche die Aenderung der erregenden Kraft
durch die Flüssigkeit bezwecken, diese in sehr großen
Massen und in großer Stärke angewendet werden
müsste.

Als der Apparat aus einander genommen war und die Kupferstreifen von dem Wismuth abgesondert wurden zeigte es sich, daß das Ende, welches in der kaltmachenden Mischung gestanden hatte völlig weiß und reinmetallisch geblieben war; daß in dem Kochgefäße gestandenen war aber stark angelaufen, aussen in aaaaa blau, dann kam ein schmaler gefleckter Rand violett in welchen einzelne dunkelgelbe Stellen zu sehen waren, der innerste um die Schraubenlöcher sich in einer beträchtlichen Strecke herumziehender Theil war grau geworden in dem ein undeutliches Gelb sich wahrnehmen ließ Das Kupfer war in einem Raume der ohngefähr dem violett entsprach schmutziggelb geworden.

