

Entwicklung der Rechenflüssigkeit in der 5. Klasse und relevante Einflussfaktoren

Carolin Reinck , Naska Goagosos  und Clemens Hillenbrand 

Institut für Sonder- und Rehabilitationspädagogik, Universität Oldenburg, Deutschland

Zusammenfassung: *Hintergrund:* Rechenflüssigkeit ist die Fähigkeit, in einem umgrenzten Zeitraum möglichst viele richtige Lösungen bei der Berechnung von einfachen Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit einstelligen Zahlen zu erzielen. Eine gute Rechenflüssigkeit geht mit einer reduzierten Belastung des Arbeitsgedächtnisses einher und führt zu besseren Leistungen bei anspruchsvolleren mathematischen Kompetenzen (u. a. Bruchrechnung). Trotz dieser hohen Bedeutung liegen bisher kaum Befunde aus dem deutschsprachigen Raum vor. *Methode:* Die vorliegende Untersuchung erhebt die Rechenflüssigkeit innerhalb der fünften Jahrgangsstufe zu vier Messzeitpunkten. Der Einfluss von Intelligenz, Leseflüssigkeit, Lernverhalten (eingeschätzt durch die Lehrkraft), Geschlecht sowie sozioökonomischer Status wird analysiert. *Ergebnisse und Diskussion:* Die Forschungsergebnisse zeigen, dass sich die Rechenflüssigkeit in der fünften Jahrgangsstufe signifikant steigert. Der größte Teil der Varianz wird einerseits durch die frühere Rechenflüssigkeit erklärt, als auch durch die Leseflüssigkeit als signifikanter Prädiktor. Zukünftige Studien sollten die Bedeutung der Rechenflüssigkeit für weitere mathematische Kompetenzen in der Sekundarstufe sowie den Einfluss von spezifischen Prädiktoren betrachten.

Schlüsselwörter: Rechenflüssigkeit, mathematische Kompetenzen, Sekundarstufe, Intelligenz, Leseflüssigkeit, Lernverhalten, Geschlecht, sozioökonomischer Status

Development of Arithmetic Fluency in Grade 5 and Related Predictors

Summary: *Background:* Arithmetic fluency describes the ability to quickly provide many correct answers in a narrowly defined period of time for simple addition, subtraction, multiplication, and division questions with single-digit numbers. Good arithmetic fluency is associated with a reduced working memory load, and results in better performance in other mathematical domains (including fractions). *Method:* In the present study, the arithmetic fluency of students in fifth grade is assessed at four different time-points. Furthermore, the influence of intelligence, reading fluency, learning behaviours (assessed by teachers), gender and socio-economic status is analysed. *Results and discussion:* The research results show that arithmetic fluency steadily increases in the fifth grade. Although most variance is explained by previous arithmetic fluency, reading fluency were also found to be significant predictors. Future studies should consider the importance of arithmetic fluency for other mathematical skills in secondary school, as well as the influence of specific predictors.

Keywords: arithmetic fluency, mathematical competencies, secondary school, intelligence, reading fluency, learning behavior, gender, socio-economic status

Einleitung

Arithmetische Kompetenzen, d.h. Rechenfertigkeiten mit grundlegenden Operationen in der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, stellen basale mathematische Fähigkeiten für das Lernen komplexerer Konzepte dar (Sokolowski, Hawes & Ansari, 2023). Unzureichende arithmetische Kompetenzen gehen mit erheblichen Folgen einher: einerseits führt dies zu überdauernd niedrigen mathematischen Schulleistungen (Shalev, Manor & Gross-Tsur, 2005) und andererseits sind negative Auswirkungen auf den Beruf sowie auf Einkommen bzw. wirtschaftliches Wohlergehen festzustellen (Organisation für wirtschaftliche Zusammen-

arbeit und Entwicklung [OECD], 2013; Parsons & Byner, 2005).

Die Voraussetzungen, die für einen erfolgreichen arithmetischen Kompetenzerwerb notwendig sind, können anhand verschiedener, wissenschaftlich überprüfter Modelle nachvollzogen werden (z.B. Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen nach Krajewski, Renner, Nieding, Schneider, 2009; Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung nach Fritz, Ricken & Gerlach, 2007; Entwicklung numerischer Kognition nach von Aster, Kaufmann, McCaskey & Kucian, 2021).

Das häufig genutzte Zahl-Größen-Verknüpfungsmodell (Krajewski et al., 2009) differenziert eine erste Ebene der

Basisfertigkeiten, nämlich die Unterscheidung von Mengen und das Benennen von Zahlwörtern und der Zahlenfolge), von der zweiten Ebene, auf der ein einfaches Zahlverständnis (Veränderung von Mengen durch Hinzufügen oder Entfernen und Zerlegen von Mengen in mehrere Teile und Zusammenfassen der Teile zur Ausgangsmenge) erreicht wird (Schneider, Küspert & Krajewski, 2021). Auf der dritten Ebene wird ein tiefes Zahlenverständnis erlangt (Zerlegung von größeren Zahlen in kleinere Zahlen und deren Zusammenführung & Benennung des Mengenunterschieds von zwei Zahlen durch eine konkrete Zahl) (Schneider et al., 2021). Die Kompetenzen der dritten Ebene stellen eine wichtige Voraussetzung für die Entwicklung differenzierter und anspruchsvoller arithmetischer Fähigkeiten dar (Sinner, Ennemoser & Krajewski, 2010).

Für den Aufbau von arithmetischen Kompetenzen ist es zunächst bedeutsam, dass basierend auf dem Mengen-Zahlen-Verständnis ein Operationsverständnis in den einzelnen Grundrechenarten erlangt wird (Biancarosa & Shanley, 2016; Clarke, Nelson & Shanley, 2016; Hasemann & Gasteiger, 2020; Krauthausen, 2018). Von soliden Grundvorstellungen der Operationen ausgehend sind Übungen und Wiederholungen für die Automatisierung von einfachen Aufgaben erforderlich (Hasemann & Gasteiger, 2020; Götze, Selter, Zannetin, 2019; Krauthausen, 2018). In dieser Phase wird folglich die Ausbildung der Rechenflüssigkeit angestrebt. Das Operationsverständnis muss dabei gesichert sein, um eine verfrühte Automatisierung, die zum Auswendiglernen ohne Verständnis führen könnte (Burns, Coddington, Boice & Lukito, 2010; Götze et al., 2019; Krauthausen, 2018), zu vermeiden. Ein gesichertes Operationsverständnis sowie eine gut ausgeprägte Rechenflüssigkeit befähigt die Schüler_innen zu einer Weiterentwicklung der verschiedenen Rechenstrategien sowie zu einer geschickten und flexiblen Strategieauswahl in den entsprechenden Rechenkontexten (Götze et al., 2019; McMullen et al., 2016; Verschaffel, Luwel, Torbeyns & Van Dooren, 2009).

Für die mathematische sowie arithmetische Kompetenzentwicklung ab Jahrgangsstufe 5, die auf den beschriebenen Lernergebnissen aufbauen, liegen bis dato wenige Kenntnisse vor. Für die mathematischen Fähigkeiten in der Sekundarstufe sind sowohl die frühen Mengen-Zahlen-Kompetenzen (im Zahlenraum bis 10, Watts, Duncan, Siegler & Davis-Kean, 2014), als auch die Mengen-Zahlen-Kompetenzen in größeren Zahlenräumen bedeutsam (z. B. im zehnstelligen Zahlenraum, Ennemoser, Krajewski & Schmidt, 2011). Die arithmetischen Basiskompetenzen entwickeln sich in der Sekundarstufe weiter (Ehlert, Fritz, Arndt & Leutner 2013; Gebhardt, Zehner & Hessels, 2014; Huber, Moeller & Nuerk, 2012) und stellen einen Prädiktor für die Mathematiknoten in der 5. und 6. Klasse dar (Blume et al., 2021). Die aktuellen PISA-Ergebnisse (OECD, 2023) untermauern jedoch vorherige Befunde (Ehlert et al., 2013;

Gebhardt et al. 2014) über einen nicht zu unterschätzenden Anteil von Schüler_innen mit Minderleistungen in den arithmetischen Kompetenzen in der Sekundarstufe: 31% der 15-Jährigen können nicht „auf den Grundrechenarten basierende einfache Berechnungen (mit zwei- und dreistelligen ganzen Zahlen“ (OECD, 2023, S. 256) durchführen.

Zur Lösung derartiger elementarer Berechnungen sowie für das mathematische Lernen ab der 5. Jahrgangsstufe spielt die Rechenflüssigkeit eine entscheidende Rolle, die jedoch in der deutschsprachigen Forschung wenig Beachtung findet. Die Fähigkeit des flüssigen Lösens von Mathematikaufgaben, sprich die Rechenflüssigkeit, ist nach internationaler Forschung jedoch entscheidend für den mathematischen Kompetenzaufbau sowohl in der Primar- als auch in der Sekundarstufe: „Computational fluency is a significant factor contributing to overall mathematics achievement and sustaining long-term general mathematical knowledge“ (Stocker et al., 2022, S. 636).

Rechenflüssigkeit

Theoretischer Hintergrund und aktueller Forschungsstand

Rechenflüssigkeit meint die Fähigkeit, in einem eng umgrenzten Zeitraum möglichst viele richtige Lösungen bei der Berechnung von mathematischen Aufgaben zu erzielen (Binder, 2003; Caemmerer, Maddocks, Keith & Reynolds 2018). Im englischsprachigen Raum werden für die Fähigkeit des flüssigen Rechnens Begriffe wie „arithmetic fluency“ (Rinne, Ye & Jordan, 2020, S. 1), „math fact fluency“ (Nelson, Parker & Zaslofsky, 2016, S. 184), „basic fact fluency“ (Coddington, Burns & Lukito, 2011, S. 36) oder „computational fluency“ (Stocker et al., 2022, S. 636) verwendet.

Rechenflüssigkeit gilt als guter Prädiktor für die zukünftigen Mathematikleistungen (Aspiranti, McCallum & Schmitt, 2019; Cheng, Shi, Wang, Miao & Zhou, 2022; Lin & Powell, 2022). Ein schneller Abruf von Faktenwissen aus dem Langzeitgedächtnis reduziert die Belastung des Arbeitsgedächtnisses, sodass Kapazitäten für anspruchsvollere kognitive Prozesse geschaffen werden (Busch, Oranu, Schmidt & Grube, 2013; Ding, Liu, Xu, Wang & Zhang, 2017). Bessere Fähigkeiten in der Rechenflüssigkeit beeinflussen den Lernzuwachs beim Lernen weiterer mathematischer Inhalte positiv, d. h. Lernende mit guter Rechenflüssigkeit erreichen mit einem Training eine größere Leistungssteigerung (Parkhurst et al., 2010; Poncy, Fontenelle & Skinner, 2013). Nelson et al. (2016) sowie Rinne et al. (2020) können eine Steigerung der Rechenflüssigkeit auch für Schüler_innen in der Sekundarstufe belegen. Die Bedeutung der Rechenflüssigkeit ist speziell für den Bereich des Bruchrechnens mehrfach bestätigt (Bailey, Siegler & Geary, 2014; Cirino, Tolar, Fuchs & Huston-Warren,

2016; Hecht, Close & Santisi, 2003; Jordan et al., 2013; Jordan, Resnick, Rodrigues, Hansen & Dyson, 2017) wie auch für das Lösen von Textaufgaben (Kaskens, Goei, van Luit, Verhoeven & Segers, 2022; Lin, 2021). Zusammenfassend kann festgestellt werden: „Children who achieve true combination fluency have, by definition, a richer understanding of numbers and numerical relationships and are thus more likely to reason logically and be better problem solvers – be generally more successful at mathematics.“ (Brownell, Hynes-Berry & Baroody, 2018, S. 158)

Die Erhebung der Rechenflüssigkeit stellt eine spezifische diagnostische Aufgabe dar, wobei der inhaltliche Fokus häufig auf einfachen Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit einstelligen Zahlen liegt (Aspiranti et al., 2019). Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, dass die Rechenflüssigkeit in der Sekundarstufe sehr unterschiedlich ermittelt wird (Tab. 1). Häufig liegt der Fokus auf den Bereichen Addition und Multiplikation (u.a. Bliss et al., 2010; Cirino et al., 2016; Jordan et al., 2017). Seltener werden Subtraktions- oder Divisionsaufgaben integriert (u.a. Calhoun, Emerson, Flores & Houchins, 2007; Martin et al., 2013; Nelson et al., 2016). Es werden überwiegend Operationen mit einstelligen Zahlen verwendet (u.a. Rotem & Henik, 2020; Vanbinst, Ceulemans, Ghesquière & De Smedt, 2015), aber auch Opera-

tionen mit zweistelligen Zahlen (u.a. Axtell, Mc Callum, Mee Bell & Poncy, 2009; Cheng et al., 2022). Eine große Spannweite besteht bei der Anzahl der Aufgaben und der Zeitbegrenzung zur Erhebung der Rechenflüssigkeit (36 Aufgaben innerhalb von 30 Sekunden (Bliss et al., 2010 bis zu 144 Aufgaben innerhalb von 2 Minuten (Axtell et al., 2009). Es fehlt demnach bisher eine einheitliche Diagnostik der Rechenflüssigkeit.

Schüler_innen mit Rechenschwierigkeiten zeigen häufig auch geringere Leistungen im Bereich der Rechenflüssigkeit: Calhoun und Kollegen (2007) stellen fest, dass Schüler_innen mit Mathematikschwierigkeiten am Ende der Sekundarstufe auf dem Niveau von Zweit- bzw. Drittklässlern operieren. Rotem & Henik (2020) können dieses Niveau für die Multiplikationsfähigkeiten für Schüler_innen mit Lernschwierigkeiten in der sechsten bzw. achten Jahrgangsstufe bestätigen. Die meisten Schüler_innen mit Rechenschwierigkeiten zeigen Defizite in der Rechenflüssigkeit (40 %) im Vergleich zu anderen Defizitbereichen (u.a. Zählen, Ouyang, Zhang, Räsänen, Koponen & Lerkkanen, 2023). Zudem zeigen Lernende mit einer geringeren Rechenflüssigkeit höhere Ausprägungen von Mathematikangst (Cates & Rhymer, 2003), geringere Selbstwirksamkeitserwartungen sowie ein geringeres akademisches Selbstverständnis im Bereich Mathematik (Pulkkinen et

Tabelle 1. Erhebungsmerkmale der Rechenflüssigkeit mit Schüler_innen der Klassen 5 – 10

Autoren	Rechenoperationen	Operanden	Anzahl der Aufgaben	Zeit
Calhoun (2007)	+ - × ÷	o.A.	50	o.A.
Axtell, McCallum, Bell & Poncy (2009)	÷	< 100	144	2 min
Bliss, Skinner, McCallum, Saecker, Rowland-Bryant & Brown (2010)	×	< 10	36	30 s
Parkhurst, Skinner, Yaw, Poncy, Adcock & Luna (2010)	×	< 10	12	30 s
Martin, Cirino, Barnes et al. (2013)	+ - ×	o.A.	o.A.	3 min
Vanbinst, Ceulemans, Ghesquière & de Smedt (2015)	+ -	< 10	56	Bearbeitungszeit wurde erhoben
Cirino, Tolar, Fuchs & Huston Warren (2016)	+ ×	< 20 bzw. < 100	99	1 min
Nelson, Parker & Zaslofsky (2016)	+ - × ÷	< 10	60	1 min
Jordan, Resnick, Rodrigues, Hansen & Dyson (2017)	+ ×	< 10	o.A.	1 min
Greene, Tiernan & Holloway (2018)	o.A.	o.A.	80	3 min
Rinne, Ye & Jordan (2020)	+ - ×	< 20	o.A.	1 min
Rotem & Henik (2020)	×	< 10	240	Bearbeitungszeit wurde erhoben
Cheng, Shi, Wang, Miao & Zhou (2022)	- ×	< 20 bzw. < 100	76 – 96	2 min
Musti-Rao & Telesman (2022)	-	< 20	45	2 min

Anmerkungen: + Addition, - Subtraktion, × Multiplikation, ÷ Division, o.A. ohne Angaben.

al., 2022). Die Leistungen im Bereich der Rechenflüssigkeit können somit als ein Indikator für Rechenschwierigkeiten herangezogen werden (Cirino, Fuchs, Elias, Powell & Schumacher, 2015; Geary, 2011; Haberstroh & Schulte-Körne, 2022; Kuhn, Schwenk, Souvignier & Holling, 2019).

Während die internationale Forschung die hohe Bedeutung der Rechenflüssigkeit gerade auch für das Verständnis von Rechenschwierigkeiten herausstellt, finden der Begriff wie auch die Kompetenz der ‚Rechenflüssigkeit‘ im deutschsprachigen Raum weniger Beachtung. Instrumente der Lernverlaufsdiagnostik erheben zwar häufig Kompetenzen in diesem Bereich (Buchwald et al., 2022; Schwenk, Kuhn, Doeblner & Holling, 2017; Voß, 2016), dabei liegt der Fokus auf den ersten Schuljahren. Andere Autoren (Busch et al., 2013; Gaupp, Zoelch & Schumann-Hengsteler, 2004) nehmen den Abruf von arithmetischem Faktenwissen bei Lernenden mit Rechenschwierigkeiten genauer in den Blick. Der Aspekt der Zeitbegrenzung, der für die Rechenflüssigkeit zentral ist, bleibt jedoch bei diesen Studien unberücksichtigt und die Zusammenhänge zu den aufbauenden, anspruchsvolleren Operationen werden nicht untersucht. Zudem beziehen sich diese Studien ausschließlich auf das Grundschulalter, damit erfährt die langfristige Bedeutung der flüssigen Beherrschung basaler mathematische Kompetenzen jedoch keine ausreichende Berücksichtigung.

Relevante Einflussfaktoren der Rechenflüssigkeit

Mit der theoretischen Einordnung der Rechenflüssigkeit wird die Annahme vertreten, dass der mathematische Kompetenzaufbau hierarchisch verläuft, d.h. elementare mathematische Fähigkeiten als wichtige Grundlage für den Erwerb und die Beherrschung komplexerer mathematischer Fähigkeiten gelten (Cirino et al., 2016; Träff, Olsson, Östergren & Skagerlund, 2020). Darüber hinaus wird der Annahme gefolgt, dass nicht nur domänen-spezifi-

sche Fähigkeiten, sondern auch unspezifische, domänenübergreifende Faktoren die mathematische Kompetenzentwicklung beeinflussen (Cirino et al., 2016; Namkung & Fuchs, 2016; Träff et al., 2020) (Abb. 1). Nachfolgend werden Prädiktoren dargestellt, deren Einfluss in Bezug auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Allgemeinen oder spezifisch für die Fähigkeit der Rechenflüssigkeit bestätigt werden konnten. Sollten keine Ergebnisse spezifisch für die Sekundarstufe vorliegen, so wird auf Ergebnisse für die Primarstufe zurückgegriffen.

Intelligenz

Der Einfluss der Intelligenz wird häufig in Bezug auf mathematische Basiskompetenzen oder allgemeine Rechenfähigkeiten (ohne Zeitbegrenzung) untersucht (Zaboski, Kranzler & Gage, 2018; Peng, Wang, Wang & Lin, 2019). Die Metaanalyse von Zaboski et al. (2018) verdeutlicht einen positiven Zusammenhang zwischen der Intelligenz und den mathematischen Basiskompetenzen im Kindes- und Jugendalter. In längsschnittlichen Studien wird erkennbar, dass die Intelligenz ein Prädiktor für die aktuelle Mathematikleistung ist, jedoch nicht für die Leistungsentwicklung über die Schuljahre hinweg (Murayama, Pekrun, Lichtenfeld & Vom Hofe, 2013). Spezifisch für den Einfluss der Intelligenz auf die Rechenflüssigkeit liegen kaum Forschungsbefunde vor (Caemmerer et al., 2018). Die Fähigkeit des flüssigen Rechnens wird sowohl durch die allgemeine Intelligenz g als auch durch weitere kognitive Fähigkeiten (insbesondere Verarbeitungsgeschwindigkeit, aber auch Kurzzeitgedächtnis) beeinflusst (Caemmerer et al., 2018; Niileksela, Reynolds, Keith & McGrew, 2016; Pina, Fuentes, Castillo & Diamantopoulou, 2014).

Leseflüssigkeit

Die Assoziation zwischen den Lese- und Mathematikkompetenzen sowie die Überschneidung der Prädiktoren ist

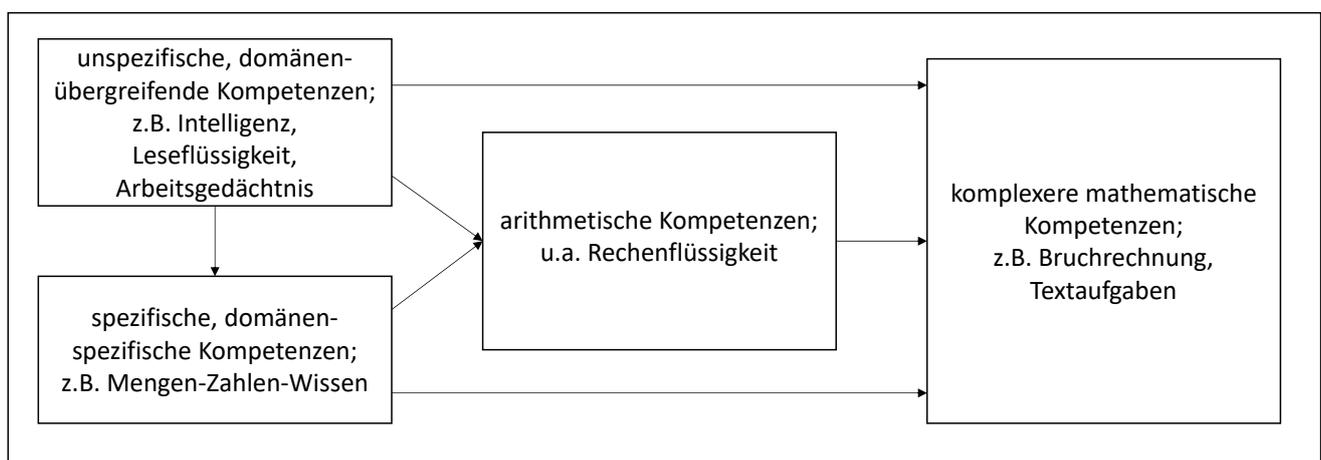


Abbildung 1. Arbeitsmodell zum Zusammenhang von Rechenflüssigkeit und weiteren mathematischen und unspezifischen Kompetenzen.

gut dokumentiert (Lin & Powell, 2022; Peng et al., 2020; Singer & Strasser, 2017). Der Zusammenhang spezifisch zwischen der Lese- und der Rechenflüssigkeit wird überwiegend in den ersten Schuljahren untersucht (Balhinez & Shaul, 2019; Georgiou, Inoue & Parrila, 2021; Koponen et al., 2018). Insbesondere in der zweiten bis zur vierten Klasse zeigt sich ein stabiler Zusammenhang zwischen der Rechen- und Leseflüssigkeit (Koponen et al., 2018). Rinne et al. (2020) zeigen, dass die Leseflüssigkeit spezifisch das flüssige Lösen von Multiplikationsaufgaben beeinflusst, jedoch weniger von Additions- und Subtraktionsaufgaben.

Lernverhalten

Zusätzlich zu den kognitiven Fähigkeiten ist auch das Lernverhalten von Schüler_innen für die mathematische Leistung und Kompetenzentwicklung relevant. Petermann & Petermann (2013) konkretisieren Lernverhalten anhand der folgenden Kompetenzen: Ausdauer, Lern- und Leistungsbereitschaft, Konzentration sowie Selbstständigkeit beim Lernen. Die Ergebnisse von Geary, Hoard, Nugent, Ünal, & Scofield (2020) verdeutlichen eine hohe Effektstärke des aufmerksamen Verhaltens (eingeschätzt durch die Lehrkraft) für die Mathematikleistungen in der Sekundarstufe. Andere Autoren können lediglich einen geringen prädiktiven Zusammenhang zwischen dem Lernverhalten und den Mathematiknoten von Schüler_innen der Grund- und Sekundarstufe belegen (Lohbeck, Petermann & Petermann, 2014; Lohbeck, Petermann & Petermann, 2015; Weber, Rücker, Büttner, Petermann & Daseking, 2015). Für die Rechenflüssigkeit wird hingegen deutlich, dass das aufmerksame Verhalten (eingeschätzt durch die Lehrkraft) diese Leistung beeinflusst (Martin et al., 2013; Orbach & Fritz, 2022; Rinne et al., 2020).

Zielsetzung der vorliegenden Studie

Obwohl einzelne Studien zeigen, dass sich die arithmetischen Kompetenzen in der Sekundarstufe weiterentwickeln (z. B. Ennemoser et al., 2011; Huber et al., 2012) und die Rechenflüssigkeit in der Sekundarstufe von Bedeutung bleibt (Nelson et al., 2016), liegen nur wenige Studien vor, die diese Entwicklung innerhalb einer Jahrgangsstufe untersuchen. Die 5. Klasse stellt (in den meisten Bundesländern) den Beginn der Sekundarstufe im deutschen Bildungssystem dar, erfordert einen Anpassungsprozess auf Seiten der Lernenden und bringt eine Veränderung in den Leistungsanforderungen mit sich (Schulz & Wartha, 2021; Zöllner, Treutlein, Roos & Schöler, 2013). Ziel der aktuellen Studie ist die Betrachtung der Entwicklung der Rechenflüssigkeit von Schüler_innen im Verlauf der 5. Jahrgangsstufe (Fragestellung I). Analog zur Studie von Huber et al. (2012), die eine Steigerung im Bereich Addition, Subtrak-

tion, Multiplikation, und Division von der 5. bis zur 6. Klasse belegt, geht die vorliegende Untersuchung davon aus, dass sich die Rechenflüssigkeit in den einzelnen Grundrechenarten innerhalb der 5. Klasse steigert.

Basierend auf den genannten Forschungsergebnissen wird deutlich, dass mehrere Faktoren als Prädiktoren der mathematischen Kompetenzen sowie der Rechenflüssigkeit geeignet sind. Obwohl die Überprüfung einzelner Faktoren wertvoll für den generellen Erkenntnisgewinn ist, besteht auch die Notwendigkeit, mehrere Faktoren gleichzeitig zu untersuchen, um die Wichtigkeit der Faktoren einstufen zu können (Geary et al., 2020; Murayama et al., 2013). Speziell im deutschsprachigen Raum finden sich wenige Studien, die diese Prädiktoren simultan zum Anfang der Sekundarstufe I untersuchen. Bisherige Ergebnisse stammen aus Querschnitts- oder Längsschnittstudien, in denen die Veränderungen zwischen den Klassenstufen im Fokus sind (Huber et al., 2012). Mit dem zweiten Ziel der aktuellen Studie wird untersucht, inwiefern Intelligenz, Leseflüssigkeit, und Lernverhalten, wichtige Prädiktoren für die Rechenflüssigkeit im Verlauf der 5. Klasse sind (Fragestellung II). Auf Grundlage der Ergebnisse vorheriger Studien, die einzeln und in Kombination Intelligenz, Leseflüssigkeit, und Lernverhalten als Prädiktoren für mathematische Kompetenzen untersucht haben (z. B. Lohbeck et al., 2015; Peng et al., 2019; Peng et al., 2020), wird angenommen, dass alle drei Faktoren signifikante direkte Effekte auf die Rechenflüssigkeit in der 5. Klasse haben werden, wenn auch in unterschiedlicher Stärke (siehe Abb. E1 im elektronischen Supplement ESM1).

Methode

Design und Durchführung

Die Daten wurden im Rahmen eines größeren Projekts zur Untersuchung der Entwicklung von mathematischen Basiskompetenzen in der 5. Klasse und Evaluation eines Trainingsprogramms im Schuljahr 2014/2015 erhoben (Käter, 2017; Pitters, 2018). Die Untersuchung stellt eine Längsschnitterhebung mit vier Erhebungszeitpunkten dar: (T1) Schuljahresbeginn, d.h. September, (T2) vier Wochen danach, d.h. Oktober, (T3) Schulhalbjahr, d.h. Januar, und (T4) Schuljahresende, d.h. Juli. Die hier berichteten Daten stammen von 376 Schüler_innen der Längsschnittstudie, die keine Intervention erhalten haben. Mit Genehmigung der Landesschulbehörde wurden in einer norddeutschen Stadt alle Oberschulen (ohne gymnasiale Oberstufe) und Integrierte Gesamtschulen angeschrieben. Bei vorhandenem Einverständnis der Eltern (bzw. Erziehungsberechtigten) sowie der Schüler_innen erfolgte die Datenerhebung

durch die Unterstützung von Studierenden der Universität, die vorab eine Schulung zu den Erhebungsinstrumenten und der standardisierten Durchführung erhalten hatten.

Stichprobe

Von den 376 teilnehmenden Schüler_innen hatten 31 (8.2%) einen sonderpädagogischen Förderbedarf. Da diese Schüler_innen einen abweichenden, sehr individuellen Entwicklungsverlauf haben, werden diese Daten von den weiteren Analysen ausgeschlossen. Für die Untersuchung der aktuellen Fragestellung wurden die Daten von 185 Jungen und 160 Mädchen in der 5. Klasse verwendet (N = 345). Die Mehrheit der Schüler_innen besucht eine Integrierte Gesamtschule (n = 265; 76.8%) und ca. ein Viertel besucht eine Oberschule (n = 80; 23.2%). Als Geburtsland geben 86.1% (n = 297) der Schüler_innen Deutschland an und 2.9% (n = 10) ein anderes Land (n = 38 fehlende Angaben; 11.0%). Die Sprache, die zuhause gesprochen wird, ist bei 75.7% (n = 261) der Teilnehmenden Deutsch und bei 24.3% (n = 84) eine andere Sprache.

Erhebungsinstrumente

Zur Erfassung der *Rechenflüssigkeit* wurde der Heidelberger Rechentest 1–4 (HRT 1–4; Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) zu den vier Erhebungszeitpunkten eingesetzt (T1–T4). Der HRT 1–4 ist ein standardisiertes Messinstrument, welches unabhängig von Lehrplänen die mathematischen Kompetenzen von Schüler_innen in der 1. bis 4. Klasse erfasst. Um sicherzustellen, dass die Aufgaben in den ersten Erhebungen der 5. Klasse nicht zu schwierig sind und die unterschiedlichen Leistungsniveaus abgebildet werden können, wird der HRT 1–4 ausgewählt. Orbach und Fritz (2022) verdeutlichen, dass der HRT erfolgreich in der vierten und fünften Jahrgangsstufe eingesetzt werden kann und die arithmetischen Fähigkeiten ohne Boden- und Deckeneffekte ermittelt werden können. Für diese Studie werden die Untertests zur Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division ausgewählt sowie ein Gesamtrahwert ermittelt. Jeder Untertest enthält 40 Aufgaben, die innerhalb von zwei Minuten möglichst korrekt bearbeitet werden sollen. Die Testwiederholung ermöglicht einen direkten Vergleich über die Erhebungszeitpunkte hinweg. Die Retest-Reliabilität nach 1–2 Wochen gilt als ausreichend bis gut (Haffner et al., 2005). Für die Auswertung wird die Anzahl der richtig berechneten Items berücksichtigt.

Zur Erfassung der *Intelligenz* wird der Grundintelligenztest Skala 2 (CFT 20-R; Weiß, 2006) zu T1 eingesetzt. Der CFT 20-R ist ein standardisiertes Messinstrument, das die fluide Intelligenz durch sprachfreie und visuelle Test-

aufgaben von Kindern und Jugendlichen ab einem Alter von 8;5 erfasst. Es wird basierend auf Teil 1 (4 Subtests mit insgesamt 56 Items) und unter Berücksichtigung des Alters ein IQ-Wert ermittelt.

Das Salzburger Lese-Screening 1–4 (SLS 1–4; Mayringer & Wimmer, 2008) wird zu T1 und T4 eingesetzt, um die *Leseflüssigkeit* der Schüler_innen zu erfassen. Innerhalb von drei Minuten sollen möglichst viele der 70 Sätze gelesen werden (Lesegeschwindigkeit) und die Richtigkeit der Aussagen bewertet werden (Lesegenauigkeit). Die ermittelten Rohwerte (Anzahl der bearbeiteten Sätze minus Anzahl der falsch beurteilten sowie ausgelassenen Sätze) werden unter Berücksichtigung des Alters in einen Lesequotient (LQ) übersetzt. Parallel zum HRT 1–4 wird der SLS 1–4 ausgewählt, um sicherzustellen, dass die Anforderungen zu Beginn der Sekundarstufe nicht zu hoch sind.

Zur Ermittlung des *Lernverhaltens* wird die Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (LSL; Petermann & Petermann, 2013) zu T2, T3 und T4 eingesetzt. Das beobachtbare Verhalten der Schüler_innen im Mathematikunterricht wird hierbei durch die Mathematiklehrkraft beurteilt. Da die Lehrkräfte auf das Verhalten in den letzten vier Wochen Bezug nehmen sollen, kann zu Beginn der 5. Klasse (T1) noch keine Lehrereinschätzung erfolgen. Ein Gesamtrahwert für das schulbezogene Lernverhalten wird aus den Subskalen Anstrengungsbereitschaft und Ausdauer, Konzentration, Selbstständigkeit beim Lernen und Sorgfalt beim Lernen (jeweils 5 Items) berechnet.

Die Schüler_innen wurden gebeten einen Fragebogen zu ihrem *sozioökonomischen Status* zu T4 auszufüllen, der sich an dem „Schülerfragebogen (...)“ zum familiären Hintergrund, zu soziodemographischen Merkmalen (Alter, Geschlecht) und zu Freizeitaktivitäten“ (Tarelli, Wendt, Bos & Zylowski, 2012, S. 50) aus der IGLU-Studie von 2011 orientiert (Wendt, Bos, Tarelli, Vasova & Walzebug, 2016). Basierend auf der Konzeptualisierung der sozialen Herkunft von Bourdieu (1983) wurden Fragen zu den Bereichen kulturelles Kapital (1 Item, Anzahl der Bücher zu Hause, max. 2 Risikopunkte), soziales Kapital (3 Items, z.B. Anzahl Geschwistern, max. 4 Risikopunkte) sowie zum sozioökonomischen Status (2, Items z.B. Vereinszugehörigkeit, max. 2 Risikopunkte) einbezogen (Pitters, 2018). Dieser Fragebogen wurde im Vorhinein mit einer 5. Klasse pilotiert, sodass die Verständlichkeit der Fragen gesichert werden konnte. Die ermittelten Risikopunkte werden über die Bereiche hinweg summiert.

Datenauswertungsstrategie

Die Analysen wurden in SPSS 27 und Amos 27 durchgeführt. Für die Berechnungen wurden die Rohwerte des HRT 1–4 und der LSL als Variablen eingesetzt, sowie die

LQ- und IQ-Werte. Fehlende Werte in den Schüler_innen-daten entstanden z.B. durch Krankheit, Umzug oder Nicht-Teilnahme an den jeweiligen Zeitpunkten ((T1) $n_{\text{fehlend}} = 11$, (T2) $n_{\text{fehlend}} = 14$, (T3) $n_{\text{fehlend}} = 32$, (T4) $n_{\text{fehlend}} = 40$). Des Weiteren gab es fehlende Angaben bei den Lehrereinschätzungen des Lernverhalten ((T2) $n_{\text{fehlend}} = 187$, (T3) $n_{\text{fehlend}} = 105$, (T4) $n_{\text{fehlend}} = 39$). In SPSS wurde eine multiple Imputation dieser Variablen auf Skalenebene durchgeführt. Eine Untersuchung der Histogramme und Normal-Q-Q-Plots zeigt eine (annähernde) Normalverteilung der Rechenleistung zu den vier Erhebungszeitpunkten. Eingangs werden die deskriptiven Werte berechnet sowie einseitige Korrelationen zwischen den Variablen. Es wird keine Multikollinearität angenommen, da die Korrelationen zwischen den unabhängigen Variablen kleiner als .80 sind. Danach wird eine ANOVA mit wiederholten Messungen (mit einer Greenhouse-Geisser-Korrektur und Post-Hoc-Analyse mit einer Bonferroni-Anpassung) zum Analysieren der Veränderungen der Variablen über die Erhebungszeitpunkte durchgeführt. Zudem folgt eine MANOVA zur Analyse der Subtest-Veränderungen und der Geschlechtsunterschiede bzgl. der Rechenflüssigkeit. Zum Überprüfen des Einflusses der Prädiktorvariablen wird ein Pfadmodell mit Einbezug der hypothetischen Auswirkungen erstellt (siehe ESM1). Das Modell beinhaltet direkte Pfade zwischen den Prädiktoren und der Rechenflüssigkeit von T1 bis T4 sowie direkte Pfade zwischen den Prädiktoren, die mehrfach erhoben wurden. Theoriegeleitete Kovarianzen zwischen Prädiktoren, die zum gleichen Zeitpunkt erhoben wurden, werden ebenfalls eingesetzt (u. a. zwischen Intelligenz und Leseflüssigkeit zu T1, sowie zwischen Leseflüssigkeit und Lernverhalten zu T4). Kovarianzen der Fehlerterme der Rechenleistung und des Lernverhaltens sind ebenfalls inbegriffen. Geschlecht und sozioökonomischer Status wurden zu T4 erfasst und werden als Kovariaten im Modell integriert.

Fehlende Daten werden für die Pfadanalyse mit einer direkten Maximum Likelihood – Schätzung eingesetzt (Full Information Maximum Likelihood Methode). Bezüglich der Güte des Modells gilt ein TLI-Wert größer als .90 als akzeptabel. Ein CFI-Wert nahe oder höher als .95 kennzeichnet ein gutes Modell (Hu & Bentler, 1995). Ein RMSEA-Wert kleiner als .05 weist auf eine gute Modellangepas-

sung hin, während Werte im Bereich von .05 bis .08 noch eine adäquate Anpassung angeben (Browne & Cudek, 1993); ein Wert im Bereich von .08 bis .10 weist auf eine mittelmäßige Passform hin (MacCallum, Browne & Sugawara, 1996). Des Weiteren ist eine gute Modellanpassung gegeben, wenn der χ^2/df ratio kleiner als .3 ist (Kline, 1998).

Ergebnisse

Deskriptive Analysen und Korrelationen

Anhand der Mittelwerte ist eine Zunahme in der Rechenflüssigkeit bei vergleichbarer Standardabweichung vom ersten bis zum vierten Messzeitpunkt sichtbar (Tab. 2). Mit Blick auf die Interkorrelationen der Variablen (Tab. 3) wird deutlich, dass es zwischen der Rechenflüssigkeit zu allen Erhebungszeitpunkten signifikante positive Korrelationen mit dem IQ und dem LQ-T1 sowie LQ-T4 gibt. Keine Korrelation besteht zwischen der Rechenflüssigkeit und dem Lernverhalten zu T2, jedoch zeigen sich positive Korrelationen zwischen der Rechenflüssigkeit und dem Lernverhalten zu den Erhebungszeitpunkten T3 und T4. Der sozioökonomische Status steht in einem signifikant positiven Zusammenhang mit der Rechenflüssigkeit. Der Vergleich der Rechenleistungen zwischen den Schülerinnen mit den Schülern lässt keinen statistisch signifikanten Unterschied erkennen ($F(4, 340) = 2.57, p = .05$; Wilk's $\Lambda = .97, \eta_p^2 = .03$).

Analyse der Veränderungen zwischen den Zeitpunkten

In der ANOVA mit wiederholten Messungen wird deutlich, dass sich die durchschnittliche Rechenflüssigkeit zwischen den Erhebungszeitpunkten statistisch signifikant unterscheidet ($F(2.59, 891.68) = 48.93, p < .01, \eta_p^2 = 0.12$). Die Post-Hoc-Analyse verdeutlicht, dass die Rechenleistung über die vier Messzeitpunkte innerhalb des Schuljahres ansteigt: von T1 zu T2 ($M_{\text{diff}} = 3.20$; 95%-KI [1.85, 4.54], $p < .01$), von T2 zu T3 ($M_{\text{diff}} = 1.49$; 95%-KI [0.02, 3.00], $p <$

Tabelle 2. Mittelwerte und Standardabweichungen der Variablen pro Erhebungszeitpunkt

	T1	T2	T3	T4
Rechenflüssigkeit	92.37 (20.76)	95.57 (20.72)	97.06 (20.25)	100.12 (20.43)
Intelligenz	97.49 (14.51)	–	–	–
Leseflüssigkeit	87.1 (17.82)	–	–	95.26 (20.74)
Lernverhalten	–	67.91 (21.45)	69.13 (19.11)	70.92 (18.36)

Tabelle 3. Interkorrelationen der Variablen

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
1. Rechenflüssigkeit T1	–	.92**	.85**	.82**	.17**	.37**	.22**	.07	.09	.09	.19**
2. Rechenflüssigkeit T2		–	.89**	.84**	.22**	.36**	.27**	.09	.08	.11**	.19**
3. Rechenflüssigkeit T3			–	.86**	.19**	.33**	.21**	.11	.15*	.14**	.22**
4. Rechenflüssigkeit T4				–	.24**	.38**	.21**	.04	.11	.12*	.15**
5. Intelligenz T1					–	.31**	.17**	.26**	.13*	.22**	.22**
6. Leseflüssigkeit T1						–	.54**	.28**	.13*	.23**	.17**
7. Leseflüssigkeit T4							–	.14	.01	.32**	.16**
8. Lernverhalten T2								–	.76**	.67**	.12
9. Lernverhalten T3									–	.55**	.14**
10. Lernverhalten T4										–	.19**
11. SES											–

Anmerkungen: * $p < .05$, ** $p < .01$.

Tabelle 4. Mittelwerte (SD) und paarweise Vergleiche der Subtests pro Erhebungszeitpunkt

Subtest	T1	T2	T3	T4	
Addition	27.11 (4.61) ^a	27.59 (4.75) ^a	27.73 (4.80) ^c	28.89 (4.73) ^c	$F(2.90, 999.22) = 37.27, p < .01, \eta_p^2 = 0.10$
Subtraktion	25.38 (5.71) ^a	26.00 (5.72) ^a	26.49 (5.72) ^c	27.17 (5.61) ^c	$F(2.72, 935.53) = 27.68, p < .01, \eta_p^2 = 0.07$
Multiplikation	20.80 (5.69) ^a	21.74 (5.78) ^a	21.70 (5.58)	22.43 (6.08)	$F(2.55, 876.58) = 15.28, p < .01, \eta_p^2 = 0.04$
Division	19.01 (7.56) ^a	20.31 (7.48) ^{ab}	21.32 (7.23) ^b	21.85 (7.37)	$F(2.48, 978.45) = 38.96, p < .01, \eta_p^2 = 0.10$

Anmerkungen: Maximaler Gesamtpunktwert je Subtest ist 40. Mittelwertdifferenz $p < .05$ für ^a T1 → T2, ^b T2 → T3, und ^c T3 → T4.

.01), und von T3 zu T4 ($M_{diff} = 3.05$; 95 %-KI [1.26, 4.84], $p < .01$). Die detailliertere Analyse der einzelnen Untertests des HRT 1–4 lässt ebenfalls einen statistisch signifikanten Unterschied ($F(12, 2722.77) = 17.38, p < .01$; Wilk's $\Lambda = .82, \eta_p^2 = .06$) erkennen, d.h. der Trend der Steigerung spiegelt sich auch in den einzelnen Rechenoperationen wider (Tab. 4).

Pfadmodell

In Tabelle 5 sind die Pfadkoeffizienten des Pfadmodells angegeben. Der Fit der Daten zu dem spezifizierten Modell ist akzeptabel bis gut ($\chi^2/df = 2.052, p < .001, CFI = .988, TLI = .974, RMSEA = .055$). Der größte Teil der Varianz wird jeweils durch die frühere Rechenflüssigkeit erklärt. Es besteht kein signifikanter, direkter Effekt von der Intelligenz auf die Rechenflüssigkeit zu den vier Messzeitpunkten. Ein signifikanter, direkter Effekt von der Leseflüssigkeit-T1 ergibt sich für die Rechenflüssigkeit-T1, -T3 und -T4, jedoch nicht zu -T2. Das Lernverhalten hat lediglich zum dritten Messzeitpunkt einen Effekt auf die Rechenflüssigkeit. Das

Geschlecht der Lernenden und der sozioökonomische Status haben keinen direkten Effekt auf die Rechenleistung-T4. Insgesamt werden 14 %, 85 %, 79 %, und 77 % der Varianz der Rechenflüssigkeit von T1 zu T4 im Modell erklärt.

Diskussion

Entwicklung der Rechenflüssigkeit in der 5. Jahrgangsstufe

Das erste Ziel der vorliegenden Studie ist es, die Veränderungen der Rechenflüssigkeit innerhalb der 5. Klasse zu untersuchen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Rechenflüssigkeit innerhalb des Schuljahres zunimmt bzw. dass sich die Leistungen zu jedem Erhebungszeitpunkt signifikant verbessert. Dieses ist konform mit den Erwartungen und Studien, die die Weiterentwicklung der mathematischen Kompetenzen aus der Grundschule in der Sekundarstufe untersuchen (Ehlert et al., 2013; Ennemoser et al., 2011;

Tabelle 5. Pfadmodell mit Koeffizienten und Varianzaufklärung.

	B/SE	β	R ²
Rechenflüssigkeit T1			.14
Leseflüssigkeit T1	.42**/.07	.34	
Intelligenz T1	.11/.08	.07	
Rechenflüssigkeit T2			.85
Leseflüssigkeit T1	.00/.03	.00	
Intelligenz T1	.05/.03	.03	
Lernverhalten T2	.02/.03	.01	
Rechenflüssigkeit T1	.92**/.02	.92	
Rechenflüssigkeit T3			.79
Leseflüssigkeit T1	.08*/.04	.06	
Intelligenz T1	.04/.04	.02	
Lernverhalten T2	-.13*/.06	-.06	
Lernverhalten T3	.20**/.05	.12	
Rechenflüssigkeit T2	.69**/.06	.72	
Rechenflüssigkeit T4			.77
Leseflüssigkeit T1	.11*/.05	.08	
Leseflüssigkeit T4	-.01/.04	.00	
Intelligenz T1	.09/.01	.02	
Lernverhalten T2	-.08/.07	-.13	
Lernverhalten T3	.06/.06	.12	
Lernverhalten T4	.06/.05	.04	
Rechenflüssigkeit T3	.73**/.06	.73	
SES	-3.72/2.45	-.04	
Geschlecht	-.92/1.16	-.02	

Anmerkungen: * $p < .05$, ** $p < .01$.

Huber et al., 2012) und dies auch für die Rechenflüssigkeit bestätigen (Nelson et al., 2016; Rinne et al., 2020). Die Betrachtung der einzelnen Rechenoperationen zeigt einige Ähnlichkeiten, aber auch Unterschiede. Nennenswert ist hierbei, dass sich die Leistungen in allen Subtests innerhalb der ersten vier Wochen des Schuljahres signifikant verbessern. Der Mathematikunterricht zu Beginn der Sekundarstufe leistet somit einen wichtigen Beitrag zur Weiterentwicklung der Rechenflüssigkeit, die für den weiteren mathematischen Kompetenzaufbau in der Sekundarstufe von Bedeutung ist (Hecht et al., 2003; Jordan et al., 2013; Lin & Powell, 2022; Parkhurst et al., 2010)

Bei genauerer Betrachtung der einzelnen Rechenoperationen wird deutlich, dass sich die Leistungen bei der Multiplikation lediglich zwischen den ersten beiden Zeitpunkten signifikant verändern. Hingegen sind bei den anderen

Operationen zwischen mehreren Zeitpunkten signifikante Veränderungen erkennbar. Die Kompetenzen in den einzelnen Rechenarten entwickeln sich folglich unabhängig voneinander weiter.

Prädiktoren der Rechenflüssigkeit in der 5. Klasse

Verschiedene kognitive und affektive Faktoren beeinflussen die mathematischen Kompetenzen im Allgemeinen als auch speziell die Rechenflüssigkeit. Mit der zweiten Fragestellung sollte untersucht werden, welche der als relevant ermittelten Prädiktoren auch in der 5. Klasse mit der Rechenflüssigkeit zusammenhängen.

Intelligenz

In der aktuellen Studie zeigt sich kein Effekt der Intelligenz auf die Rechenflüssigkeit zu den vier Messzeitpunkten. Die Ergebnisse entsprechen denen der Studie von Pina et al. (2014), in der der Einfluss des Arbeitsgedächtnisses, der Intelligenz, der sprachlichen Fähigkeiten und des sozioökonomischen Status auf die Entwicklung von Mathematikkompetenzen von der 4. bis zur 6. Klasse untersucht werden. Deren Analyse zeigte ebenfalls, dass die Intelligenz zwar ein starker positiver Prädiktor für bestimmte mathematische Kompetenzen, wie u. a. das Fortsetzen von Zahlenfolgen oder Textaufgaben, ist, aber keine weitere Vorhersage für die Rechenflüssigkeit hat (ebd.). Auch die Metaanalyse von Peng et al. (2019) bestätigt einen signifikant höheren Einfluss der Intelligenz für Textaufgaben als für die Rechenflüssigkeit. Für die Rechenflüssigkeit scheint besonders die Verarbeitungsgeschwindigkeit von Bedeutung zu sein (Caemmerer et al., 2018).

Leseflüssigkeit

Die Leseflüssigkeit der Schüler_innen zeigt den größten direkten Zusammenhang mit der Rechenflüssigkeit zu Beginn des 5. Schuljahres. Dies stimmt mit bisherigen Befunden auf der Basis von Korrelationen überein (Singer & Strasser, 2017; Peng et al. 2020). Die Leseflüssigkeit bleibt ein Prädiktor für die Rechenflüssigkeit in der 5. Jahrgangsstufe, sowohl zum Schulhalbjahr als auch zum Ende des Schuljahres. Somit bleibt der Zusammenhang zwischen der Rechenflüssigkeit und der Leseflüssigkeit stabil (Koponen et al. 2018).

Lernverhalten

Das durch die Lehrkraft eingeschätzte Lernverhalten stellt lediglich ein Prädiktor für die Rechenflüssigkeit zum Schulhalbjahr dar. Im Modell wurden die direkten Effekte untersucht. Jedoch könnte eine Untersuchung des Zusammenspiels der Prädiktorvariablen sich als vorteilhaft erweisen,

da frühere Studien ergeben haben, dass das Lernverhalten ein Mediator zwischen dem IQ und akademischen Leistungen sein kann (Weber et al., 2015), und dass Lernverhalten einen additiven Effekt auf IQ haben kann (Geary et al., 2020). Es wäre zudem möglich, dass nur spezifische Aspekte des Lernverhaltens eine Rolle für die Rechenflüssigkeit spielen (z. B. Konzentration, Orbach & Fritz, 2022). Studien, in denen die einzelnen Komponenten bzw. Subskalen betrachtet wurden, zeigten unterschiedliche starke Zusammenhänge (Lohbeck et al., 2014). Zukünftige Studien sollten die verschiedenen Aspekte des Lernverhaltens differenzierter betrachten.

Geschlecht und sozioökonomischer Status

Sowohl das Geschlecht als auch der sozioökonomische Status ergaben keinen signifikanten direkten Effekt auf die Rechenflüssigkeit am Ende der 5. Klasse, was auch mit vorherigen Studien übereinstimmt (Rinne et al., 2020).

Limitationen

Die Stichprobe der aktuellen Studie ist nicht repräsentativ, da es sich um Schüler_innen aus nur vier Schulen handelt, die freiwillig teilgenommen haben. Des Weiteren handelt es sich um eine nicht sehr große Stichprobe und ein Modell mit mehreren Prädiktoren. Eine Erweiterung des Modells, d. h. eine Differenzierung der verschiedenen Rechenarten und der Aspekte des Lernverhaltens ist daher nicht möglich. In der vorliegenden Untersuchung wurden ausschließlich unspezifische Prädiktoren erhoben, da die Daten im Rahmen eines größeren Projektes erhoben wurden und dabei lediglich der Einfluss unspezifischer Faktoren im Vordergrund stand. Zukünftige Untersuchungen der Rechenflüssigkeit in der Sekundarstufe sollten sowohl das Arbeitsgedächtnis (Pina et al., 2014) als auch spezifische Einflussfaktoren (Ennemoser et al., 2011) berücksichtigen. Die Rechenflüssigkeit wurde mittels des HRT 1–4 erhoben, da bis dato kein vergleichbares standardisiertes Instrument für die Sekundarstufe vorhanden war. In der aktuellen Studie werden nur direkte Effekte untersucht, dennoch zeigen sich in der Literatur auch Interaktionseffekte und wechselseitige Zusammenhänge zwischen den Variablen. Obwohl die Varianzaufklärung der Rechenflüssigkeit sehr gut war, erfolgt dies hauptsächlich durch die vorherigen Rechenleistungen.

Implikationen und Fazit

Mit der vorliegenden Studie kann gezeigt werden, dass sich eine Steigerung der Rechenflüssigkeit auch zu Beginn der Sekundarstufe vollzieht. Schwache Leistungen in diesem Bereich können somit auch in der Sekundarstufe noch ge-

fördert und schließlich gesteigert werden. Mit Blick auf die Bedeutung der Rechenflüssigkeit für weitere mathematische Kompetenzbereiche (u. a. Bruchrechnung) sollten diese arithmetischen Fähigkeiten anhand von effektiven Methoden wie „taped problems intervention“ (Aspiranti et al., 2019, S. 412) oder „cover, copy and compare“ (Coddington et al., 2011, S. 39) gefördert werden. Ziel dieser Intervention ist sowohl die Verbesserung der Geschwindigkeit als auch der Genauigkeit, indem wiederholte Übungen mit denselben mathematischen Aufgaben erfolgen (Clarke et al., 2016).

Eine der interessantesten Erkenntnisse dieser Studie ist der wichtige Einfluss der Leseflüssigkeit auf die Rechenflüssigkeit in der Jahrgangsstufe 5. Die Lesefähigkeiten sind somit nicht nur bei dem Erschließen von Textaufgaben, sondern auch beim flüssigen Lösen von Rechenaufgaben von Bedeutung. Bei Schüler_innen mit Schwierigkeiten im Bereich des flüssigen Rechnens sollte folglich überprüft werden, inwieweit (auch) Schwierigkeiten im Bereich der Leseflüssigkeit vorhanden sind. Liegen Schwierigkeiten in beiden Bereichen vor, so sollten Lernende sowohl durch schriftliche als auch mündliche Übungsformate unterstützt werden (Rinne et al., 2020). Ferner sollten die Lesekompetenzen bei Untersuchungen über die mathematischen Rechenfertigkeiten ergänzend zu den kognitiven Kompetenzen stets erhoben werden.

Mit dem vorliegenden Beitrag konnte die Entwicklung der Rechenflüssigkeit innerhalb der 5. Jahrgangsstufe bestätigt sowie der Einfluss der Intelligenz sowie der Leseflüssigkeit identifiziert werden. Weitere Erhebungen mit einer größeren Stichprobe sowie der gleichzeitigen Berücksichtigung von spezifischen und unspezifischen Prädiktoren werden weitere Erkenntnisse über die Bedeutung der Rechenflüssigkeit in der Sekundarstufe ermöglichen.

Elektronische Supplemente (ESM)

Die elektronischen Supplemente sind mit der Online-Version dieses Artikels verfügbar unter <https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000446>.

ESM 1. Abbildung E1. Die Abbildung zeigt das Pfadmodell.

Literatur

- Aspiranti, K., McCallum, E. & Schmitt, A. (2019). Taped Problems Intervention Components: A Meta-Analysis. *Contemporary School Psychology, 23*, 412 – 422.
- Axtell, P., McCallum, R., Mee Bell, S. & Poncy, B. (2009). Developing math automaticity using a classwide fluency building procedure for middle school students: A preliminary study: Developing Math Automaticity Using DPR. *Psychology in the Schools, 46*(6), 526 – 538.

- Bailey, D., Siegler, R. & Geary, D. (2014). Early predictors of middle school fraction knowledge. *Developmental Science*, 17, 775 – 785.
- Balhinez, R. & Shaul, S. (2019). The Relationship Between Reading Fluency and Arithmetic Fact Fluency and Their Shared Cognitive Skills: A Developmental Perspective. *Frontiers in Psychology*, 10, article 1281. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.01281>
- Biancarosa, G., & Shanley, L. (2016). What Is Fluency? In K. Cummings, & Y. Petscher (Eds.), *The Fluency Construct. Curriculum-Based Measurement Concepts and Applications* (pp. 1 – 8). New York, NY: Springer.
- Binder, C. (2003). Doesn't everybody need fluency? *Performance Improvement*, 42(3), 14 – 20.
- Bliss, S., Skinner, C., McCallum, E., Saecker, L., Rowland-Bryant, E. & Brown, K. (2010). A Comparison of Taped Problems with and Without a Brief Post-Treatment Assessment on Multiplication Fluency. *Journal of Behavioral Education*, 19(2), 156 – 168.
- Blume, F., Dresler, T., Gawrilow, C., Ehlis, A.-C., Goellner, R. & Moeller, K. (2021). Examining the relevance of basic numerical skills for mathematical achievement in secondary school using a within-task assessment approach. *Acta Psychologica*, 215, 1 – 11.
- Browne, M. & Cudeck, R. (1993). Alternative ways of assessing model fit. In K. Bollen & J. Long (Hrsg.), *Testing structural equation models* (S. 136 – 162). Newbury Park, CA: Sage.
- Brownell, J. O., Hynes-Berry, M. & Baroody A. J. (2018). Pathways to Basic Combination Fluency in the Primary Grades. In J. S. McCry, J.-Q. Chen, J. Eisenband Sorkin (Hrsg.), *Growing Mathematical Minds. Conversations Between Developmental Psychologists and Early Childhood Teachers* (S. 139 – 171). New York: Routledge.
- Bourdieu, P. (1983). Ökonomisches Kapital, kulturelles Kapital, soziales Kapital. In R. Kreckel (Hrsg.), *Zur Theorie sozialer Ungleichheiten* (Band 1976, S. 183 – 198). Göttingen: Schwartz.
- Buchwald, K., Anderson, S., Lutz, S., Mühling, A., Sommerhoff, D. & Gebhardt, M. (2022). Lernverlaufdiagnostik in Mathematik. Basiskompetenzen mit der Plattform Levumi.de messen. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 73, 168 – 178.
- Burns, M., Coddling, R., Boice, C. & Lukito, G. (2010). Meta-Analysis of Acquisition and Fluency Math Interventions With Instructional and Frustration Level Skills: Evidence for a Skill-by-Treatment Interaction. *School Psychology Review*, 39(1), 69 – 83.
- Busch, J., Oranu, N., Schmidt, C. & Grube, D. (2013). Rechenschwäche im Grundschulalter: Reduzierte Verfügbarkeit basalen arithmetischen Faktenwissens und Belastung des Arbeitsgedächtnisses bei Drittklässlern. *Lernen und Lernstörungen*, 2, 217 – 227.
- Caemmerer, J., Maddocks, D., Keith, T. & Reynolds, M. (2018). Effects of cognitive abilities on child and youth academic achievement: Evidence from the WISC-V and WIAT-III. *Intelligence*, 68, 6 – 20.
- Calhoun, M., Emerson, R., Flores, M. & Houchins, D. (2007). Computational Fluency Performance Profile of High School Students with Mathematics Disabilities. *Remedial and Special Education*, 28(5), 292 – 303.
- Cates, G. & Rhymer, K. (2003). Examining the Relationship Between Mathematics Anxiety and Mathematics Performance: An Instructional Hierarchy Perspective. *Journal of Behavioral Education*, 12(1), 23 – 34.
- Cheng, D., Shi, K., Wang, N., Miao, X. & Zhou, X. (2022). Examining the Differential Role of General and Specific Processing Speed in Predicting Mathematical Achievement in Junior High School. *Journal of Intelligence*, 10(1), 1 – 13.
- Cirino, P., Fuchs, L., Elias, J., Powell, S. & Schumacher, R. (2015). Cognitive and Mathematical Profiles for Different Forms of Learning Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 48(2), 156 – 175.
- Cirino, P., Tolar, T., Fuchs, L. & Huston-Warren, E. (2016). Cognitive and numerosity predictors of mathematical skills in middle school. *Journal of Experimental Child Psychology*, 145, 95 – 119.
- Clarke, B., Nelson, N. & Shanley, L. (2016). Mathematics Fluency – More than the Weekly Timed Test. In K. Cummings, & Y. Petscher (Eds.), *The Fluency Construct. Curriculum-Based Measurement Concepts and Applications* (pp. 67 – 90). New York, NY: Springer.
- Coddling, R., Burns, M. & Lukito, G. (2011). Meta-Analysis of Mathematical Basic-Fact Fluency Interventions: A Component Analysis. *Learning Disabilities Research & Practice*, 26(1), 36 – 47.
- Ding, Y., Liu, R.-D., Xu, L., Wang, J. & Zhang, D. (2017). Working memory load and automaticity in relation to mental multiplication. *Journal of Educational Research*, 110(5), 554 – 564.
- Ehlert, A., Fritz, A., Arndt, D. & Leutner, D. (2013). Arithmetische Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern in den Klassen 5 bis 7 der Sekundarstufe. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 34, 237 – 263.
- Ennemoser, M., Krajewski, K. & Schmidt, S. (2011). Entwicklung und Bedeutung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen und eines basalen Konventions- und Regelwissens in den Klassen 5 bis 9. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 43(4), 228 – 242.
- Fritz, A., Ricken, G. & Gerlach, M. (2007). *Kalkulie – Diagnose- und Trainingsprogramm für rechenschwache Kinder*. Berlin: Cornelsen.
- Gaupp, N., Zoelch, C. & Schumann-Hengsteler, R. (2004). Defizite numerischer Basiskompetenzen bei rechenschwachen Kindern der 3. und 4. Klassenstufe. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 18(1), 31 – 42.
- Geary, D. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, 47(6), 1539 – 1552.
- Geary, D., Hoard, M., Nugent, L., Ünal, Z. & Scofield, J. (2020). Comorbid learning difficulties in reading and mathematics: The role of intelligence and in-class attentive behavior. *Frontiers in Psychology*, 11, article 572099.
- Gebhardt, M., Zehner, F. & Hessels, M. G. P. (2014). Basic Arithmetical Skills of Students with Learning Disabilities in the Secondary Special Schools: An Exploratory Study covering Fifth to Ninth Grade. *Frontline Learning Research*, 2(1), 50 – 63.
- Georgiou, G., Inoue, T. & Parrila, R. (2021). Do Reading and Arithmetic Fluency Share the Same Cognitive Base? *Frontiers in Psychology*, 12, article 709448.
- Greene, I., Tiernan, A. & Holloway, J. (2018). Cross-Age Peer Tutoring and Fluency-Based Instruction to Achieve Fluency with Mathematics Computation Skills: A Randomized Controlled Trial. *Journal of Behavioral Education*, 27(2), 145 – 171.
- Götze, D., Selter, C. & Zannetin, E. (2019). *Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders. Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht*. Hannover: Klett Kallmeyer.
- Haberstroh, S. & Schulte-Körne, G. (2022). The Cognitive Profile of Math Difficulties: A Meta-Analysis Based on Clinical Criteria. *Frontiers in Psychology*, 13, article 842391.
- Haffner, J., Baro, K., Parzer, P. & Resch, F. (2005). *HRT 1 – 4. Heidelberger Rechentest. Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter*. Göttingen: Hogrefe.
- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2020). *Anfangsunterricht Mathematik*. Berlin: Springer.
- Hecht, S., Close, L. & Santisi, M. (2003). Sources of individual differences in fraction skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 86(4), 277 – 302.
- Hu, L. & Bentler, P. (1995). Evaluating model fit. In R. Hoyle (Hrsg.), *Structural equation modeling: Concepts, issues, and applications* (S. 76 – 99). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Huber, S., Moeller, K., & Nuerk, H.-C. (2012). Differentielle Entwicklung arithmetischer Fähigkeiten nach der Grundschule: Manche Schere öffnet und schließt sich wieder. *Lernen und Lernstörungen*, 1, 119 – 134.
- Jordan, N., Hansen, N., Fuchs, L., Siegler, R., Gersten, R. & Micklos, D. (2013). Developmental predictors of fraction concepts and procedures. *Journal of Experimental Child Psychology*, 116(1), 45 – 58.

- Jordan, N., Resnick, I., Rodrigues, J., Hansen, N. & Dyson, N. (2017). Delaware Longitudinal Study of Fraction Learning: Implications for Helping Children with Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 50(6), 621 – 630.
- Kaskens, J., Goei, S., Van Luit, J., Verhoeven, L. & Segers, E. (2022). The Roles of Arithmetic Fluency and Executive Functioning in Mathematical Problem-Solving. *The Elementary School Journal*, 123(2), 271 – 291.
- Käter, C. (2017). *Die Förderung mathematischer Basiskompetenzen zu Beginn der Sekundarstufe I: Evaluation und Implementation eines Trainingsprogramms zur Förderung der mathematischen Basiskompetenzen im inklusiven Setting zu Beginn der Sekundarstufe I* [Dissertation, Universität Oldenburg].
- Kline, R. (1998). *Principles and practice of structural equation modeling*. New York, NY: Guilford Press.
- Koponen, T., Aro, M., Poikkeus, A.-M., Niemi, P., Lerkkanen, M.-K., Ahonen, T. et al. (2018). Comorbid Fluency Difficulties in Reading and Math: Longitudinal Stability Across Early Grades. *Exceptional Children*, 84(3), 298 – 311.
- Krajewski, K., Renner, A., Nieding, G. & Schneider, W. (2009). Frühe Förderung von mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter. In H.-G. Roßbach & H.-P. Blossfeld (Hrsg.), *Frühpädagogische Förderung in Institutionen* (S. 91 – 103). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Krauthausen, G. (2018). Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule. Berlin: Springer.
- Kuhn, J.-T., Schwenk, C., Souvignier, E. & Holling, H. (2019). Arithmetische Kompetenz und Rechenschwäche am Ende der Grundschulzeit. Die Rolle statusdiagnostischer und lernerlaufsbezogener Prädiktoren. *Empirische Sonderpädagogik*, 11(2), 95 – 117.
- Lin, X. (2021). Investigating the Unique Predictors of Word-Problem Solving Using Meta-Analytic Structural Equation Modeling. *Educational Psychology Review*, 33(3), 1097 – 1124.
- Lin, X. & Powell, S. R. (2022). The Roles of Initial Mathematics, Reading, and Cognitive Skills in Subsequent Mathematics Performance: A Meta-Analytic Structural Equation Modeling Approach. *Review of Educational Research*, 92(2), 288 – 325.
- Lohbeck, A., Petermann, F. & Petermann, U. (2014). Geschlechtsunterschiede im selbst eingeschätzten Sozial- und Lernverhalten und in den Mathematik- und Deutschnoten von Schülern. *Zeitschrift für Soziologie der Erziehung und Sozialisation*, 34, 405 – 421.
- Lohbeck, A., Petermann, F. & Petermann, U. (2015). Selbsteinschätzungen zum Sozial- und Lernverhalten von Grundschulkindern der vierten Jahrgangsstufe. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und pädagogische Psychologie*, 47, 1 – 13.
- MacCallum, R., Browne, M. & Sugawara, H. (1996). Power analysis and determination of sample size for covariance structure modeling. *Psychological Methods*, 1(2), 130 – 149.
- Martin, R., Cirino, P., Barnes, M., Ewing-Cobbs, L., Fuchs, L., Stuebing, K. et al. (2013). Prediction and Stability of Mathematics Skill and Difficulty. *Journal of Learning Disabilities*, 46(5), 428 – 443.
- Mayringer, H. & Wimmer, H. (2008). *Salzburger Lese-Screening für die Klassenstufen 1 – 4. SLS 1 – 4* (3. Auflage). Göttingen: Hogrefe.
- McMullen, J., Brezovszky, B., Rodríguez-Aflecht, G., Pongsakdi, N., Hannula-Sormunen, M. M. & Lehtinen, E. (2016). Adaptive number knowledge: Exploring the foundations of adaptivity with whole-number arithmetic. *Learning and Individual Differences*, 47, 172 – 181.
- Murayama, K., Pekrun, R., Lichtenfeld, S. & vom Hofe, R. (2013). Predicting long-term growth in students' mathematics achievement: The unique contributions of motivation and cognitive strategies. *Child Development*, 84, 1475 – 1490.
- Musti-Rao, S. & Telesman, A. (2022). Comparing the Effects of Two Practice Conditions on the Subtraction Fact Fluency of Fifth-Grade Students. *Journal of Behavioral Education*, 31(3), 484 – 502.
- Namkung, J. M. & Fuchs, L. S. (2016). Cognitive predictors of calculations and number line estimation with whole numbers and fractions among at-risk students. *Journal of Educational Psychology*, 108(2), 214 – 228.
- Nelson, P., Parker, D. & Zaslofsky, A. (2016). The Relative Value of Growth in Math Fact Skills Across Late Elementary and Middle School. *Assessment for Effective Intervention*, 41(3), 184 – 192.
- Niileksela, C., Reynolds, M., Keith, T. & McGrew, K. (2016). A Special Validity Study of the Woodcock-Johnson IV: Acting on Evidence for Specific Abilities. In D. P. Flanagan & V. C. Alfonso (Hrsg.), *WJ IV Clinical Use and Interpretation* (S. 65 – 106). Amsterdam: Academic Press.
- Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (2013). *OECD Skills Outlook 2013: First Results from the Survey of Adult Skills*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (2023). *PISA 2022 Ergebnisse (Band I): Lernstände und Bildungsgerechtigkeit*. Bielefeld: wbv Media.
- Orbach, L. & Fritz, A. (2022). Patterns of Attention and Anxiety in Predicting Arithmetic Fluency among School-Aged Children. *Brain Sciences*, 12(376), 1 – 17.
- Ouyang, X., Zhang, X., Räsänen, P., Koponen, T. & Lerkkanen, M.-K. (2023). Subtypes of mathematical learning disability and their antecedents: A cognitive diagnostic approach. *Child Development*, 94, 633 – 647.
- Parkhurst, J., Skinner, C. H., Yaw, J., Poncy, B., Adcock, W. & Luna, E. (2010). Efficient class-wide remediation: Using technology to identify idiosyncratic math facts for additional automaticity drills. *International Journal of Behavioral Consultation and Therapy*, 6(2), 111 – 123.
- Parsons, S. & Bynner, J. M. (2005). *Does Numeracy Matter? Evidence from the National Child Development Study on the Impact of Poor Numeracy on Adult Life*. London: Basic Skills Agency.
- Peng, P., Lin, X., Ünal, Z., Lee, K., Namkung, J., Chow, J. et al. (2020). Examining the mutual relations between language and mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 146(7), 595 – 634.
- Peng, P., Wang, T., Wang, C. & Lin, X. (2019). A meta-analysis on the relation between fluid intelligence and reading/mathematics: Effects of tasks, age, and social economics status. *Psychological Bulletin*, 145(2), 189 – 236.
- Petermann, U. & Petermann, F. (2013). *Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten*. Göttingen: Hogrefe.
- Pina V., Fuentes L. J., Castillo A. & Diamantopoulou S. (2014). Distinguishing the effects of working memory, language, parental education, and non-verbal intelligence on children's mathematical abilities. *Frontiers in Psychology*, 5, article 415. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.00415>
- Pitters, J. (2018). *Faktoren der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen. Eine Untersuchung mit Schülerinnen und Schülern der fünften Jahrgangsstufe an Integrierten Gesamtschulen und Oberschulen* [Dissertation, Universität Oldenburg].
- Poncy, B., Fontenelle, S. & Skinner, C. (2013). Using Detect, Practice, and Repair (DPR) to Differentiate and Individualize Math Fact Instruction in a Class-Wide Setting. *Journal of Behavioral Education*, 22, 211 – 228.
- Pulkkinen, J., Eklund, K., Koponen, T., Heikkilä, R., Georgiou, G., Salminen, J. et al. (2022). Cognitive skills, self-beliefs and task interest in children with low reading and/or arithmetic fluency. *Learning and Individual Differences*, 97, 102160.
- Rinne, L., Ye, A. & Jordan, N. (2020). Development of arithmetic fluency: A direct effect of reading fluency? *Journal of Educational Psychology*, 112(1), 110 – 130.
- Rotem, A. & Henik, A. (2020). Multiplication facts and number sense in children with mathematics learning disabilities and typical achievers. *Cognitive Development*, 54, 100866.

- Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2021). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen*. Stuttgart: Brill/Schöningh.
- Schulz, A. & Wartha, S. (2021). *Zahlen und Operationen am Übergang Primar-/Sekundarstufe. Grundvorstellungen aufbauen, festigen, vernetzen*. Berlin: Springer.
- Schwenk, C., Kuhn, J.-T., Doeblner, P. & Holling, H. (2017). Auf Goldmünzenjagd: Psychometrische Kennwerte verschiedener Scoringansätze bei computergestützter Lernverlaufsdiagnostik im Bereich Mathematik. *Empirische Sonderpädagogik*, 9(2), 123 – 142.
- Shalev, R.S., Manor, O. & Gross-Tsur, V. (2005). Developmental dyscalculia: a prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 47, 121 – 125.
- Singer, V. & Strasser, K. (2017). The association between arithmetic and reading performance in school: A meta-analytic study. *School Psychology Quarterly*, 32(4), 435 – 448.
- Sinner, D., Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2010). Entwicklungspsychologische Frühdiagnostik mathematischer Basiskompetenzen im Kindergarten- und frühen Grundschulalter. In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Frühprognose schulischer Kompetenzen. Tests & Trends* (S. 109 – 129). Göttingen: Hogrefe.
- Sokolowski, H. M., Hawes, Z. & Ansari, D. (2023). The neural correlates of retrieval and procedural strategies in mental arithmetic: A functional neuroimaging meta-analysis. *Human Brain Mapping*, 44(1), 229 – 244.
- Stocker, J., Hughes, E., Wiesner, A., Woika, S., Parker, M., Cozad, L. et al. (2022). Investigating the Effects of a Fact Family Fluency Intervention on Math Facts Fluency and Quantitative Reasoning. *Journal of Behavioral Education*, 31(4), 635 – 656.
- Tarelli, I., Wendt, H., Bos, W. & Zylowski, A. (2012). Ziele, Anlage und Durchführung der Internationalen Grundschul-Lese-Untersuchung (IGLU 2011). In W. Bos, I. Tarelli, A. Bremerich-Vos & K. Schwippert (Hrsg.), *IGLU 2011. Lesekompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 27 – 68). Münster: Waxmann.
- Träff, U., Olsson, L., Östergren R. & Skagerlund, K. (2020). Development of early domain-specific and domain-general cognitive precursors of high and low math achievers in grade 6. *Child Neuropsychology*, 26(8), 1065 – 1090.
- Vanbinst, K., Ceulemans, E., Ghesquière, P. & De Smedt, B. (2015). Profiles of children's arithmetic fact development: A model-based clustering approach. *Journal of Experimental Child Psychology*, 133, 29 – 46.
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335 – 359.
- von Aster, M., Kaufmann, L., McCaskey, U. & Kucian, K. (2021). Rechenstörungen im Kindes- und Jugendalter. In J. M. Fegert et al. (Hrsg.), *Psychiatrie und Psychotherapie des Kindes- und Jugendalters*. Berlin: Springer.
- Voß, S. (2016). Rechengeschwindigkeit, -präzision oder -flüssigkeit? Zur Vorhersage und Förderung der Rechenleistung von Erstklässlern. *Heilpädagogische Forschung*, 42(1), 13 – 24.
- Watts, T., Duncan, G., Siegler, R. & Davis-Kean, P. (2014). What's Past Is Prologue: Relations Between Early Mathematics Knowledge and High School Achievement. *Educational Researcher*, 43(7), 352 – 360.
- Weber, H., Rücker, S., Büttner, P., Petermann, F. & Daseking, M. (2015). Zum Zusammenhang von allgemeinen kognitiven Fähigkeiten und schulischer Leistung: Welche Rolle spielt das Lernverhalten? *Gesundheitswesen*, 77(10), 820 – 826.
- Weiß, R. (2006). *Grundintelligenztest Skala 2: Revision (CFT 20-R)*. Göttingen: Hogrefe.
- Wendt, H., Bos, W., Tarelli, I., Vaskova, A. & Walzebug, A. (2016). *IGLU & TIMSS 2011. Skalenhandbuch zur Dokumentation der Erhebungsinstrumente und Arbeit mit den Datensätzen*. Münster: Waxmann.
- Zaboski, B. A., Kranzler, J. H. & Gage, N. A. (2018). Meta-analysis of the relationship between academic achievement and broad abilities of the Cattell-Horn-Carroll theory. *Journal of School Psychology*, 71, 42 – 56.
- Zöllner, I., Treutlein, A., Roos, J. & Schöler, H. (2013). Übergang vom Primar- zum Sekundarbereich. In J. Roos & H. Schöler (Hrsg.), *Transitionen in der Bildungsbiographie. Der Übergang vom Primar- zum Sekundarbereich* (S. 15 – 44). Wiesbaden: Springer.

Historie

Manuskript eingereicht: 17.05.2023

Manuskript angenommen: 16.02.2024

Onlineveröffentlichung: 02.04.2024

Förderung

Open-Access-Veröffentlichung ermöglicht durch das Bibliotheks- und Informationssystem (BIS) der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg.

ORCID

Carolin Reinck

 <https://orcid.org/0009-0008-3578-6302>

Naska Goagoses

 <https://orcid.org/0000-0002-9679-9499>

Clemens Hillenbrand

 <https://orcid.org/0000-0003-1450-101X>



Dr. Carolin Reinck

Institut für Sonder- und
Rehabilitationspädagogik
Carl von Ossietzky Universität
Oldenburg
Ammerländer Heerstraße 114 – 118
26129 Oldenburg
Deutschland
c.reinck@uol.de