

Entwicklung der Rechenflüssigkeit

Längsschnitterhebung
zu Beginn der Sekundarstufe

Dr. Carolin Reinck,
AESF Münster, 03.11.2023

Agenda

- Rechenflüssigkeit
 - Begriffliche Einordnung
 - Theoretische Einordnung
 - Forschungsergebnisse
- Forschungsfrage
- Forschungsmethode
- Ergebnisse
- Diskussion

Rechenflüssigkeit – Begriffliche Einordnung

- Fähigkeit, in einem begrenzten Zeitraum möglichst viele richtige Lösungen bei der Berechnung von einfachen Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- und Divisionsaufgaben zu erzielen (Baroody et al., 2014; Caemmerer et al., 2018; Calhoun et al., 2007; Voß, 2016)
- englische Begrifflichkeiten: „arithmetic fluency“ (Rinne et al., 2020), „math fact fluency“ (Nelson et al., 2016), „basic fact fluency“ (Coddington, Burns & Lukito, 2011) oder „computational fluency“ (Stocker et al., 2022)
- ähnliche Konzepte
 - Kopfrechnen (KMK, 2022; Krauthausen, 2018)
 - arithmetisches Faktenwissen (Busch et al., 2019; Schuchardt & Mähler, 2010)

Rechenflüssigkeit - Theoretische Einordnung

- Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen (Krajewski, Renner, Nieding, Schneider, 2009) & Anwendung auf größere Zahlenräume (Ennemoser, Krajewski & Schmidt, 2011)
→ Voraussetzungen für arithmetische Kompetenzen in diesen Zahlenräumen

- Aufbau arithmetischer Kompetenzen
 - 1) Operationsverständnis für die einzelnen Grundrechenarten (Biancarosa & Shanley, 2016; Clarke et al., 2016; Hasemann & Gasteiger, 2020; Krauthausen, 2018)
 - 2) durch Übung/Wiederholung Automatisierung = Rechenflüssigkeit aufbauen (Hasemann & Gasteiger, 2020; Krauthausen, 2018)
 - 3) flexible (zwischen verschiedenen Rechenstrategien wählen) & adaptive (günstigste Strategie wählen) arithmetische Kompetenzen (McMullen et al. 2016; Verschaffel et al, 2009)

Rechenflüssigkeit - Forschungsstand

- guter Prädiktor für die zukünftigen Mathematikleistungen (Aspiranti et al., 2019; Cheng et al., 2022; Lin & Powell, 2022)
- Steigerung der Rechenflüssigkeit auch für Schüler*innen in der Sekundarstufe (Nelson et al., 2016; Rinne et al., 2020)
- reduziert die Belastung des Arbeitsgedächtnisses, sodass Kapazitäten für anspruchsvollere kognitive Prozesse verfügbar sind (Busch et al., 2013; Ding et al., 2017)
- bedeutsam für den Bereich des Bruchrechnens (Bailey et al., 2014; Hecht et al., 2003; Jordan et al., 2017), aber auch für das Lösen von Textaufgaben (Kaskens et al., 2022; Lin 2021)
- Lernende mit Rechenschwierigkeiten zeigen häufig geringere Leistungen im Bereich der Rechenflüssigkeit (Calhoon et al., 2007; Gersten et al., 2005, Rotem & Henik, 2020)
- bei ungünstiger Rechenflüssigkeit kommt es zu einem langsameren Lernprozess und zu mehr Fehlern (Geary, 2004; Jordan & Montani, 1997)

Forschungsfragen

- I. Wie entwickelt sich die Rechenflüssigkeit von Schüler*innen im Verlauf der 5. und 6. Jahrgangsstufe?

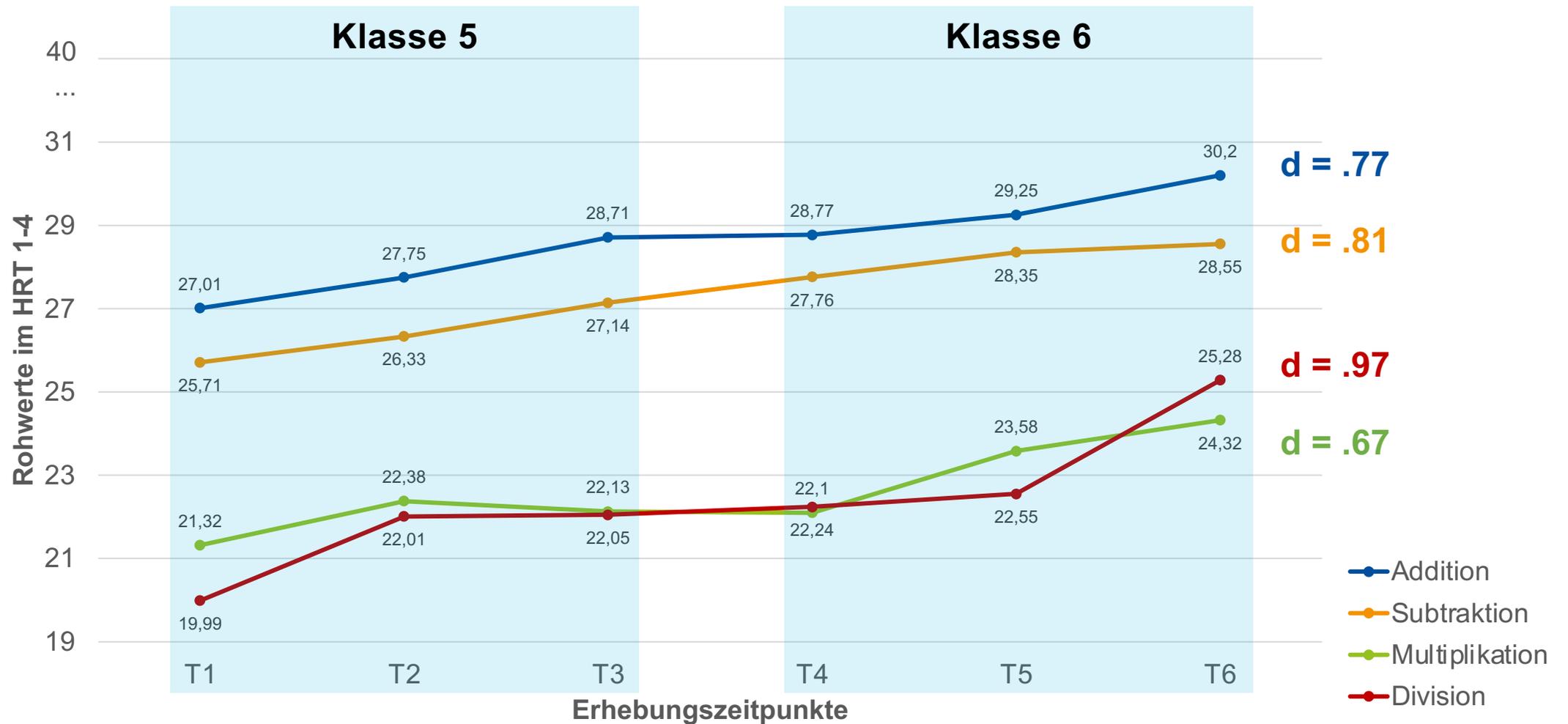
- II. Wie entwickelt sich die Rechenflüssigkeit von Schüler*innen mit ungünstigen Lernvoraussetzungen im Verlauf der 5. und 6. Jahrgangsstufe?

Forschungsmethode

- Längsschnitterhebung in der 5. und 6. Jahrgangsstufe an Ober- und Gesamtschulen
- Stichprobe: $N=104$; weiblich $n=50$ (48%); Alter $M=10.81$ ($SD=.56$); SUB $n=7$
- Erhebungsinstrumente & Erhebungszeitpunkte:

| | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 | t1 | |
|--|-------------------|----------|------|-------------------|----------|------|------------------|-----------|
| | 5. Jahrgangsstufe | | | 6. Jahrgangsstufe | | | M (SD) | Min - Max |
| | Beginn | Halbjahr | Ende | Beginn | Halbjahr | Ende | | |
| Rechenflüssigkeit: HRT 1-4 (Subtest Arithmetik; Haffner et al., 2005) | X | X | X | X | X | X | 26.93 (4.28) | 12 - 39 |
| Intelligenz: CFT 20-R (Kurzform; Weiß, 2006) | X | | | | | | 96.22 (13.86) | 54 - 144 |
| Leseflüssigkeit: SLS 1-4 (Mayringer & Wimmer, 2008) | X | | | | | | 87.55 (18.01) | 57 - 140 |

Ergebnisse I – Entwicklung der Rechenflüssigkeit ($n = 97$)



Ergebnisse II – Entwicklung der Rechenflüssigkeit bei ungünstigen Lernvoraussetzungen

Intelligenz

- IQ<85 ($n=16$) und IQ \geq 85 ($n=86$)
- keine signifikanten Unterschiede zwischen den Gruppen in den vier Rechenoperationen

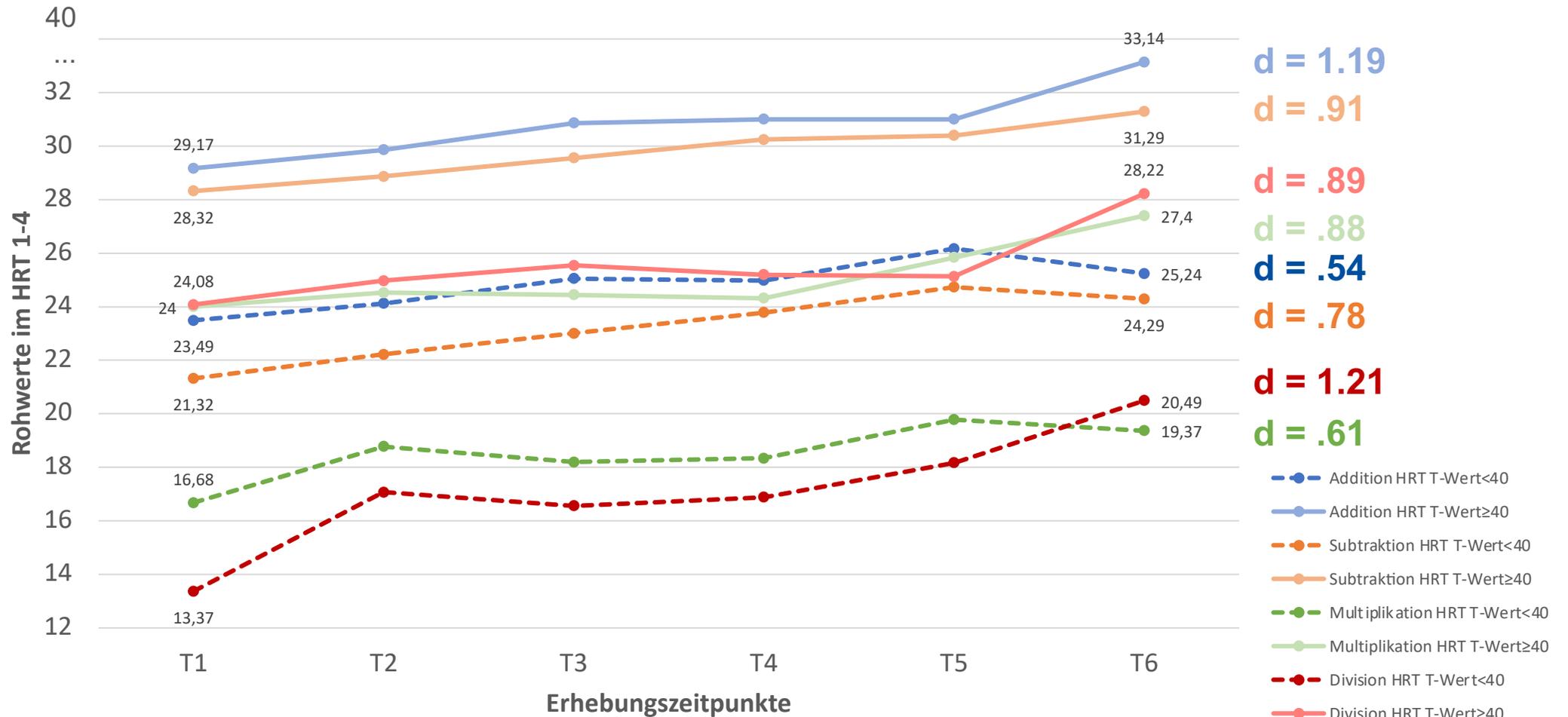
Leseflüssigkeit

- LQ<85 ($n=49$) und LQ \geq 85 ($n=50$)
- keine signifikanten Unterschiede zwischen den Gruppen in den vier Rechenoperationen

Rechenleistung

- T-Wert<40 ($n=41$) und T-Wert \geq 40 ($n=63$) im HRT (Subtest Arithmetik) zu t1

Ergebnisse IIc – Entwicklung der Rechenflüssigkeit bei ungünstiger Rechenleistung (T-Wert<40: n=41; T-Wert≥40: n=63)



Diskussion

- Steigerung der Rechenflüssigkeit in den vier Grundrechenarten in der 5. und 6. Jahrgangsstufe mit mittleren bis großen Effekten (Nelson et al., 2016; Rinne et al., 2020)
- Steigerung um durchschnittlich 3 Rohwert-Punkte (Addition, Subtraktion, Multiplikation), Division um 5 Rohwert-Punkte → insgesamt geringer Lernzuwachs über 2 Schuljahre
- ungünstige Rechenleistungen zu Beginn der 5. Klasse von besonderer Relevanz
 - Rechenflüssigkeit von Lernenden mit unterdurchschnittlichen Rechenleistungen bleibt konstant auf niedrigerem Niveau (Parkhurst et al. 2010)
 - Niveau der Rechenflüssigkeit vergleichbar mit durchschnittlichen Leistungen zu Mitte/Ende der 3. Klasse
 - im Bereich der Division holen Schüler*innen auf (Huber et al., 2012)

Limitationen

- Erhebungsinstrument HRT 1-4:
 - standardisiertes Instrument zur Erhebung der Rechenflüssigkeit
 - keine Deckeneffekte im HRT 1-4 sichtbar
 - dennoch Konzeption & Normierung bis Ende vierter Klasse
 - alternativ: Entwicklung eines neuen Instruments zur Erfassung der Rechenflüssigkeit in der Sekundarstufe
- Zusammenhang zwischen Rechenflüssigkeit & anderen math. Kompetenzbereichen: keine weiteren mathematischen Kompetenzen erhoben (z.B. Bruchrechnung)
- keine Kontrolle der Qualität des Mathematikunterrichts

Fazit

- Weiterentwicklung der Rechenflüssigkeit zu Beginn der Sekundarstufe sichtbar
- Entwicklungspotential der Rechenflüssigkeit nicht ausgeschöpft
- (sonder-)pädagogische Aufgabe: Förderung der Rechenflüssigkeit zu Beginn der Sekundarstufe
- Förderung besonders notwendig bei Schüler*innen mit unterdurchschnittlichen Mathematikleistungen nach der Grundschule

Literatur

- Aspiranti, K.B., McCallum, E. & Schmitt, A.J. (2019). Taped Problems Intervention Components: A Meta-Analysis. *Contemporary School Psychology*, 23, 412–422.
- Bailey, D.H., Siegler, R.S. and Geary, D.C. (2014). Early predictors of middle school fraction knowledge. *Developmental Science*, 17, 775-785.
- Baroody, A. J.,Purpura, D. J., Eiland, M. D. & Reid, E. E. (2014). Fostering First Graders' Fluency With Basic Subtraction and Larger Addition Combinations Via Computer-Assisted Instruction. *Cognition and Instruction*, 32, 2, pp. 159-197.
- Biancarosa, G., & Shanley, L. (o. J.). What Is Fluency? In K D. Cummings & Y. Petcher, *The Fluency Construct: Curriculum-Based Measurement Concepts and Applications*. New York: Springer, S. 1–18.
- Busch, J., Oranu, N., Schmidt, C., & Grube, D. (2013). Rechenschwäche im Grundschulalter: Reduzierte Verfügbarkeit basalen arithmetischen Faktenwissens und Belastung des Arbeitsgedächtnisses bei Drittklässlern. *Lernen und Lernstörungen*, 2(4), 217–227.
- Caemmerer, J.M., Maddocks, D.L.S., Keith, T.Z. & Reynolds, M.R. (2018). Effects of cognitive abilities on child and youth academic achievement: Evidence from the WISC-V and WIAT-III. *Intelligence*, 68, 6-20.
- Calhoun, M. B., Emerson, R. W., Flores, M., & Houchins, D. E. (2007). Computational Fluency Performance Profile of High School Students With Mathematics Disabilities. *Remedial and Special Education*, 28(5), 292–303.
- Cheng, D., Shi, K., Wang, N., Miao, X. & Zhou, X. (2022). Examining the Differential Role of General and Specific Processing Speed in Predicting Mathematical Achievement in Junior High School. *Journal of Intelligence*, 10(1).
- Clarke, B., Nelson, N., & Shanley, L. (2016). Mathematics Fluency—More than the Weekly Timed Test. In K D. Cummings & Y. Petcher, *The Fluency Construct. Curriculum-Based Measurement Concepts and Applications* (S. 67–90). Springer.
- Ding, Y., Liu, R.-D., Xu, L., Wang, J., & Zhang, D. (2017). Working memory load and automaticity in relation to mental multiplication. *Journal of Educational Research*, 110(5), 554–564.
- Ennemoser, M., Krajewski, K. & Schmidt, S. (2011). Entwicklung und Bedeutung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen und eines basalen Konventions- und Regelwissens in den Klassen 5 bis 9. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 43(4), 228–242.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4–15.
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 293–304.
- Hasemann, K., & Gasteiger, H. (2020). *Anfangsunterricht Mathematik*. Springer Berlin Heidelberg.
- Hecht, S.A., Close, L. & Santisi, M. (2003). Sources of individual differences in fraction skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 86(4), 277-302.
- Huber, S., Moeller, K., & Nuerk, H.-C. (2012). Differentielle Entwicklung arithmetischer Fähigkeiten nach der Grundschule: Manche Schere öffnet und schließt sich wieder. *Lernen und Lernstörungen*, 1(2), 119–134.
- Jordan, N. C., & Montani, T. O. (1997). Cognitive arithmetic and problem solving: A comparison of children with specific and general mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 624–634.
- Jordan, N. C., Resnick, I., Rodrigues, J., Hansen, N., & Dyson, N. (2017). Delaware Longitudinal Study of Fraction Learning: Implications for Helping Children With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 50(6), 621–630.
- Kaskens, J., Goei, S. L., Van Luit, J. E. H., Verhoeven, L., & Segers, E. (2022). The Roles of Arithmetic Fluency and Executive Functioning in Mathematical Problem-Solving. *The Elementary School Journal*, 123(2), 271–291.
- Krajewski, K., Renner, A., Nieding, G., & Schneider, W. (2009). Frühe Förderung von mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter. In H.-G. Roßbach & H.-P. Blossfeld (Hrsg.), *Frühpädagogische Förderung in Institutionen* (S. 91–103). VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule*. Springer Berlin Heidelberg.
- Kultusministerkonferenz (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich*. (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i.d.F. vom 23.06.2022).
- Lin, X. (2021). Investigating the Unique Predictors of Word-Problem Solving Using Meta-Analytic Structural Equation Modeling. *Educational Psychology Review*, 33(3), 1097–1124.
- Lin, X., & Powell, S. R. (2022). The Roles of Initial Mathematics, Reading, and Cognitive Skills in Subsequent Mathematics Performance: A Meta-Analytic Structural Equation Modeling Approach. *Review of Educational Research*, 92(2), 288–325.
- McMullen, J., Brezovszky, B., Rodríguez-Aflecht, G., Pongsakdi, N., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2016). Adaptive number knowledge: Exploring the foundations of adaptivity with whole-number arithmetic. *Learning and Individual Differences*, 47, 172–181.
- Nelson, P. M., Parker, D. C., & Zaslofsky, A. F. (2016). The Relative Value of Growth in Math Fact Skills Across Late Elementary and Middle School. *Assessment for Effective Intervention*, 41(3), 184–192.
- Parkhurst, J., Skinner, C. H., Yaw, J., Poncy, B., Adcock, W. & Luna, E. (2010). Efficient class-wide remediation: Using technology to identify idiosyncratic math facts for additional automaticity drills. *International Journal of Behavioral Consultation and Therapy*, 6(2), 111-123.
- Rinne, L. F., Ye, A., & Jordan, N. C. (2020). Development of arithmetic fluency: A direct effect of reading fluency? *Journal of Educational Psychology*, 112(1), 110–130.
- Rotem, A., & Henik, A. (2020). Multiplication facts and number sense in children with mathematics learning disabilities and typical achievers. *Cognitive Development*, 54, 100866.
- Stocker, J. D., Hughes, E. M., Wiesner, A., Woika, S., Parker, M., Cozad, L., & Morris, J. (2022). Investigating the Effects of a Fact Family Fluency Intervention on Math Facts Fluency and Quantitative Reasoning. *Journal of Behavioral Education*, 31(4), 635–656.
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335–359.
- Voß, S. (2016). Rechengeschwindigkeit, -präzision oder -flüssigkeit? Zur Verbesserung und Förderung der Rechenleistung von Erstklässlern. *Heilpädagogische Forschung*, 43(1), 13-24.