Carl von Ossietzky

Universität Oldenburg

Master of Education (Grundschule)

Elementarmathematik/ Deutsch

MASTERARBEIT

Nutzung halbschriftlicher Rechenstrategien - Eine Untersuchung zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis Tausend mit Schülerinnen und Schülern der dritten Klasse

vorgelegt von Manya Wahl

Betreuender Gutachter: Dr. Andreas Hellmann

Zweiter Gutachter: Prof. Dr. Dietmar Grube, Dipl.-Psych.

Oyten, den 05.08.2020

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Halbschriftliches Rechnen beginnt bereits in der ersten Klasse und wird im Laufe der zweiten Klasse weiter vertieft. Als eine der drei Methoden des Rechnens in der Grundschule - neben dem Kopfrechnen und dem schriftlichen Rechnen – kommt dem halbschriftlichen Vorgehen eine zentrale Bedeutung zu. In den 1990er Jahren wurde insbesondere für eine stärkere Betonung des halbschriftlichen Rechnens plädiert (vgl. Krauthausen 1993) – was laut Padberg und Benz (2011, S.173) heutzutage „*weitgehend* Realität geworden ist" und inzwischen von der Forderung abgelöst bzw. durch die Forderung erweitert wurde, das **flexible Rechnen** mehr zu fördern und einzuüben (vgl. u.a. Rathgeb-Schnierer 2006 und 2010; Rathgeb-Schnierer/Rechtensteiner 2018). Die verschiedenen halbschriftlichen Rechenstrategien bilden eine Grundlage für ihre flexible Anwendung und damit auch für flexibles Rechnen.

In dieser Arbeit soll untersucht werden, wie Grundschulkinder der dritten Klasse Rechenaufgaben lösen, welchen Rechenweg sie nutzen. Im Fokus sollen hierbei die halbschriftlichen Strategien stehen. Ziel der Untersuchung ist die Erfassung der Nutzung der Strategien – *welche Strategien werden bei der Addition bzw. Subtraktion favorisiert?* Ist dies von Kind zu Kind unterschiedlich oder gibt es bestimmte dominierende Strategien?

Außerdem wurde ein weiterer damit verbundener Aspekt einbezogen, der bisher wenig untersucht wurde: *Nutzen die Schülerinnen und Schüler die Strategien, die sie als „einfachsten" Weg bewerten?*

Die Hauptforschungsfrage bezieht sich auf eine Zusammenführung und einen Vergleich der Strategienutzung bei Additions- und Subtraktionsaufgaben: ***Nutzen Grundschulkinder der dritten Klasse bei der Subtraktion dieselben halbschriftlichen Rechenstrategien, die sie bei der Addition favorisieren?*** Hierfür wird ermittelt, ob Kinder bestimmte Strategien favorisieren und dies auch operationsübergreifend tun.

Die Feststellung hinsichtlich dominierender Strategien lässt anschließend erste Schlüsse zu, ob ein flexibler Einsatz der Strategien bereits stattfindet oder ob die Auswahl des genutzten Weges eher strategie- statt aufgabenabhängig stattfindet. Um diesen Unteraspekt etwas genauer zu betrachten, wird ausgewertet, inwiefern eine bestimmte Strategie (*Hilfsaufgabe*) genutzt wird, wenn die Zahlen einer Rechenaufgabe diese Strategie nahelegen.

Die vorliegende Arbeit setzt sich dementsprechend ausführlich mit den einzelnen Strategien des halbschriftlichen Rechnens sowie deren Nutzung auseinander. Anhand eines Testbogens werden in Form eines Arbeitsblattes Daten in insgesamt vier dritten Klassen erhoben. Die Daten werden bezüglich der Strategienutzung analysiert. Anschließend wird quantitativ ausgewertet und eine Rangfolge entsprechend der Häufigkeiten der Strategien gebildet und dargestellt.

Diese Untersuchung soll den Ist-Zustand der Strategienutzung von Drittklässlerinnen und Drittklässlern in Deutschland beispielhaft anhand der vorliegenden Stichprobe feststellen.

Selter (2000, S. 227) schreibt:

> Gemessen an dem Anspruch, die Wissenschaft vom Mathematikunterricht zu sein, verfügt die Mathematikdidaktik insgesamt noch über erstaunlich wenige Erkenntnisse darüber, wie sich Kinder mit mathematischen Aufgabenstellungen auseinandersetzen. […] Diese Defizitsituation trifft auch auf das additive Rechnen im Zahlenraum bis 1000 zu. (ebd.)

Zwar liegt dieses Zitat inzwischen 20 Jahre zurück, trotzdem besteht weiterhin Forschungsbedarf (vgl. Benz 2007, S. 70), zu dem diese Arbeit einen kleinen Beitrag leisten soll.

Im Folgenden wird zunächst der theoretische Hintergrund dargelegt, der unter anderem die Rechenoperationen Addition und Subtraktion, halbschriftliches Rechnen sowie die entsprechenden unterschiedlichen halbschriftlichen Strategien umfasst. Die Strategien werden jeweils an Beispielen demonstriert, um das Verständnis der späteren Auswertung anhand dieser Kategorien sicherzustellen.

Es werden bisherige Forschungsergebnisse dokumentiert und die Forschungsfragen der vorliegenden Arbeit aufgeführt. Im Anschluss daran wird näher darauf eingegangen, wie die Untersuchung angelegt und abgelaufen ist. In diesem Zuge wird unter anderem der eingesetzte Testbogen ausführlich beschrieben und der Aufbau begründet, sowie das der Auswertung zugrunde liegende Kategoriensystem und dessen Entwicklung dargestellt.

Die Ergebnisse der Forschung werden anhand der Forschungsfragen in Kapitel fünf präsentiert, bevor abschließend zur Diskussion der Ergebnisse übergegangen wird. In dieser wird auch ein Fazit gezogen und ein Ausblick für mögliche nachfolgende Untersuchungen gegeben.

2. Theoretischer Hintergrund

Als vier Dimensionen des Bildungsbereichs Mathematik benennt Oechsle „Umgang mit Dingen, Situationen mathematisch sehen und verstehen, Umgang mit Zahlen (Rechenzahlaspekt), Räumlichkeit“ (2020, S. 30). Der Umgang mit Zahlen umfasst unter anderem das „Rechnen mit Ziffern und Zahlen“, das heißt dass diese Untersuchung und die zugrundeliegenden theoretischen Inhalte – wie die verschiedenen Operationen und Rechenwege/ Strategien – dem Rechenzahlaspekt angehören (vgl. ebd.).

In diesem Kapitel werden zuerst Grundlagen der Addition und Subtraktion vorgestellt, gefolgt von einer ausführlichen Darlegung des halbschriftlichen Rechnens sowie der Erklärung der verschiedenen Strategien.

2.1. Addition

Addition – in der Umgangssprache „Plus-Rechnen“ - stellt eine der vier Grundrechenarten neben der Subtraktion, der Division und der Multiplikation dar. Es ist ein Hinzufügen (vgl. Götze/Selter/Zannetin 2019, S. 46), ein Zusammenbringen/Zusammennehmen mehrerer Zahlen bzw. Objekte (vgl. Reiss/Schmieder 2007, S.26). Bei einer Additionsaufgabe werden die Zahlen Summanden genannt – die erste Zahl ist der erste Summand, die zweite Zahl der zweite Summand. Das Ergebnis einer Additionsaufgabe wird als Summe bezeichnet.

1.Summand + 2.Summand = Summe

Bei der Addition gelten das Kommutativgesetz, welches besagt, dass die Reihenfolge der Summanden beliebig vertauscht werden darf (a + b = b + a), und das Assoziativgesetz, welches besagt, dass Summanden einer Summe beliebig zusammengefasst werden dürfen (z. B. 5 + 6 = 5 + (4+2) = 11) (vgl. u.a. Reiss/Schmieder 2007, S.26; Krauthausen 2018, S. 81; Götze et al. 2019, S. 48). Außerdem gilt das Gesetz von der Konstanz der Summe: a + b = (a-x) + (b+x) (vgl. ebd.).

Der Addition können verschiedene Grundvorstellungen zugrunde liegen: die dynamische - also an eine Handlungsvorstellung anknüpfende - Grundvorstellung des *Hinzufügens* (→Es sind schon… und … kommen hinzu, wie viele sind es insgesamt?) oder die statische des *Zusammenfassens* (→Wie viele sind es zusammen?) (vgl. Rathgeb-Schnierer/Rechtensteiner 2018, S.101; Götze et al. 2019, S. 46). Teilweise wird auch das *Vergleichen* (→ A hat… B hat 3 mehr. Wie viele hat B?) als weitere statische Grundvorstellung der Addition gesehen (vgl. Götze et al. 2019, S. 46).

2.2. Subtraktion

Auch die Subtraktion – umgangssprachlich „Minus-Rechnen" – ist eine Grundrechenart und stellt die Umkehroperation der Addition dar. Die Aussage c = a-b ist daher äquivalent zu a = b+c (vgl. Reiss/Schmieder 2007, S.26). Subtrahieren meint das Abziehen einer Zahl von einer anderen Zahl (vgl. Götze et al. 2019, S. 49). Die erste Zahl der Rechenaufgabe heißt dabei Minuend, die zweite Zahl ist der Subtrahend. Das Ergebnis wird Differenz genannt.

Minuend - Subtrahend = Differenz

Im Gegensatz zur Addition gelten Assoziativ- und Kommutativgesetz bei der Subtraktion *nicht*, aber das Gesetz der Konstanz der Differenz, was ein gleichsinniges Verändern des Minuenden und Subtrahenden meint: a – b = (a+1) – (b+1) (vgl. u.a. Krauthausen 2018, S. 83; Götze et al. 2019, S. 51).

Subtraktion kann auf verschiedene Grundvorstellungen aufbauen (vgl. u.a. Rathgeb-Schnierer/Rechtensteiner 2018, S.101; Wessel 2015, S.38/66; Götze et al. 2019, S.49): Das dynamische *Wegnehmen/Weggeben/Abziehen (→ a-b=?),* wobei das Ergebnis als Rest oder Restmengenbildung gesehen werden kann, das *Ergänzen (→ b+?=a)* bei dem eine additive Vorstellung aufgegriffen und der Unterschied gebildet wird und außerdem das statische *Vergleichen (→ Unterschied zwischen a und b),* bei dem der Unterschied ermittelt wird.

2.3. Halbschriftliches Rechnen

Halbschriftliches Rechnen zählt als eine der vier Rechenmethoden oder auch Rechentypen der elementaren Mathematik neben dem Kopfrechen, dem schriftlichen Rechnen (schriftliches Normalverfahren) und dem Taschenrechner, wobei der Einsatz des Taschenrechners in der Grundschule in der Regel noch nicht erfolgt (vgl. Krauthausen 1993, S.189; Selter 2000, S. 228; Rathgeb-Schnierer 2006, S. 49).

Entsprechend der „traditionellen Sichtweise“, wurde das Kopfrechnen als Pflichtübung angesehen, das halbschriftliche Rechnen war eine „möglichst bald zu überwindende Vorstufe“ (Krauthausen 2009, S.101) der Krönung des schriftlichen Rechnens und es herrschte eine skeptische Haltung gegenüber dem Taschenrechnereinsatz (vgl. ebd.; Krauthausen 1993, S. 203; 1995, S.15). Dagegen besteht heute eine „revidierte Sichtweise“ (ebd.): Sowohl das Kopfrechnen als auch das halbschriftliche Rechnen wurden in ihrer Position gestärkt, während die Vormachtstellung des schriftlichen Verfahrens aufgehoben ist. Dem halbschriftlichen Rechnen steht laut Krauthausen (2009, S. 101) eine „eigenständige Bedeutung als ökonomische Rechenart für eine Vielzahl von Rechenanforderungen“ zu. Er führt außerdem aus, dass diese Aufwertung der halbschriftlichen Strategien in der fachdidaktischen Diskussion grundsätzlich akzeptiert wurde (ebd. S.105).

Kopfrechnen bezeichnet jegliche Rechnungen, bei denen alle Schritte im Kopf und ohne jegliche Notation erfolgen (vgl. Krauthausen 1993, S.189). Da hierbei mit Zahlganzheiten gerechnet wird, gehört Kopfrechnen zum *Zahlenrechnen*.

Schriftliche Rechenverfahren definiert Krauthausen (1993, S.189) dagegen als „auf der Basis der Stellenwertsystematik werden Ergebnisse nach festgelegten Regeln (Algorithmen) ziffernweise ermittelt“. Das schriftliche Rechnen ist damit im Gegensatz zu vorherigen Methoden ein *Ziffernrechnen* (vgl. Oechsle 2020, S.30; Götze et al. 2019, S. 93; Selter 2000, S. 228).

Als ***halbschriftliches Rechnen*** bezeichnet das niedersächsische Kerncurriculum (2017, S. 51) allgemein das **ohne Notationsvorschrift** (vgl. u.a. Scherer/Moser Opitz 2010, S. 148; ; Höveler 2009, S. 573; Padberg/Benz 2011, S. 170; Krauthausen 2018, S. 88; Götze et al. 2019, S. 93;) notierte „Zahlenrechnen mit unterschiedlichen Strategien, Zwischenschritte[n] oder Teillösungen“ (KC 2017, S.51).

Rathgeb-Schnierer und Rechtensteiner (2018, S. 26) weisen zudem darauf hin, dass der Begriff *halbschriftlich* keineswegs die Verwandtschaft zum schriftlichen Rechnen ausdrücken soll, sondern auf die erfolgende Notation des Weges bezogen ist. Zum Begriff halbschriftliche *Strategien* ergänzt Krauthausen (2018, s. 88) außerdem, dass dieser Begriff im Gegensatz zu *Verfahren* eher das geschickte

Rechnen impliziert. Der Begriff **Strategie** wird in dieser Arbeit als Begriff für **halbschriftliche Rechenwege** genutzt.

Da beim halbschriftlichen Rechnen – wie beim Kopfrechnen – mit ganzen Zahlen gerechnet wird, gehört auch dies zum *Zahlenrechnen* (vgl. u.a. Rathgeb-Schnierer 2006, S. 50; Götze et al. 2019, S. 93; Oechsle 2020, S.30). So wird auch beim stellenweisen Rechnen bspw. 200+400 gerechnet, sodass ganze Hunderter addiert werden, während beim schriftlichen Addieren bei derselben Aufgabe nur 2+4 gerechnet würde und diese Ziffern lediglich an der Hunderterstelle stehen. Zahlenrechnen nutzt und fördert gleichzeitig tragfähige Zahl- und Größenvorstellungen (vgl. Dröge et al. 2004; Padberg/Benz 2011, S. 208).

Wittmann und Müller (2001, S. 20) betonen außerdem, dass beim halbschriftlichen Rechnen komplizierte Aufgaben *in einfachere Teilaufgaben zerlegt* werden, bei denen Rechenvorteile genutzt werden und ganzheitliche Zahlvorstellungen bestehen (vgl. Krauthausen 1993, S.204). Dadurch besteht ein fließender Übergang zwischen Kopfrechnen und halbschriftlichem Rechnen; letzteres wird auch als „gestütztes Kopfrechnen“ bezeichnet (vgl. Dröge et al. 2004, S. 82; Benz 2005, S. 37). Padberg und Benz (2011, S. 173) sehen die halbschriftlichen Strategien (gerade im Zahlenraum bis 100) als Vorbereitung und Hilfe für das Kopfrechnen an, mit dem Ziel, die Notizen des halbschriftlichen Rechnens immer mehr zu reduzieren und letztlich auf Basis der Strategien „Aufgaben variationsreich *rein im Kopf* zu lösen“ (vgl. auch Selter 2000, S.228). Dies ist für größere Zahlenräume nur bedingt als Ziel anzusehen, da dies bspw. dazu führen kann, auf bestimmte Strategien zu verzichten, weil die Zwischenergebnisse nicht gut behalten werden können (bspw. stellenweises Rechnen in großen Zahlenräumen).

Beim *halbschriftlichen Rechnen* sollte das Entdecken von verschiedenen und individuellen sowie geschickten Rechenwegen im Vordergrund stehen, da Lernen keine Übernahme von vorgefestigtem Wissen darstellt, sondern konstruktiv ist (vgl. Krauthausen 1993, S.190; Krauthausen 1995, S. 15; Rathgeb-Schnierer 2010, S. 258). Diese halbschriftlichen Wege sind im Gegensatz zu dem schriftlichen Rechnen flexibel und variabel statt algorithmisiert. Krauthausen (1993, S.203) beschreibt sie als „von *aktiver*, selbstbestimmter Natur, *ganzheitlich*, da sie nicht nur auf Ziffernrechnen zurückgreifen, gebunden an *Einsicht und Verständnis* und oft ikonischer Natur (innere Bilder)“. An dieser Stelle sei angemerkt, dass diese Definition eher einen Soll-Zustand beschreibt, insbesondere bezüglich „*Einsicht und Verständnis*“, und dies nicht automatisch mit der Verwendung halbschriftlicher

Rechenwege einhergeht. Einige Kinder lernen halbschriftliche Strategien im Unterricht eher als ein „Normalverfahren“ für halbschriftliches Rechnen kennen, wobei die Vielfalt der Lösungswege und die eigenen Entdeckungsmöglichkeiten verloren gehen (vgl. Krauthausen 1995, S. 15; Rathgeb-Schnierer 2006, S. 50; Scherer/Wember 2006, S. 112; Padberg/Benz 2011, S. 174). Gerade in Schulbüchern werden oftmals standardisierte Formen der Notation und der Rechenwege vorgegeben (vgl. Höveler 2009, S. 573). Ein solches „Normalverfahren“ oder eine „Standardstrategie“ wird jedoch zum Teil als vorteilhaft für leistungsschwächere Kinder diskutiert (vgl. Padberg/Benz 2011, S. 174).

Padberg und Benz (2011, S. 208) zeigen **Vorzüge des halbschriftlichen Rechnens** auf, die in einem „idealen“ Umfeld (Schulbücher, Lehrkräfte, Kinder,…), zum Tragen kommen können: Es bietet Potenzial für offenen Unterricht, für das Entdecken eigener Wege, für die Förderung von Zahl- und Größenvorstellungen, Flexibilität und geschicktem Vorgehen, sowie Kommunikations- und Interaktionsanlässe und kann vorteilhaft für das Kopfrechnen sein und auf das schriftliche Rechnen vorbereiten. Jedoch identifizieren sie auch einige **Problembereiche** des „realen“ Mathematikunterrichts diesbezüglich (vgl. ebd. S. 210ff.): Individuelle Wege erfordern ein großes Strategiewissen der Lehrkraft und auch für Kinder, insbesondere für leistungsschwächere, ist das halbschriftliche Rechnen anspruchsvoll. Das halbschriftliche Rechnen gelangt schnell in den „Sog der Verfahrenslastigkeit“, wodurch die meisten der genannten Vorzüge nicht eintreten können (Padberg/Benz 2011, S. 210). Des Weiteren geben sie zu bedenken (ebd., S. 212), dass halbschriftliches Rechnen bei großen Zahlen im Vergleich zum schriftlichen Algorithmus mit einem hohen Schreibaufwand verbunden ist.

Halbschriftliche Rechenstrategien legen eher ein „bewegliches“ und „kreatives“ Denken nahe, während schriftliche Verfahren eher unflexibel und mechanisiert sind (vgl. Sundermann/Selter 1995a, S.22). Denn für effizientes halbschriftliches Rechnen werden *Rechenvorteile* und *Rechengesetze* genutzt und müssen verstanden sein (ebd.). Durch die vermehrte Thematisierung und Nutzung des halbschriftlichen Rechnens werden laut Sundermann und Selter (1995a) Rechenfähigkeiten und die mathematische Bildung im Allgemeinen ausgebaut und dabei *inhaltliche* mit *allgemeinen Lernzielen* des Mathematikunterrichts verknüpft. Krauthausen (1995, S. 16) äußert, dass halbschriftliches Rechnen mathematisch weiterführender als Algorithmennutzung sei, da es eine größere Nähe zur Algebra aufweist, weil es Begründungen von Ergebnissen ermöglicht.

Für das *halbschriftliche Rechnen* spielen damit sowohl die Zahlen an sich, die Zahlbeziehungen, ein gefestigtes Zahlenverständnis als auch Kenntnisse über innermathematische Strukturen, Rechenvorteile und -gesetze eine wichtige Rolle (vgl. Hahn/Steinmetz 2009, S. 8; Höveler2009, S. 572; Krauthausen 2018, S. 88). Da das halbschriftliche Rechnen auf diesen Gesetzen und Systematiken aufbaut, sind sie zahlenraumübergreifend einsetzbar und in größeren Zahlenräumen kann auf vergangene Inhalte zurückgegriffen werden (vgl. Scherer/ Moser Opitz 2010, S.148).

So fassen Götze et al. die *Aspekte des halbschriftlichen Rechnens* in ihrer Definition folgendermaßen zusammen, als

> [Rechnen,] bei dem eine Ausgangsaufgabe […] auf der Grundlage geltender Operationseigenschaften und Rechengesetze sowie durch Ausnutzen von Zahlbeziehungen in leichtere Teilaufgaben […] verwandelt wird. Die notwendigen Zwischenschritte und Teilergebnisse werden notiert und verrechnet. (Götze et al. 2019, S. 93)

Hahn und Steinmetz (2009, S. 8) benennen die Befähigung der Schülerinnen und Schüler zum ***flexiblen Rechnen*** als Ziel des Grundschulmathematikunterricht. Voraussetzung für eine Flexibilität stellt dabei die Kenntnis *verschiedener Rechenwege* dar, aus denen je nach Aufgabe geeignete Wege ausgesucht werden; hierbei geht es sowohl um die *Auswahl* einer passenden Rechenmethode (z. B. Kopfrechnen oder halbschriftlich) als auch um die Auswahl einer Strategie innerhalb dieser Methode (z. B. beim halbschriftlichen Rechnen: Stellenweise vs. Hilfsaufgabe usw.) (vgl. ebd.; Selter 2003, S. 47; Padberg/Benz 2011, S. 215). Insofern wird das *halbschriftliche Rechnen* – auf verschiedenen Wegen - als *Grundlage des flexiblen Rechnens* angesehen. Um flexibles Rechnen, eine inhaltliche Kompetenz, erreichen zu können, muss es mit allgemeinen mathematischen Kompetenzen wie Kommunizieren und Argumentieren einhergehen (vgl. Selter 2003, S. 50; Hahn/Steinmetz 2009, S.8). Auch die „Reflexion im sozialen Kontext“ (Götze/Lüling 2010, S.41) und die Schulung und Initiierung eines *Zahlen- bzw. Aufgabenblicks* ist notwendig (vgl. Schütte 2004, S. 143; Rathgeb-Schnierer 2010, S. 260; Padberg/Benz 2011, S. 173; Götze et al. 2019, S. 95).

Schwätzer (2013, S. 31) und auch Heinze, Marschick und Lipowski (2009, S. 592) grenzen die Begriffe „flexibility“ – „[ability] to use various strategies to solve given problems“ und „adaptivity“ – „ability […] to choose an efficient strategy for a given problem“ voneinander ab, wobei beide Aspekte Teil einer flexiblen Rechenkompetenz sind. Ähnliches findet sich auch in der Formulierung von Rathgeb-Schnierer und Rechtensteiner (2018) zum flexiblen Rechnen:

> Flexibles Rechnen bedeutet aufgabenadäquates Handeln, das sich im vielfältigen Nutzen von Lösungswerkzeugen in Abhängigkeit von erkannten Merkmalen und Beziehungen zeigt. Das heißt, beim Lösen einer Aufgabe werden Aufgabenmerkmale erkannt und dieses Erkennen hat Einfluss darauf, welche Lösungswerkzeuge genutzt und kombiniert werden. Das aufgabenadäquate Handeln beinhaltet die Aspekte „Flexibilität“ und „Adaptivität“: Flexibilität im Sinne des Kennens, beweglichen Nutzens und Kombinierens verschiedener Lösungswerkzeuge, sowie Adaptivität im Sinne des situationsspezifischen Anpassens der genutzten Lösungswerkzeuge auf die in der Aufgabe gegebenen und wahrgenommenen Merkmale. (ebd. S. 68)

Halbschriftliche Strategien können als oben benanntes „Lösungswerkzeug“ dienen und sind damit eng verbunden mit flexiblem Rechnen – wobei die Nutzung halbschriftlicher Strategien *nicht automatisch* flexibles Rechnen bedeutet, aber sehr wohl flexibles Rechnen mit einer angepassten Anwendung halbschriftlicher Rechenstrategien einhergeht. Sie bilden eine Art Grundstein des flexiblen Rechnens bzw. haben den flexiblen Strategieeinsatz zum Ziel (vgl. Padberg/Benz 2011, S. 193), sodass beide Gebiete bzw. Kompetenzen stark ineinander übergehen.

Threlfall (2002, S. 45) dagegen vertritt die Ansicht: „Flexibility will arise consquently through the emphasis on considering possibilities for numbers rather than by focussing on holistic ‘strategies‘“.

Diese Arbeit folgt jedoch eher der erst beschriebenen Ansicht der halbschriftlichen Strategien als Basis des flexiblen Rechnens.

Nachfolgend wird zuerst auf das Kerncurriculum eingegangen, das dem schulischen Mathematikunterricht der Probanden zugrunde liegt, um Informationen zu dem Vorwissen der Probanden, der Bedeutung der Strategien und der Einordnung des Themas zu geben. Anschließend werden die Strategien des halbschriftlichen Rechnens ausführlich dargelegt.

2.3.1. Verankerung im Kerncurriculum

Halbschriftliche Rechenstrategien bilden einen Aspekt der inhaltsbezogenen Kompetenz „Zahlen und Operationen“ (vgl. KC 2017, S.10). Aufbauend auf einer „tragfähige[n] Zahlvorstellung und ein[em] sichere[n] Operationsverständnis“ – der zentralen Grundlage für weiteres Mathematiklernen – „werden mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien unter Ausnutzung von Zusammenhängen und Rechengesetzen entwickelt und flexibel angewendet (geschicktes Rechnen)“ (ebd.).

Halbschriftliche Strategien gehören laut niedersächsischem Kerncurriculum zu den Basiskompetenzen, die es stets zu sichern und wiederholen gilt bzw. die „dauerhaft verfügbar gehalten werden“ sollen, um kumulatives Lernen zu ermöglichen (ebd. S.16). Auch in den Bildungsstandards des Fachs Mathematik (KMK 2004, S. 12) ist das halbschriftliche Rechnen unter dem Aspekt „Rechenoperationen verstehen und beherrschen“ verankert.

Bereits Ende des zweiten Schuljahres sollen Schülerinnen und Schüler geschickt rechnen können, was durch Kenntnis und Anwendung verschiedener mündlicher und halbschriftlicher Rechenwege bzw. Strategien erreicht wird (vgl. KC 2017, S.30). Bis Ende des vierten Schuljahres soll diese Kompetenz erweitert werden, sodass ein Vergleichen unterschiedlicher Rechenwege und eine bewusste Auswahl einer zur Aufgabe passenden Strategie, also einer flexiblen Anwendung dieser, möglich ist (vgl. ebd.). Hier werden also halbschriftliche Strategien und flexibles Rechnen zusammengeführt.

Schon im Zahlenraum bis 20 – also während der ersten Klasse – werden erste halbschriftliche Rechenwege zum geschickten Rechnen thematisiert (vgl. ebd. S.40). Im Laufe der zweiten Klasse werden diese weiter ausgebaut und eingeübt und oftmals im ersten Halbjahr des dritten Schuljahres erneut explizit zum Unterrichtsthema, wenn es um die Zahlenraumerweiterung bis 1000 geht. Hier werden häufig die Strategien „schrittweise“ und „stellenweise“ in den Fokus gerückt.

Wie ausgeführt, stellen die halbschriftlichen Strategien einen zentralen Aspekt des Mathematikunterrichts und eine wichtige Grundlage für das weitere Lernen dar.

2.3.2. Halbschriftliche Rechenstrategien

In der Literatur werden verschiedene ***halbschriftliche Rechenstrategien*** dargestellt, über die in diesem Kapitel ein Überblick gegeben werden soll. Größtenteils sind die Strategien in ähnlicher Form bei verschiedenen Autoren wiederzufinden, sodass hier als Hauptstrategien *Stellenweise, Schrittweise, Mischform stellen- und schrittweise, Hilfsaufgabe, Vereinfachen* und zusätzlich bei der Subtraktion das *Ergänzen* zusammengefasst sind (vgl. u.a. Krauthausen 1993, S.204; Sundermann/Selter 1995a; Dröge et al. 1999, S. 43; Selter 2000, S.231; Wittmann/Müller 2001, S. 20f.; Benz 2005, S. 61ff.; Selter/Spiegel 2005; Scherer/Wember 2006, S. 112ff.; Rathgeb-Schnierer 2006, S. 52; Benz 2007, S. 51; Höveler 2009, S. 572; Scherer/ Moser Opitz 2010, S. 150; Padberg/Benz 2011, S. 178f.; Schwätzer 2013, S. 36; Rathgeb-Schnierer/Rechtensteiner 2018, S. 44; Götze et al. 2019, S. 94 ff.; KIRA; PIKAS). Zusätzlich werden einzelne „Sonderformen“ bei der Subtraktion kurz vorgestellt, die in der Literatur selten separat beschrieben werden, aber von PIKAS dargestellt werden, um einen umfassenden Überblick zu ermöglichen. Diese Rechenstrategien können selbstverständlich ebenfalls unterschiedlich dargestellt werden, wie z. B. am Rechenstrich (vgl. Beizhuisen 1993; Selter/Spiegel 2005, S. 15), wobei sich für verschiedene Strategien z. T. unterschiedliche Materialien oder Darstellungsweisen eher anbieten als andere. Jedoch wird im Zuge dieser Arbeit lediglich auf die Strategien und den zugrundeliegenden Weg eingegangen, während Darstellungsmöglichkeiten nicht näher betrachtet werden.

Im Weiteren werden separat für die Rechenoperationen der Addition und Subtraktion die einzelnen Strategien beschrieben; sich überschneidende Strategien beider Operationen werden bei der Addition ausführlich erklärt, bei der Subtraktion nur kurz zusammengefasst.

2.3.2.1. Strategien der halbschriftlichen Addition

Im Folgenden werden die verschiedenen halbschriftlichen Rechenwege zur Lösung von Additionsaufgaben vorgestellt. Alle Strategien werden zur Möglichkeit eines besseren Vergleichs am Beispiel der Aufgabe 247 + 412 veranschaulicht. Die Notationen sind dabei lediglich als Beispiel anzusehen – eine festgelegte Notationsweise für einzelne Strategien ist nicht vorgegeben (vgl. u.a. Götze et al. 2019, S.93), so können bspw. die Reihenfolge oder auch einzelne Schritte einer Rechenstrategie variieren. Außerdem sind auch weitere Mischformen möglich im

Vorgehen der Kinder, die häufigste Mischform ist dabei jedoch die Mischung der Strategien Stellen- und Schrittweise (vgl. ebd., S. 97), sodass diese als eigene Strategie aufgeführt wird, während weitere Mischformen nicht gesondert aufgeführt werden.

Stellenweise

	H	Z	E		H	Z	E				
	2	4	7	+	4	1	2				
	2	0	0	+	4	0	0	=	6	0	0
		4	0	+		1	0	=		5	0
			7	+			2	=			9
6	0	0	+	5	0	+	9	=	6	5	9

Abb. 1 Bsp. Stellenweise

Diese Strategie wird in der Literatur z.T. auch als *Stellenwerte extra* bezeichnet (vgl. u.a. Krauthausen 1993). Bei der Strategie *Stellenweise* werden beide Summanden in ihre Stellenwerte (Hunderter; Zehner; Einer) zerlegt. Anschließend werden die Stellenwerte jeweils einzeln addiert: Hunderter + Hunderter, Zehner + Zehner, Einer + Einer, wobei die Reihenfolge irrelevant ist. Nun hat man bereits Teilergebnisse erhalten – diese müssen in einem letzten Schritt noch addiert werden (vgl. Padberg/Benz 2011, S. 178). Je nach Aufgabe kann ein „Übertrag“ entstehen (bspw. bei der Addition von Zehnerstellen mit 50+60=110). Diese Strategie bietet eine Nähe zum schriftlichen Algorithmus, da hier der Fokus auf den einzelnen Stellenwerten liegt und auf das kleine 1+1 bzw. Analogien der vollen Zehner oder Hunderter zurückgegriffen werden kann (vgl. Scherer/ Moser Opitz 2010; Padberg/Benz 2011, S. 178). Aufgrund dieser Analogien zum kleinen 1+1 bringt diese Strategie bei der Addition nur geringe arithmetische Anforderungen mit sich, dafür besteht sie aus mehr Teilschritten als andere Strategien, da die Teilergebnisse am Ende noch addiert werden müssen (vgl. ebd.; Benz 2007, S. 52).

Padberg und Benz (2011, S. 178) schildern das Kommutativ- und das Assoziativgesetz als „grundlegend“ für diese Strategie. Denn durch das Assoziativgesetz können die beiden Summanden der ursprünglichen Aufgabe jeweils als eigene Summe betrachtet werden, die wiederum in Summanden (hier die einzelnen Stellenwerte) gesplittet werden kann und durch das Kommutativgesetz kann die Reihenfolge des Addierens angepasst werden (erst H+H, dann Z+Z usw.).

Dieses Vorgehen geht meist mit dem kardinalen Zahlaspekt (Mengenaspekt) und ist somit besonders gut für Darstellungen an flächigem Material geeignet (vgl. Benz 2007, S. 52).

Schrittweise

2	4	7	+	4	1	2				
2	4	7	+	4	0	0	=	6	4	7
6	4	7	+		1	0	=	6	5	7
6	5	7	+			2	=	6	5	9

Abb. 2 Bsp. Schrittweise

Das *schrittweise* Rechnen sieht im Gegensatz zum stellenweisen Rechnen nur die Zerlegung eines der beiden Summanden in die Stellenwerte (hier Hunderter; Zehner; Einer) vor. Meistens wird der zweite Summand zerlegt, jedoch könnte ebenso der erste Summand zerlegt werden. Im Beispiel wird der zweite Summand zerlegt in 400; 10; 2, während der erste Summand als 247 unverändert stehen bleibt. Nun werden schrittweise die einzelnen Stellenwerte zum ersten Summanden addiert. Die beispielhafte Notation beginnt hierfür mit dem Hunderter (247 + 400 = 647), jedoch ist die Reihenfolge beliebig – es könnte ebenso zuerst der Zehner- oder Einerstellenwert zum ersten Summanden hinzugerechnet werden (vgl. Sundermann/Selter 1995a). Die Summe des ersten Schrittes wird als Basis des weiteren Schrittes genutzt: Das Ergebnis des ersten Schrittes wird zum - im Beispiel ersten - Summanden des zweiten Schrittes. Auch hier ist die Reihenfolge irrelevant, das Zwischenergebnis könnte ebenso den zweiten Summanden des zweiten Schrittes darstellen, da bei der Addition das Kommutativgesetz gilt und daher Summanden beliebig vertauscht werden dürfen, ohne dass sich das Ergebnis verändert.

Der zweite Schritt führt zu einem zweiten Zwischenergebnis, mit dem analog verfahren wird – als Summand wird mit ihm im nächsten Schritt weitergerechnet. Dies wird je nach Anzahl der Stellen analog weitergeführt. Anders als beim stellenweisen Rechnen, bei dem als letzter Schritt noch alle Teilergebnisse addiert werden müssen, erhält man bei der Strategie *Schrittweise* bereits das Gesamtergebnis als Summe des im Beispiel dritten Schrittes (vgl. Götze et al. 2019, S. 97).

Eine weitere mögliche Variante des schrittweisen Rechnens beruht nicht auf der Zerlegung in Stellenwerte, sondern hier werden glatte Zwischenschritte (z. B. glatte Zehner) angestrebt (vgl. Sundermann/Selter 1995a). So könnte die Aufgabe 247+412 z. B. in die Teilaufgaben 247+3; +50; +300; +59 zerlegt werden, also im Sinne eines „Auffüllens“ erst zum nächsten vollen Zehner, dann zum vollen Hunderter und anschließend wird der „Rest“ weiter hinzugefügt. Da dieser „Rest“ auch wiederum auf verschiedenste Weisen aufgeteilt und addiert werden kann, bietet insbesondere diese Strategie eine besonders große Vielzahl von Variationen (vgl. Sundermann/Selter 1995a).

Scherer und Moser Opitz (2010, S. 153) weisen darauf hin, dass das schrittweise Rechnen im Gegensatz zum stellenweisen Rechnen zwar weniger Teilschritte benötigt, dafür aber bezüglich der arithmetischen Kompetenz etwas anspruchsvoller ist, da hierbei mit gemischten Zehnerzahlen statt lediglich mit glatten Zahlen gerechnet wird. Da jeweils mit dem Zwischenergebnis weiter gerechnet wird, ist dies eine Strategie, die auch beim Kopfrechnen vermehrt zur Anwendung kommt (vgl. Benz 2007, S. 52; Padberg/Benz 2011, S. 178).

Für das schrittweise Rechnen wird das Assoziativgesetz angewandt (vgl. ebd.).

Bei dieser Strategie kommt im Gegensatz zum stellenweisen Rechnen eher der Ordinalzahlaspekt (→Reihenfolge) zum Tragen, weshalb für diese Strategie vor allem lineares Darstellungsmaterial verständnisfördernd ist (vgl. Benz 2007, S. 52).

Mischform stellen- und schrittweise

2	4	7	+	4	1	2				
2	0	0	+	4	0	0	=	6	0	0
6	0	0	+		4	7	=	6	4	7
6	4	7	+		1	2	=	6	5	9

Abb. 3 Bsp. Mischform stellen- und schrittweise

Diese Strategie bezieht sich auf das Mischen der beiden bereits vorgestellten Strategien. Benz (2007, S. 51) erklärt die Mischform als Strategie, bei der wie beim stellenweisen Rechnen beide Summanden in ihre Stellenwerte zerlegt werden. Zuerst wird ein Stellenwert (z. B. die Hunderter) miteinander verknüpft, anschließend wird schrittweise weitergerechnet.

Laut Benz (2007, S. 69) treten bei der Mischform gehäuft Fehler auf.

Hilfsaufgabe

2	4	7	+	4	1	2				
2	4	7	+	4	1	0	=	6	5	7
6	5	7	+			2	=	6	5	9

Abb. 4 Bsp. Hilfsaufgabe

Hilfsaufgaben können verschiedene Formen besitzen. Es sind allgemein Aufgaben, die dem Kind bekannt sind bzw. die das Kind als automatisiertes Wissen abrufen kann oder verwandte Aufgaben, die für das Kind einfacher als die Ausgangsaufgabe zu rechnen sind und entsprechend zur Lösung der ursprünglichen Aufgabe genutzt werden (vgl. Scherer/Moser Opitz, S. 153). Dies können bspw. im Zahlenraum bis 20 Nachbaraufgaben sein, bereits ein Tausch der Summanden kann einzelnen Kindern das Rechnen erleichtern, es können Umkehraufgaben oder Analogien genutzt werden (vgl. Rathgeb-Schnierer/Rechtensteiner 2018, S. 104). Im größeren Zahlenraum wird die Bezeichnung „Hilfsaufgabe“ meist auf eine bestimmte Form bezogen, bei der ein Summand zu einer glatten Zahl abgeändert wird. Diese Hilfsaufgaben kommen daher insbesondere dann zum Einsatz, wenn die Aufgabe *schwellennahe* Zahlen beinhaltet (vgl. Sundermann/Selter 1995a; Götze et al. 2019, S. 97). Dies kann die Nähe zum nächsten vollen Hunderter, aber auch Zehner im Zahlenraum bis Tausend sein, später in höheren Zahlenräumen auch Tausender usw.

Es wird also eine einfachere Aufgabe zu Hilfe genommen, die zuerst gerechnet und anschließend in einem weiteren Schritt das Ergebnis noch ausgleichend korrigiert wird, sodass es das Ergebnis der Ausgangsaufgabe darstellt (vgl. Götze et al. 2019, S. 97). Diese nachträgliche Korrektur stellt eine typische Fehlerquelle dar, da oftmals z. B. in die „falsche Richtung“, z. B. Plus statt Minus, korrigiert wird (vgl. KIRA). Hilfsaufgaben sind eng verwandt mit dem Vereinfachen, da beide Strategien operative Beziehungen nutzen und werden daher von einigen Autoren zum Strategiebegriff „Ableiten“ zusammengefasst (vgl. u.a. Benz 2007, S. 51).

Vereinfachen

2	4	7	+	4	1	2				
2	5	0	+	4	0	9	=	6	5	9

Abb. 5 Bsp. Vereinfachen

Ähnlich wie bei der Strategie Hilfsaufgabe werden auch beim Vereinfachen einfachere Aufgaben genutzt, jedoch auf eine bestimmte Art: Für diese Veränderung der Aufgabe wird die Konstanz der Summe ausgenutzt (vgl. Sundermann/Selter 1995a; Scherer/Moser Opitz 2010, S.154). Es wird also gegensinnig verändert. Da man bei dieser Veränderung direkt ausgeglichen hat, muss kein weiterer Rechenschritt durchgeführt werden, sodass die Strategie Vereinfachen nur einen einzigen Rechenschritt erfordert. Sundermann und Selter (1995a, S. 24) stellen jedoch bereits fest, dass diese Strategie „keine Rechenmethode zu sein [scheint], die Schüler spontan entwickeln“.

Die Ableitungsstrategien (Hilfsaufgabe, Vereinfachen) bieten sich nicht für jedes Zahlenmaterial an; es müssen bestimmte Zahlen oder Zahlbeziehungen vorhanden sein, aber auch erkannt werden, um genutzt werden zu können (vgl. Scherer/Wember 2006, S. 113; Scherer/Moser Opitz 2010, S. 154).

2.3.2.2. Strategien der halbschriftlichen Subtraktion

Die Beschreibungen der Strategien, die sich auch bei der Addition wiederfinden lassen, werden hier nicht noch einmal aufgeführt, sondern lediglich ergänzt, um Besonderheiten des Vorgehens bei der Subtraktion (siehe auch die Erläuterungen der Strategien im vorherigen Abschnitt 2.3.2.1.).

Alle Strategien, bis auf Stellenweise mit Eintauschen, werden am Beispiel der Aufgabe 782-461 demonstriert. Dabei ist der abgebildete Rechenweg eine von vielen Möglichkeiten, z. B. könnten Reihenfolge und auch Art der Notationen abweichen.

Stellenweise

	7	8	2	-	4	6	1				
	7	0	0	-	4	0	0	=	3	0	0
		8	0	-		6	0	=		2	0
			2	-			1	=			1
3	0	0	+	2	0	+	1	=	3	2	1

Abb. 6 Bsp. Stellenweise

Prinzipiell werden wie bei der stellenweisen Addition auch bei der Subtraktion die einzelnen Stellen separat gerechnet. Beim stellenweise Subtrahieren ist jedoch eine häufige Fehlerquelle, dass am Ende die Teilergebnisse ebenfalls, wie bei der Addition, addiert werden müssen – da es sich aber insgesamt um eine Subtraktionsaufgabe handelt, ist dies ein Schritt, den viele Kinder nicht korrekt durchführen und durch die Zugehörigkeit zur ursprünglichen Subtraktionsaufgabe dazu neigen, die Teilergebnisse voneinander abzuziehen (vgl. Scherer/Wember 2006, S. 114; Scherer/ Moser Opitz 2010, S. 150). Des Weiteren können bei Teilrechnungen mit Zehnerübergang Schwierigkeiten entstehen, wenn bspw. die Zehnerstelle des Minuenden kleiner als die des Subtrahenden ist – hier ist eine beliebte, aber falsche (weil ergebnisverändernde) Vereinfachung der Tausch der beiden Zahlen (vgl. ebd.). Doch das Kommutativgesetz gilt bei der Subtraktion nicht, sodass hier ebenfalls viele Fehler auf Schülerseite auftreten. Die stellenweise Subtraktion ist damit insgesamt recht fehleranfällig (vgl. Selter 2000a, S. 57; Schütte 2004, S. 139; Padberg/Benz 2011, S. 180).

Schrittweise

7	8	2	-	4	6	1				
7	8	2	-	4	0	0	=	3	8	2
3	8	2	-		6	0	=	3	2	2
3	2	2	-			1	=	3	2	1

Abb. 7 Bsp. Schrittweise

Während bei der schrittweisen Addition einer der beiden Summanden zerlegt wird, wird bei dieser Subtraktionsstrategie stets der Subtrahend zerlegt, auch hier meist, aber nicht zwingend, in die Stellenwerte und schrittweise vom Minuenden subtrahiert. Es wird jeweils mit dem erhaltenen Zwischenergebnis weitergerechnet und so erhält man als letztes Ergebnis der Teilrechnung gleichzeitig das Endergebnis.

Mischform stellen- und schrittweise

7	8	2	-	4	6	1				
7	0	0	-	4	0	0	=	3	0	0
3	0	0	+		8	2	=	3	8	2
3	8	2	-		6	1	=	3	2	1

Abb. 8 Bsp. Mischform stellen- und schrittweise

Analog zum Vorgehen bei der Addition werden auch hier die bereits vorgestellten Subtraktionsstrategien gemischt, wie dem Beispiel zu entnehmen ist.

Hilfsaufgabe

7	8	2	-	4	6	1				
7	8	2	-	4	6	0	=	3	2	2
3	2	2	-			1	=	3	2	1

Abb. 9 Bsp. Hilfsaufgabe

Das Vorgehen der Strategie Hilfsaufgabe bei der Addition kann analog auf die Subtraktion übertragen werden. So wird eine „einfachere" Aufgabe zu Hilfe gezogen und in einem weiteren Schritt das Ergebnis korrigiert, sodass das Endergebnis in meist zwei Schritten erreicht wird.

Vereinfachen

7	8	2	-	4	6	1				
7	8	1	-	4	6	0	=	3	2	1

Abb. 10 Bsp. Vereinfachen

Beim Vereinfachen bei Subtraktionsaufgaben wird ebenso wie bei der Addition ein Konstanzgesetz angewandt, allerding hier das Gesetz der Konstanz der Differenz, was ein gleichsinniges Verändern von Minuend und Subtrahend meint (vgl. Padberg/Benz 2011, S. 180).

Ergänzen

Diese Strategie ist nur bei der Subtraktion möglich. Es meint das Lösen einer Subtraktion entsprechend der Grundvorstellung des Ergänzens, also einer additiven Interpretation einer Subtraktionsaufgabe. Hierbei wird der Subtrahend „aufgefüllt", bis der Minuend erreicht ist. Das Endergebnis ergibt sich in diesem Fall aus der Identität des Endergebnisses mit der aufgefüllten Menge.

Meist wird der Überbegriff „Ergänzen" in der Literatur genutzt; bei PIKAS (S.3) wird jedoch aufgezeigt, dass es weiter in die Unterkategorien *Schrittweises Ergänzen* und *Stellengerechtes Ergänzen* untergliedert werden kann. Je nachdem, wie „aufgefüllt" wird, ist es der einen oder anderen Unterkategorie zuzuordnen:

	7	8	2	-	4	6	1					
	4	6	1	+		3	9	=	5	0	0	
	5	0	0	+	2	0	0	=	7	0	0	
	7	0	0	+		8	2	=	7	8	2	
3	9	+	2	0	0	+	8	2	=	3	2	1

Abb. 11 Bsp. Schrittweise Ergänzen

Beim **schrittweisen Ergänzen** wird zuerst auf die nächste volle Hunderterstelle ergänzt, um anschließend zum „Zielhunderter" (dem Hunderter des Minuenden) und von dort aus bis zum Minuenden aufzufüllen.

	7	8	2	-	4	6	1				
			1	+			1	=			2
		6	0	+		2	0	=		8	0
	4	0	0	+	3	0	0	=	7	0	0
1	+	2	0	+	3	0	0	=	3	2	1

Abb. 12 Bsp. Stellenweise Ergänzen

Beim **stellenweisen Ergänzen** dagegen werden die einzelnen Stellenwerte zu den „Zielstellenwerten“ (denen des Minuenden) aufgefüllt, was im nebenstehenden Beispiel deutlich wird.

Stellenweise mit Eintauschen

	7	5	2	-	4	6	1				
			2	-			1	=			1
		5	0	-		6	0				
	1	5	0	-		6	0	=		9	0
	6	0	0	-	4	0	0	=	2	0	0
1	+	9	0	+	2	0	0	=	2	9	1

Abb. 13 Bsp. Stellenweise mit Eintauschen

Bei dieser halbschriftlichen Strategie wird prinzipiell stellenweise vorgegangen, allerdings wird beim „normalen“ stellenweisen Rechnen meistens mit dem Hunderter (bzw. dem größten vorliegenden Stellenwert) begonnen, während bei der Strategie Stellenweise mit Eintauschen mit der Einerstelle begonnen wird und so die Verrechnung der Reihenfolge nach vom kleinsten zum größten Stellenwert stattfindet. „Sofern eine Subtraktion im Sinne des Wegnehmens nicht möglich ist, wird im nächst höheren Stellenwert eingetauscht, z. B. ein Hunderter in 10 Zehner“ (PIKAS, S.3). Es wird also „Entbündelt“, auch „Eintauschen“ oder „Wechseln“ genannt. Es ist damit eine Strategie, die nur auf bestimmte Subtraktionsaufgaben anwendbar ist: Nur wenn ein Stellenwert des Minuenden kleiner als der entsprechende Stellenwert des Subtrahenden ist, ist ein Eintauschen notwendig.

2.4. Bisherige empirische Befunde

Sundermann und Selter (1995a) stellen fest, dass in ihrem Versuch die **meist** genutzte Strategie bei der Addition und Subtraktion ***Schrittweise*** ist, was möglicherweise in der Untersuchung darauf zurückzuführen war, dass sich diese Strategie im Gegensatz zum stellenweisen Rechnen am Rechenstreifen darstellen lässt. ***Hilfsaufgaben*** wurden sehr **selten** genutzt, andere Strategien bei der Addition so gut wie gar nicht. Bei der Subtraktion wurde zu geringen Anteilen ergänzend/ auffüllend vorgegangen.

Sundermann und Selter (1995b, S.175) beobachten bei 6 Aufgaben, von denen drei Aufgaben die Strategie Hilfsaufgabe, zwei die Strategie Schrittweise und eine Aufgabe das Ergänzen nahelegen, ein Kind, das alle Aufgaben mit Hilfsaufgaben berechnet. Es ist also stark **personenabhängig,** denn sonst wurde die Strategie oftmals trotz „passender“ Aufgaben nicht genutzt.

Als wichtige Grundlage der vorliegenden Arbeit ist die Studie von **Selter** (2000) anzusehen. Selter untersucht dabei ebenfalls Aufgaben der Addition und Subtraktion mit je dreistelligen Zahlen, jedoch anhand von jeweils sechs Aufgaben, während in der vorliegenden Arbeit nur Daten von drei Aufgaben pro Rechenoperation erhoben werden. Um herauszufinden, ob bei „passenden“ Aufgaben auch Strategien wie Hilfsaufgabe oder Ergänzen anstelle der „Normalverfahren“ (gemeint ist Stellen-/Schrittweise) genutzt werden, integrierte er Aufgaben, die diese Strategien besonders nahelegen. Dieser Aspekt wurde auch für die vorliegende Untersuchung übernommen. Selter setzte einen Testbogen und zusätzlich vereinzelte Interviews zur Datenerhebung ein. Seine Forschung erstreckt sich über drei Messzeitpunkte: Zwei davon in Klasse drei, einmal vor und einmal nach der Einführung schriftlicher Rechenverfahren und einmal Anfang Klasse vier. Er befasst sich mit der Wahl der Rechenmethode, der Strategien, dem Erfolg - also der Korrektheit der erzielten Ergebnisse, und rechenart- und aufgabenspezifischen Unterschiede, die hier als Anhaltspunkt der Erfassung des flexiblen Rechnens dienen. Durch die drei Messzeitpunkte sind ihm Aussagen über die Entwicklung und Veränderung der erfassten Aspekte möglich. Die Ergebnisse seiner Forschung zeigen, dass die **am häufigsten** genutzten halbschriftlichen Strategien ***Stellen- und Schrittweise***, gefolgt von der Mischform beider Strategien, sind. ***Hilfsaufgaben*** dagegen wurden trotz der dafür angelegten Aufgaben äußerst **selten** genutzt. Bei Selters Pilotstudie aus 1998 (vgl. Selter 2000a) wurden ähnliche Ergebnisse festgestellt. In der Pilotstudie war außerdem auffällig, dass leidglich ein einziges Mal bei der Addition eine Hilfsaufgabe genutzt wurde, bei der Subtraktion dagegen häufiger, wenn auch immer noch sehr selten, was Selter als ernüchternden Befund beschreibt.

Außerdem besagen die Ergebnisse (vgl. Selter 2000, S. 237 ff.), dass nach der Einführung schriftlicher Rechenverfahren diese bevorzugt von den Schülerinnen und Schülern genutzt werden, während halbschriftliches Rechnen stark zurückgeht und stattdessen noch eher im Kopf gerechnet wird. Es sind keine eindeutigen Unterschiede zwischen den verschiedenen Operationen oder verschiedenen Aufgaben erkennbar, sodass sich ein **intrapersonales, recht stabiles Rechenmethoden- und Strategiewahlmuster** abbildet.

Hirsch (2001) führte im Schuljahr 1999/2000 eine Studie in dritten und vierten Klassen durch. Da in der vierten Klasse Daten zur Multiplikation und Division erhoben wurden und in der dritten Klasse zur Addition und Subtraktion, wird im Folgenden nur auf die Ergebnisse bzgl. der dritten Klassen und insbesondere ihre halbschriftliche Strategienutzung eingegangen. Sie führte die Erhebung zu drei Zeitpunkten (Anfang, Mitte und Ende) des Schuljahres durch, sodass sie Vergleiche und Entwicklungen darstellen konnte. Zu *Beginn des dritten Schuljahres* wurde bei der Addition am meisten halbschriftlich mit der Strategie ***Schrittweise*** gerechnet. Dies änderte sich im Verlauf des Schuljahres, da zu *beiden anderen Zeitpunkten* mehr ***stellenweise*** als schrittweise gerechnet wurde. Bei der **Subtraktion** stellte **„Schrittweise“** dagegen auch zu Beginn der dritten Klasse die **meist** genutzte Strategie dar. Das beschriebene Phänomen der Favorisierung der Strategien Stellen- und Schrittweise bestätigt sich damit auch in dieser Forschungsarbeit.

Außerdem erfragte Hirsch am Ende der dritten Klasse die **„Lieblingswege“** der Kinder. Hier stellte sich heraus, dass 75% der Kinder das ***schriftliche Verfahren*** als Lieblingsweg empfanden.

Benz (2005; 2007) untersucht in ihrer Studie unter anderem, welche Strategien am Anfang der zweiten Klasse genutzt werden und wie sich dies im Laufe des Schuljahres (2001/2002) verändert und welche Faktoren die Wahl beeinflussen. Auch Benz bezieht (analog zu Selter) die Erfolgsquoten der Strategien mit ein. Da bei E+/-E bspw. stellenweises Rechnen nicht identifizierbar/möglich ist, weil nur die Einerstelle besetzt ist, wird sich hier vor allem auf die Ergebnisse der ZE+/-ZE Aufgaben bezogen: Sie gelangt zu den Ergebnissen bei Aufgaben des Typs ZE+/-ZE, dass insgesamt - auch vor der offiziellen Einführung dieser Strategie im Unterricht - die Strategie ***Stellenweise*** **am meisten** genutzt wird, wobei im Laufe des Schuljahres die Nutzung von *Schrittweise* und der *Mischform* zunimmt. ***Ableiten*** wird auch hier **kaum** angewandt. Außerdem wird bei Subtraktionsaufgaben und Aufgaben mit Zehnerübergang deutlich häufiger schrittweise als stellenweise gerechnet (vgl. Benz 2005, S. 199). Benz hat in ihre Aufgaben zur Datenerhebung auch Umkehraufgaben einbezogen und stellte fest, dass auch hier bei der Addition eher zum stellenweisen, bei der Subtraktion zum schrittweisen Rechnen tendiert wurde (vgl. ebd. S. 224). Somit identifiziert Benz sowohl die Rechenoperation als auch das Vorhandensein eines Zehnerübergangs als Einflussfaktoren auf die Auswahl.

In einer Studie aus 2009 (**Heinze et al.**) wird untersucht, ob sich dieses **Strategieverhalten** seit den Ergebnissen von Selter bzw. Benz verändert oder verbessert hat, da seitdem erste entsprechende Änderungen sowohl im Kerncurriculum als auch in einige Schulbücher vorgenommen wurden. Sie (Heinze et al. 2009, S. 594 f.) stellen drei *idealisierte* Unterrichtsansätze zur Thematisierung halbschriftlicher Strategien vor: Der „routine approach" (1), der zuerst die Einführung und Einübung einer „Routinestrategie" (meist Schrittweise) vorsieht und erst danach die Einführung weiterer Strategien, dann der „investigative approach" (2), bei dem Kinder eigene Wege entdecken und von Anfang an Flexibilität und Adaptivität im Fokus stehen, und schließlich der „problem solving approach" (3), der konstruktivistisch geprägt ist und im Vordergrund das Problemlösen und Erkennen von Zahlen- und Aufgabencharakteristika sieht. Ihre Stichprobe bestand aus je vier Klassen, die jeweils nach dem „investigative" bzw. dem „problem solving approach" unterrichtet wurden und weiteren vier Klassen, deren Unterricht keinem der idealisierten Ansätze „streng" folgt, aber eher zum „routine approach" tendiert, sodass bei dieser Studie der **Einflussfaktor Unterricht untersucht** werden konnte. Analog zu Ergebnissen anderer Studien, stellen auch Heinze et al. (2009, S. 598) als **meist** genutzte Strategien die Strategien ***Stellenweise und Schrittweise*** fest, wobei bei der Addition das stellenweise und bei der Subtraktion das schrittweise Rechnen überwiegt; sie können jedoch vergleichsweise höhere Werte der Nutzung von **Ableitungsstrategien** verzeichnen. Ableitungsstrategien bzw. aufgabenadäquater Strategieeinsatz werden von den Kindern des „problem solving approach" am häufigsten eingesetzt.

Auch **Götze et al.** (2019, S. 96) beschreiben, dass sowohl bei der Addition als auch bei der Subtraktion die Strategie ***Schrittweise*** die **am häufigsten** genutzte ist.

Bei mehreren Studien wurden somit geschickte Rechenwege, die bei Erstellung der Aufgaben beabsichtigt waren, kaum genutzt, sodass sich kaum aufgabenadäquates Handeln zeigt (vgl. Beizhuisen 1993; Selter 2000; Benz 2007).

Ebendies zeigt auch eine Studie von Mochón und Róman von 1998 (zitiert nach Krauthausen 2009, S. 107): Trotz adäquaten Aufgaben wurden Ableitungsstrategien selten genutzt.

Auch **Rathgeb-Schnierer und Rechtensteiner** (2018, S. 57) fassen zusammen, dass Kinder „nicht zwingend die aus fachdidaktischer Perspektive naheliegenden“ Strategien nutzen. In der Studie von **Rathgeb-Schnierer** (2006) wird außerdem festgestellt, dass die Rechenwege der Kinder von verschiedenen Einflussfaktoren abhängen, wie dem Verfügen über die notwendigen strategischen Werkzeuge und ein umfassendes Operationsverständnis, sowie der Wahrnehmung von Aufgaben- und Zahlenmerkmalen. Aber auch der Lösungskontext spielt eine Rolle. In einer Studie von **Rathgeb-Schnierer und Green** aus dem Jahr 2015 (S. 340ff.) wurden deutsche und amerikanische Schulkinder der zweiten und vierten Klasse interviewt und es fand eine teilweise Beobachtung des Mathematikunterrichts statt. Hier wird außerdem die Abhängigkeit der **flexiblen Rechenkompetenz** vom Alter bzw. Zeitpunkt im Lernprozess deutlich. Kinder der vierten Klassen waren den Kindern der zweiten Klassen deutlich voraus. Götze und Lüling (2010, S. 41) sowie Threlfall (2002, S.45) bestätigen, dass flexible Rechenkompetenz ein Entwicklungsprozess ist, der sich über mehrere Schuljahre hinzieht und regelmäßige Anregungen benötigt.

Rathgeb-Schnierer (2010) führt eine Studie zur **flexiblen Rechenkompetenz** durch. Es wurden Grundschulkinder zweiter Klassen zu drei unterschiedlichen Zeitpunkten interviewt. Es fanden vor jedem Interview **offene Lernangebote** statt, die von der Forscherin selbst konzipiert und durchgeführt wurden, z. B. zur Schulung des **Zahlenblicks**. Rathgeb-Schnierer konnte so **positivere Ergebnisse** als bisherige Studien erzielen, denn sie zeigt auf, dass „im Laufe der Untersuchung die Anzahl von Rechenwegen, die auf dem Erkennen und Nutzen von Zahl- und Aufgabenbeziehungen beruhen, deutlich zunahm“ (Rathgeb-Schnierer 2010, S. 271).

Eine Studie von **Marschnick und Heinze** (2011) befasst sich ebenfalls mit halbschriftlichen Rechenstrategien und dem Einfluss einer kurzen „Auffrischung“ zu diesem Thema Ende der dritten Klasse mit leistungsstärkeren Kindern. Die **Fördereinheit** hatte faktisch lediglich einen Umfang von drei Unterrichtsstunden und stellte die Reflexion von verschiedenen Strategien und Aufgabenmerkmalen in den Vordergrund. Marschnick und Heinze stellen fest, dass die Schulkinder durch Anregungen seitens der Lehrkraft bereits mit geringen Förderumfang zu einer **adaptiven Strategieauswahl** fähig sind. Offen bleibt dort jedoch, ob ein ähnlicher Erfolg auch bei leistungsschwächeren Kindern aufgezeigt werden kann.

Es können auch sehr **unterschiedliche Lösungswege** bei der Nutzung **informeller Strategien** von **Selter und Spiegel** (2005) nachgewiesen werden: Bei **Kontextaufgaben** zur Addition und Subtraktion (in diesem Fall zu

Bundesjugendspielen) wurden in der dritte Klasse im Zahlenraum bis 1000 sehr individuelle Vorgehensweisen der Schülerinnen und Schüler verzeichnet.

Die Art der Aufgabe (z. B. „reine“ Rechenaufgabe oder Kontextaufgabe, Fermi-Aufgabe etc.) scheint somit ebenfalls neben dem Unterricht Einfluss auf die Strategienutzung zu haben. Während bei „normalen“ Rechenaufgaben vermehrt von Kindern auf einzelne, bestimmte Strategien zurückgegriffen wird, geschieht das Vorgehen bei offeneren Aufgaben/Kontextaufgaben anscheinend eher freier.

Padberg und Benz (2011, S. 193) tragen die Forschungsergebnisse verschiedener Studien mit der Einsicht zusammen, dass diese Nutzung der Strategien nicht nur in Deutschland recht fokussiert auf bestimmte „Hauptstrategien“ ist, sondern auch international ähnliche Forschungsergebnisse feststellbar sind.

Zusammenfassend lässt sich zu bisherigen empirischen Befunden festhalten, dass Schülerinnen und Schüler der Grundschule überwiegend die Strategien ***Schrittweise*** **und/oder** ***Stellenweise*** **bevorzugen** und diese „allgemein“ anwenden und **weniger aufgabenadäquate Strategien auswählen**. Entsprechend schreiben Padberg und Benz (2011, S. 196):

> *Variieren* die Schüler wenigstens im Rahmen der *wenigen* Hauptstrategien, oder benutzen sie *einheitlich* bei allen Aufgaben *dieselbe* halbschriftliche Strategie, völlig unabhängig von den gegebenen Zahlen? Benutzen sie gar ein halbschriftliches „Normalverfahren“? Die Antwort lautet leider im Wesentlichen: *ja*. (ebd.)

Die Tendenz der Kinder scheint die Nutzung einer Strategie bei allen Aufgaben zu sein und damit einen erprobten Weg dem „neu überlegen“ gegenüber zu bevorzugen (ebd., S. 196f.).

3. Forschungsfragen

Die Untersuchung geht der Frage nach dem Ist-Zustand der Strategienutzung bei Schülerinnen und Schülern der dritten Klasse nach. Damit wird ein ähnliches Ziel verfolgt wie Heinze et al. (2009), die ebenfalls untersuchten, ob sich das Strategieverhalten z. B. seit Selter (2000) verändert hat.

Angelehnt an beschriebene bisherige Studien (insb. Selter 2000), wird untersucht, welche der theoretisch vorhandenen bzw. möglichen halbschriftlichen Strategien letztlich genutzt werden und welche Strategie(n) dominiert/dominieren. Dies geschieht vorerst separat für die verschiedenen Rechenoperationen, sodass sich die beiden folgenden Forschungsfragen ergeben:

- ***Welche halbschriftlichen Rechenstrategien werden bei der Addition genutzt/favorisiert?***

- ***Welche halbschriftlichen Rechenstrategien werden bei der Subtraktion genutzt/favorisiert?***

Sie sollen Aufschluss über die meist genutzte(n) Strategie(n) jeweils bei Additions- und Subtraktionsaufgaben geben. Außerdem soll gegenübergestellt werden, wie häufig die jeweiligen Strategien insgesamt bei der einen und der anderen Rechenoperation genutzt werden.

Des Weiteren soll untersucht werden, ob die Kinder die Strategie, die sie selbst zur Lösung der Rechenaufgaben nutzen, auch als „einfachsten“ Weg angeben oder ob der selbst genutzte Weg sich von dem als am „einfachsten“ angegebenen Weg unterscheidet. Zur Ermittlung der Wahrnehmung des „einfachsten“ Weges sind auf einer Seite des Testbogen zwei mögliche Wege vorgegeben, zusätzlich steht ein leeres Feld für einen eigenen, anderen Weg zu Verfügung (Näheres dazu in Kapitel 4.4.). Somit soll das subjektive Kriterium der Strategiewahl (das Empfinden als „einfach“) untersucht werden (vgl. Marschnick/Heinze 2011, S.5), ähnlich wie die Erfragung des Lieblingsweges in der Studie von Hirsch (2001). Um die genutzte Strategie mit der „einfachsten“ vergleichen zu können, werden „persönliche Hauptstrategien“ (jeweils intraindividuell die am häufigsten genutzte Strategie) ermittelt.

Auch bezüglich dieses Aspekts wird Addition und Subtraktion separat betrachtet:

- ***Nutzen die Kinder bei der Addition die halbschriftliche Rechenstrategie, die sie als „einfachste“ angeben?***

- ***Nutzen die Kinder bei der Subtraktion die halbschriftliche Rechenstrategie, die sie als „einfachste“ angeben?***

Die bisherigen Fragen bzw. deren Ergebnisse werden teilweise für die Hauptforschungsfrage mit einbezogen. Hier werden Addition und Subtraktion zusammengeführt, jedoch liegt der Fokus auf dem *intraindividuellen* Vergleich der Vorgehensweisen bei Plus- und Minusaufgaben:

- ***Nutzen Grundschulkinder der dritten Klasse bei der Subtraktion dieselben halbschriftlichen Rechenstrategien, die sie bei der Addition favorisieren?***

Es werden die persönlichen Hauptstrategien beider Rechenarten auf Übereinstimmung untersucht und erfasst, wie häufig eine solche Übereinstimmung vorliegt.

Als weiterer Forschungsaspekt soll untersucht werden, inwieweit Kinder inzwischen andere Strategien als die bisher festgestellten „Hauptstrategien“ Stellenweise und Schrittweise nutzen, wenn die Aufgabe diese nahe legt (vgl. u.a. Selter 2000). Hierfür wird die Strategie Hilfsaufgabe gewählt und es werden zwei Aufgaben mit schwellennahen Zahlen präsentiert. In bisherigen Untersuchungen, bspw. von Selter (2000), findet diese Strategie kaum Einsatz trotz passend gewählter Aufgaben. Die letzte Forschungsfrage soll einen Hinweis konkret bzgl. des flexiblen Rechnens geben, ob sich der Ist-Zustand der Strategienutzung in den letzten Jahren etwas weiter hin zu einem flexiblen bzw. adaptiven Einsatz der Strategien entwickelt hat:

- ***Nutzen Kinder Hilfsaufgaben, wenn die Rechenaufgabe diese Strategie besonders nahelegt?***

Die Beantwortung dieser Frage lässt selbstverständlich keine allgemeingültigen Aussagen über flexibles Rechnen zu, liefert aber einen ersten Ansatz und Vergleichspunkt zu Selter (2000). Da bei bisherigen Forschungen, auch bei großen Stichproben, bspw. Hilfsaufgaben kaum genutzt wurden und damit die Ergebnisse bzgl. der Nutzung sehr „extrem“ sind, kann zumindest anhand der vorliegenden Stichprobe untersucht werden, ob sich daran etwas verändert hat oder ob auch einige Jahre später die Ergebnisse der Studien erneut bestätig werden.

Schon die Nutzung der Strategien und die Feststellung der persönlichen Hauptstrategien gibt bereits Aufschlüsse über mögliches flexibles Rechnen. Wird aufgabenübergreifend von einem Kind durchgehend dieselbe Strategie genutzt, ist davon auszugehen, dass keine aufgabenadäquate Anpassung der Strategie stattfindet und damit flexibles und adaptives Rechnen wenig stattfindet – sondern eher eine Strategie als Verfahren angewandt wird.

4. Methode

Im Folgenden wird das methodische Vorgehen der vorliegenden Untersuchung genauer beschrieben. Es wird ausführlich auf die Konzeption des Testbogens eingegangen, das Kategoriensystem zur Auswertung vorgestellt und kurz die Stichprobe sowie die Durchführung und Auswertung geschildert.

4.1. Forschungsdesgin

Es handelt sich um eine empirische Forschung, die quantitativ ausgewertet wird. Als Messinstrument dient ein Testbogen. Die Rechenwege der Kinder werden den Kategorien (hier den verschiedenen (halbschriftlichen) Strategien) zugeordnet. Anschließend wird mit univariater Deskriptivstatistik ausgewertet (vgl. Zierer/Speck/Moschner 2013, S.101): Häufigkeiten der einzelnen Kategorien bzw. Rechenstrategien werden ermittelt. Diese werden größtenteils in Balkendiagrammen veranschaulicht.

4.2. Beschreibung der Stichprobe

Die Stichprobe besteht aus insgesamt vier dritten Klasse mit insgesamt 73 Schülerinnen und Schülern. Alle Klassen stammen aus dem Landkreis Verden, Bundesland Niedersachsen, wobei jeweils zwei Klassen einer Schule angehören.

Die Stichprobe setzt sich aus insgesamt 38 weiblichen und 35 männlichen Probanden zusammen.

Alle Probanden haben aufgrund der ungewöhnlichen Umstände der COVID19-Situation in den Wochen vor der Durchführung hauptsächlich im Rahmen des Homeschoolings Mathematikunterricht erfahren bzw. Mathematikaufgaben bearbeitet. Die Bearbeitung der Testbögen fand Mitte bis Ende Mai in den verschiedenen Schulen statt – somit zu Beginn der Zeit, in der für die dritten Klassen der Präsenzunterricht wieder aufgenommen wurde.

4.3. Durchführung der Untersuchung

Die Testbögen wurden im Zuge des Präsenzunterrichts kurz nach Wiedereröffnung nach der Corona-bedingten Schließung der Schulen für die dritten Klassen als eine Art Wiederholungsarbeitsblatt durchgeführt. Die

Datenerhebung wurde im Klassenverband im Mathematikunterricht bei der jeweiligen Lehrkraft durchgeführt. Dafür wurden die Arbeitsblätter an die Schülerinnen und Schüler ausgeteilt – eine vorherige explizite Einführung oder Wiederholung des Themas/ einzelner Rechenstrategien war nicht vorgesehen. Zur Bearbeitung der Testbögen hatten die Schulkinder maximal eine 45-minütige Schulstunde Zeit, wobei meistens nach ungefähr 35 Minuten alle Kinder fertig waren. Die Bearbeitung erfolgte in Einzelarbeit ohne größere Eingriffe oder Hilfestellungen der Lehrkräfte.

4.4. Konzeption des Testbogens

Der Testbogen besteht aus zwei DIN-A4-Seiten. Eine Seite beinhaltet sechs Rechenaufgaben, bei deren Rechnung der Rechenweg mit aufgeschrieben werden soll, die andere Seite zwei Ankreuzaufgaben, die auf die Ermittlung des als am einfachsten empfundenen Rechenweges abzielen. Es wird durch die Papiergröße und die relativ wenigen Aufgaben auf einer Seite eine Übersichtlichkeit und genügend Platz für eigene Rechenwege gewährleistet. Außerdem wird dadurch pro Seite prinzipiell nur ein Aufgabenformat vorgegeben, auch wenn die Rechenoperationen verschieden sind, wird jeweils eine Seite zu einer Aufgabenstellung bearbeitet. Eine einzuhaltende Reihenfolge der Bearbeitung der beiden Seiten wird nicht vorgegeben. Somit können Kinder, die Probleme beim Verständnis der Aufgabe haben, sich die Seite mit den gerechneten Beispielen auch zuerst anschauen, was zu Ideen und Erinnerungen verhelfen kann.

Alle Aufgaben des Testbogens können mit jeder der im Kapitel 2.3. genannten Strategien ausgerechnet werden, mit Ausnahme der Strategie *Stellenweise mit Eintauschen*. Dies ist darauf zurückzuführen, dass lediglich solche Subtraktionsaufgaben in diesem Testbogen gewählt wurden, bei denen alle Stellenwerte des Subtrahenden kleiner als die des Minuenden sind. Denn wenn der Subtrahend gegenüber dem Minuenden einen höheren Wert in Zehner- oder Einerstelle aufweist, treten „Minuszahlen“ (s. Abb. 14) auf, was Grundschulkinder meist noch nicht beherrschen. Darum wäre an dieser

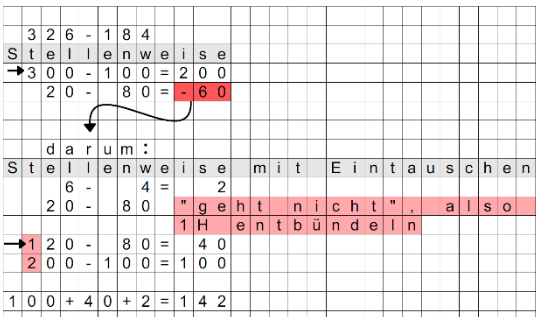
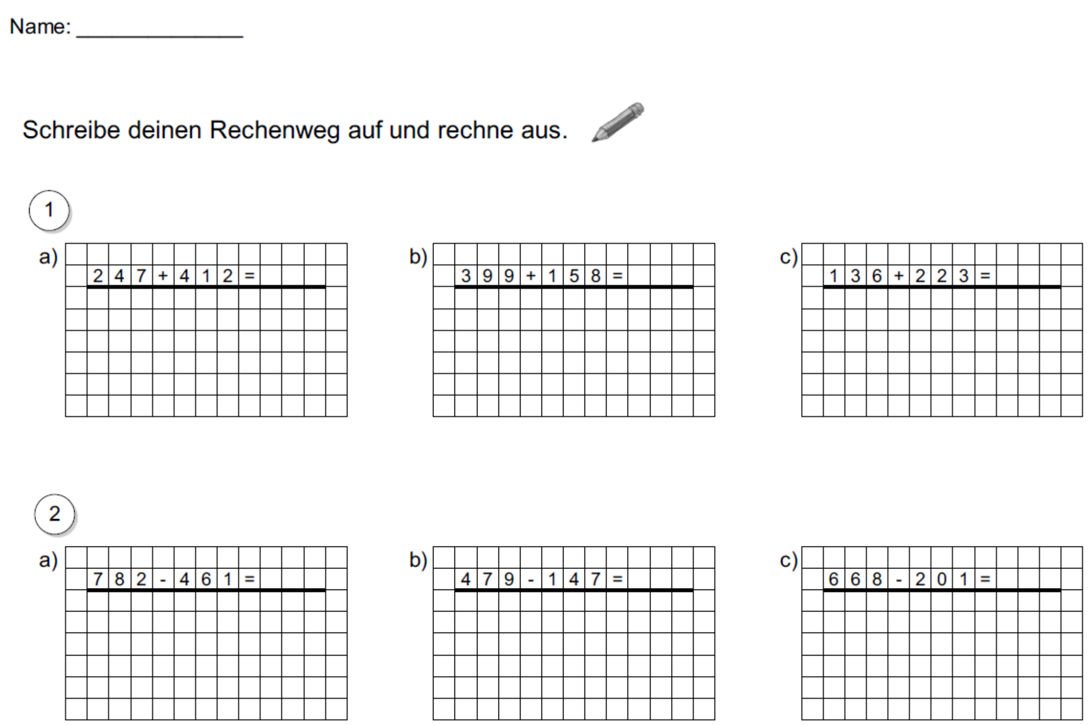


Abb. 14 Stellenweise/Stellenweise mit Eintauschen

Stelle für die meisten Kinder nur ein stellenweises Rechnen mit Eintauschen möglich (s. Abb. 14). Somit könnten die Kategorien *Stellenweise* und *Stellenweise mit Eintauschen* im Grundschulkontext zusammengefasst werden. Da dies bei Aufgaben mit genannten Stellenwerten aber stets ein Schritt mehr (das Entbündeln) als beim stellenweisen Addieren darstellt und der Strategiegebrauch bei der Addition und Subtraktion vergleichend untersucht werden soll, werden im Testbogen bewusst nur Subtraktionsaufgaben gewählt, die kein Entbündeln verlangen.
Es muss zwar nicht als negative Zahl interpretiert werden, sondern kann auch vom Ergebnis anschließend abgezogen werden (also als Minusaufgabe interpretiert werden), aber da die Möglichkeit der zusätzlichen Verwirrung besteht, wird im Testbogen darauf verzichtet.

Im Folgenden werden die Seiten des Testbogens ausführlich einzeln erläutert und analysiert. Ebenso wird eine tabellarische Übersicht geliefert zu jeder der Aufgaben, mit jeweils jeder der genannten Strategien. Dies soll zu einem Überblick über die Möglichkeiten und zu einem höheren Vertrautsheitsgrad der verschiedenen Strategien führen, um anschließend die Ausführungen der Auswertung besser nachvollziehen zu können.

Seite: Rechenaufgaben


Name: ______________

Schreibe deinen Rechenweg auf und rechne aus.

1

a) 247 + 412 =

b) 399 + 158 =

c) 136 + 223 =

2

a) 782 - 461 =

b) 479 - 147 =

c) 668 - 201 =

Abb. 15 Testbogen Seite: Rechenaufgaben

Die eine Seite des Testbogens besteht aus insgesamt sechs Rechenaufgaben, je drei Additions- und drei Subtraktionsaufgaben. Um Fehler zu vermeiden, die durch Nichtbeachten von „Plus-" oder "Minuszeichen" entstehen können, werden die Additions- und Subtraktionsaufgaben nicht gemischt oder abwechselnd dargestellt, sondern als zwei getrennte Aufgaben aufgeführt.

Da sich diese Untersuchung auf halbschriftliche Strategien konzentriert, wird explizit um eine Notation des Rechenweges in der Aufgabenstellung gebeten.

Außerdem wurde die Darstellung der Rechenaufgabe mit einem Strich darunter in Anlehnung an Wittmann und Müller (2001, S. 20) gewählt, da laut ihnen dieser Strich die Abgrenzung zu Nebenrechnungen/ schriftlichen Notizen darstellt.

Von jeweils drei Aufgaben einer Rechenart wurde je eine Subtraktions- und Additionsaufgabe ausgewählt (Aufgabe 1b) und 2c)), bei der ein Zahlenwert eine Nähe zum nächsten Hunderter aufweist, sodass sich insbesondere bei diesen beiden Aufgaben Ableitungsstrategien anbieten, angelehnt an den Aufbau des Testbogens der Studie von Selter (2000). Jedoch können auch diese ebenso gut wie andere Aufgaben stellenweise oder schrittweise ausgerechnet werden; genauso, wie auch Zahlenwerte der anderen Aufgaben des Testbogens eine Nähe zum nächsten Zehner aufweisen und somit auch mit Hilfsaufgaben oder vereinfacht gerechnet werden könnten. Trotzdem bieten sich die Strategien Hilfsaufgabe oder Vereinfachen bei bestimmten Aufgaben (z. B. einer besonderen Nähe zu einem vollen Hunderter) eher an bzw. sind „offensichtlicher“ als bei anderen Aufgaben.

Es wurden bereits die Kriterien der Generierung der Subtraktionsaufgaben genannt: Alle Stellenwerte des Minuenden sind größer als die des Subtrahenden gewählt, um die Aufgaben durch notwendiges Entbündeln nicht zu verkomplizieren. Durch Entbündeln kann eine mögliche Fehlerquelle entstehen und da – wie bereits begründet – die Strategien *Stellenweise* und *Stellenweise mit Eintauschen* für die Grundschule zur Oberkategorie *Stellenweise* zusammengefasst werden können, ist im Zuge dieser Forschung die Strategie *Stellenweise* auch ohne Entbündeln erfassbar.

Insgesamt wurde bei der Auswahl der Aufgaben darauf geachtet, dass eher einfache Werte genutzt werden - es ist nicht Ziel des Testbogens, dass Schülerinnen und Schüler besonders lange für die Berechnung benötigen oder unter Beweis stellen sollen, dass sie besonders gut und korrekt rechnen können. Der Fokus dieser Untersuchung liegt lediglich auf der Verwendung der verschiedenen Strategien. Diese sind beispielsweise bei Additionsaufgaben mit und ohne Zehnerübergang gleichermaßen erkennbar (vgl. Scherer/Wember 2006, S. 112), sodass auch bei den Additionsaufgaben hauptsächlich Aufgaben ohne Zehnerübergang genutzt wurden. Eine Ausnahme stellt Aufgabe 1b) dar, die durch die beabsichtigte besondere Nähe zum vollen Hunderter eine 9 in der Einerstelle besitzt und sich daher bei einer Einerstelle des zweiten Summanden ungleich 0 ein Zehnerübergang ergeben muss. Da das Rechnen mit vollen Zehnern – was mit einer 0 in der Einerstelle der Fall wäre – eher einfacher ist, ist zur Möglichkeit des besseren Vergleichs eine Einerstelle ungleich 0 gewählt worden, auch wenn dadurch ein Zehnerübergang entstehen kann, wenn schritt- oder stellenweise gerechnet wird. Bei einer Hilfsaufgabe oder Vereinfachung entsteht dagegen kein Zehnerübergang. Gegen andere Zahlenwerte wie z. B. 401 wurde sich entschieden, da hierbei die Notation einer Hilfsaufgabe und dem stellenweisen Rechnen schwierig zu erkennen sein könnte und dies weitestgehend vermieden werden sollte (bei der Subtraktion wurde eine solche Aufgabe einbezogen, darauf wird aber später noch erklärend eingegangen).

Eine Übersicht der einzelnen Rechenaufgaben und deren beispielhafte Bearbeitung nach dem Vorgehen der verschiedenen Strategien zeigen Tabellen 1 und 2:

Strategien	a) 247 + 412	b) 399 + 158	c) 136+223
Stellenweise	200 + 400 = 600 40 + 10 = 50 7 + 2 = 9 600 + 50 + 9 = 659	300 + 100 = 400 90 + 50 = 140 9 + 8 = 17 400 + 140 +17 = 557	100 + 200 = 300 30 + 20 = 50 6 + 3 = 9 300 + 50 + 9 = 359
Schrittweise	247 + 400 = 647 647 + 10 = 657 657 + 2 = 659	399 + 100 = 499 499 + 50 = 549 549 + 8 = 557	136 + 200 = 336 336 + 20 = 356 356 + 3 = 359
Mischform: Stellen- und Schrittweise	200 + 400 = 600 600 + 47 = 647 647 + 12 = 659	300 + 100 = 400 400 + 99 = 499 499 + 58 = 557	100 + 200 = 300 300 + 36 = 336 336 + 23 = 359
Hilfsaufgabe	247 + 410 = 657 657 + 2 = 659	400 + 158 = 558 558 - 1 = 557	136 + 220 = 356 356 + 3 = 359
Vereinfachen	(247 + 3) + (412 - 3) = 250 + 409 = 659	(399 + 1) + (158 - 1) = 400 + 157 = 557	(136 + 3) + (223 – 3) = 139 + 220 = 359

Tab. 1 Anwendung der Strategien bei Aufgabe 1 (Addition)

Strategien	a) 782–461	b) 479–147	c) 668-201
Stellenweise	700 - 400 = 300 80 - 60 = 20 2 - 1 = 1 300 + 20 + 1 = 321	400 - 100 = 300 70 - 40 = 30 9 - 7 = 2 300 + 30 + 2 = 332	600 - 200 = 400 60 - 0 = 60 8 - 1 = 7 400 + 60 + 7 = 467
Schrittweise	782 - 400 = 382 382 - 60 = 322 322 - 1 = 321	479 - 100 = 379 379 - 40 = 339 339 - 7 = 332	668 - 200 = 468 468 - 0 = 468 468 - 1 = 467
Mischform: Stellen- und Schrittweise	700 - 400 = 300 300 + 82 = 382 382 - 61 = 321	400 - 100 = 300 300 + 79 = 379 379 - 47 = 332	600 - 200 = 400 400 + 68 = 468 468 - 1 = 467
Hilfsaufgabe	782 - 460 = 322	479 - 150 = 329	668 - 200 = 468

	322 - 1 = 321	329 + 3 = 332	468 - 1 = 467
Vereinfachen	(782 - 1) - (461 - 1) = 781 - 460 = 321	(479 + 3) - (147 + 3) = 482 - 150 = 332	(668 - 1) - (201 - 1) = 667 - 200 = 467
Schrittweise Ergänzen	39 + 200 + 82 = 321	3 + 50 +200 + 79 = 332	9 + 90 + 300 + 68 = 467
Stellengerechtes Ergänzen	1 + 20 + 300 = 321	2 + 30 + 300 = 332	7 + 60 + 400 = 467

Tab. 2 Anwendung der Strategien bei Aufgabe 2 (Subtraktion)

Die Tabelle zeigt, dass jede der Aufgaben theoretisch mit jeder der aufgeführten halbschriftlichen Rechenstrategien berechnet werden kann. Dabei erscheinen manche Rechenwege komplizierter und andere dagegen einfacher, letztlich hängt dieses Empfinden aber vom Individuum selbst, seinen Gedankengängen und eventuell vorliegenden Grundvorstellungen des Rechnens ab. Genau in diesem Bereich der individuellen Strategie setzt diese Forschung an und will die Verwendung der Strategien genauer untersuchen.

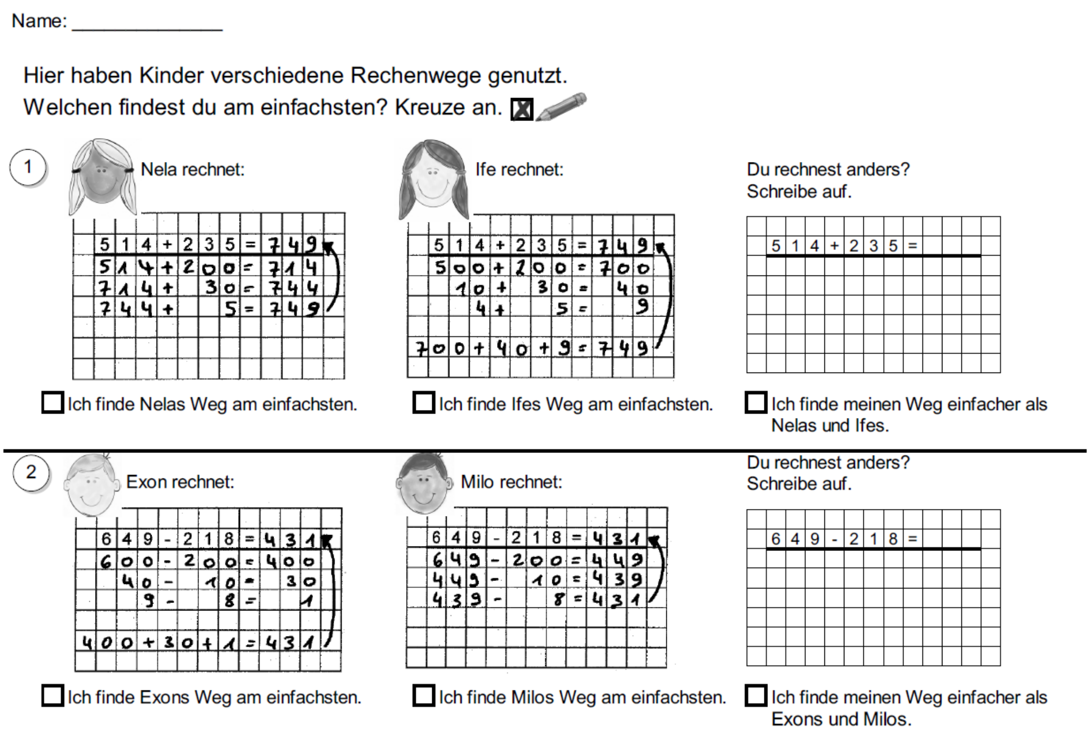
Aufgabe 2c) bringt gegebenenfalls eine Zuordnungsschwierigkeit der Strategie mit sich, da sich bei dieser Aufgabe das schrittweise Rechnen und das Rechnen mit einer Hilfsaufgabe sehr stark ähneln können – wird beim schrittweise Rechnen an der „leeren“ Zehnerstelle des Subtrahenden keine Null im Rechenweg vermerkt, ist nicht erkennbar, ob es eine Hilfsaufgabe darstellt oder eine verkürzte Schreibweise der Strategie Schrittweise ist. Da jedoch bei der Subtraktion auch eine Aufgabe integriert werden sollte, die durch die Nähe einer Zahl zu einem vollen Hunderter insbesondere eine Hilfsaufgabe nahelegt, aber gleichzeitig die Fehleranfälligkeit und der Schwierigkeitsgrad der Aufgabe niedrig gehalten werden sollte (→ausführliche Begründung am Anfang des Kapitels zu finden), wurde diese Aufgabe trotzdem in den Testbogen aufgenommen. Außerdem bietet sich bei Subtraktionsaufgaben eine Hilfsaufgabe besonders dann an, wenn der Subtrahend eine Nähe zum vollen Hunderter aufweist, weil dies deutlich einfacher zu rechnen ist, da dann Zehner- und Einerstelle des Minuenden und des Ergebnisses übereinstimmen bzw. „übernommen“ werden können. Weist der Minuend eine Nähe zum vollen Hunderter auf, erleichtert dies das Rechnen in kleinerem Maße. Deshalb sollte der Subtrahend eine Nähe zum Hunderter aufweisen und durch Abrunden auf den vollen Hunderter gebracht werden, da ansonsten bei anderen Strategien mit einer Neun an der Zehnerstelle

Rechenprobleme auftreten können. Somit war diese mögliche Überschneidung der Strategien unter diesen Aspekten nicht vermeidbar. Zur Auswertung möglicher Uneindeutigkeit wird in *Kapitel 4.5*. genauer eingegangen.

Mit der ersten Seite des Testbogen sollen somit Daten erhoben werden, deren Auswertung Einblicke und Antworten auf folgende Fragen geben kann:

- Favorisiert ein Kind eine bestimmte Strategie bei der Addition?
- Favorisiert ein Kind eine bestimmte Strategie bei der Subtraktion?
- Favorisiert ein Kind bei der Subtraktion die Strategie, die es auch bei der Addition favorisiert?
- Nutzt das Kind auch die Strategien Hilfsaufgaben oder Vereinfachen?
- Welche Strategie wird insgesamt bei der Addition am häufigsten genutzt?
- Welche Strategie wird insgesamt bei der Subtraktion auf häufigsten genutzt?

Seite: Der „einfachste“ Rechenweg



Name: ______________

Hier haben Kinder verschiedene Rechenwege genutzt.
Welchen findest du am einfachsten? Kreuze an.

1

Nela rechnet:

514 + 235 = 749
514 + 200 = 714
714 + 30 = 744
744 + 5 = 749

☐ Ich finde Nelas Weg am einfachsten.

Ife rechnet:

514 + 235 = 749
500 + 200 = 700
10 + 30 = 40
4 + 5 = 9
700 + 40 + 9 = 749

☐ Ich finde Ifes Weg am einfachsten.

Du rechnest anders? Schreibe auf.

514 + 235 =

☐ Ich finde meinen Weg einfacher als Nelas und Ifes.

2

Exon rechnet:

649 - 218 = 431
600 - 200 = 400
40 - 10 = 30
9 - 8 = 1
400 + 30 + 1 = 431

☐ Ich finde Exons Weg am einfachsten.

Milo rechnet:

649 - 218 = 431
649 - 200 = 449
449 - 10 = 439
439 - 8 = 431

☐ Ich finde Milos Weg am einfachsten.

Du rechnest anders? Schreibe auf.

649 - 218 =

☐ Ich finde meinen Weg einfacher als Exons und Milos.

Abb. 16 Testbogen Seite: Der „einfachste“ Rechenweg

Auf dieser Seite des Testbogens sollen die Kinder den "einfachsten" Weg ankreuzen. Um Übersichtlichkeit zu bewahren, sind nicht alle möglichen halbschriftlichen Strategien aufgeführt, sondern es wurde bewusst reduziert auf das stellengerechte bzw. schrittweise Rechnen. Diese beiden Strategien werden in den Vordergrund gerückt, da diese in der Regel in der Schule am stärksten thematisiert werden. Trotzdem wären auch bei diesen Aufgaben andere Strategien wie z. B. die Mischform oder sogar Hilfsaufgaben möglich, wenn jemand wirklich stets mit Hilfsaufgaben rechnen sollte. Dafür ist jeweils das rechte leere Feld vorgesehen, in das die Kinder ihren eigenen Rechenweg schreiben können, falls sie einen für sich einfacheren Weg kennen.
Die Beispielrechnungen wurden dabei in der „“normierten“ Gleichungsschreibweise“ (Padberg/Benz 2011, S. 169) dargestellt, da dies die Form ist, die auch in den meisten Schulbüchern vorzufinden und sehr verbreitet ist.

Bei Aufgabe 1 wurden als Kinder, die im Beispiel rechnen, zwei Mädchen gewählt und bei Aufgabe 2 zwei Jungen. Es wurde nicht bei Addition und Subtraktion jeweils ein Mädchen und ein Junge gewählt, um zu vermeiden, dass eine geschlechtsspezifische Auswahl des Rechenweges erfolgt. Es bestände sonst eine geringe Wahrscheinlichkeit, dass z. B. ein Mädchen eher den Rechenweg eines Mädchens ankreuzt (nach dem Motto „Mädchen müssen zusammenhalten“) bzw. dass ein Junge eher den Rechenweg eines anderen Jungen bevorzugt. Auch wurden Kinder unterschiedlicher Ethnien abgebildet, um ein möglichst neutrales Arbeitsblatt zu erhalten.

Die Auswertung dieser Seite des Arbeitsblattes soll ermöglichen, Bezüge herzustellen zwischen den Rechenwegen, die ein Kind auf der einen Seite selbst genutzt hat und den Rechenwegen, die es auf dieser Seite als „am einfachsten“ angibt.

Während mit der Seite „Rechenaufgaben“ des Testbogen hauptsächlich Fragen zur Nutzung der Strategien und deren Häufigkeit beantwortet werden sollen, wird mit der zweiten Seite ein Bezug zur Wahrnehmung und Einschätzung der Kinder hergestellt und mit Ergebnissen der ersten Testbogenseite verknüpft:

- Welche Strategie empfindet ein Kind bei der Addition als einfachsten Rechenweg?
- Welche Strategie empfindet ein Kind bei der Subtraktion als einfachsten Rechenweg?

- Hat ein Kind die Strategie, die es als „einfachste“ bei der Addition angekreuzt hat, zur Bearbeitung der Rechenaufgaben genutzt?
- Hat ein Kind die Strategie, die es als „einfachste“ bei der Subtraktion angekreuzt hat, zur Bearbeitung der Rechenaufgaben genutzt?
- Welche Strategie wird insgesamt bei der Addition am häufigsten als besonders einfach wahrgenommen?
- Welche Strategie wird insgesamt bei der Subtraktion am häufigsten als besonders einfach wahrgenommen?

4.5. Kategoriensystem

Das Kategoriensystem ist angelehnt an die bereits in Abschnitt 2.3. ausführlich ausgeführten Strategien des halbschriftlichen Rechnens, wobei die Strategie *Stellenweise mit Eintauschen* keine eigene Auswertungskategorie bildet (→Begründung s. Abschnitt 4.1.). Somit ergeben sich sowohl für Addition als auch Subtraktion folgende Strategien bzw. Kategorien:

- *Stellenweise*
- *Schrittweise*
- *Mischform stellen- und schrittweise*
- *Hilfsaufgabe*
- *Vereinfachen*

Zusätzlich waren bei der Subtraktion die Kategorien *Schrittweise Ergänzen* und *Stellengerechtes Ergänzen* angedacht, welche jedoch nicht genutzt wurden, sodass diese Strategien ebenfalls aus dem Kategoriensystem entfernt wurden. Das Kategoriensystem wurde adaptiert, zwei weitere Kategorien wurden jeweils für beide Rechenoperationen aufgenommen:

- *Im Kopf*
- *Schriftlich untereinander*

Diese Kategorien stellen zwar keine halbschriftlichen Rechenstrategien dar, sind jedoch Rechenwege, die teilweise von Schülerinnen und Schülern bei der Bearbeitung des Testbogens verwendet wurden. Um diese Daten mit aufgreifen, abbilden und in die Auswertung einbinden zu können, sind diese Wege als Kategorien aufgenommen worden. *Im Kopf* meint dabei das Rechnen ohne jegliche schriftliche Notation, bei dem nur das Ergebnis auf dem Testbogen vermerkt ist. *Schriftlich untereinander* ist dagegen ein schriftlicher Rechenweg.

„Auf der Grundlage des Stellenwertsystems werden Ergebnisse nach vorgegebenen Algorithmen ziffernweise ermittelt“ (KC 2017, S.51): Beide Summanden bzw. Subtrahend und Minuend werden stellengerecht untereinander notiert und anschließend von rechts nach links – also beginnend bei der Einerstelle – berechnet. Es ist eine schriftliche und keine halbschriftliche Strategie mehr und folgt einer anderen Notation, der gedankliche Weg – die Verrechnung der jeweiligen Stellenwerte miteinander – ist jedoch dem stellenweisen Rechnen ähnlich, wobei nach wie vor der Unterschied zwischen Zahlrechnen und Ziffernrechnen besteht.
Während Beispiele für die Kategorien, die aus halbschriftlichen Rechenstrategien bestehen, bereits in vorherigen Abschnitten angeführt sind, soll zum besseren Verständnis auch zu den beiden ergänzten Kategorien kurz eine Übersicht anhand einzelner Beispiele in Tabelle 3 gegeben werden:

	247 + 412	782 - 461
Im Kopf	247 + 412 = 659	782 – 461 = 321
Schriftlich untereinander	2 4 7 + 4 1 2 = 6 5 9	7 8 2 - 4 6 1 = 3 2 1

Tab. 3 Bsp. ergänzte Kategorien

4.6. Auswertung der erhobenen Daten

Die Auswertung der Testbögen erfolgt mithilfe des Statistikprogramms SPSS. Jedes Kind wir als ein Fall erfasst, dessen Daten tabellenartig zusammengestellt werden und bei dem die Variablen Geschlecht, Zuordnung zu Klasse und Schule, sowie die Zuordnung der Rechenwege bei den einzelnen Aufgaben zu den Kategorien des gebildeten Kategoriensystems vermerkt sind. Diese Tabellenwerte werden mithilfe deskriptiver Statistik – insbesondere Häufigkeiten – ausgewertet.

Die Zuordnung der Rechenwege der Probanden zu einer der Kategorien konnte in den meisten Fällen eindeutig erfolgen. Dabei wurden sowohl schrittweises Rechnen in drei Schritten wie in obigen Beispielen als auch schrittweises Rechnen in zwei Schritten (z. B. wenn Zehner- und Einerstelle zusammen hinzugefügt wurde) der Kategorie Schrittweise zugeordnet. Dies als Beispiel, um zu verdeutlichen, dass eine Strategie verschiedene Notationen oder Formen besitzen kann.

Bei einer Subtraktionsaufgabe, Aufgab 2c), ist die Zuordnung jedoch oftmals nicht eindeutig (→ s. 4.4.), wenn die Aufgabe einzeln/ isoliert betrachtet wird. In diesem Fall wird so vorgegangen, dass ein Rechenweg der Strategie Schrittweise zugeordnet wird, wenn alle anderen Subtraktionsaufgaben (bzw. evtl. sogar alle zu rechnenden Aufgaben) schrittweise berechnet wurden und auch bei der Addition die Aufgabe 1b), die ebenfalls insbesondere eine Hilfsaufgabe durch die Nähe zum vollen Hunderter nahelegt, nicht mit einer Hilfsaufgabe berechnet wurde. Unter Berücksichtigung dieser Aspekte lassen sich die Rechenwege eindeutig zuordnen.

In einzelnen Fällen wurden Strategien systematisch fehlerhaft durchgeführt – da jedoch der Fokus dieser Arbeit auf der Strategienutzung und nicht auf der Fehlerlosigkeit der Anwendung liegt, werden auch fehlerhafte Rechenwege einer Strategie zugeordnet, dessen Ansatz deutlich erkennbar ist. Lediglich ein Fall ist bei keiner der gerechneten Aufgaben einer Kategorie zuzuordnen, da keine der Strategien erkennbar ist und insgesamt fehlerhaft gerechnet wurde. Die Zahlen wurden teilweise zerlegt und es wurden Zwischenergebnisse errechnet, die nur zum Teil weiterverwendet wurden und in einem letzten Schritt wurden diverse Zahlen addiert, bei denen weder Herkunft, noch Systematik oder Logik erkennbar ist. Insofern wurde dieses Vorgehen genauso behandelt, als wäre die Aufgabe nicht bearbeitet worden.

Außerdem kam es bei einzelnen Probanden vor, dass auch bei den Subtraktionsaufgaben eine Additionsaufgabe gelesen bzw. gerechnet wurde und das Operationszeichen Plus statt Minus entweder nur „gedacht“ oder zum Teil auch geschrieben wurde. In diesen Fällen wird keine Zuordnung zu einer Kategorie dieser Aufgaben eingetragen, auch wenn die Addition folgerichtig stattfand und einer Strategie nachgeht, denn dies würde das Ergebnis insofern verfälschen, als dass dann Subtraktions- und Additionsaufgaben und dort genutzte Verfahren gemischt würden. Insofern werden in diesen Fällen die Werte der betroffenen Aufgaben nicht in die Auswertung einbezogen.

5. Ergebnisse

Die Darstellung der Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung orientiert sich an den einzelnen Teilfragen der Forschung, die im Folgenden zuerst separat oder mit einzelnen Bezügen zueinander, anschließend mit fragenübergreifenden Zusammenführungen und Zusammenfassungen betrachtet werden.

Der Übersichtlichkeit halber wird stets zuerst die Addition und später die Subtraktion entsprechend der Forschungsfragen behandelt. Zur besseren Unterscheidung sind in den Diagrammen die Strategien der Addition mit orangefarbenen Balken dargestellt, die der Subtraktion mit blauen. Ausgenommen hiervon sind gruppierte Balkendiagramme, bei denen bspw. die Klassen untereinander verglichen werden und bei denen auf verschiedene Orangetöne als Unterscheidung verzichtet wurde und kontrastreichere Farben gewählt wurden, um möglichst gut erkennbar die Inhalte darstellen zu können. Es werden bevorzugt Balkendiagramme zur Darstellung verwendet, da Häufigkeitsrangfolgen dadurch besonders gut veranschaulicht werden und auf einen Blick zu erkennen sind.

Begonnen wird mit der Untersuchung der Häufigkeiten der genutzten Rechenwege und der Frage, welches die meist genutzte Strategie der jeweiligen Rechenoperation ist. Hierfür wird sowohl die Häufigkeit der Strategienutzung innerhalb eines Falles als auch die Häufigkeiten bezogen auf die Gesamtheit aller Fälle besprochen. Es werden klassenspezifische Besonderheiten aufgedeckt und kurz auf genderbezogene Vergleiche eingegangen.

Im Anschluss daran wird die Übereinstimmung zwischen genutzten und den als „einfachsten" angegebenen Strategien zum Forschungsgegenstand.

Diese Ergebnisse werden danach zur Klärung der Hauptforschungsfrage „*Nutzen Grundschulkinder der dritten Klasse bei der Subtraktion dieselben halbschriftlichen Rechenstrategien, die sie bei der Addition favorisieren?"* zusammengeführt.

Abschließend wird auf die separate Frage nach der Nutzung von Hilfsaufgaben eingegangen.

Welche halbschriftlichen Rechenstrategien werden bei der Addition genutzt/favorisiert? Untersuchung der Häufigkeiten

Zuerst wird die **intraindividuelle** Nutzung der Strategien betrachtet. Aus Tabelle 4 (s. Anhang) geht hervor, dass die meisten der untersuchten Grundschulkinder ausschließlich jeweils eine Strategie bei allen Additionsaufgaben nutzen. Die Strategie, die ein Kind favorisiert bzw. überwiegend nutzt, wird im Folgenden als ***„persönliche Hauptstrategie“*** benannt, um die Stellung der genutzten Strategie zu verdeutlichen. Die Ermittlung der persönlichen Hauptstrategien sowie deren Angabe ist ebenfalls der Tabelle 4 zu entnehmen.

Lediglich fünf der insgesamt 73 Kinder nutzten mehr als eine Strategie bei den drei Rechenaufgaben der Addition. Diese fünf Fälle lassen sich weiter aufgliedern: Vier der genannten Fälle arbeiten mit zwei Strategien, wobei jeweils zwei Aufgaben mit einer Strategie und eine einzelne Aufgabe mit einer weiteren Strategie gelöst wurde. In diesen Fällen wird für die weitere Auswertung die zweimal verwendete Strategie als „persönliche Hauptstrategie“ gewertet, um einen Vergleich zwischen Strategien der Addition und Subtraktion im Anschluss zu ermöglichen. Der fünfte Fall wird als Sonderfall in dieser Untersuchung vermerkt: Das Kind nutzt als einziges aller Probanden drei verschiedene Strategien bei der Addition – somit notiert es bei jeder Aufgabe eine andere halbschriftliche Strategie. Dieser Fall hebt sich durch die vielseitige Strategienutzung ab und legt durch seine Sonderstellung Fragen zur Ursache und zum Individuum nahe.

Insofern lässt sich bei insgesamt 72 Probanden eine „persönliche Hauptstrategie“ feststellen, wie in den Tabellen 4 (und 5, s. Anhang) abzulesen ist. Der bereits genannte Sonderfall wurde ebenfalls vermerkt und bei einem Probanden konnte keine Strategie und somit auch keine „persönliche Hauptstrategie“ bei den Aufgaben der Addition ausgemacht werden.

Wie häufig die jeweiligen Strategien als persönliche Hauptstrategie auftreten, wird mithilfe eines Balkendiagramms in Abbildung 17 (s. unten) dargestellt (exakte Prozentwerte können zusätzlich der Tabelle 6 im Anhang entnommen werden).

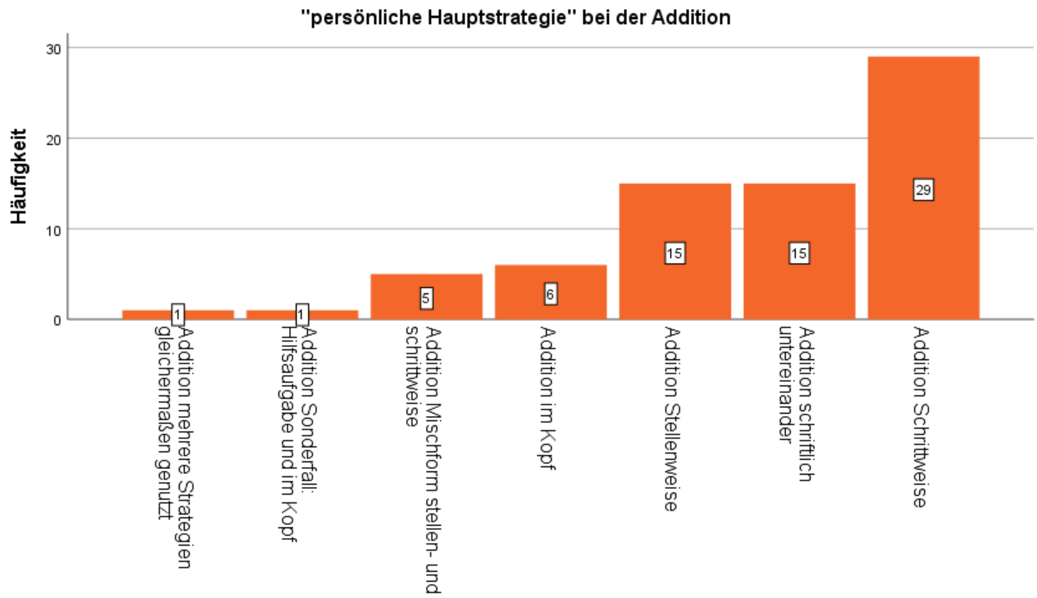


Abb. 17 Persönliche Hauptstrategie bei der Addition

Die Strategie *Schrittweise* tritt 29 Mal als „persönliche Hauptstrategie" auf und findet damit eindeutig den häufigsten Gebrauch bei der vorliegenden Stichprobe.

Nachdem nun die Strategienutzung bezüglich der persönlichen Nutzung, also innerhalb eines Probanden, beschrieben wurde, soll nun **fallübergreifend** auf die Strategienutzung bei Additionsaufgaben **insgesamt** eingegangen werden. Hier werden alle bearbeiteten Additionsaufgaben mit der jeweils genutzten Strategie für die Auswertung zusammengefasst. Die Nutzung bei den einzelnen Additionsaufgaben kann in den Abbildungen 18,19 und 20 (s. Anhang) eingesehen werden, die Zusammenfassung für die Additionsaufgaben insgesamt wird im Folgenden dargestellt (Abb. 21, s. unten). Die „persönlichen Hauptstrategien" spielen in diesem Aspekt der Auswertung dagegen keine Rolle, da dabei vereinzelte Male nur einzeln genutzte Strategien unbeachtet blieben, was wiederum die Gesamtauswertung verfälschen würde.

Es hat sich herausgestellt, dass die Strategie des schrittweisen Rechnens insgesamt bei der Addition mit Abstand das am häufigsten genutzte Vorgehen darstellt. Dies wird im folgenden Balkendiagramm (Abb. 21) erkennbar:

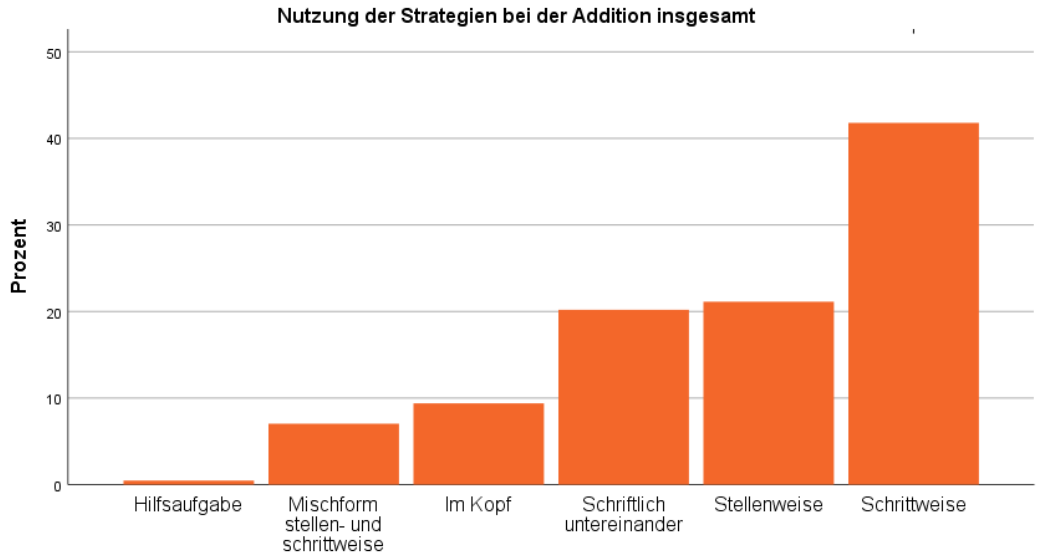


Abb. 21 Strategienutzung bei der Addition insgesamt (komplette Aufg. 1)

Mit 41,8% liegt der Anteil der Kinder, die schrittweise gerechnet haben, fast doppelt so hoch wie der Anteil derjenigen, die stellenweise gerechnet haben (21,1%) (vgl. Tab. 7 im Anhang). Die Kategorien „schriftlich untereinander" und „im Kopf" sind – wie an anderer Stelle bereits dargelegt - prinzipiell keine halbschriftliche Rechenstrategien. Sie gelten als andere Rechenmethoden: als schriftliches Rechnen bzw. Kopfrechnen. Diese sind stärker vertreten als andere halbschriftliche Rechenstrategien (ausgenommen stellen- und schrittweise).

Die Nutzung der Strategien ist jedoch von **Klasse zu Klasse** sehr unterschiedlich:

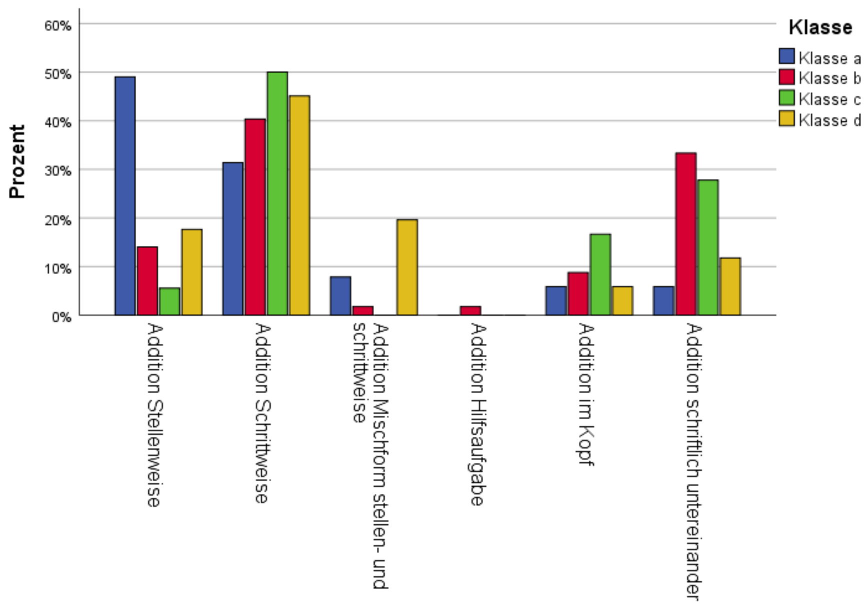


Abb.22 Strategienutzung bei der Addition - Klassen im Vergleich

Während in Klasse „a“ die Strategie Stellenweise am häufigsten genutzt wurde, wurde diese bei den anderen Klassen deutlich weniger genutzt (s. Abb. 22). In Klasse „d“ dagegen ist die Nutzung der Mischform vergleichsweise stark ausgeprägt (s. ebd.).

Die deutlichen Unterschiede zeigen dabei den Einfluss von Unterricht auf das Vorgehen der Schülerinnen und Schüler und legen nahe, dass im Unterricht der verschiedene Klassen die Strategien unterschiedlich intensiv behandelt wurden und eventuell bestimmte Strategien im Unterricht favorisiert oder hervorgehoben wurden.

Welche halbschriftlichen Rechenstrategien werden bei der Subtraktion genutzt/favorisiert? Untersuchung der Häufigkeiten

Auch bezüglich der Subtraktion wird zuerst untersucht, ob bzw. welche **„persönlichen Hauptstrategien“** sich bei den Subtraktionsaufgaben herausfiltern lassen. Ähnlich wie bei der Addition sind auch bei der Subtraktion dem Großteil der Fälle eindeutig verwendete Strategien zuzuordnen. Die Strategienutzung der einzelnen Kinder ist in Tabelle 8 (s. Anhang) aufgeführt mit Markierung der persönlichen Hauptstrategien, die außerdem in Tabelle 5 (ebd.) den persönlichen Hauptstrategien der Addition gegenübergestellt sind. Auch beim Subtrahieren haben die meisten Kinder eine Strategie auf alle Rechenaufgaben angewandt (vgl. Tab. 8 im Anhang). Während bei der Addition noch fünf Schülerinnen und Schüler verschiedene Strategien nutzten, sind es bei der Subtraktion lediglich 2 Personen. Eine dieser Personen stimmt mit dem Sonderfall der Addition überein: Auch bei der Subtraktion wird von diesem Kind jede Aufgabe mit einer anderen Strategie gerechnet – in derselben Reihenfolge, wie es auch bei der Addition der Fall war. Insofern lässt sich die Nutzung der verschiedenen Strategien hier nicht unbedingt auf die Anpassung an die aufgabenspezifischen Zahlenwerte und Zahlbeziehungen zurückführen.

Fünf Fälle können nicht für die Auswertung der Subtraktion mit einbezogen werden, da diese die Subtraktionsaufgaben nicht berechnet haben oder fälschlicherweise addiert statt subtrahiert haben, sodass sich das Vorgehen nicht zur Auswertung der Strategienutzung beim Subtrahieren eignet. Somit bleiben von insgesamt 73 Probanden 67 Fälle, denen eine „persönliche Hauptstrategie“ zugeordnet wurde sowie zusätzlich der Sonderfall der als „mehrere Strategien gleichermaßen genutzt“ bezeichnet wird (vgl. Tab. 8 und 5).

Abbildung 23 zeigt die Häufigkeit der einzelnen „persönlichen Hauptstrategien“ für die Subtraktion (Prozentwerte siehe Tab. 9 im Anhang):

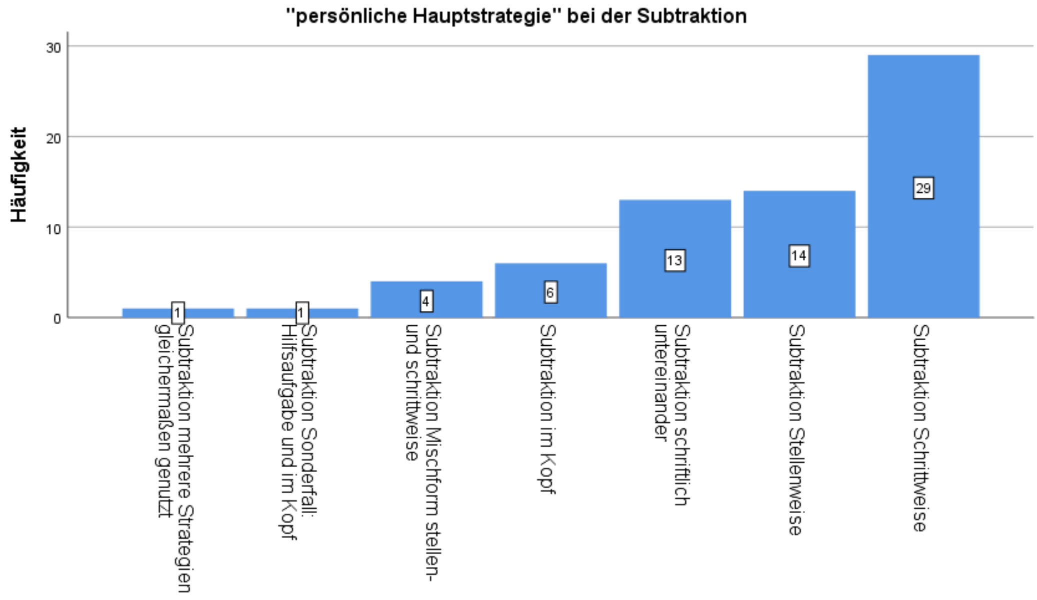


Abb. 23 Persönliche Hauptstrategie bei der Subtraktion

Ebenso wie bei der Addition tritt auch bei der Subtraktion *Schrittweise* als „persönliche Hauptstrategie“ mit ebenfalls 29 Mal am häufigsten auf. Stellenweises Rechnen und das schriftliche Subtraktionsverfahren sind auch hier mehrmals genutzte Strategien, während andere Strategien nur gelegentlich genutzt werden.

Auch dann, wenn die Subtraktionsaufgaben **aller Fälle** betrachtet werden, ist es wie bei der Addition: Bei allen drei Subtraktionsaufgaben ist die jeweils meist genutzte Strategie das schrittweise Rechnen (s. Abb. 24, 25 und 26 im Anhang für die Strategienutzung bei den einzelnen Subtraktionsaufgaben). Dabei liegt das schrittweise Vorgehen stets bei ungefähr 40%, während der nächste Prozentrang (das stellenweise Rechnen) nur etwa die Hälfte beträgt und dicht gefolgt von der Nutzung des schriftlichen Algorithmus ist.

Werden die drei Subtraktionsaufgaben zusammengefasst und gemeinsam ausgewertet, so ergibt sich das in Abbildung 27 dargestellte Diagramm (siehe auch Tab. 10 im Anhang):

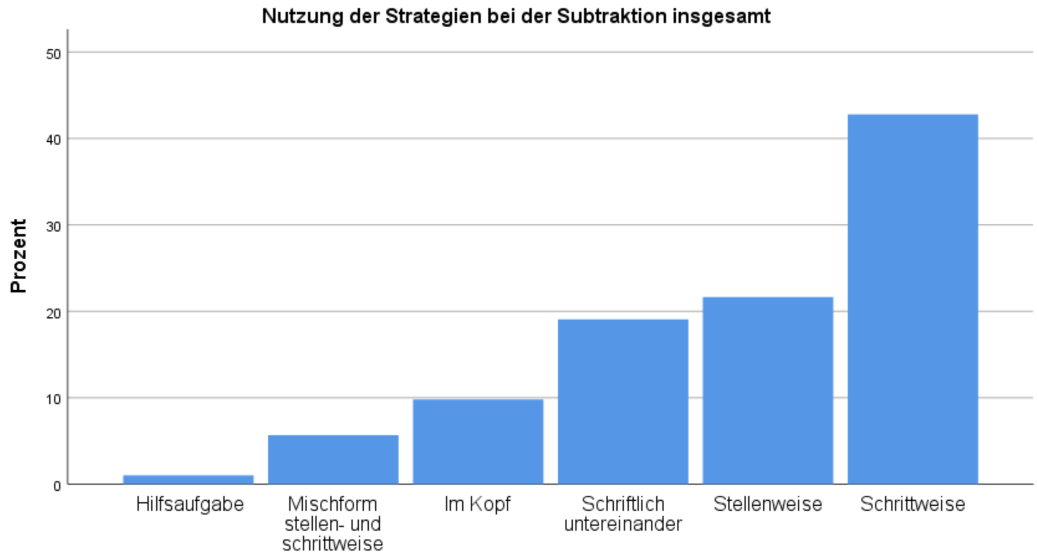


Abb.27 Strategienutzung bei der Subtraktion insgesamt (komplette Aufg. 2)

Auch bei der Subtraktion insgesamt ist die Strategie Schrittweise das vorherrschende Vorgehen, was nicht überrascht, da bereits bei der Auswertung der einzelnen Aufgaben nur geringe Unterschiede zwischen den Prozentwerten bestanden und dies somit die Ergebnisse gut zusammengefasst widerspiegelt, ohne besondere Auffälligkeiten durch eine Durchschnittbildung zu verlieren.

Auch bei der Subtraktion ist wie bei der Addition die **nach Klassen gruppierte** Auswertung sehr interessant. Denn hier zeigen sich ebenfalls deutliche Unterschiede:

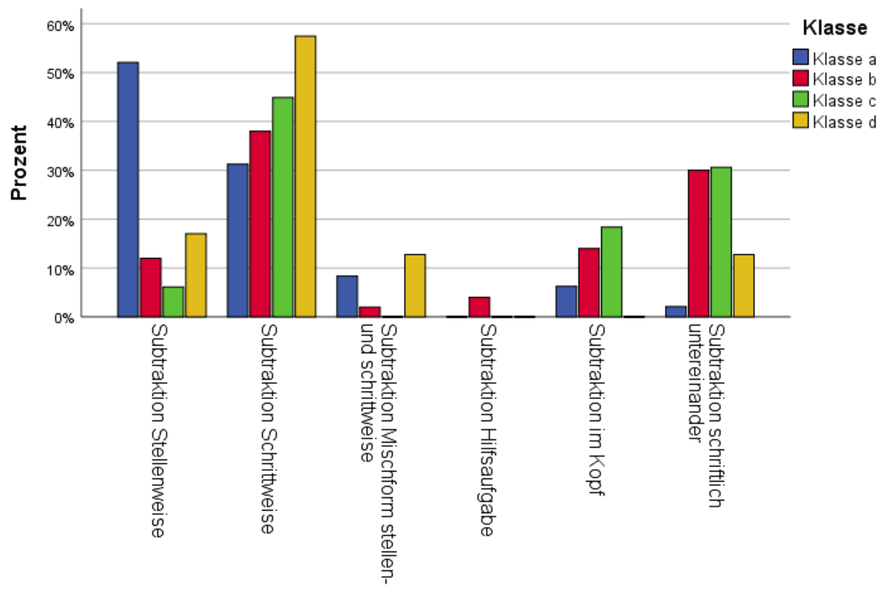


Abb. 28 Strategienutzung bei der Subtraktion - Klassen im Vergleich

Besonders auffällig ist an dieser Stelle erneut die Klasse „a“ und ihre Nutzung der Strategie Stellenweise. Über die Hälfte der gesamten Klasse nutzen diese Strategie – womit die Strategie im Vergleich zur „persönlichen“ hier als „klassenspezifisch“ ausgemachte Hauptstrategie zählen könnte. Der Großteil der Kinder der Klasse a rechnen stellenweise, während der größte Anteil aller anderen Klassen schrittweise rechnet. Es darf allerdings nicht vernachlässigt werden, dass auch in Klasse a über 30% schrittweise rechnen, aber die Stellung bezüglich des stellenweisen Rechnens ist besonders auffallend im Vergleich zur geringen Nutzung dieser Strategie von Kindern anderer Klassen (vgl. Abb.28).

Zusammenführung: Strategienutzung bei der Addition und Subtraktion

Die bisherigen Ergebnisse werden an dieser Stelle vergleichend betrachtet und erweitert durch einzelne Aspekte, die nur kurz und beide Rechenoperationen zusammenfassend angesprochen werden. Deshalb wurden diese nicht ausführlich und einzeln bei bisherigen Ergebnissen zur Strategienutzung bei Addition und Subtraktion aufgeführt.

Da innerhalb der einzelnen Klassen große Unterschiede der Strategienutzung vorliegen, ist ein **Vergleich der Schulen**, bei dem jeweils zwei Klassen zusammengefasst werden, wenig ausdrucksstark. Zwar sind auch hier Unterschiede zu erkennen (s. Abb. 29 (Addition) bzw. Abb. 30 (Subtraktion) im Anhang), durch das Zusammenfassen der Klassen geht jedoch insbeonsdere die Auffälligkeit der Klasse „a“ unter, die eine Sonderstellung bezüglich des stellenweisen Rechnens einnimmt.

Auch auf eine detaillierte Auswertung eines **Vergleichs** zwischen der Strategienutzung bei **Mädchen und Jungen** wird an dieser Stelle verzichtet, da keine signifikanten Unterschiede auftreten (vgl. Abb. 31 (Addition) bzw. Abb.32 (Subtraktion) im Anhang). Es sei lediglich darauf hingewiesen, dass bei beiden Rechenoperationen Mischformen häufiger von männlichen als weiblichen Probanden genutzt wurden, während mehr Mädchen als Jungen den schrifltichen Algorithmus zur Berechnung angewandt haben.

Im Anschluss an die Darstellung der Strategienutzung bei den Additions- und Subtraktionsaufgaben, die zu Beginn des Kapitels separat behandelt wurden, soll nun ein Vergleich durchgeführt werden, der beide Rechenoperationen einbezieht (s. unten Abb. 33). Hierbei werden nicht die Häufigkeiten der persönlichen

Hauptstrategien, sondern die der Strategienutzung bei den Rechenaufgaben insgesamt dargestellt. Abbildung 33 führt somit die Abbildungen 21 und 27 in Form – in Form von Häufigkeiten statt Prozenten – zum besseren und direkten Vergleich zusammen.

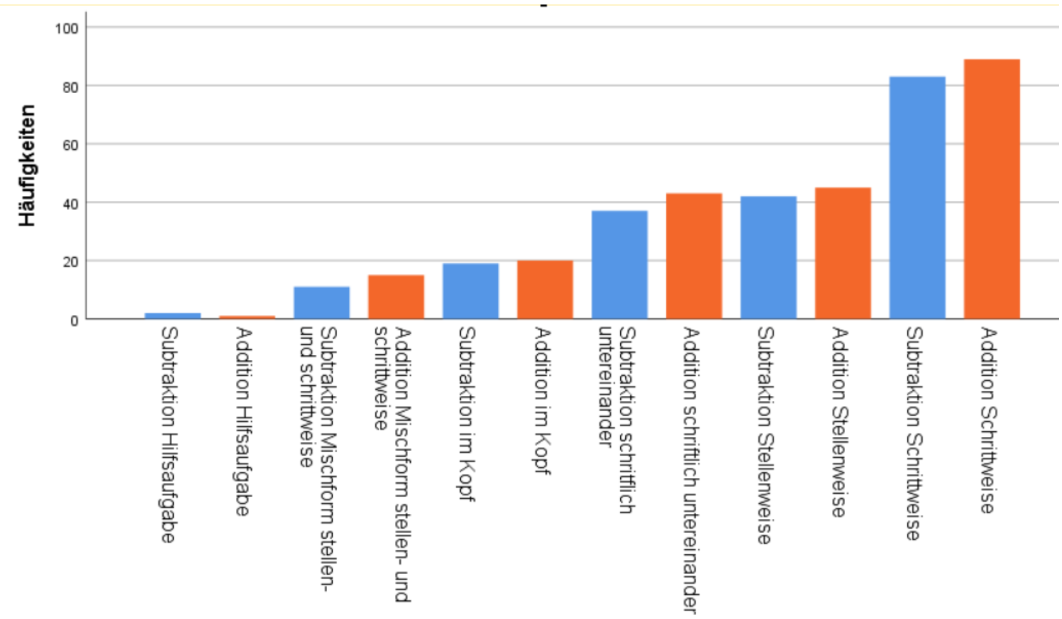


Abb. 33 Strategienutzung bei der Addition und Subtraktion im Vergleich

Dadurch, dass bei den Subtraktionsaufgaben nicht von allen Probanden alle Aufgaben zu Ende bearbeitet wurden bzw. einzelne Kinder auch bei den Subtraktionsaufgaben die Zahlen addiert haben, ergibt sich, dass bei der Addition insgesamt mehr Fälle ausgewertet wurden als bei der Subtraktion, was sich auf die Häufigkeiten auswirkt. Da dies jedoch nur auf wenige Fälle zutrifft, kann das obere Diagramm trotzdem einen guten Überblick schaffen und zum Vergleich herangezogen werden.

Das Balkendiagramm zeigt, dass die Häufigkeitsreihenfolge der einzelnen Strategien bei Addition und Subtraktion gleich ist. Insgesamt sind die Strategienutzungen bei beiden Rechenoperationen sehr ähnlich.

Aus den oberen Abschnitten ist bereits hervorgegangen, dass bei allen einzelnen Rechenaufgaben einer Operation eine Strategie eindeutig am häufigsten genutzt wurde und dass sich dies dementsprechend auch bei der Gesamtauswertung niederschlägt. Sowohl bei der Addition als auch bei der Subtraktion handelt es sich bei dieser **meist** genutzten Strategie um die Strategie ***Schrittweise*.**

Nutzen die Kinder bei der Addition die halbschriftliche Rechenstrategie, die sie als „einfachste" angeben? Untersuchung der Übereinstimmung

Um dieser Frage nachzugehen, wird die bereits ermittelte „**persönliche Hauptstrategie**" mit der Antwort des jeweiligen Kindes von Nummer 1, der Additionsaufgabe, der Testbogenseite *Der **„einfachste" Rechenweg*** **abgeglichen**. Die Darstellung dieser Inhalte ist in Abbildung 34 (Angaben des „einfachsten" Weges, s. Anhang) und Abbildung 35 (Übereinstimmung dessen mit genutzten Wegen, s. unten) einzusehen. Bei Kindern, die angaben, dass mehrere Wege ihnen gleichermaßen leichtfallen bzw. die mehrere Strategien genutzt haben (ein Sonderfall), wird es als Übereinstimmung gewertet, wenn eine der Strategien, die als „einfach" angegeben wurden, auch genutzt wurde.

Es wird untersucht, ob eine Übereinstimmung vorliegt und aufgeteilt in (vgl. Abb. 35): *stimmt überein*, *stimmt nicht überein* und eine extra Kategorie *stimmt nicht überein (Sonderfall),* bei der keine Übereinstimmung vorliegt mit der Besonderheit, dass die persönliche Hauptstrategie kein halbschriftliches Vorgehen ist. Diese letzte, gesonderte Kategorie wird herangezogen, da hier eine nicht vorhandene Übereinstimmung besonders häufig vorkommt und möglicherweise darauf zurückzuführen ist, dass auf der Seite *Der „einfachste" Rechenweg* bereits die beispielhafte Berechnung mit halbschriftlichen Strategien vorgegeben ist und eventuell einige Kinder dann mehr auf die halbschriftlichen Strategien fokussiert sind, während das beim eigenen Rechnen nicht der Fall war. Ein Beispiel für diese Kategorie: Ein Kind selbst hat hauptsächlich im Kopf oder mit dem schriftlichen Verfahren die Rechenaufgaben gelöst, aber als einfachsten Weg die schrittweise notierte Form angekreuzt.

Da nicht von allen Probanden der komplette Testbogen bearbeitet wurde und einzelne Werte fehlen, können für diese Auswertung 69 der insgesamt 73 Fälle genutzt werden. Bei den restlichen vier Fällen fehlen entweder Angaben zur einfachsten Strategie oder es konnte aufgrund der Nicht-Bearbeitung der Rechenaufgaben keine persönliche Hauptstrategie für die Addition festgelegt werden.

Im folgenden Diagramm wird das Ergebnis dieser Auswertung in Form der Häufigkeiten abgebildet (siehe auch Tab. 11 im Anhang):

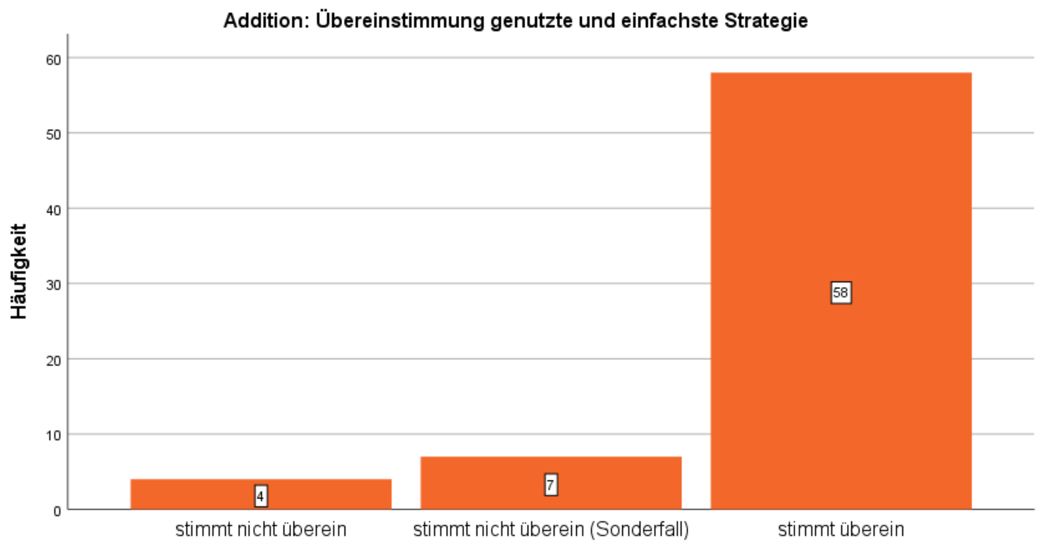


Abb. 35 Addition: Übereinstimmung genutzter und einfachster Strategie?

Hier wird deutlich, dass eindeutig die Mehrheit der Kinder ihre **persönliche Hauptstrategie auch als einfachsten Weg** sieht bzw. angegeben hat. Lediglich bei 11 Fällen ist es anders, wobei davon wiederum 7 als oben beschriebener Sonderfall der Nicht-Übereinstimmung zählen. Somit haben letztlich nur 4 Kinder der Stichprobe andere *halbschriftliche* Rechenstrategien genutzt als die, die sie am leichtesten empfunden haben.

Nutzen die Kinder bei der Subtraktion die halbschriftliche Rechenstrategie, die sie als „einfachste" angeben? Untersuchung der Übereinstimmung

Es wird analog zur vorherigen Frage bei der Addition für die Auswertung des Aspekts der Subtraktion vorgegangen. Die angewandte Strategie, also die „persönliche Hauptstrategie" eines Kindes beim Subtrahieren, wird mit der Angabe des einfachsten Rechenweges der Subtraktionsaufgabe (vgl. Abb. 36 im Anhang) auf Übereinstimmung untersucht (vgl. Abb. 37 unten).

Nicht aus allen Testbögen ließen sich die hierfür benötigten Werte ermitteln, was größtenteils auf unvollständig ausgefüllte Testbögen zurückzuführen ist. Während bei der Addition Daten aus 69 Fällen zur Verfügung standen, sind bei der Subtraktion nur in 64 Fällen alle notwendigen Werte für diese Auswertung vorhanden.

Es finden dieselben Kategorien wie bei der Addition Anwendung: *stimmt überein, stimmt nicht überein* und *stimmt nicht überein (Sonderfall)*. Der genannte

Sonderfall meint auch hier wieder die Situation, dass ein Kind eine andere Strategie als einfach angibt, als es selbst genutzt hat, aber mit der Besonderheit, dass die selbst genutzte Strategie eine andere Rechenmethode als das halbschriftliche Rechnen - wie das Rechnen im Kopf oder die Nutzung des schriftlichen Algorithmus - ist. Da auch bei der Subtraktion mehr als die Hälfte der Fälle, in denen keine Übereinstimmung vorliegt, in die Kategorie des „Sonderfalls" gehört (s. Abb. 37), erscheint eine derartige Differenzierung sinnvoll.

Dazu hier eine Übersicht über die Häufigkeiten der vorhandenen bzw. nicht vorhandenen Übereinstimmung der genutzten und „einfachsten" Strategien:

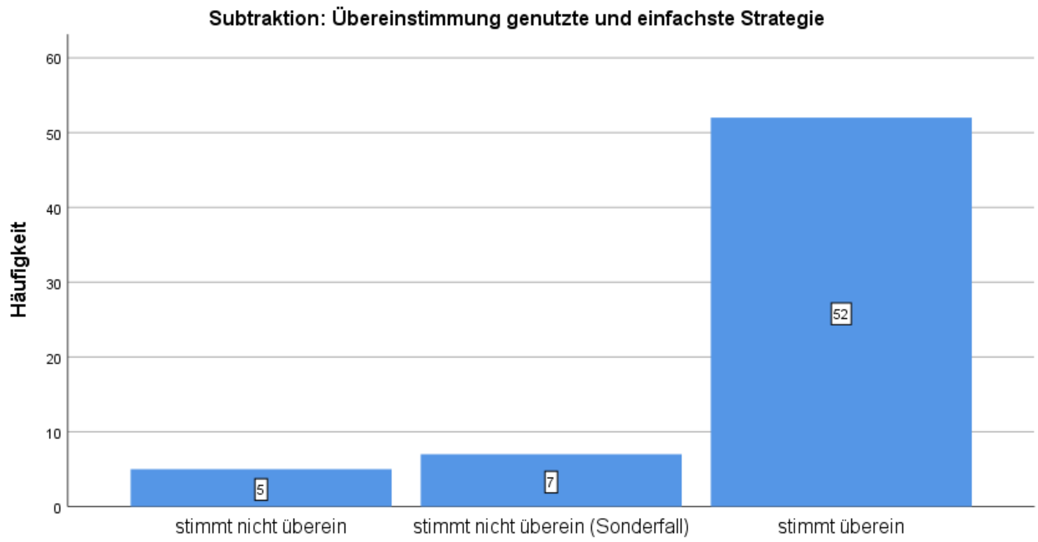


Abb. 37 Subtraktion: Übereinstimmung genutzter und einfachster Strategie?

Auch bei der Subtraktion stimmen genutzte und als leicht empfundene Strategien in der Mehrheit der Fälle überein. Mit 52 von 64 theoretisch möglichen Übereinstimmungen liegt der Anteil der tatsächlichen **Strategieübereinstimmung** bei **über 80%** (vgl. auch Tab. 12 im Anhang), sodass die Übereinstimmung als Normalfall beschrieben werden kann.

Zusammenführung: Übereinstimmung genutzter und „einfachster" Strategien bei der Addition und Subtraktion

Zusammenfassend lässt sich dokumentieren, dass sowohl beim Addieren als auch beim Subtrahieren bei einem Großteil der Probanden die persönliche

Hauptstrategie mit der für sich persönlich als am „einfachsten“ bewertete Strategie identisch ist. Im Durchschnitt ist nur bei jedem sechsten bzw. fünften Kind (bei Addition bzw. Subtraktion) eine Abweichung festzustellen. Separiert man die oben bezeichneten Sonderfälle, die selbst Kopfrechnen oder schriftliche Verfahren nutzten und trotzdem eine halbschriftliche Strategie als einfach angaben, verringert sich der Wert der „Nicht-Übereinstimmungen“ zusätzlich. Nur 4 bzw. 5 der Probanden nutzten tatsächlich andere *halbschriftliche* Strategien als bei ihrer Angabe des einfachsten Weges, sodass es als Normalfall angesehen werden kann, dass ein Kind die für sich „einfachste“ Strategie auch nutzt.

Durch diesen **hohen Anteil** der **Übereinstimmungen**, stimmt demnach auch die meist für am „leichtesten“ befundene Strategie insgesamt bei Addition und Subtraktion mit der meist genutzten Strategie überein (vgl. dazu Abb. 21 und 34 (Addition) bzw. Abb. 27 und 36 (Subtraktion)). Insofern ist operationsübergreifend die halbschriftliche Strategie *Schrittweise* nicht nur die insgesamt am meisten genutzte, sondern gleichzeitig die am häufigsten als leichtester Weg wahrgenommene Strategie.

Auf die Reihenfolge der Häufigkeiten der Strategien hinsichtlich der Bewertung durch die Schülerinnen und Schüler als „leicht“ wird auf Grund der bereits genannten hohen Übereinstimmung an dieser Stelle nicht genauer beschreibend eingegangen. Einen Überblick dazu verschaffen jedoch die Abbildungen im Anhang - Abbildung 34 und 36 zeigen dabei die Häufigkeiten der Angaben für Addition und Subtraktion separat, aber jeweils bezogen auf die gesamte Stichprobe, während in Abbildung 38 und 39 die Klassen vergleichend (wieder jeweils beide Rechenoperationen einzeln) betrachtet werden können. Der Vergleich zwischen Mädchen und Jungen (vgl. Abbildungen 40 bzw. 41) und der Vergleich zwischen den beiden Schulen (vgl. Abbildungen 42 und 43) kann ebenfalls im Anhang jeweils für beide Rechenoperationen erfasst werden. Es liegen keine großen Auffälligkeiten oder Besonderheiten vor, bisherige Angaben und Ergebnisse werden durch die Übereinstimmung bestätigt. So wird bspw. auch die Strategie *Mischform stellen- und schrittweise* eher von Jungen als von Mädchen als „einfachster“ Weg angesehen.

Nutzen Grundschulkinder der dritten Klasse bei der Subtraktion dieselben halbschriftlichen Rechenstrategien, die sie bei der Addition favorisieren?

Tabelle 5 (s. Anhang) zeigt die einzelnen persönlichen Hauptstrategien bei der Addition und bei der Subtraktion aller Fälle auf. Auf dieser Grundlage wurden die Übereinstimmungen beider persönlicher Hauptstrategien untersucht und verglichen, mit dem Ergebnis, dass **über 95%** der Probanden **bei Addition und Subtraktion dieselbe Strategie** favorisieren (vgl. Tab. 13 im Anhang). Dies ist jedoch auf alle untersuchten Kategorien bezogen und nicht ausschließlich auf die halbschriftlichen Rechenstrategien, da das der Auswertung zugrundeliegende Kategoriensystem (vgl. Kapitel 4.5.) neben den halbschriftlichen Rechenstrategien um die Methoden „im Kopf“ und „schriftlich untereinander“ rechnen erweitert wurde. Das folgende Diagramm ist auf die Nutzung desselben Rechenwegs bei Addition und Subtraktion insgesamt bezogen und nicht auf die halbschriftlichen Strategien reduziert:

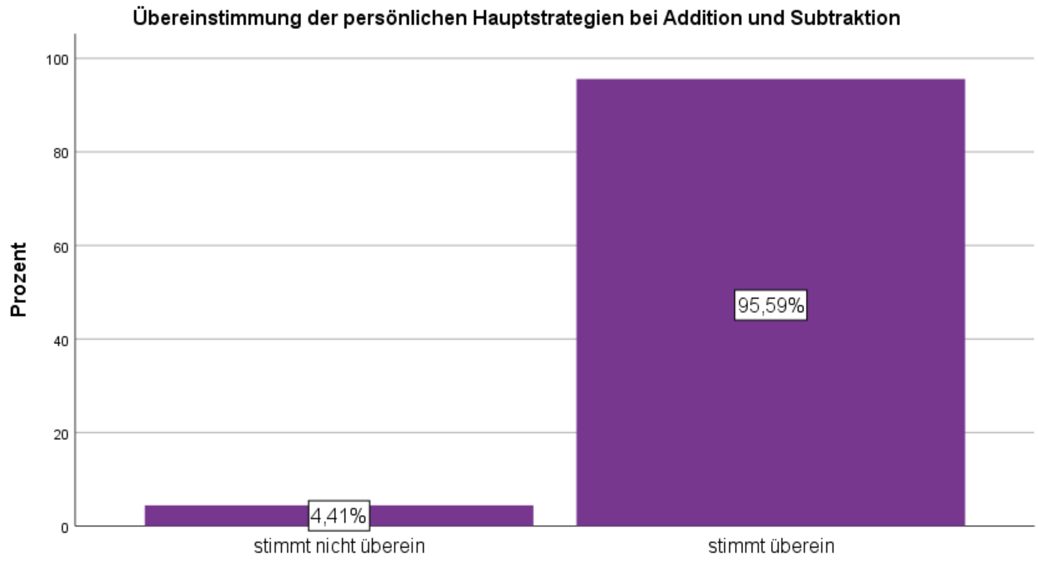


Abb.44 Übereinstimmung der persönlichen Hauptstrategien bei Addition und Subtraktion

Der Anteil der Übereinstimmung der Rechenwege bei den verschiedenen Rechenoperationen „Plus“ und „Minus“ stellt mit über 95% die absolute Mehrheit dar.

Um die Frage jedoch auch fokussiert auf die halbschriftlichen Strategien zu beantworten, wurden in der nachfolgenden Auswertung nur Fälle berücksichtigt, die sich ausschließlich des halbschriftlichen Rechnens sowohl bei der Addition als auch bei der Subtraktion bedienten, sodass von insgesamt 73 Fällen nur 48 Fälle bleiben. Von diesen 48 Fällen gibt es nur einen Fall, bei dem die persönliche Hauptstrategie der Addition nicht mit der der Subtraktion übereinstimmt.

	Häufigkeit	Gültige Prozente
Stimmt überein	47	97,9
Stimmt nicht überein	1	2,1
Gesamt	48	100

Tab. 14 Übereinstimmung der persönlichen Hauptstrategien bei Addition und Subtraktion: nur halbschriftliche Strategienutzung

Daher liegt die Übereinstimmungsrate ausschließlich auf halbschriftliche Strategien bezogen sogar bei 97,9%.

Generell lässt sich also konstatieren, dass sowohl bei einem Vergleich der Rechenwege insgesamt bei der Addition und Subtraktion innerhalb einer Person als auch bei der lediglich auf halbschriftliche Verfahren ausgerichteten Untersuchung mit jeweils über 95% die eindeutige Mehrheit der Probanden vorrangig **eine Strategie sowohl bei Plus- als auch bei Minusaufgaben** anwendet und damit bei beiden Rechenoperationen dasselbe Vorgehen favorisiert. Zudem wird die genutzte Strategie größtenteils gleichzeitig als „einfachste“ wahrgenommen, sodass sich insgesamt eine hohe intraindividuelle Stabilität hinsichtlich der Strategien zeigt.

Nutzen Kinder Hilfsaufgaben, wenn die Rechenaufgabe diese Strategie besonders nahelegt?

Die Additionsaufgabe 1b), 399+158, und die Subtraktionsaufgabe 2c), 668-201, legen Hilfsaufgaben besonders nahe. Beide Aufgabenwerte weisen eine Nähe zu einem vollen Hunderter auf – bei solchen schwellennahen Zahlen (399 bzw. 201) bietet sich die Strategie *Hilfsaufgabe* an. Da die Differenz zum vollen Hunderter „eins“ bei beiden Zahlenwerten gewählt wurde, gehören die genannten Aufgaben zur „typischen“ Ausgangssituation einer Hilfsaufgabenanwendung. Daher werden diese beiden Aufgaben im Folgenden betrachtet. Aus Tabelle 15 und 16 (s. Anhang) lässt sich ablesen, dass sowohl bei Aufgabe 1b) als auch bei 2c) **jeweils nur ein einziges Mal** die Strategie Hilfsaufgabe angewandt wurde.

Aufgrund des seltenen Auftretens der Strategie Hilfsaufgabe bei den beiden zuerst untersuchten Aufgaben, wird anschließend noch einmal ein Blick auf den

Gebrauch dieser Strategie insgesamt gelenkt. Hierfür werden relevante Werte, also die Strategie Hilfsaufgabe betreffende Angaben, aus Tabelle 10 (s. Anhang) und Tabelle 7 (s. Anhang), die jeweils die Strategienutzung für die Aufgaben einer Rechenoperation darlegen, in Tabelle 17 zusammengetragen:

	Häufigkeit
Subtraktion Hilfsaufgabe	2
Addition Hilfsaufgabe	1

Tab. 17 Strategienutzung der Strategie Hilfsaufgabe insgesamt

Auch insgesamt wurde die Strategie demnach kaum genutzt, lediglich drei Mal, zweimal davon bei den oben genannten Aufgaben, 1b) und 2c), und ansonsten nur bei einer weiteren Subtraktionsaufgabe.

Bemerkenswert ist außerdem, dass alle Aufgaben, die mit einer Hilfsaufgabe gelöst wurden, von derselben Person bearbeitet wurden. Die Strategie **Hilfsaufgabe** wurde also nur von einem **einzigen Kind** der gesamten Stichprobe genutzt. Dieser Fall ist dadurch bereits aufgefallen und wurde als Sonderfall der Strategienutzung und auch der persönlichen Hauptstrategie erfasst. Der Sonderfall ist als „Sonderfall: Hilfsaufgabe und im Kopf" vermerkt, da dieses Kind bei der Addition zweimal und bei der Subtraktion einmal die Aufgabe komplett im Kopf gelöst hat und ansonsten mit Hilfsaufgaben gerechnet hat. Damit stellt es im Vergleich zu der vorliegenden Stichprobe eine absolute Ausnahme dar.

Es lässt sich also festhalten, dass – analog zu den Ergebnissen von Selter (2000, S. 247) - auch wenn die Zahlenwerte einer Aufgabe eine Hilfsaufgabe nahelegen, kaum jemand auf eine Ableitungsstrategie zurückgreift. Die Strategie Vereinfachen wurde nicht ein einziges Mal verwendet.

6. Diskussion der Ergebnisse und Ausblick

Diese Untersuchung erhebt keinen Anspruch auf Repräsentativität, da hierfür aus mehreren Schulen und unterschiedlichen Einzugsgebieten (auch bzgl. der Bildungsnähe der Familien) Probanden notwendig wären. Trotzdem und insbesondere unter Berücksichtigung der Bezugnahme auf vorherige Studien, deren Ergebnisse mit denen der vorliegenden größtenteils übereinstimmen, sind Tendenzen und Muster erkennbar, die Aufschluss bieten können.

Insgesamt **bestätigt** diese Untersuchung die **Ergebnisse vorhergegangener Studien** und damit auch den nach wie vor **kaum** vorhandenen **flexiblen Einsatz der Rechenstrategien**. Es überwiegen nach wie vor **intrapersonelle Stabilitäten**, wie sie bereits Selter (2000) feststellte.

Interessanterweise konnte Benz (2005; 2007) dagegen mehr Unterschiede bzgl. der Rechenoperation identifizieren, da dort bei der Subtraktion die Nutzung der Strategie Stellenweise deutlich geringer als bei der Addition war. Bei der vorliegenden Untersuchung sind diese Unterschiede deutlich geringer. Auch hinsichtlich anderer Aspekte weichen die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit von Benz‘ Ergebnissen ab. Während Benz als meist genutzte Strategie Stellenweise ermittelt, überwiegt bei dieser Studie eindeutig das schrittweise Rechnen. Besonders interessant ist dies vor dem Hintergrund, dass Benz bei ihrer Stichprobe feststellte, dass Aufgaben mit Zehnerübergang vermehrt schrittweise und Aufgaben ohne Zehnerübergang eher stellenweise gelöst wurden. Bei der Aufgabenauswahl der vorliegenden Untersuchung wurden Zehnerübergänge größtenteils vermieden, sodass dies laut Benz Ergebnissen eher für einen erhöhten Einsatz der Strategie Stellenweise sprechen würde, welche hier jedoch nicht verzeichnet wurde. Mögliche Gründe dafür wären der Unterricht, aber auch eine Abhängigkeit von der Jahrgangsstufe ist denkbar. Benz‘ Ergebnisse beruhen auf dem Strategienutzungsverhalten von Zweitklässlerinnen und Zweitklässlern, während die Probanden dieser vorliegenden Untersuchung Drittklässler im zweiten Schulhalbjahr waren. Trotzdem ist insgesamt eine Favorisierung der Strategien Stellen- und Schrittweise allgemein ersichtlich.

Auch der auftretende „Sonderfall“ bezüglich der Nutzung der Hilfsaufgabe spiegelt Ergebnisse bisheriger Untersuchungen wider. So stellen z. B. Sundermann und Selter (1995b, S.175) fest, dass ein Kind alle Aufgaben, auch Aufgaben, die keine schwellennahen Zahlen aufwiesen, mit Hilfsaufgaben gelöst hat. Ähnliches könnte auch bei dem hier vorliegenden Sonderfall der Fall gewesen sein: Da das Kind entweder im Kopf oder mit Hilfsaufgaben rechnet, ist es durchaus möglich, dass dieses Kind immer eine Hilfsaufgabe zur Lösung hinzuzieht und diese entweder im Kopf oder halbschriftlich berechnet. Insofern zeigt dies insbesondere individuelle Vorlieben auf, aber weniger flexiblen Strategieeinsatz.

Bemerkenswert ist, obwohl der Fokus der Untersuchung nicht auf der Notationsform lag, dass die Mehrzahl der Probanden auch bei der Notation halbschriftlicher Strategien eher eine **standardisierte Notation** in Form einer „“normierten“ Gleichungsschreibweise“ (Padberg/Benz 2011, S. 169) angewandt hat. Insofern gibt es für halbschriftliche Strategien zwar keine offiziell festgelegten Notationsweisen, viele Schüler scheinen allerdings die Notation der Strategie „nachzuahmen“ (z. B. aus dem Schulbuch oder dem Unterricht, Genaueres kann an dieser Stelle auf Grund fehlender Unterrichtsbeobachtungen und Lehrwerkanalysen nicht ausgemacht werden), was die Vermutung nahe legt, dass die Strategien eher als Verfahren gelernt und angewendet werden, anstatt das Vorgehen der Strategie zu verinnerlichen und auf andere Aufgaben mit eigenen Notationen zu übertragen. Hierdurch werden eigene Denkprozesse der Kinder eingeengt (vgl. Schütte 2004, S. 138). Außerdem benötigt die Gleichungsschreibweise vergleichsweise zu der Möglichkeit der reinen Notation von Zwischenergebnissen relativ viel Schreibaufwand, weshalb sich einige Autoren eher für die Notationskurzform – auch als informelle Arithmetik bezeichnet - aussprechen (vgl. Selter 2003, S. 46; Dröge et al. 2004, S. 86; Padberg/Benz 2011, S. 179). Dadurch, dass die Kinder jedoch hauptsächlich die standardisierten, längeren Notationsformen genutzt haben, waren die genutzten Strategien bei der vorliegenden Studie sehr eindeutig zu identifizieren.

Selter (2003, S.45) beschreibt als zentrales Ziel des Mathematikunterrichts, „dass die Schülerinnen und Schüler lernen, Rechenanforderungen mit einem gewissen Maß an Flexibilität zu bewältigen“. Die Ergebnisse der durchgeführten Untersuchung weisen darauf hin, dass dieses Ziel noch nicht vollständig erreicht wurde.

Es lässt sich jedoch anhand der klassenvergleichenden Auswertungen erkennen, dass innerhalb einer Klasse verschiedene Strategien genutzt wurden. Dies trifft sowohl auf verschiedene Rechentypen (halbschriftlich, schriftlich oder im Kopf) als auch auf die verschiedenen halbschriftlichen Strategien zu. Zwar überwiegt in jeder Klasse jeweils eine der Strategien, trotzdem wurden insgesamt verschiedene Strategien genutzt. Daher kann nicht davon ausgegangen werden, dass die Strategien nur als Verfahren kennengelernt und erlernt werden, sondern dass – auch wenn **keine Passung an die Aufgaben/die Zahlen** einer Aufgabe – eine **Passung an persönliche Vorlieben oder Kompetenzen** stattfindet. Denn nicht alle Kinder einer Klasse nutzen *die eine* Strategie. Auch wenn die meisten stellen- oder schrittweise rechnen, entscheiden die Kinder sich anscheinend bewusst (weil sie es durchgängig nutzen und auch meist als einfachsten Weg angeben) für einen der beiden Wege. Diese Entscheidung und die subjektive Wahrnehmung eines Weges als besonders leicht spielt also eine große Rolle. Der Weg, der einem Kind einfach erscheint, geht mit den individuellen Stärken des Rechnens der einzelnen Kinder einher. Auch Wittmann und Müller (2001, S. 22) machen als Ziel das Lernen der Schülerinnen und Schüler aus, ein Strategieangebot nach eigenen Vorlieben und Möglichkeiten zu nutzen. Der **subjektive Aspekt** spiel demnach eine nicht zu vernachlässigende Rolle.

Insofern ist zwar weiterhin für zukünftigen Mathematikunterricht die **Forderung** nach einer **Verbesserung** und einem **Ausbauen der flexiblen Rechenfertigkeiten** aufrechtzuerhalten, jedoch sollte nicht unbeachtet gelassen werden, dass flexibles Rechnen auch immer zu den eigenen Fähigkeiten passen muss. Es stellt sich die Frage, ob es nicht schon als **erster Schritt zum flexiblen Rechnen** gesehen werden kann, wenn Kinder eine für sich selbst einfache und passende Strategie ausfindig machen. Diese können für den „breiten“ Bereich der Aufgaben, die bspw. keine schwellennahen Zahlen beinhalten, eingesetzt werden und sollten im Idealfall als Grundlage dienen, auf die weitere Strategien für bestimmte „Aufgabentypen“ aufbauen und zusätzlich in diesen besonderen Fällen genutzt werden können. Auch hier bieten sich wieder „Wahlmöglichkeiten“ für individuelle Vorlieben – bei schwellennahen Zahlen kann bspw. eine Hilfsaufgabe genutzt werden oder die Aufgabe kann gegen- oder gleichsinnig verändert werden (Vereinfachen). Wenn ein Kind dann über eine Hauptstrategie und eine Strategie für die oben genannten „besonderen“ Aufgaben verfügt und hauptsächlich diese beiden anwendet, wäre zwar noch kein flexibles Rechnen im geläufigen Sinne erreicht, aber bereits ein effizienter Strategieeinsatz und Rechenweg.

Nichtsdestotrotz sollten Kinder bspw. im offenen Unterricht die Möglichkeit erhalten, ihre ganz eigenen Wege zu gehen und (selbstständig) zu entdecken (vgl.

Padberg/Benz 2011, S. 208). Doch wenn stets die passende Strategie aus der Vielfalt der existierenden bzw. möglichen Strategien für eine Aufgabe ausgewählt werden soll, kann dies für viele Kinder schwierig sein, da dafür alle Strategien – die jeweils auch Lernstoff für die Kinder darstellen (vgl. Selter 2003, S. 49; Padberg/Benz 2011, S. 212) – im Gedächtnis behalten werden müssen, um verglichen und mit den Merkmalen der Zahlen oder Aufgaben abgeglichen werden zu können. Insofern könnte als ein erster weiterer Schritt vom jetzigen Ist-Zustand angestrebt werden, die Kinder darin zu bestärken, ***eine* weitere Strategie zur persönlichen Hauptstrategie für bestimmte Aufgabentypen hinzuzuziehen**. Zwei Strategien zu überblicken und anzuwenden, wird vielen Schülerinnen und Schülern keine großen Probleme bereiten, auch wenn die Schulung des Zahlenblicks ebenso für die Unterscheidung von zwei Strategien bzw. den dazu „passenden" Aufgaben notwendig ist. Die Schulung des Zahlenblicks kann außerdem unabhängig von halbschriftlichen Strategien geübt werden und kann sich damit besonders vorteilhaft auf Kopfrechnen auswirken und als Nebeneffekt eine Weiterentwicklung gen flexibler Rechenkompetenz haben.

Wenn dieses Zwischenziel erreicht wäre, können und sollten selbstverständlich weitere Schritte zu weiterer Flexibilität unternommen werden. Diese Entwicklung zum flexiblen Rechnen sollte Schritt für Schritt erfolgen und kann nicht „von 0 auf 100" stattfinden. Denn dies würde vermutlich eine Überforderung sowohl der Lehrkräfte als auch der Schulkinder bedeuten und damit eher dazu führen, dass – wie in den letzten Jahren anscheinend auch – am Bisherigen festgehalten wird, anstatt direkt große Veränderungen auf sich zu nehmen. Eine **kleinschrittige, allmähliche Anpassung** – die auch mit der Konzeption entsprechender Schulbücher einhergehen muss, wobei in dieser Hinsicht bereits erste Schritte getan wurden – ist besser geeignet, auch wenn dies nicht *direkt* zum letztendlichen Ziel führt. Zu diesem nächsten Schritt gehört auch in **Schulbüchern** die stärkere Präsentation von Vorgehensweisen des Oberbegriffs *Ableiten* (→Hilfsaufgabe, Vereinfachen). Daran anschließend können Kinder darin unterstützt werden, eine Ableitungsstrategie entsprechend persönlicher Vorlieben vermehrt anzuwenden und somit ein eigenes, **persönliches Strategiewerkzeug** mit ***einer* Hauptstrategie** und ***einer* Ableitungsstrategie** als nächsten Schritt zum ansatzweise flexiblen Rechnen zu entwickeln.

Schulbücher sind demnach ein relevanter Aspekt, der bei der Entwicklung zu einem Unterricht, der flexible Rechenkompetenz aufbaut und fördert, beiträgt. Ein positives Beispiel für ein Schulbuch, das bereits entsprechend konzipiert wurde, ist das Schulbuch „Die Matheprofis“, bei dem Schütte einen konzeptionellen Ansatz zum Aufbau flexibler Rechenkompetenz mit Anregungen zu eigenaktiven Lernprozessen verfolgt (vgl. Schütte 2004, S. 135). Die Nutzung eines geeignetes Schulbuches, das von sich aus entsprechende Anregungen zum flexiblen Rechnen bietet, erleichtert den Lehrkräften – insbesondere fachfremdunterrichtenden – einen zielführenden Unterricht.

Selter (2003, S. 47/49) schlägt außerdem vor, neben der Begründung der Wahl eines Rechenweges auch einmal die Aufgabe „umzudrehen“ und den Arbeitsauftrag zu stellen, z. B. 5 Aufgaben zu finden, die sich für die Anwendung einer Hilfsaufgabe (oder alternativ andere halbschriftliche Strategien oder auch Rechenmethoden) eignen. Durch dieses Aufgabenformat werden Erkenntnisse aus gemeinsamen Reflexionen über Methoden oder Strategien genutzt. Es wird dazu angeregt, dass Kinder sich der charakteristischen Merkmale bewusst werden, wann sich ein Weg eignet, um selbst passende Aufgaben finden zu können. Insofern ergänzt dies die allgemeine Forderung nach Kommunikation über verschiedene Wege.

Auch Schütte (2004, S. 145) stellt eine interessante Aufgabe zur Schulung des Zahlenblickes vor: Eine „Sortiermaschine“, die bildlich dargestellt ist und in die Aufgaben eingespeist und sortiert werden sollen, wobei nach Zahlen- bzw. Aufgabenmerkmalen sortiert wird. Dies könnte im Unterricht auch in Form von einer laminierten Sortiermaschine, die dadurch wiederverwendbar ist, in Kombination mit Aufgabenkärtchen eingesetzt werden. Die Sortiermaschine kann je nach Ziel verschiedene Kategorien aufweisen.

Die beiden beschriebenen Ideen nach Selter bzw. Schütte könnten im Sinne des oben entwickelten Vorschlags ebenfalls abgeändert eingesetzt werden, indem solche Aufgaben auf die persönlich gewählten zwei Strategien bezogen werden.

Eine Idee zur Differenzierung und gleichzeitig Stärkung der halbschriftlichen Rechenstrategien und im Idealfall auch der Flexibilität in der Nutzung dieser stellen Padberg und Benz (2011, S.208) vor: Eine Aufgabe soll auf einem Weg bzw. auf möglichst vielen Wegen gelöst werden. Hierbei können auf einfache Weise leistungsstärkere oder schnellere Kinder sich mit verschiedenen Strategien auseinandersetzen und je nachdem, zu welchem Zeitpunkt eine solche Aufgabe gestellt wird, ob zu diesem Zeitpunkt bereits Strategien (explizit) eingeführt wurden oder nicht, kann es auch eine offene Aufgabe und Anlass zum Entdecken und Ausprobieren bieten. Eine weitere Möglichkeit ist die Gruppen- oder

Partnerarbeit bei solchen Aufgaben, wobei durch die Anzahl mehrerer Personen das Finden mehrerer verschiedener Wege evtl. leichter fällt. In diesem Fall sollte aber die Kommunikation innerhalb der Gruppe ausgeprägt sein, damit die Wege nachvollzogen werden und nicht reine „Arbeitsteilung“ stattfindet.

Der oben dargestellte **Ansatz der „zwei Strategien“ als persönliches Strategiewerkzeug** stellt keinen Widerspruch hierzu dar. Es sollten trotzdem, wie bereits genannt, Möglichkeiten zum eigenen Entdecken von Wegen und Probieren gegeben werden. Ebenso sollte ein Austausch und eine Kommunikation über verschiedene Rechenwege der Kinder und mithin auch eine Reflexion stattfinden – dieser Überblick ist auch notwendig, damit die Kinder ihre „eigenen“ zwei Strategien wählen können.

Das zugrundeliegende Ansinnen ist eher, die Erwartung zurückzuschrauben, dass die Kinder *alle* besprochenen oder vorgestellten Wege verstehen, durchdringen und passend anwenden können. Denn hierbei geschieht es häufig, dass alle Wege vorgestellt oder eingeführt werden, aber aus Zeitmangel nicht die notwendige Zeit gegeben wird/werden kann, alle Wege wirklich zu durchdringen und es somit bei einer oberflächlichen Behandlung der Strategien bleibt. Denn für ein tiefgreifendes Verständnis einer Strategie werden die meisten Kinder einige Zeit benötigen. Die Zeit ist oftmals ein Problem: viele vorgeschriebene Themen des Kerncurriculums, verbunden mit einer Forderung nach vermehrtem Einsatz von prozessbezogenen Kompetenzen; so gibt es viele spannende Unterrichtsideen z. B. zum entdeckenden Lernen, doch ist nicht die Zeit vorhanden, dies zu jedem einzelnen Themengebiet im gewünschten Ausmaß durchzuführen. Für eigenes Entdecken und eigene Erforschungsprozesse muss ausreichend Zeit eingeplant werden, doch es gibt nur ein bestimmtes Kontingent an Mathematikstunden, die insgesamt zur Verfügung stehen. Daher wäre es vorteilhafter, wenn vereinzelt – z. B. zu Beginn der Erarbeitung von halbschriftlichen Strategien – Zeit für solche Entdeckungsphasen zur Verfügung gestellt wird. Dadurch kann ein Überblick über verschiedene Strategien geschaffen werden, sodass die Kinder wie im Vorschlag *eine* Strategie für den „breiten“ Einsatz, was anscheinend bereits die meisten Kinder tun (vgl. Ergebnisse dieser und vorausgegangener Studien), und *eine* weitere, z. B. eine Ableitungsstrategie, auswählen. Kinder, denen dies besonders leichtfällt, könnten selbstverständlich auch weitere Strategien einbeziehen und nutzen. Für den Großteil jedoch sollten die persönlichen zwei Strategien im Fokus stehen und diese wirklich durchdrungen und verstanden werden (z. B. auch mit oben beschriebenen Aufgaben nach Selter oder Schütte). Denn es ist wichtiger, dass die Strategien tatsächlich verstanden werden, als dass Kinder alle Strategien oberflächlich kennen. Eine Kombination mit Austausch und Kommunikation ist natürlich trotzdem möglich und vorteilhaft, da dies für viele Kinder auch verständnisförderlich ist. Und sollten zwei persönliche Strategien gut durchdrungen sein, ist es bei entsprechender zeitlicher Möglichkeit trotzdem wünschenswert, auch z. B. Gespräche und Argumentationen anzuregen, warum sich welches Kind für welche Strategien entschieden hat. In diesem Zuge kann für Kinder, die aufnahmefähig für weitere Strategien sind, ein Ansatz für die weitere Strategieaneignung gegeben werden. Doch der „zwei Strategien-Ansatz“ bedeutet, nach einem Überblick der Strategien, die **Fokussierung auf pro Kind zwei nach individuellen Vorlieben gewählte Strategien**, sowie deren **Verständnis** und Anwendung.

Ähnlich dazu Padberg und Benz (2011, S. 214): Sie schlagen vor, ggf. entsprechend des Leistungsstandes bzw. Leistungsvermögens eines Kindes die Methoden- und Strategiegewichtung anzupassen: Während leistungsstarke Kinder zum geschickten Rechnen angeleitet werden sollten, kann für leistungsschwächere das schriftliche Verfahren einfacher sein und daher z. B. beim halbschriftlichen Rechnen nur ein Weg, der dafür möglichst gut verstanden und durchdrungen wird, angebracht sein. Für das „Mittelfeld“ der Schülerinnen und Schüler sehen sie es als vorteilhafter an, **wenige Strategien gut zu erschließen, anstatt sehr viele Strategien nur oberflächlich kennenzulernen.** Dieser Ansatz stimmt mit den oben genannten Vorschlägen überein, dass eine persönliche Hauptstrategie kein „Tabu“ sein sollte. Dieses persönliche Repertoire sollte durch eine weitere Strategie, z. B. eine Ableitungsstrategie, erweitert werden, um somit ein Verständnis der Strategien statt bloßem Anwenden zu ermöglichen. Trotzdem muss auch hierfür Unterrichtszeit eingeräumt werden, sodass die Kinder ihre selbst gewählten Strategien durchdringen können.

Dahingehend stellte bereits 1993 Krauthausen (S.205) fest, dass das Ziel des Mathematikunterrichts nicht sein sollte, *alle* Strategien fließend zu beherrschen, sondern dass Schulkinder das Strategieangebot „nach ihren eigenen Möglichkeiten und Vorlieben zu nutzen“ lernen. Dies kann auch heute noch als Leitidee für den Unterricht gelten.

Sundermann und Selter schlagen bereits 1995 **Rechenkonferenzen** vor, um Kommunikation und Reflexion über die Lösungswege der Kinder mehr zum Unterrichtsgegenstand zu machen. Schütte (2004, S. 142) beobachtet im

Unterricht, dass es vielen Kinder schwerfällt, die Rechenwege anderer Kinder nachzuvollziehen, wenn sie an der Tafel vorgestellt werden – trotz Erklärungen. Auch sie sieht in der Rechenkonferenz eine Möglichkeit, durch direkte Kommunikation in einer kleinen Gruppe zu einem besseren Verständnis zu gelangen. Außerdem werden Rechentagebücher als Ansatz genannt, sodass Kinder lernen, die eigenen Wege schriftlich zu notieren und auf dieser Grundlage über verschiedene Wege und Methoden reflektieren (vgl. Sundermann/Selter 1995). Dies sind Ansätze, die nach wie vor in den Unterricht mit einfließen können und das Potenzial zu positivem Einfluss auf die Entwicklung von flexiblem Rechnen haben.

Weitere Anregungen zu Konsequenzen für den **Unterricht** und Vorschläge zur Unterrichtsgestaltung mit entsprechendem Material sind auch bei Padberg und Benz (2011, S. 213ff.) und auf den Internetseiten der Projekte KIRA und PIKAS unter Mitwirkung von Christoph Selter (Götze et al. 2019; KIRA; PIKAS) zu finden. Da die vorliegende Untersuchung bisherige Forschungsergebnisse eher bestätigt als einen großen Fortschritt bzgl. der Strategienutzung aufzuzeigen, können nach wie vor auch Anmerkungen aus 2011 (Padberg/Benz) noch „aktuell“ sein, da sich die Lage bzw. die Flexibilität der Strategieanwendung seitdem recht wenig verändert hat.

Padberg und Benz (2011, S. 211) beschreiben es als „schwierige *Gratwanderung* beim halbschriftlichen Rechnen zwischen erwünschter Individualität und erforderlicher Normierung“ – diesen richtigen Weg müssen Lehrkräfte für sich und ihren Unterricht ausfindig machen. Es wird Erprobung benötigen, trotzdem stellt es ein erreichbares Ziel dar, das verfolgt werden sollte.

Die vorliegende Arbeit zeigt für den zukünftigen Mathematikunterricht an Grundschulen also weiterhin die Relevanz des Austauschs und gemeinsamen Reflektierens eigener und anderer Rechenwege und damit auch halbschriftlicher Rechenstrategien auf. Ebenso bleibt die Forderung nach kontinuierlichem Einsatz von halbschriftlichem Rechnen bestehen. Um diese Wege routinemäßig aufzubauen bzw. erhalten zu können ist es wichtig, dass die Kinder regelmäßig, also auch nach Einführung der schriftlichen Verfahren, noch halbschriftliche Strategien anwenden und auch im Unterricht immer wieder darauf eingegangen wird. Es muss keineswegs explizit das Thema der Unterrichtsstunde sein, sondern sollte in den Unterrichtsalltag mit eingebaut werden. Eine Kontinuität zu verfolgen ist insbesondere vor dem Hintergrund der Studie von Marschnick und Heinze

(2011), in der bereits nach drei Stunden „Auffrischung“ der halbschriftlichen Strategien positive Auswirkungen verzeichnet werden konnten, erstrebenswert.

Folgeuntersuchungen im selben Untersuchungsdesign könnten bereits als interessanter Vergleich dienen, da die vorliegende Untersuchung durch die Corona-bedingten Schulschließungen unter besonderen Umständen durchgeführt wurde. Die Schülerinnen und Schüler befanden sich in den vorhergegangenen Wochen im Homeschooling. Es ist nicht abschätzbar, welche Auswirkungen dies auf die Bearbeitung des Testbogen dieser Forschung hatte. Zwar ist im ersten Halbjahr der dritten Klasse bei allen Probanden unterrichtet worden – „normal“ im Klassenverband in der Schule – aber wie gut sich einzelne Kinder an den Unterrichtsstoff erinnern, ist vermutlich stark von der Art und auch Disziplin des Homeschoolings abhängig. Insofern wäre ein Vergleich interessant, die Forschung mit Probanden durchzuführen, die einem regelmäßigen Schulalltag mit Präsenzunterricht nachgehen.

Außerdem wäre es vorteilhaft, wenn lediglich *halbschriftliche* Strategien untersucht werden sollen, die Untersuchung etwas früher im dritten Schuljahr durchzuführen, bevor die Einübung des schriftliche Rechenverfahrens („schriftlich untereinander rechnen“) erfolgt ist. Dann würde ein prozentual größerer Anteil der Stichprobe tatsächlich halbschriftliche Strategien nutzen, auch wenn es immer einzelne Kinder geben wird, die im Kopf rechnen oder (von zu Hause) bereits das schriftliche Rechenverfahren kennen.

Des Weiteren wäre eine *größere Stichprobe* vorteilhaft, um Vorgehensweisen noch besser vergleichen zu können und mehr Zuverlässigkeit und Aussagekraft bei Aussagen/Auswertungen über die Häufigkeit zu erlangen. Ist es tatsächlich so, dass Kinder der dritten Klasse nach wie vor selten Hilfsaufgaben nutzen? Oder ist dies lediglich bei der vorliegenden Stichprobe der Fall gewesen? Tatsächliche Klärungen anstelle von Tendenzen und Mustern solcher Aspekte würden erst durch große Stichproben möglich bzw. die im Zuge dieser Untersuchung herausgestellten Ergebnisse könnten damit belegt oder gegebenenfalls auch widerlegt werden.

Bei einigen Kindern wären auch zusätzlich kurze *Einzelinterviews* interessant, z. B. wenn durchgehend eine Strategie genutzt wurde, aber eine andere als „einfachster“ Weg angekreuzt wurde. Dadurch könnte aufgeklärt werden, ob die Kinder sich dessen bewusst sind oder ob es lediglich ein Versehen beim

„Kreuzchen-Setzen“ war. Hier könnten durch die Verbindung mit qualitativer Forschung zusätzliche, interessante Einblicke geschaffen werden – ähnlich wie in den Studien von Selter (2000) oder auch Hirsch (2001), in denen ebenfalls quantitative und qualitative Methoden kombiniert wurden in Form von Testbögen und ausgesuchten Einzelinterviews.

Man könnte für zusätzliche Informationen und Analysemöglichkeiten auch den Testbogen in der Hinsicht erweitern, dass man die Kinder die *Wahl des Rechenweges begründen* lässt und z. B. auf der Seite „Der „einfachste“ Rechenweg“ eine Begründung einfordert, ganz im Sinne von Hahn und Steinmetz (2009, S.11) mit „Ich habe so gerechnet, weil…“ oder „Ich finde den Weg am einfachsten, weil…“. Da aber Kindern, wenn dies im Unterricht nicht zur gängigen Übungspraxis gehört, Begründungen des eigenen Gedankenweges schwerfallen, weil man sich darüber erst einmal bewusst werden muss, kann es besonders schwierig sein, dies schriftlich festzuhalten oder darzustellen (vgl. ; Schütte 2004, S. 135/139ff.; Padberg/Benz 2011, S. 175). Auch an dieser Stelle könnte eine mündliche Kommunikation, wie in Einzelinterviews, einfacher oder verständlicher sein, da der Interviewer/ die Interviewerin bei unklaren Aussagen direkt nachfragen kann.

Ebenso könnten *Lehrer(innen)befragungen* mit einbezogen werden über die Einschätzung der Schulkinder. Insbesondere bei Kindern, die sehr verschiedene Rechenwege genutzt haben, wäre es interessant, ob dies z. B. möglicherweise auf eine besonders hohe mathematische Kompetenz hinweist, da verschiedene Strategien flexibel angewendet und je nach Aufgabe ausgewählt werden können oder dies nicht zutrifft.

Auch *Fehleranalysen* könnten interessante Erkenntnisse bringen – bspw. wurde in dieser Untersuchung von drei Probanden eine Strategie systematisch falsch umgesetzt. Einmal ist dies auf eine fehlerhafte Übertragung einer Strategie von der Addition auf die Subtraktion zurückzuführen, zweimal wurde die Strategie jeweils nur teilweise ausgeführt, was nicht zu einem korrekten Endergebnis führen kann. Aber auch bei anderen Fällen traten Fehler auf – welche Fehler sind systematisch, welche lassen sich auf einfaches Verrechnen oder falsches Abschreiben zurückführen? Welche Vorstellungen liegen bei systematischen Fehlern zugrunde? Fragen wie diese könnten separat untersucht werden und so Verständnisprobleme einzelner Kinder aufdecken, die behoben werden sollten, z. B. durch individuelle Wiederholung, Thematisierung, Erklärung und Einübung einzelner Strategien. Dieser Aspekt hätte damit auch für die Probanden selbst bzw. für die unterrichtenden Lehrkräfte Vorteile in Form von Hinweisen insbesondere auf systematische Fehler.

Die großen Unterschiede der verschiedenen Klassen bezüglich der Strategienutzung legen den Einfluss des Unterrichts nahe, was sich ebenfalls in den Ergebnissen der Studie von Selter (2000, S. 241) widerspiegelt. Selter (2003, S. 45) schreibt, es sei wenig verwunderlich, dass Kinder - wenn sie das schriftliche Verfahren als „Krönung“ erfahren - dieses auch beständig einsetzen. Er beschreibt, dass bei einem Rechenwegvergleich von niederländischen und deutschen Grundschulkindern der Großteil der deutschen Kinder schriftliche Normalverfahren anwendet, während die meisten niederländischen Kinder die Aufgabe im Kopf lösten oder „geschickt“ rechneten (vgl. ebd.). Dies sei auf den zugrundeliegenden Unterricht zurückzuführen (ebd.): In den Niederladen werden schriftliche Verfahren kürzer eingeführt und weniger ausgiebig thematisiert, Kopf- und halbschriftliches Rechnen dagegen regelmäßig angeregt. Insofern sollte dies auch in Deutschland nach der Einführung von schriftlichen Verfahren angestrebt werden.

Um den Unterricht bei dieser Arbeit nicht nur vermutend einzubeziehen, wäre eine Untersuchung bzw. Beobachtung des Unterrichts notwendig gewesen, die jedoch nicht stattfand, da sie den Rahmen dieser Arbeit gesprengt hätte. Es wäre prinzipiell interessant, den vorherigen Mathematikunterricht miteinbeziehen zu können, um weitere Analysemöglichkeiten und Bezugsaspekte zu erhalten. So wäre durch eine langfristige Unterrichtsbeobachtung vor der Untersuchung die Möglichkeit gegeben, Bezüge zur Gestaltung des Unterrichts und der Einführung und Einübung der untersuchten halbschriftlichen Strategien herzustellen. Favorisiert die Lehrkraft – vielleicht auch unbewusst, aber trotzdem für die Kinder merklich – eine der Strategien? Wurden alle Strategien gleichermaßen behandelt? Welche Auswirkungen oder Unterschiede gehen daraus hervor, wenn in einer Schule/Klasse alle Strategien als gleichwertig eingeführt werden und anderswo die Strategien *Schrittweise* und *Stellenweise* fokussiert werden, *Hilfsaufgaben* und *Vereinfachen* nur am Rande auftreten und *Mischformen* möglicherweise gar nicht besprochen werden? Dabei kann die Wahrnehmung der Lehrkraft selbst natürlich abweichen von der Wahrnehmung eines externen Beobachters. Eine solche Forschung ist allerdings sehr zeitaufwändig, da hierfür mehrere Klassen und Schulen vergleichend beobachtet werden müssten; je länger die Beobachtung stattfindet, desto mehr Analysemöglichkeiten bieten sich an.

Es gibt dementsprechend viele Möglichkeiten und Ansatzpunkte für Folgeuntersuchungen, was auch darauf zurückzuführen sein dürfte, dass es bisher zu diesem Thema eher **wenige umfassende** (aktuelle) **Forschungen** (s. Kapitel 2.4.) gibt. Es wäre wünschenswert, dass sich dies ändert – erste Anregungen dazu wurden im oberen Absatz ausgeführt.

In der vorliegenden Studie wurde folgender **„Ist-Zustand“** festgestellt: Die meist favorisierte Strategie bei der Addition und Subtraktion ist die Strategie *Schrittweise* - diese wird gleichzeitig auch am häufigsten als „einfachster“ Weg wahrgenommen, jeweils gefolgt vom deutlich weniger genutzten stellenweisen Rechnen. Hilfsaufgaben wurden dagegen nahezu gar nicht verwendet. Insgesamt zeigt sich, dass Schülerinnen und Schüler den Weg, den sie als „einfachsten“ angeben, auch tatsächlich nutzen.

Außerdem besteht eine über 95-prozentige Übereinstimmung der persönlichen Hauptstrategie eines Kindes zwischen Addition und Subtraktion, sodass sich insgesamt hohe intraindividuelle Stabilitäten abbilden. Die Mehrheit der Kinder nutzt also bei der Subtraktion die Strategie, die sie auch bei Addition favorisiert.

Allgemein lässt sich ein wenig flexibler Strategieeinsatz beobachten.

Dargestellte klassenspezifische Unterschiede der Strategienutzung legen den Einfluss des Unterrichts nahe. Es wurde eine Einschätzung der Ergebnisse und des Ist-Zustands des flexiblen Rechnens vorgenommen und es wurden Unterrichtsideen bzw. Aufgaben zur Erarbeitung und Thematisierung halbschriftlichen Rechnens als Aspekt einer flexiblen Rechenkompetenz zusammengetragen. Des Weiteren wurde ein Ansatz mit Fokussierung auf zwei „persönliche“ Strategien entwickelt und vorgestellt. Ein Ausblick auf weitere Forschungsansätze und -möglichkeiten bildet den Abschluss dieser Arbeit.

7. Literaturverzeichnis

Beizhuisen, M. (1993): Mental Strategies and Materials or Models for Addition and Subtraction up to 100 in Dutch Second Grades [Electronic version]. In: *Journal for Research in Mathematics Education, Bd. 24, H. 4*. S. 294-323.

[*Kurztitel:* Beizhuisen 1993]

Benz, C. (2005): *Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100.* Hildesheim: Franzbecker.

[*Kurztitel:* Benz 2005]

Benz, C. (2007): Die Entwicklung der Rechenstrategien bei Aufgaben des Typs ZE +/- ZE im Verlauf des zweiten Schuljahres [Electronic version]. In: J*ournal für Mathematik-Didaktik, Bd. 28, H. 1*. S. 49-73.

[*Kurztitel*: Benz 2007]

Dröge, R./ Ebeling, A./ Radatz, H./ Schipper, W. (1999): *Handbuch für den Mathematikunterricht – 2. Schuljahr.* Hannover: Schroedel.

[*Kurztitel*: Dröge et al. 1999]

Dröge, R./ Ebeling, A./ Radatz, H./ Schipper, W. (2004): *Handbuch für den Mathematikunterricht – 3. Schuljahr.* Hannover: Schroedel.

[*Kurztitel*: Dröge et al. 2004]

Götze, D., & Lüling, Cornelia (2010). „Ich habe anders gerechnet, weil ich jetzt mehr gelernt habe.“ In: *Die Grundschulzeitschrift, H. 240*. S. 38-43.

[*Kurztitel*: Götze/Lüling 2010]

Götze, D./ Selter, C./ Zannetin, E. (2019): *Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders. Versstehen und Fördern im Mathematikunterricht*. Hannover: Kallmeyer'sche Verlagsbuchhandlung.

[*Kurztitel*: Götze/Selter/Zannetin 2019 bzw. Götze et al. 2019]

Hahn, H./ Steinmetz, F. (2009): Eine Aufgabe, verschiedene Rechenwege - Wie Kinder ihr individuelles Vorgehen beim Rechnen beschreiben. In: *Sache, Wort, Zahl, Bd. 37, H. 101*. S. 8-13.

[*Kurztitel*: Hahn/Steinmetz 2009]

Heinze, A./ Marschick, F./ Lipowsky, F. (2009): Addition and subtraction of three-digit numbers: adaptive strategy use and the influence of instruction in German third grade [Electronic version]. In: *ZDM Mathematics Education, Bd. 41, H. 5.* S. 591–604.

[*Kurztitel:* Heinze/Marschick/Lipowski 2009 bzw. Heinze et al. 2009]

Hirsch, K. (2001): Halbschriftliche Rechenstrategien im Mathematikunterricht der Grundschule. In: Kaiser, G. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001: Vorträge der 35. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 5. Bis 9. März 2001 in Ludwigsburg*. Hildesheim: Franzbecker. S. 285-288.

[*Kurztitel:* Hirsch 2001]

Höveler, K. (2009): Mündliches und halbschriftliches Rechnen. In: Bartnitzky, H./ Brügelmann, H./ Hecker, U./ Heinzel, F./ Schönknecht, G. (Hrsg.): *Kursbuch Grundschule*. S. 572f. Frankfurt am Main: Grundschulverband.

[*Kurztitel*: Höveler 2009]

Krauthausen, G. (1993): Kopfrechnen, halbschriftliches Rechnen, schriftliche Normalverfahren, Taschenrechner: Für eine Neubestimmung des Stellenwertes der vier Rechenmethoden [Electronic version]. In: *Journal für Mathematik-Didaktik, Bd. 14, H.3/4*. S. 189-219.

[*Kurztitel*: Krauthausen 1993]

Krauthausen, G. (1995): Für die stärkere Betonung des halbschriftlichen Rechnens. Eine Chance zur Integration inhaltlicher und allgemeiner Lernziele. In: *Grundschule, H. 5.* S. 14-18.

[*Kurztitel:* Krauthausen 1995]

Krauthausen, G. (2009): Entwicklung arithmetischer Fertigkeiten und Strategien – Kopfrechnen und halbschriftliches Rechnen. In: Fritz, A./ Ricken, G./ Schmidt, S. (Hrsg.): *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (2. Aufl.) (S. 100-117). Weinheim/ Basel: Beltz Verlag.

[*Kurztitel*: Krauthausen 2009]

Krauthausen, G. (2018): *Einführung in die Mathematikdidaktik* – *Grundschule* (4. Aufl.). Berlin/ Heidelberg: Springer Spektrum.

[*Kurztitel*: Krauthausen 2018]

Marschnick, F./ Heinze, A. (2011): Geschicktes Rechnen – auch nach den schriftlichen Verfahren? In: *Grundschulunterricht Mathematik, H.3*. S. 4-7.

[*Kurztitel*: Marschnick/Heinze 2011]

Oechsle, U. (2020): *Mathematikunterricht im Kontext von Inklusion. Fallstudien zu gemeinsamen Lernsituationen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

[*Kurztitel*: Oechsle 2020]

Padberg, F./ Benz, C. (2011): *Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I+II* (4. Aufl.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

[*Kurztitel*: Padberg/Benz 2011]

Rathgeb-Schnierer, E. (2006): *Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze*. Hildesheim: Verlag Franzbecker.

[*Kurztitel*: Rathgeb-Schnierer 2006]

Rathgeb-Schnierer, E. (2010): Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen bei Grundschulkindern des 2. Schuljahrs [Electronic version]. In: *Journal für Mathematik-Didaktik, Bd. 31, H. 2*. S. 257-283.

[*Kurztitel:* Rathgeb-Schnierer 2010]

Rathgeb-Schnierer, E./ Rechtensteiner, C. (2018): *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen – Förderung – Beispiele*. Berlin/ Heidelberg: Springer Spektrum.

[*Kurztitel*: Rathgeb-Schnierer/Rechtensteiner 2018]

Reiss, K./ Schmieder, G. (2007): *Basiswissen Zahlentheorie. Eine Einführung in Zahlen und Zahlbereiche* (2. Aufl.). Berlin: Springer.

[*Kurztitel*: Reiss/Schmieder 2007]

Scherer, P./ Wember, F. (2006): *Addition und Subtraktion im Hunderterraum. Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen: Fördern durch Fordern*, Bd. 2. Horneburg: Persen.

[*Kurztitel*: Scherer/Wember 2006]

Scherer, P./ Moser Opitz, E. (2010): *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Mathematik Primar- und Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

[*Kurztitel:* Scherer/Moser Opitz 2010]

Schütte, S. (2004): Rechenwegnotation und Zahlenblick als Vehikel des Aufbaus flexibler Rechenkompetenzen. In: *Journal für Mathematik-Didaktik, Bd. 25, H. 2*. S. 130–148 (2004).

[*Kurztitel*: Schütte 2004]

Schwätzer, U. (2013): *Zur Komplementbildung bei der halbschriftlichen Subtraktion. Analyse der Ergebnisse einer Unterrichtsreihe im dritten Schuljahr*. Dissertation (Online), Technische Universität Dortmund.

[*Kurztitel:* Schwätzer 2013]

Selter, C. (2000): Vorgehensweisen von Grundschüler(inne)n bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000 [Electronic version]. In: *Journal für Mathematik-Didaktik, Bd. 21, H. 3-4*. S. 227- 258.

[*Kurztitel*: Selter 2000]

Selter, C. (2000): Wie lösen Viertklässler Plus- und Minusaufgaben im Tausenderraum? Ergebnisse einer Pilotstudie. In: *Sache, Wort, Zahl, Bd. 28, H. 29*. S. 54-58.

[*Kurztitel*: Selter 2000a]

Selter, C. (2003): Flexibles Rechnen – Forschungsergebnisse, Leitideen, Unterrichtsbeispiele. In: *Sache, Wort, Zahl, Bd. 31, H. 57*. S. 45-50.

[*Kurztitel*: Selter 2003]

Selter, C./ Spiegel, H. (2005): *Wie Kinder rechnen*. Leipzig: Klett-Grundschulverlag.

[*Kurztitel*: Selter/Spiegel 2005]

Sundermann, B./ Selter, C. (1995): Halbschriftliche Addition und Subtraktion im Tausenderraum. I.: Die Rechenmethoden der Schüler. In: *Grundschulunterricht, Bd. 42, H. 1*. S. 22-25.

[*Kurztitel*: Sundermann/Selter 1995]

Sundermann, B./ Selter, C. (1995): Halbschriftliche Addition und Subtraktion im Tausenderraum. II.: Auf dem Weg vom „Singulären“ zum „Regulären“. In: *Grundschulunterricht, Bd. 42, H. 2*. S. 30-32.

[*Kurztitel*: Sundermann/Selter 1995a]

Sundermann, B./ Selter, C. (1995): Halbschriftliches Rechnen auf eigenen Wegen. In: Müller, G. (Hrsg.): *Mit Kindern rechnen. Beiträge zur Reform der Grundschule. Bd. 96*. Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule e.V. S.165-178.

[*Kurztitel*: Sundermann/Selter 1995b]

Threlfall, J. (2002): Flexible Mental Calculation [Electronic version]. In: *Educational Studies in Mathematics, Bd. 50, H. 1.* S. 29–47.

[*Kurztitel:* Threlfall 2002]

Wessel, J. (2015): *Grundvorstellungen und Vorgehensweisen bei der Subtraktion. Stoffdidaktische Analysen und empirische Befunde von Schülerinnen und Schülern des 1. Schuljahres*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

[*Kurztitel*: Wessel 2015]

Wittmann, E./ Müller, G. (2001): *Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Handbuch produktiver Rechenübungen*, Bd. 2. Stuttgart: Klett-Schulbuchverlag.

[*Kurztitel*: Wittmann/Müller 2001]

Zierer, K./ Speck, K./ Moschner, B. (2013): *Methoden erziehungswissenschaftlicher Forschung*. München: Ernst Reinhardt.

[*Kurztitel*: Zierer/Speck/Moschner 2013]

7.1. Internetquellen

KMK (2004): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4).* Beschlüsse der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004. https://www.nibis.de/nli1/gohrgs/bildungsstandards/primar/bs_gs_kmk_mathe.pdf (Zugriff: 18.07.2020)

[*Kurztitel*: KMK 2004]

Niedersächsisches Kultusministerium (Hrsg.) (2017): *Kerncurriculum für die Grundschule. Schuljahrgänge 1-4. Mathematik.* https://cuvo.nibis.de/cuvo.php?fulltextsearch_lev0_ov=&skey_lev0_1000_ov=Dokumentenart&svalue_lev0_1000_ov=&skey_lev0_1001_ov=Schulbereich&svalue_lev0_1001_ov=Primarbereich&skey_lev0_1002_ov=Schulform&svalue_lev0_1002_ov=Grundschule&skey_lev0_1003_ov=Fach&svalue_lev0_1003_ov=Mathematik&p=search (Zugriff: 18.07.2020)

[*Kurztitel:* KC 2017]

Rathgeb-Schnierer, E./ Green, M. (2015): *Cognitive flexibility and reasoning patterns in American and German elementary students when sorting addition and subtraction problems.* https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01281858 (Zugriff: 19.07.2020)

[*Kurztitel*: Rathgeb-Schnierer/Green 2015]

Selter, C. et al. (2020): *KIRA - Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik:* Arithmetik: Halbschriftliches Rechnen (Addition, Subtraktion) https://kira.dzlm.de/arithmetik/halbschriftliches-rechnen (Zugriff:18.07.2020)

[*Kurztitel*: KIRA]

Selter, C. et al. (2020): *PIKAS – Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik*: Lernen auf eigenen Wegen. Unterrichtsmaterial. Addition und Subtraktion auf eigenen Wegen. Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen. Basisinformationen zur Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion, Teil 1. https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_5_-__Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/UM/Ich-Du-Wir/Planungen/Basisinfos_Planung_Teil1.pdf (Zugriff: 20.07.2020)

[Kurztitel: PIKAS]

8. Anhang

8.1. Abbildungsverzeichnis

	H	Z	E		H	Z	E				
	2	4	7	+	4	1	2				
	2	0	0	+	4	0	0	=	6	0	0
		4	0	+		1	0	=		5	0
			7	+			2	=			9
6	0	0	+	5	0	+	9	=	6	5	9

Abb. 1 Bsp. Stellenweise

2	4	7	+	4	1	2				
2	4	7	+	4	0	0	=	6	4	7
6	4	7	+		1	0	=	6	5	7
6	5	7	+			2	=	6	5	9

Abb. 2 Bsp. Schrittweise

2	4	7	+	4	1	2				
2	0	0	+	4	0	0	=	6	0	0
6	0	0	+		4	7	=	6	4	7
6	4	7	+		1	2	=	6	5	9

Abb. 3 Bsp. Mischform stellen- und schrittweise

2	4	7	+	4	1	2				
2	4	7	+	4	1	0	=	6	5	7
6	5	7	+			2	=	6	5	9

Abb. 4 Bsp. Hilfsaufgabe

2	4	7	+	4	1	2				
2	5	0	+	4	0	9	=	6	5	9

Abb. 5 Bsp. Vereinfachen

	7	8	2	-	4	6	1				
	7	0	0	-	4	0	0	=	3	0	0
		8	0	-		6	0	=		2	0
			2	-			1	=			1
3	0	0	+	2	0	+	1	=	3	2	1

Abb. 6 Bsp. Stellenweise

7	8	2	-	4	6	1				
7	8	2	-	4	0	0	=	3	8	2
3	8	2	-		6	0	=	3	2	2
3	2	2	-			1	=	3	2	1

Abb. 7 Bsp. Schrittweise

7	8	2	-	4	6	1				
7	0	0	-	4	0	0	=	3	0	0
3	0	0	+		8	2	=	3	8	2
3	8	2	-		6	1	=	3	2	1

Abb. 8 Bsp. Mischform stellen- und schrittweise

7	8	2	-	4	6	1				
7	8	2	-	4	6	0	=	3	2	2
3	2	2	-			1	=	3	2	1

Abb. 9 Bsp. Hilfsaufgabe

7	8	2	-	4	6	1				
7	8	1	-	4	6	0	=	3	2	1

Abb. 10 Bsp. Vereinfachen

	7	8	2	-	4	6	1					
	4	6	1	+		3	9	=	5	0	0	
	5	0	0	+	2	0	0	=	7	0	0	
	7	0	0	+		8	2	=	7	8	2	
3	9	+	2	0	0	+	8	2	=	3	2	1

Abb. 11 Bsp. Schrittweise Ergänzen

	7	8	2	-	4	6	1				
			1	+			1	=			2
		6	0	+		2	0	=		8	0
	4	0	0	+	3	0	0	=	7	0	0
1	+	2	0	+	3	0	0	=	3	2	1

Abb. 12 Bsp. Stellenweise Ergänzen

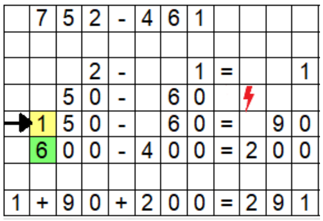


Abb. 13 Bsp. Stellenweise mit Eintauschen

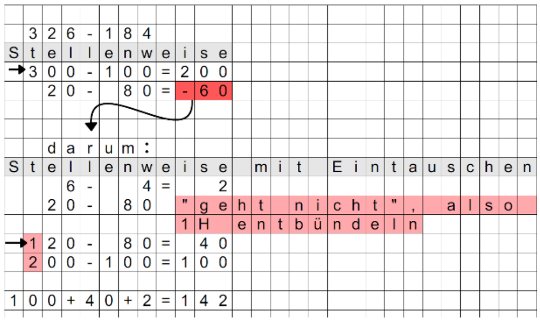
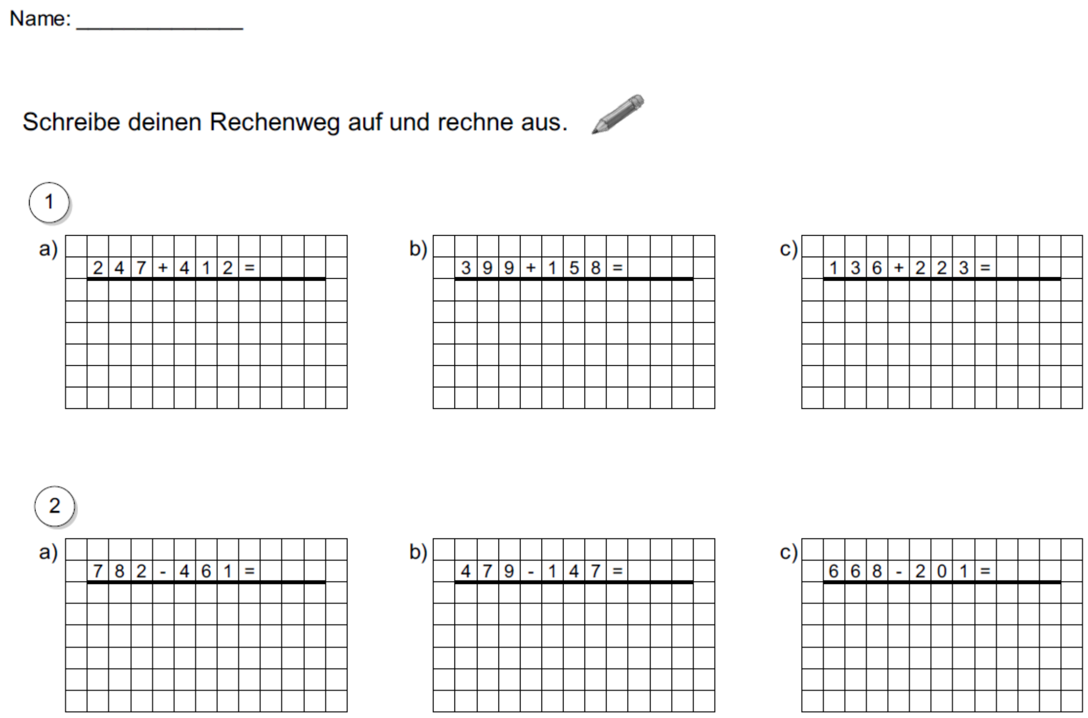


Abb. 14 Stellenweise/Stellenweise mit Eintauschen



Name: ______________

Schreibe deinen Rechenweg auf und rechne aus.

1

a) 247 + 412 =

b) 399 + 158 =

c) 136 + 223 =

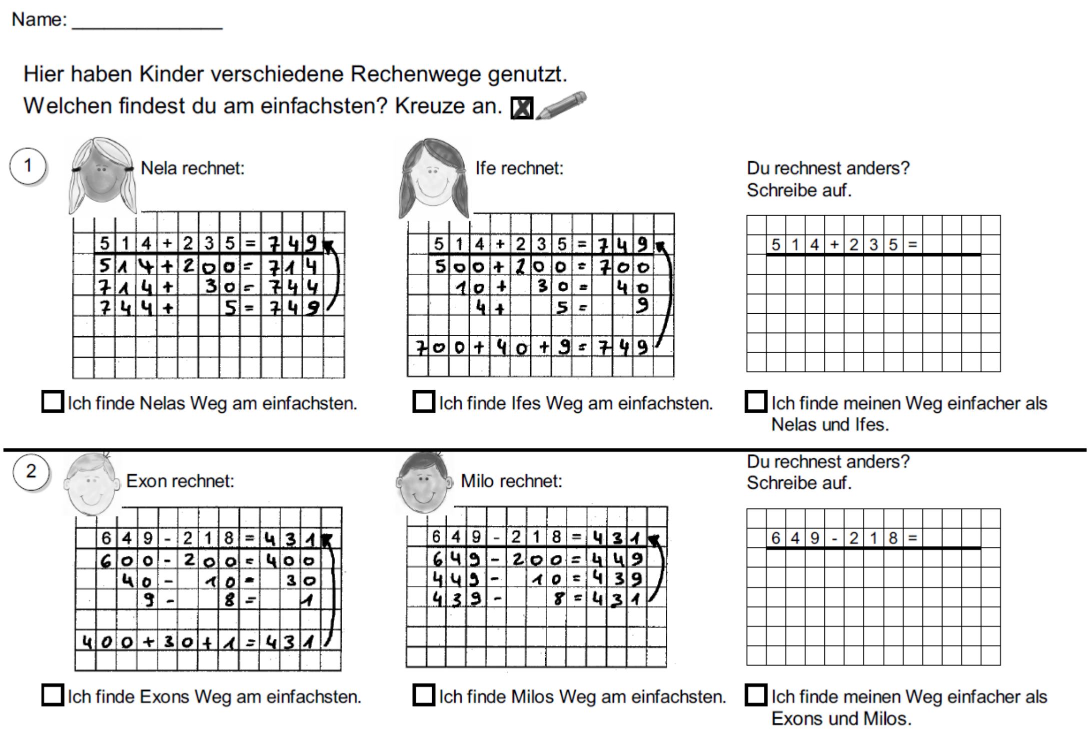
2

a) 782 - 461 =

b) 479 - 147 =

c) 668 - 201 =

Abb. 15 Testbogen Seite: Rechenaufgaben



Name: ______________

Hier haben Kinder verschiedene Rechenwege genutzt.
Welchen findest du am einfachsten? Kreuze an.

1

Nela rechnet:

514 + 235 = 749
514 + 200 = 714
714 + 30 = 744
744 + 5 = 749

☐ Ich finde Nelas Weg am einfachsten.

Ife rechnet:

514 + 235 = 749
500 + 200 = 700
10 + 30 = 40
4 + 5 = 9
700 + 40 + 9 = 749

☐ Ich finde Ifes Weg am einfachsten.

Du rechnest anders? Schreibe auf.

514 + 235 =

☐ Ich finde meinen Weg einfacher als Nelas und Ifes.

2

Exon rechnet:

649 - 218 = 431
600 - 200 = 400
40 - 10 = 30
9 - 8 = 1
400 + 30 + 1 = 431

☐ Ich finde Exons Weg am einfachsten.

Milo rechnet:

649 - 218 = 431
649 - 200 = 449
449 - 10 = 439
439 - 8 = 431

☐ Ich finde Milos Weg am einfachsten.

Du rechnest anders? Schreibe auf.

649 - 218 =

☐ Ich finde meinen Weg einfacher als Exons und Milos.

Abb. 16 Testbogen Seite: Der „einfachste“ Rechenweg

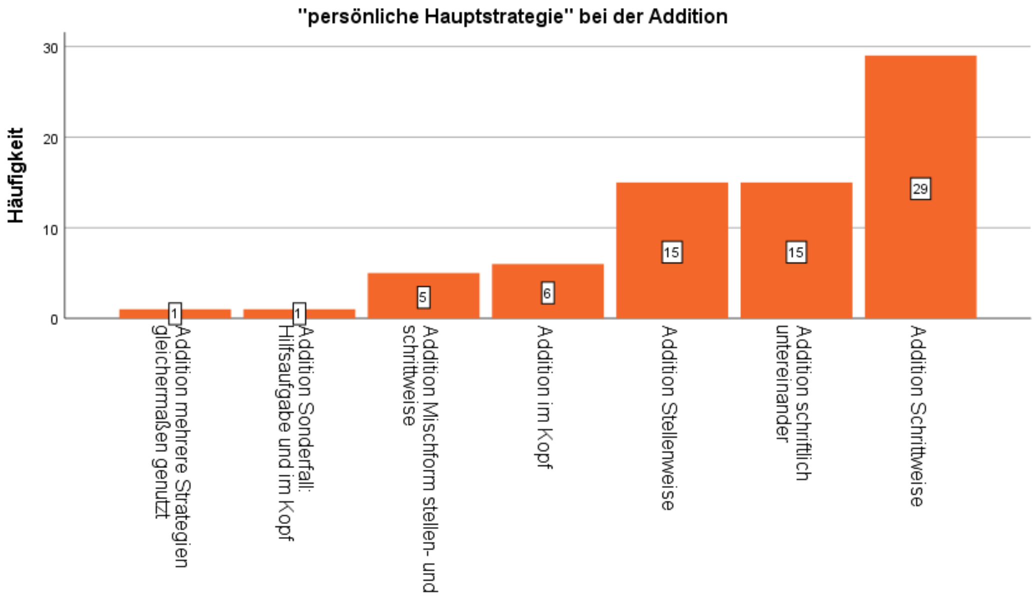


Abb. 17 Persönliche Hauptstrategie bei der Addition

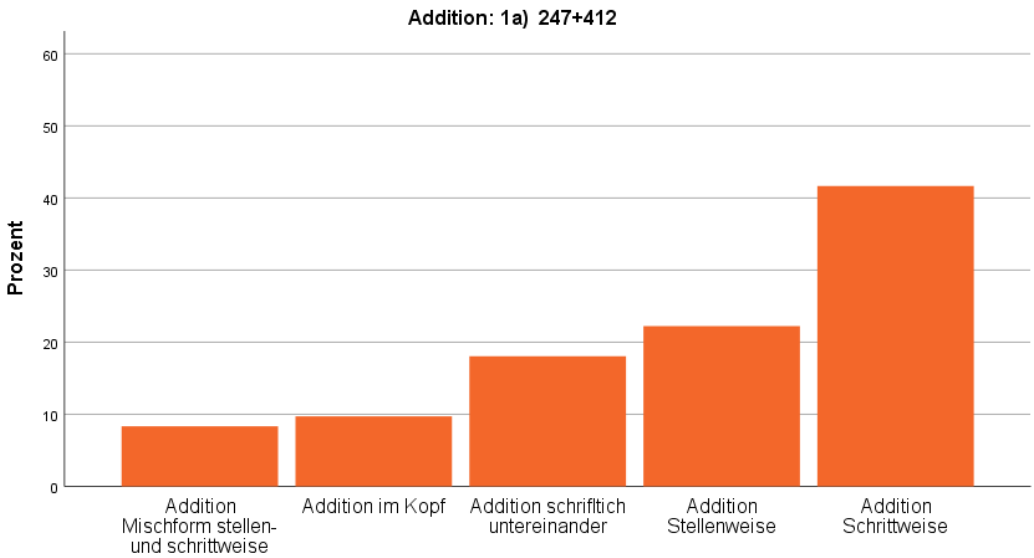


Abb. 18 Strategienutzung bei Aufgabe 1a)

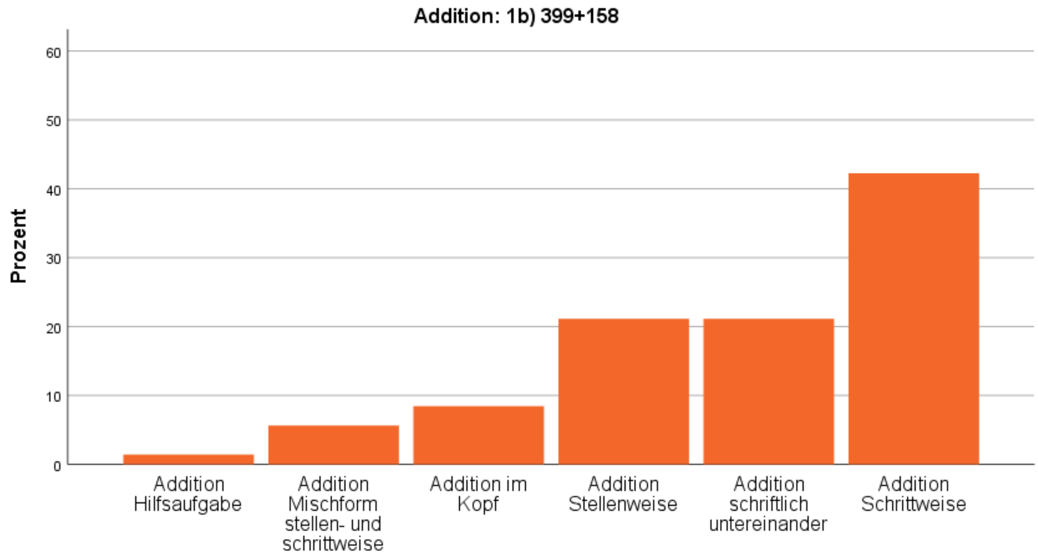


Abb. 19 Strategienutzung bei Aufgabe 1b)

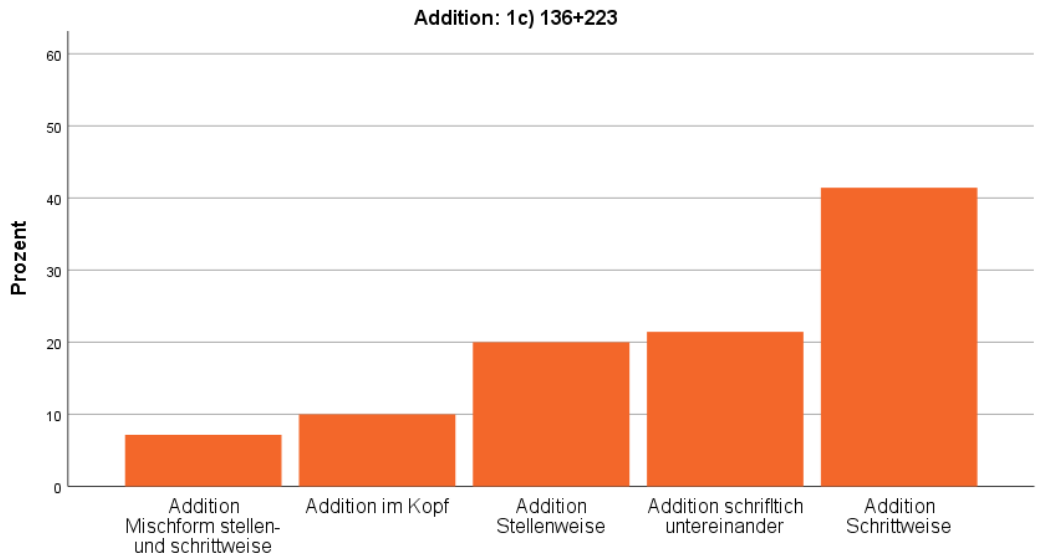


Abb. 20 Strategienutzung bei Aufgabe 1c)

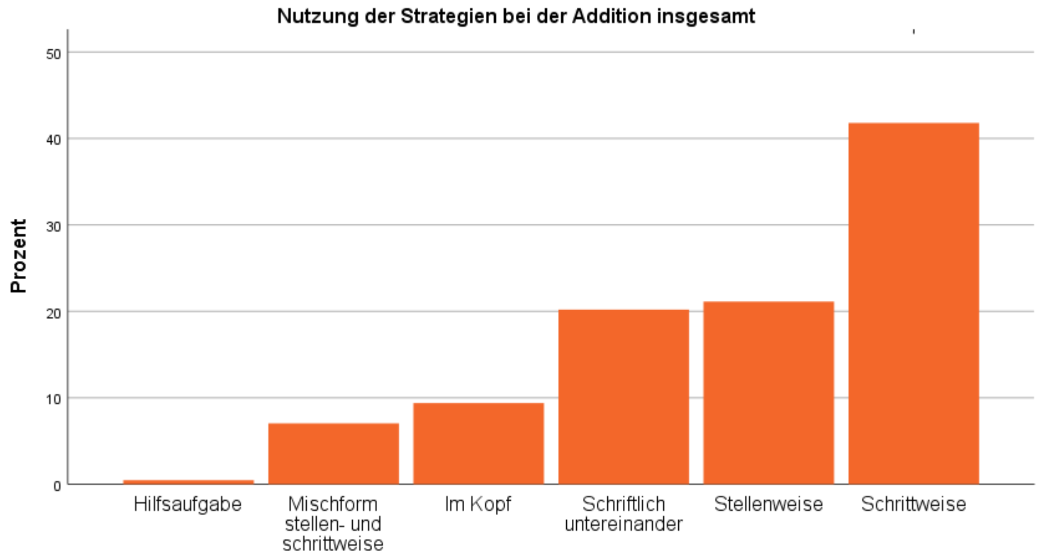


Abb. 21 Strategienutzung bei der Addition insgesamt (komplette Aufgabe 1)

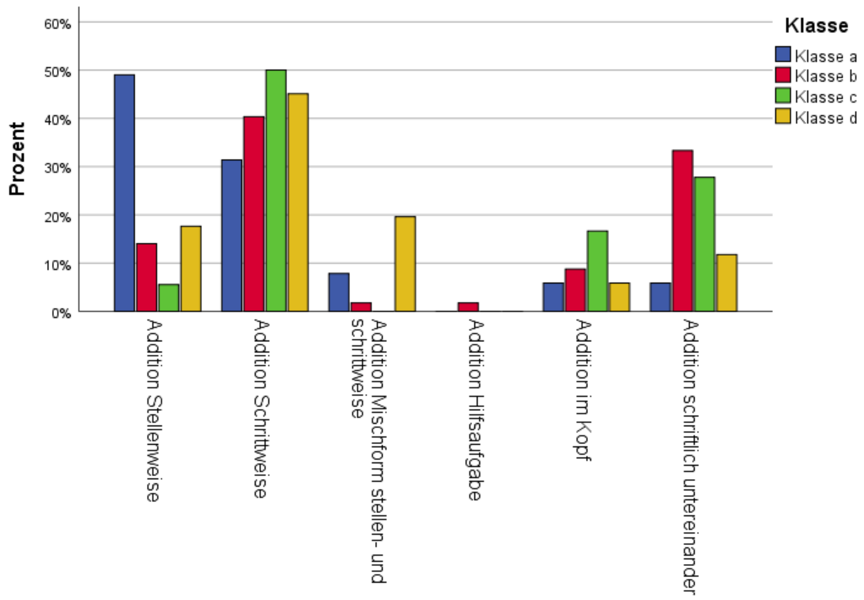


Abb. 22 Strategienutzung bei der Addition - Klassen im Vergleich

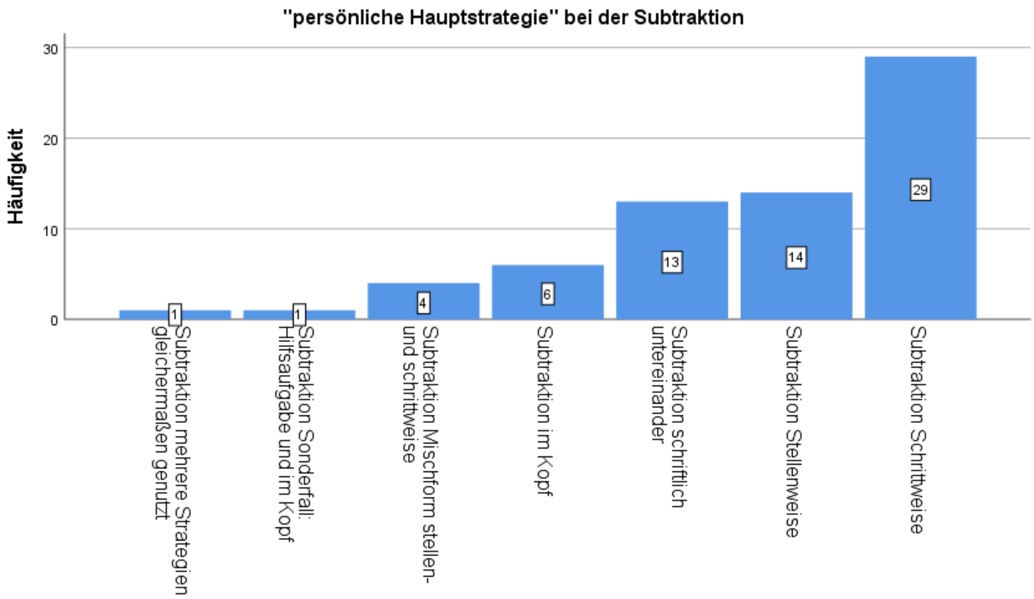


Abb. 23 Persönliche Hauptstrategie bei der Subtraktion

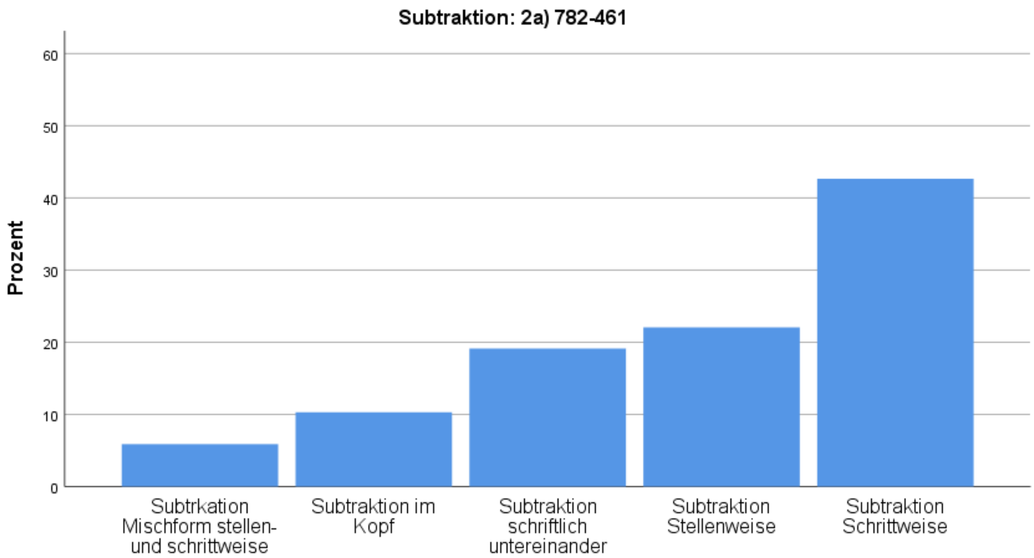


Abb. 24 Strategienutzung bei Aufgabe 2a)

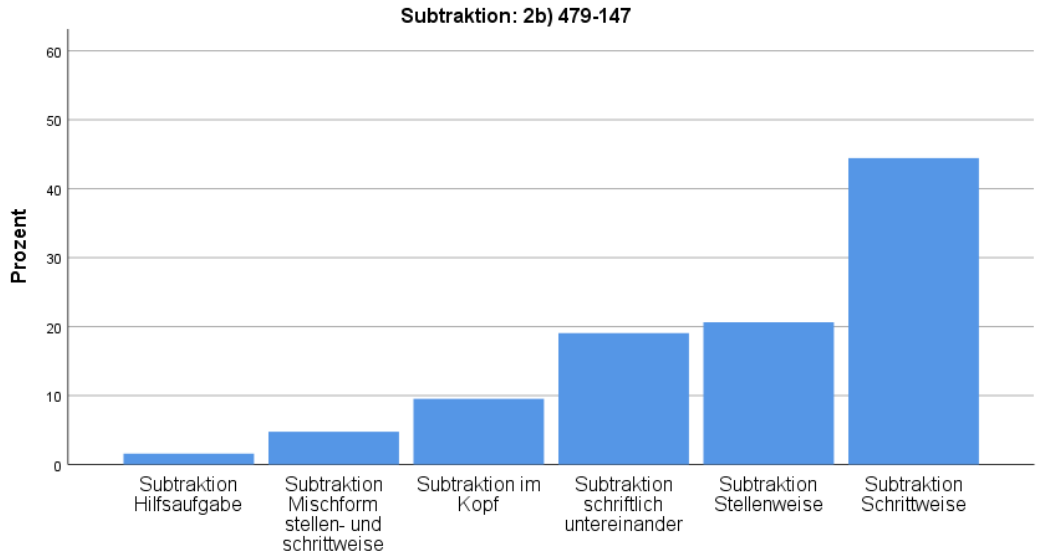


Abb. 25 Strategienutzung bei Aufgabe 2b)

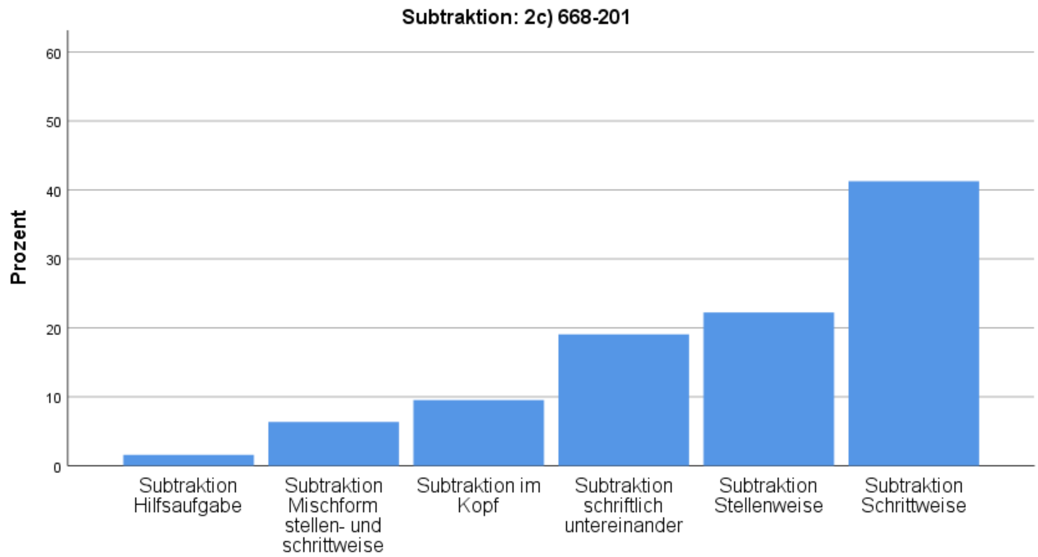


Abb. 26 Strategienutzung bei Aufgabe 2c)

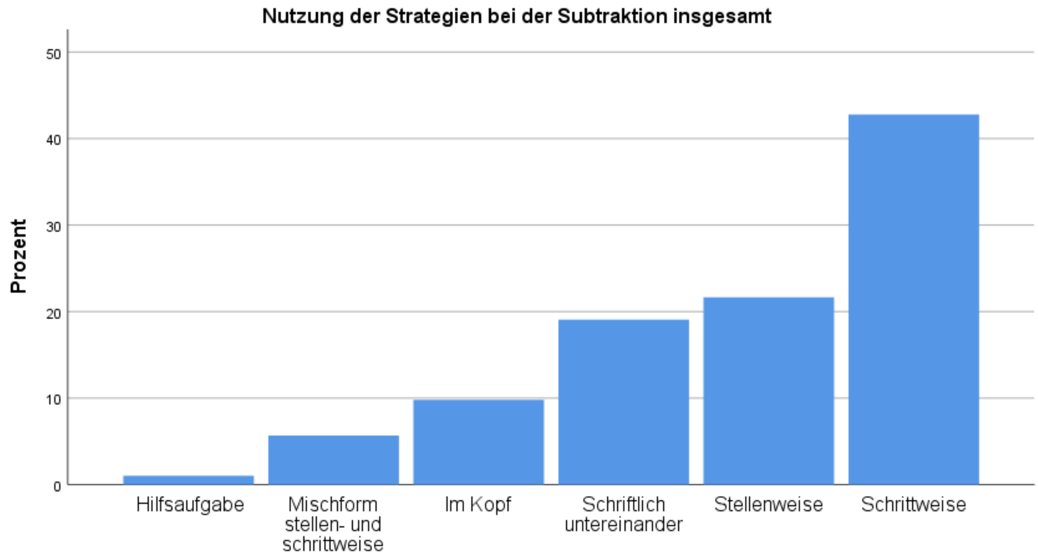


Abb. 27 Strategienutzung bei der Subtraktion insgesamt (komplette Aufg. 2)

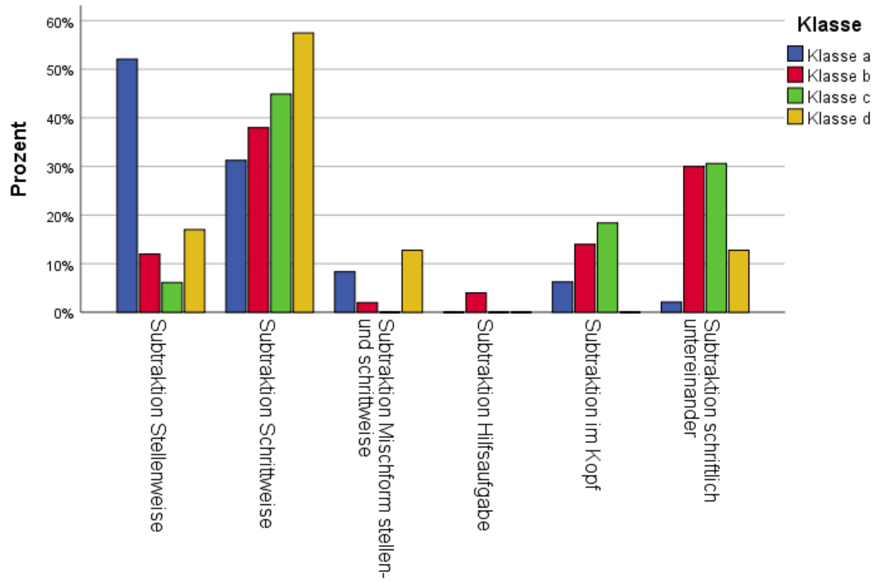


Abb. 28 Strategienutzung bei der Subtraktion - Klassen im Vergleich

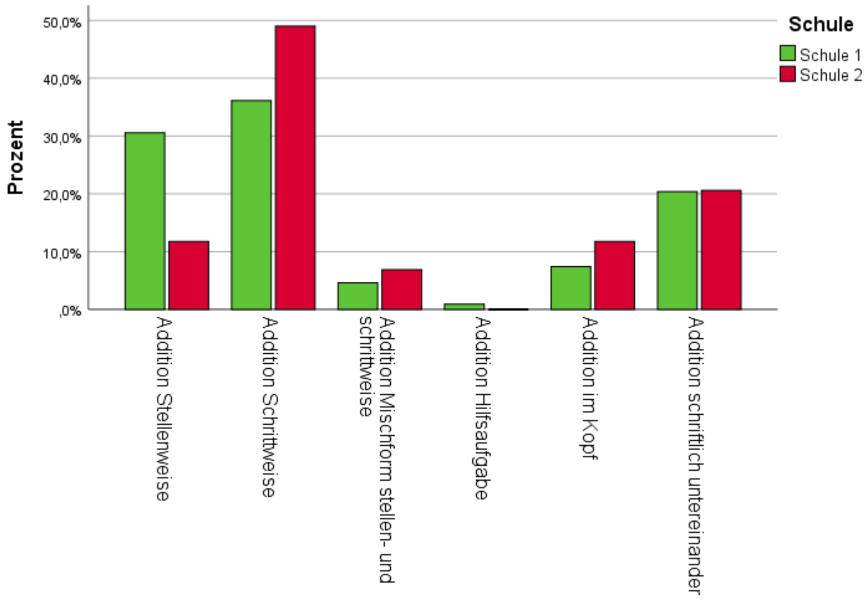


Abb. 29 Strategienutzung bei der Addition – Schulen im Vergleich

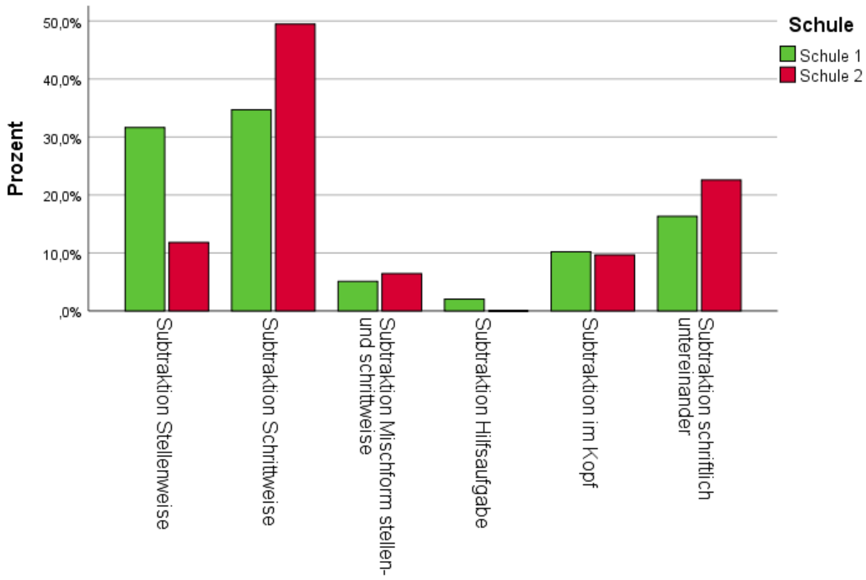


Abb. 30 Strategienutzung bei der Subtraktion: Schulen im Vergleich

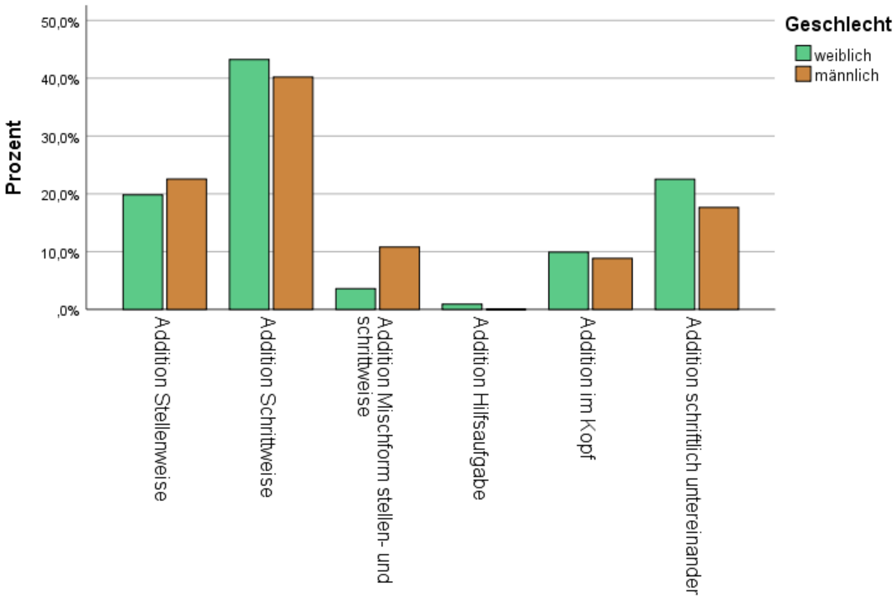


Abb. 31 Strategienutzung bei der Addition - Jungen und Mädchen im Vergleich

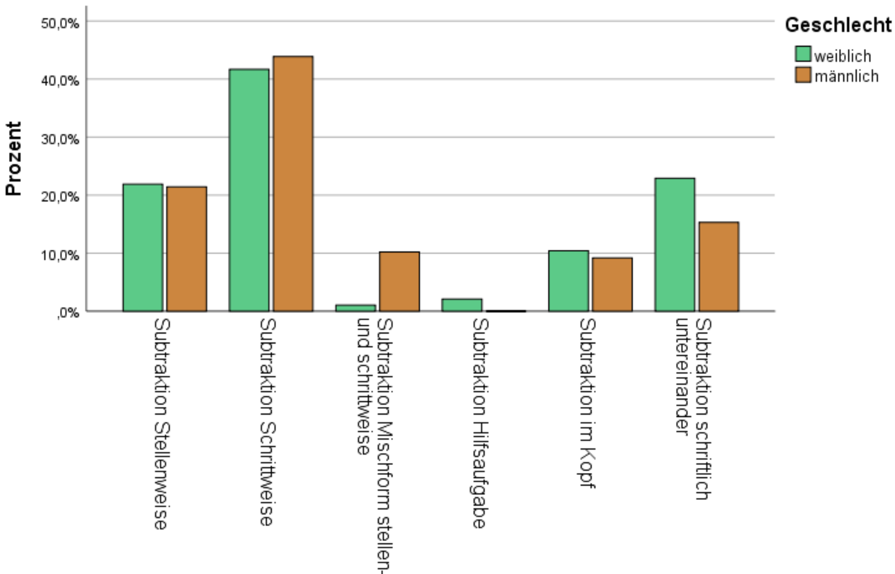


Abb. 32 Strategienutzung bei der Subtraktion - Mädchen und Jungen im Vergleich

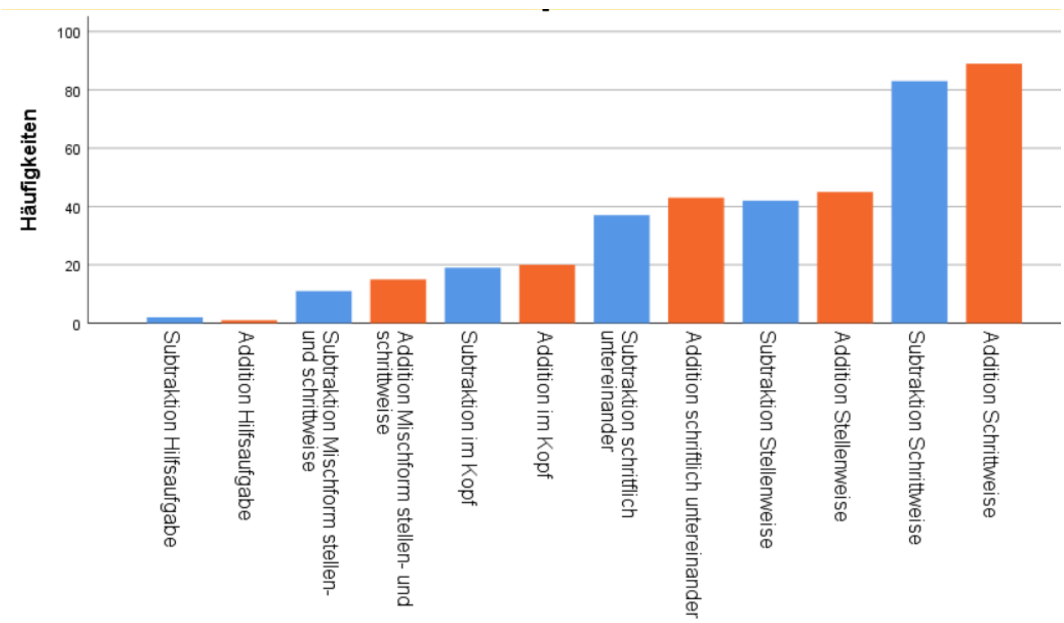


Abb. 33 Strategienutzung bei der Addition und Subtraktion im Vergleich

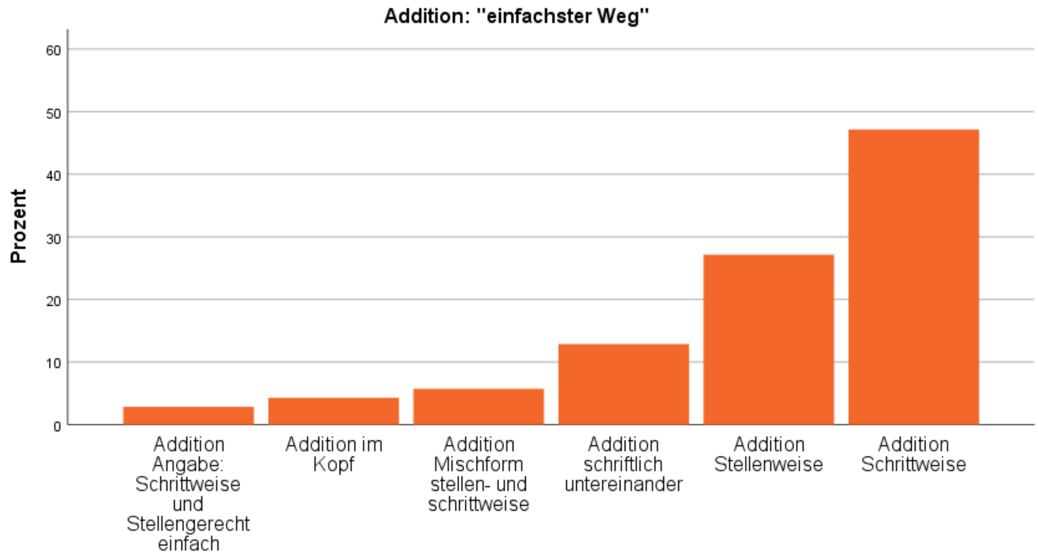


Abb. 34 Angabe des „einfachsten Weges“ – Addition

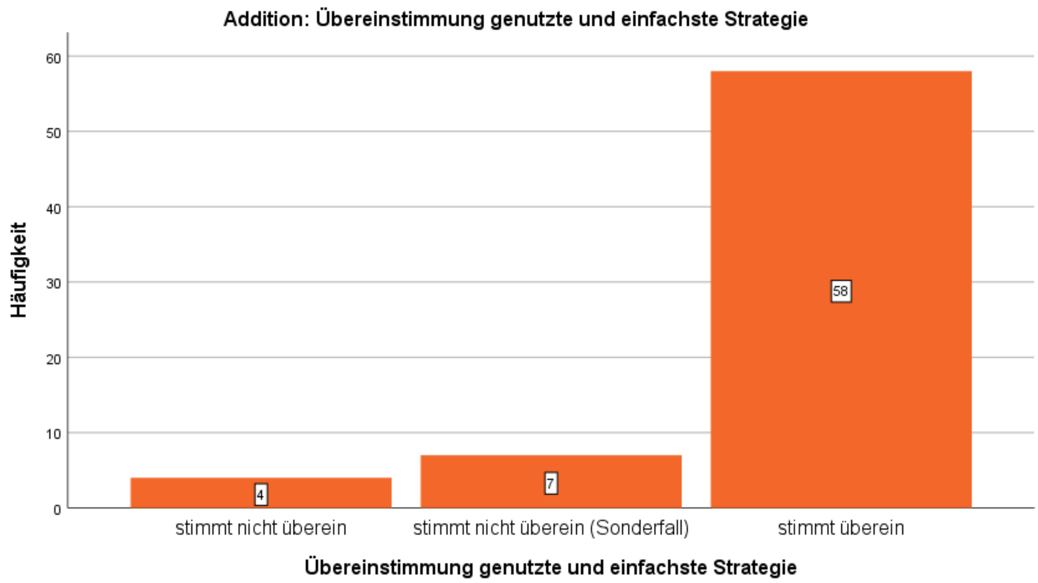


Abb. 35 Addition: Übereinstimmung genutzter und einfachster Strategie?

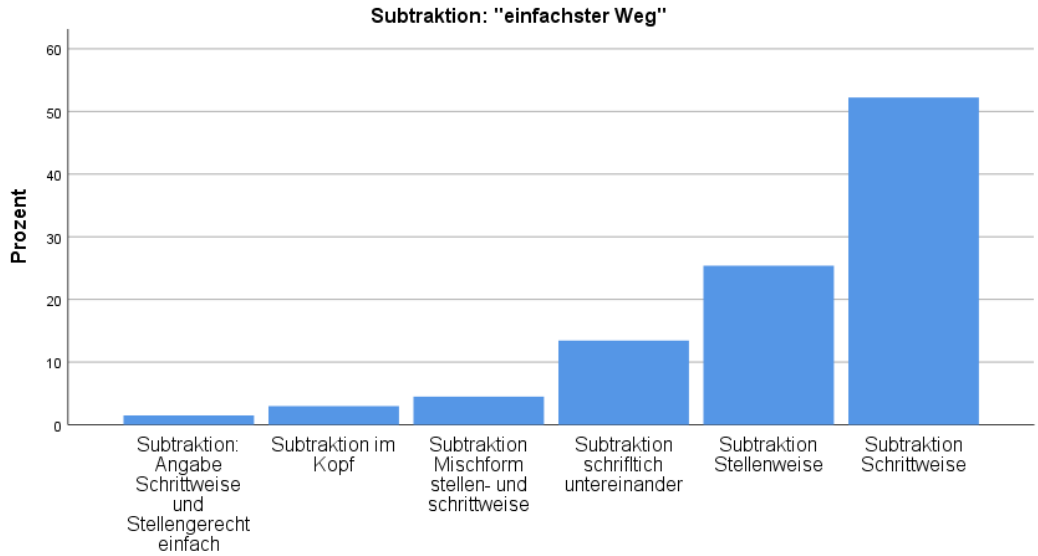


Abb. 36 Angabe des „einfachsten Weges“ – Subtraktion

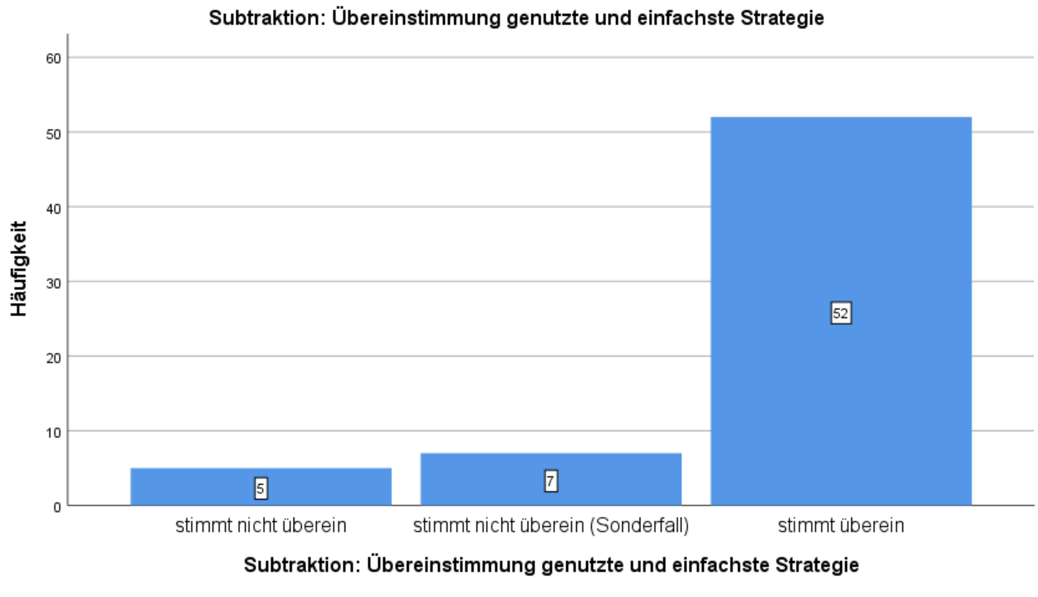


Abb. 37 Subtraktion: Übereinstimmung genutzter und einfachster Strategie?

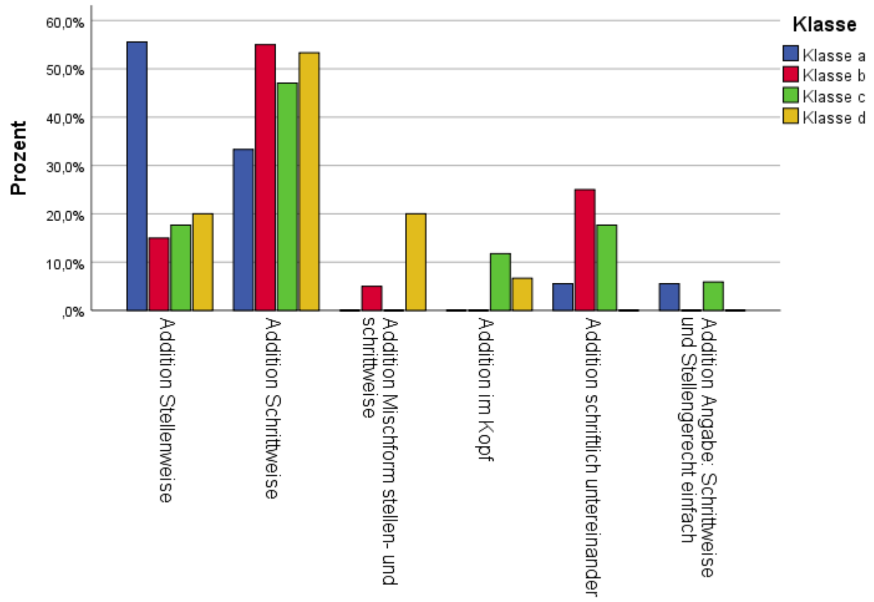


Abb. 38 Addition: „einfachster Weg“ – Klassen im Vergleich

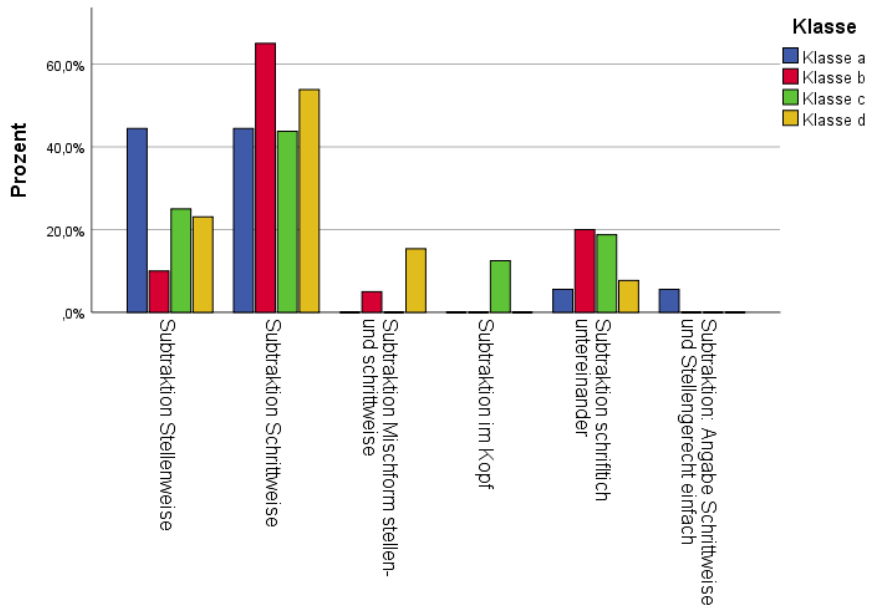


Abb. 39 Subtraktion: „einfachster Weg“ – Klassen im Vergleich

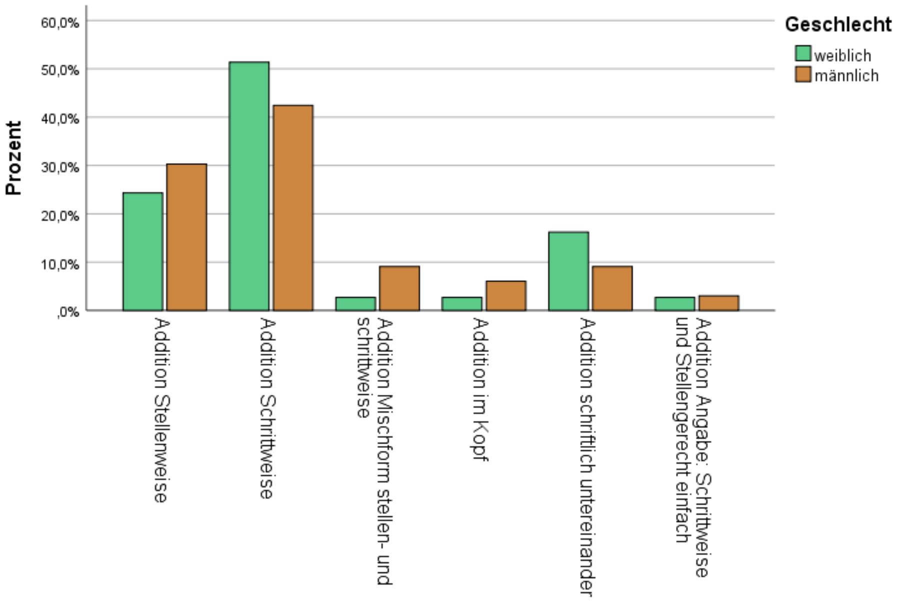


Abb. 40 Addition: „einfachster Weg“ – Mädchen und Jungen im Vergleich

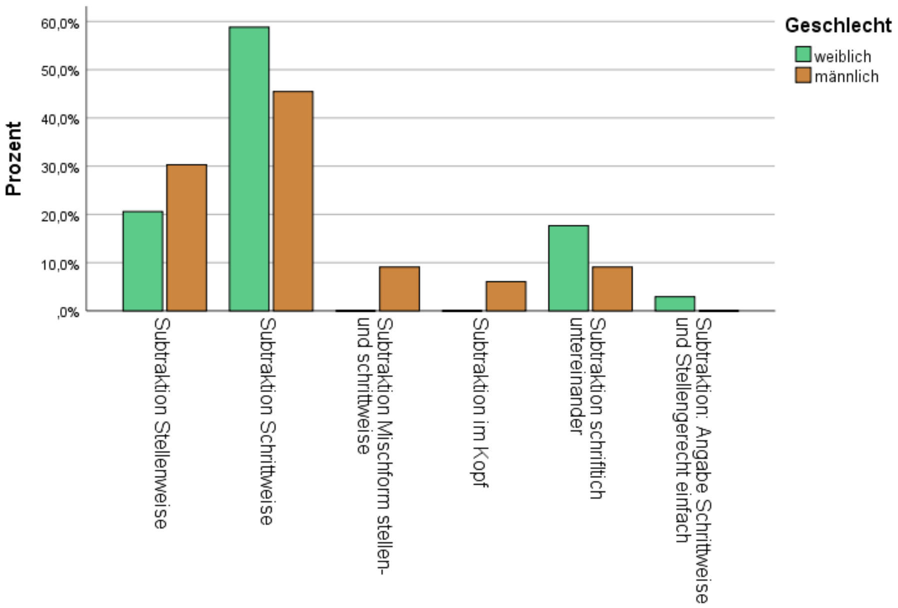


Abb. 41 Subtraktion: „einfachster Weg“ – Mädchen und Jungen im Vergleich

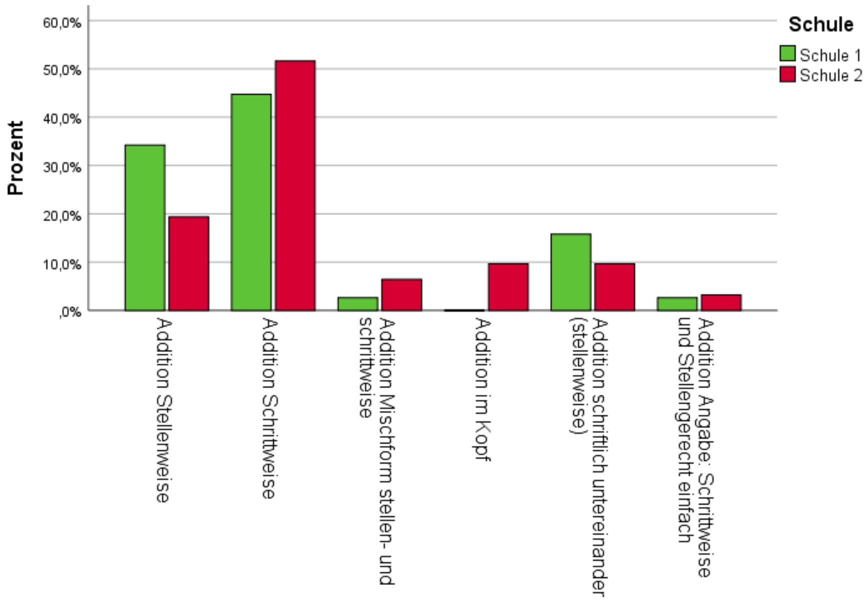


Abb. 42 Addition: „einfachster Weg“ – Schulen im Vergleich

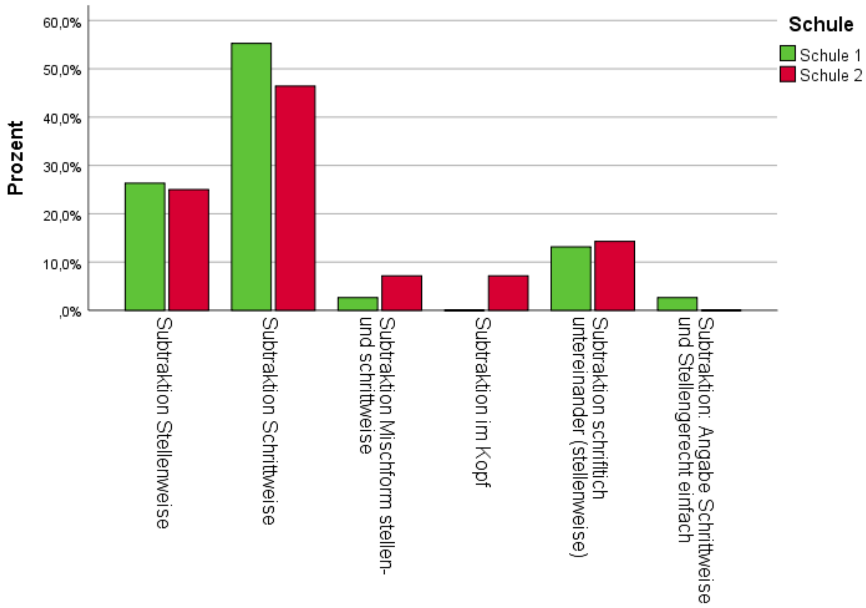


Abb. 43 Subtraktion: „einfachster Weg“ – Schulen im Vergleich

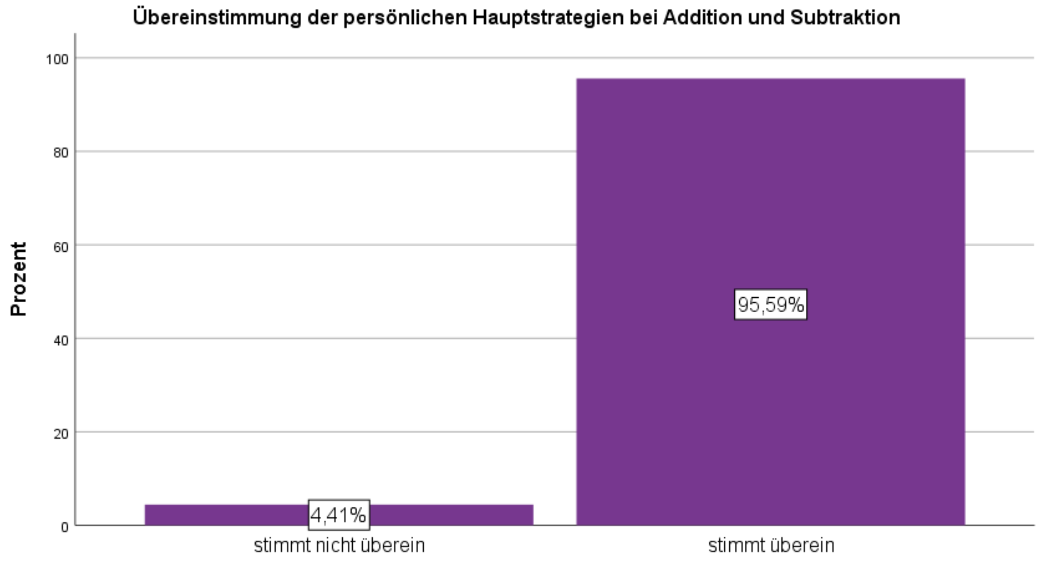


Abb. 44 Übereinstimmung der persönlichen Hauptstrategien bei Addition und Subtraktion

8.2. Tabellenverzeichnis

Hinweis: *Zur besseren Übersicht und zum besseren Verständnis werden die Bezeichnungen der Tabellen oberhalb statt unterhalb, also als Art Überschrift, angegeben. Dies erleichtert insbesondere bei mehreren langen Tabellen, in denen alle 73 Fälle verzeichnet sind, den Überblick. Zusätzlich ist bei Tabellen über mehrere Seiten die Zugehörigkeit zur Tabellennummer genannt.*

Tab. 1 Anwendung der Strategien bei Aufgabe 1 (Addition)

Strategien	d) 247 + 412	e) 399 + 158	f) 136+223
Stellenweise	200 + 400 = 600 40 + 10 = 50 7 + 2 = 9 600 + 50 + 9 = 659	300 + 100 = 400 90 + 50 = 140 9 + 8 = 17 400 + 140 +17 = 557	100 + 200 = 300 30 + 20 = 50 6 + 3 = 9 300 + 50 + 9 = 359
Schrittweise	247 + 400 = 647 647 + 10 = 657 657 + 2 = 659	399 + 100 = 499 499 + 50 = 549 549 + 8 = 557	136 + 200 = 336 336 + 20 = 356 356 + 3 = 359
Mischform Stellen- und Schrittweise	200 + 400 = 600 600 + 47 = 647 647 + 12 = 659	300 + 100 = 400 400 + 99 = 499 499 + 58 = 557	100 + 200 = 300 300 + 36 = 336 336 + 23 = 359
Hilfsaufgabe	247 + 410 = 657 657 + 2 = 659	400 + 158 = 558 558 - 1 = 557	136 + 220 = 356 356 + 3 = 359
Vereinfachen	(247 + 3) + (412 - 3) = 250 + 409 = 659	(399 + 1) + (158 - 1) = 400 + 157 = 557	(136 + 3) + (223 – 3) = 139 + 220 = 359

Tab. 2 Anwendung der Strategien bei Aufgabe 2 (Subtraktion)

Strategien	d) 782–461	e) 479–147	f) 668-201
Stellenweise	700 - 400 = 300 80 - 60 = 20 2 - 1 = 1 300 + 20 + 1 = 321	400 - 100 = 300 70 - 40 = 30 9 - 7 = 2 300 + 30 + 2 = 332	600 - 200 = 400 60 - 0 = 60 8 - 1 = 7 400 + 60 + 7 = 467
Schrittweise	782 - 400 = 382 382 - 60 = 322 322 - 1 = 321	479 - 100 = 379 379 - 40 = 339 339 - 7 = 332	668 - 200 = 468 468 - 0 = 468 468 - 1 = 467
Mischform stellen- und schrittweise	700 - 400 = 300 300 + 82 = 382 382 - 61 = 321	400 - 100 = 300 300 + 79 = 379 379 - 47 = 332	600 - 200 = 400 400 + 68 = 468 468 - 1 = 467
Hilfsaufgabe	782 - 460 = 322 322 - 1 = 321	479 - 150 = 329 329 + 3 = 332	668 - 200 = 468 468 - 1 = 467
Vereinfachen	(782 - 1) - (461 - 1) = 781 - 460 = 321	(479 + 3) - (147 + 3) = 482 - 150 = 332	(668 - 1) - (201 - 1) = 667 - 200 = 467
Schrittweise Ergänzen	39 + 200 + 82 = 321	3 + 50 +200 + 79 = 332	9 + 90 + 300 + 68 = 467
Stellengerechtes Ergänzen	1 + 20 + 300 = 321	2 + 30 + 300 = 332	7 + 60 + 400 = 467

Tab. 3 Bsp. ergänzte Kategorien

	247 + 412	782 - 461
Im Kopf	247 + 412 = 659	782 – 461 = 321
Schriftlich untereinander	2 4 7 + 4 1 2 = 6 5 9	7 8 2 - 4 6 1 = 3 2 1

Tab. 4 Strategienutzung der einzelnen Fälle bei der Addition

Anmerkungen:

Markierungen: gelb „persönliche Hauptstrategie“

rot (insg. 5) nicht eindeutige Fälle bzgl. der persönlichen Hauptstrategie

Fallnummer * Addition insgesamt

		Addition Stellenweise	Addition Schrittweise	Addition Mischform stellen- und schrittweise	Addition Hilfsaufgabe	Addition im Kopf	Addition schriftlich untereinander	Gesamt
Fallnummer.	1	1	1	1	0	0	0	3
	3	3	0	0	0	0	0	3
	4	0	3	0	0	0	0	3
	5	3	0	0	0	0	0	3
	6	3	0	0	0	0	0	3
	7	3	0	0	0	0	0	3
	8	3	0	0	0	0	0	3
	9	3	0	0	0	0	0	3
	10	0	3	0	0	0	0	3
	11	3	0	0	0	0	0	3
	12	3	0	0	0	0	0	3
	13	0	3	0	0	0	0	3
	14	0	0	0	0	3	0	3
	15	0	3	0	0	0	0	3
	16	0	0	0	0	0	3	3
	17	0	0	3	0	0	0	3
	18	0	3	0	0	0	0	3
	19	0	3	0	0	0	0	3
	20	0	3	0	0	0	0	3
	21	0	1	0	0	0	2	3
	22	0	0	1	0	0	0	1

Fortsetzung: **Tabelle 4**

23	0	3	0	0	0	0	3
24	0	1	0	0	0	2	3
25	0	3	0	0	0	0	3
26	0	3	0	0	0	0	3
27	0	0	0	0	0	3	3
28	0	0	0	0	0	3	3
29	2	0	0	0	0	0	2
30	0	3	0	0	0	0	3
31	0	3	0	0	0	0	3
32	3	0	0	0	0	0	3
33	3	0	0	0	0	0	3
34	0	0	0	1	2	0	3
35	0	0	0	0	0	3	3
36	0	0	0	0	3	0	3
37	0	0	0	0	0	3	3
38	0	0	0	0	0	3	3
39	0	0	0	0	0	3	3
40	3	0	0	0	0	0	3
41	0	0	0	0	0	3	3
42	0	0	0	0	0	3	3
43	0	0	0	0	0	3	3
44	0	3	0	0	0	0	3
45	0	0	0	0	3	0	3
46	0	0	0	0	3	0	3
47	0	3	0	0	0	0	3
48	0	3	0	0	0	0	3
49	0	3	0	0	0	0	3
50	0	3	0	0	0	0	3
51	0	3	0	0	0	0	3
52	0	3	0	0	0	0	3
53	0	3	0	0	0	0	3
54	0	0	0	0	0	3	3
55	0	0	0	0	3	0	3
56	0	3	0	0	0	0	3
57	0	3	0	0	0	0	3
58	0	0	3	0	0	0	3
59	3	0	0	0	0	0	3
60	0	3	0	0	0	0	3
61	3	0	0	0	0	0	3
62	0	0	3	0	0	0	3
63	3	0	0	0	0	0	3

Fortsetzung: **Tabelle 4**

64	0	3	0	0	0	0	3
65	0	3	0	0	0	0	3
66	0	0	3	0	0	0	3
67	0	3	0	0	0	0	3
68	0	3	0	0	0	0	3
69	0	3	0	0	0	0	3
70	0	2	1	0	0	0	3
71	0	0	0	0	0	3	3
72	0	0	0	0	0	3	3
73	0	0	0	0	3	0	3
Gesamt	45	89	15	1	20	43	213

Tab. 5 Übersicht über die „persönlichen Hauptstrategien“ der einzelnen Fälle

mit Markierung: Strategie bei Addition und Subtraktion übereinstimmend?

Anmerkungen:

1= stellenweise
2= schrittweise
3= Mischform stellen- und schrittweise
4= Hilfsaufgabe
5= Vereinfachen
6= im Kopf
7= schriftlich untereinander
8= mehrere Strategien gleichermaßen genutzt
9= Sonderfall: Hilfsaufgabe und im Kopf

Markierungen:		
	gelb	„persönliche Hauptstrategie“ bei Addition und Subtraktion übereinstimmend (insg.65 Fälle)
	rot	„persönliche Hauptstrategie“ bei Addition und Subtraktion abweichend: rot (insg. 3 Fälle)
	grau	keine Angabe möglich aufgrund fehlender Werte (insg. 5 Fälle)

Fallnummer	„persönliche Hauptstrategie“ bei der Addition	„persönliche Hauptstrategie“ bei der Subtraktion
1	8	8
2	-	-
3	1	1
4	2	2
5	1	1
6	1	1
7	1	1
8	1	1
9	1	1
10	2	2

Fortsetzung: **Tabelle 5**

11	1	1
12	1	1
13	2	2
14	6	6
15	2	2
16	7	7
17	3	3
18	2	2
19	2	2
20	2	2
21	7	-
22	3	3
23	2	2
24	7	7
25	2	2
26	2	6
27	7	7
28	7	7
29	1	-
30	2	2
31	2	2
32	1	1
33	1	1
34	9	9
35	7	2
36	6	6
37	7	7
38	7	7
39	7	7
40	1	1
41	7	7
42	7	7
43	7	7
44	2	2
45	6	6

Fortsetzung: **Tabelle 5**

46	6	6
47	2	2
48	2	-
49	2	2
50	2	2
51	2	2
52	2	2
53	2	2
54	7	7
55	6	6
56	2	2
57	2	2
58	3	3
59	1	1
60	2	2
61	1	1
62	3	3
63	1	1
64	2	2
65	2	2
66	3	2
67	2	2
68	2	2
69	2	2
70	2	2
71	7	7
72	7	7
73	6	-

Tab. 6 Persönliche Hauptstrategie bei der Addition

		Häufigkeit	Gültige Prozente
Gültig	Addition Stellenweise	15	20,8
	Addition Schrittweise	29	40,3
	Addition Mischform stellen- und schrittweise	5	6,9
	Addition Addition im Kopf	6	8,3
	Addition schriftlich untereinander	15	20,8
	Addition mehrere Strategien gleichermaßen genutzt	1	1,4
	Addition Sonderfall: Hilfsaufgabe und im Kopf	1	1,4
	Gesamt	72	100,0
Fehlend	System	1	
Gesamt		73	

Tab. 7 Strategienutzung bei der Addition insgesamt (komplette Aufg. 1)

		Häufigkeit	Gültige Prozente
Gültig	Addition Hilfsaufgabe	1	,5
	Addition Mischform stellen- und schrittweise	15	7,0
	Addition im Kopf	20	9,4
	Addition schriftlich untereinander	43	20,2
	Addition Stellenweise	45	21,1
	Addition Schrittweise	89	41,8
	Gesamt	213	100,0
Fehlend	System	6	
Gesamt		219	

Tab. 8 Strategienutzung der einzelnen Fälle bei der Subtraktion

Anmerkungen:

Markierung: gelb „persönliche Hauptstrategie“

rot (insg. 2) nicht eindeutige Fälle bzgl. der persönlichen Hauptstrategie

Fallnummer * Subtraktion insgesamt

		Subtraktion Stellenweise	Subtraktion Schrittweise	Subtraktion Mischform stellen- und schrittweise	Subtraktion Hilfsaufgabe	Subtraktion im Kopf	Subtraktion schriftlich untereinander	
Fallnummer	1	1	1	1	0	0	0	3
	3	3	0	0	0	0	0	3
	4	0	3	0	0	0	0	3
	5	3	0	0	0	0	0	3
	6	3	0	0	0	0	0	3
	7	3	0	0	0	0	0	3
	8	3	0	0	0	0	0	3
	9	3	0	0	0	0	0	3
	10	0	2	0	0	0	0	2
	11	3	0	0	0	0	0	3
	12	3	0	0	0	0	0	3
	13	0	3	0	0	0	0	3
	14	0	0	0	0	3	0	3
	15	0	3	0	0	0	0	3
	16	0	0	0	0	0	1	1
	17	0	0	3	0	0	0	3
	18	0	3	0	0	0	0	3
	19	0	3	0	0	0	0	3
	20	0	1	0	0	0	0	1
	22	0	0	1	0	0	0	1
	23	0	3	0	0	0	0	3
	24	0	0	0	0	0	3	3
	25	0	3	0	0	0	0	3

Fortsetzung: **Tabelle 8**

26	0	0	0	0	3	0	3
27	0	0	0	0	0	3	3
28	0	0	0	0	0	3	3
30	0	3	0	0	0	0	3
31	0	3	0	0	0	0	3
32	3	0	0	0	0	0	3
33	3	0	0	0	0	0	3
34	0	0	0	2	1	0	3
35	0	3	0	0	0	0	3
36	0	0	0	0	3	0	3
37	0	0	0	0	0	3	3
38	0	0	0	0	0	3	3
39	0	0	0	0	0	3	3
40	3	0	0	0	0	0	3
41	0	0	0	0	0	3	3
42	0	0	0	0	0	3	3
43	0	0	0	0	0	3	3
44	0	3	0	0	0	0	3
45	0	0	0	0	3	0	3
46	0	0	0	0	3	0	3
47	0	3	0	0	0	0	3
49	0	3	0	0	0	0	3
50	0	3	0	0	0	0	3
51	0	3	0	0	0	0	3
52	0	3	0	0	0	0	3
53	0	3	0	0	0	0	3
54	0	0	0	0	0	3	3
55	0	0	0	0	3	0	3
56	0	1	0	0	0	0	1
57	0	3	0	0	0	0	3
58	0	0	3	0	0	0	3
59	3	0	0	0	0	0	3
60	0	3	0	0	0	0	3
61	3	0	0	0	0	0	3
62	0	0	3	0	0	0	3
63	2	0	0	0	0	0	2
64	0	3	0	0	0	0	3
65	0	3	0	0	0	0	3
66	0	3	0	0	0	0	3
67	0	3	0	0	0	0	3
68	0	3	0	0	0	0	3

Fortsetzung: **Tabelle 8**

69	0	3	0	0	0	0	3
70	0	3	0	0	0	0	3
71	0	0	0	0	0	3	3
72	0	0	0	0	0	3	3
Gesamt	42	83	11	2	19	37	194

Tab. 9 Persönliche Hauptstrategie bei der Subtraktion

		Häufigkeit	Gültige Prozente
Gültig	Subtraktion Stellenweise	14	20,6
	Subtraktion Schrittweise	29	42,6
	Subtraktion Mischform stellen- und schrittweise	4	5,9
	Subtraktion im Kopf	6	8,8
	Subtraktion schriftlich untereinander	13	19,1
	Subtraktion mehrere Strategien gleichermaßen genutzt	1	1,5
	Subtraktion Sonderfall: Hilfsaufgabe und im Kopf	1	1,5
	Gesamt	68	100,0
Fehlend	System	5	
Gesamt		73	

Tab. 10 Strategienutzung bei der Subtraktion insgesamt (komplette Aufgabe 2)

		Häufigkeit	Gültige Prozente
Gültig	Subtraktion Hilfsaufgabe	2	1,0
	Subtraktion Mischform stellen- und schrittweise	11	5,7
	Subtraktion im Kopf	19	9,8
	Subtraktion schriftlich untereinander	37	19,1
	Subtraktion Stellenweise	42	21,6
	Subtraktion Schrittweise	83	42,8
	Gesamt	194	100,0
Fehlend	System	25	
Gesamt		219	

Tab. 11 Addition: Übereinstimmung genutzter und einfachster Strategie?

		Häufigkeit	Gültige Prozente
Gültig	stimmt nicht überein	4	5,8
	stimmt nicht überein (Sonderfall: persönliche Hauptstrategie ist keine halbschriftliche Strategie (z.B. KR, schriftlich))	7	10,1
	stimmt überein	58	84,1
	Gesamt	69	100,0
Fehlend	System	4	
Gesamt		73	

Tab. 12 Subtraktion: Übereinstimmung genutzter und einfachster Strategie?

		Häufigkeit	Gültige Prozente
Gültig	stimmt nicht überein	5	7,8
	stimmt nicht überein (Sonderfall)	7	10,9
	stimmt überein	52	81,3
	Gesamt	64	100,0
Fehlend	System	9	
Gesamt		73	

Tab. 13 Übereinstimmung der persönlichen Hauptstrategien bei Addition und Subtraktion

		Häufigkeit	Gültige Prozente
Gültig	stimmt nicht überein	3	4,4
	stimmt überein	65	95,6
	Gesamt	68	100,0
Fehlend	System	5	
Gesamt		73	

Tab. 14 Übereinstimmung der persönlichen Hauptstrategien bei Addition und Subtraktion: nur halbschriftliche Strategienutzung

	Häufigkeit	Gültige Prozente
Stimmt überein	47	97,9
Stimmt nicht überein	1	2,1
Gesamt	48	100

Tab. 15 Strategienutzung bei Aufgabe 1b) mit Markierung „Hilfsaufgabe“

399+158		Häufigkeit	Gültige Prozente
Gültig	Addition Stellenweise	15	21,1
	Addition Schrittweise	30	42,3
	Addition Mischform stellen- und schrittweise	4	5,6
	Addition Hilfsaufgabe	1	1,4
	Addition im Kopf	6	8,5
	Addition schriftlich untereinander	15	21,1
	Gesamt	71	100,0
Fehlend	System	2	
Gesamt		73	

Tab. 16 Strategienutzung bei Aufgabe 2c) mit Markierung „Hilfsaufgabe“

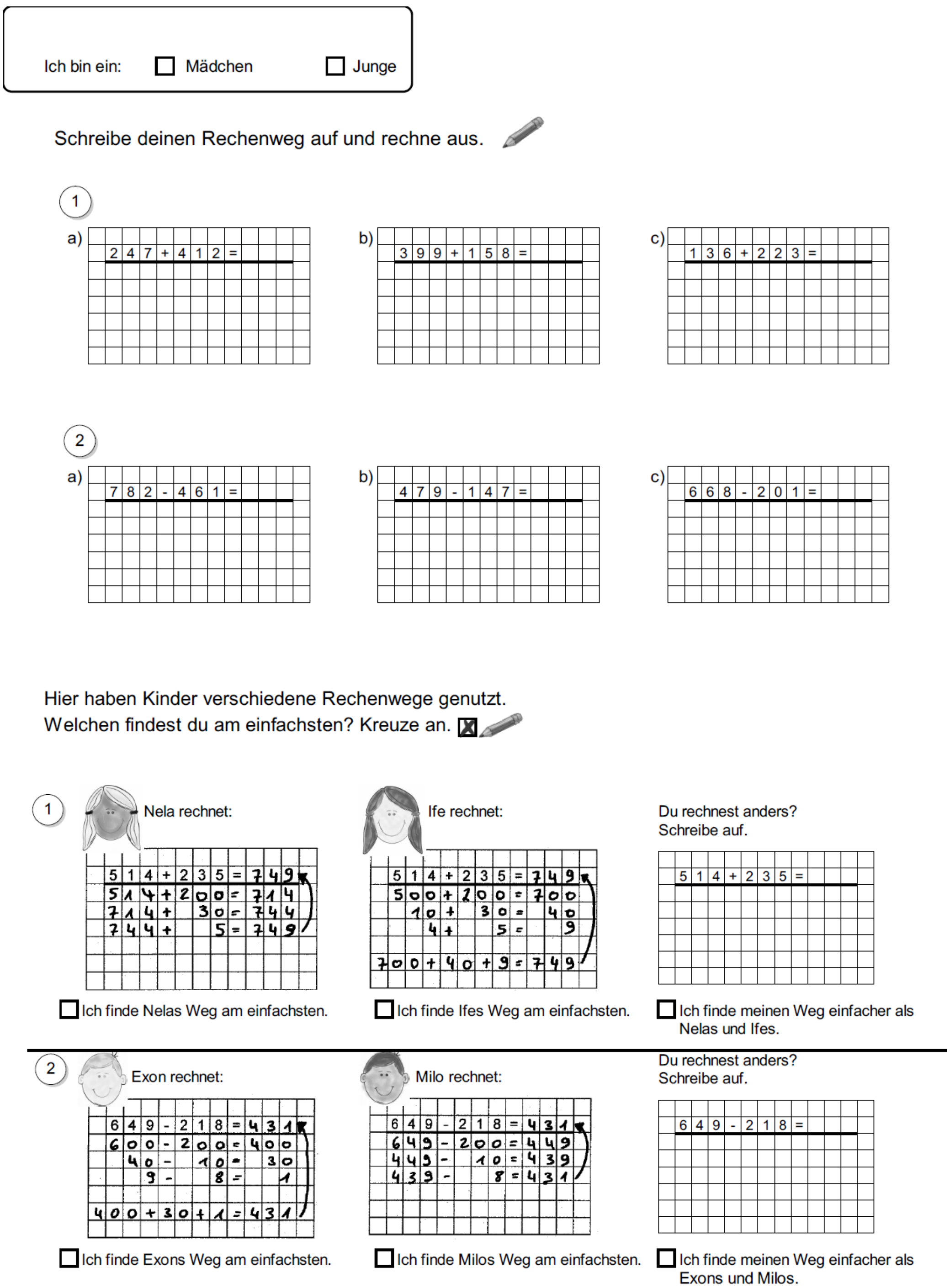
668-201		Häufigkeit	Gültige Prozente
Gültig	Subtraktion Stellenweise	14	22,2
	Subtraktion Schrittweise	26	41,3
	Subtraktion Mischform stellen- und schrittweise	4	6,3
	Subtraktion Hilfsaufgabe	1	1,6
	Subtraktion im Kopf	6	9,5
	Subtraktion schriftlich untereinander	12	19,0
	Gesamt	63	100,0
Fehlend	System	10	
Gesamt		73	

Tab. 17 Strategienutzung der Strategie Hilfsaufgabe insgesamt

	Häufigkeit
Subtraktion Hilfsaufgabe	2
Addition Hilfsaufgabe	1

8.3. Testbogen

Der zweiseitige Testbogen wurde in zwei Ausführungen erstellt - einmal als anonyme Version (auf Wunsch einer Schule), die auf Vorder- und Rückseite gedruckt wurde und einmal mit Angabe des Namens und. Eine Seite ist jeweils auf DIN A4-Größe ausgedruckt worden.



Ich bin ein: ☐ Mädchen ☐ Junge

Schreibe deinen Rechenweg auf und rechne aus.

1

a) 247 + 412 =

b) 399 + 158 =

c) 136 + 223 =

2

a) 782 - 461 =

b) 479 - 147 =

c) 668 - 201 =

Hier haben Kinder verschiedene Rechenwege genutzt.
Welchen findest du am einfachsten? Kreuze an. ☒

1

Nela rechnet:

514 + 235 = 749
514 + 200 = 714
714 + 30 = 744
744 + 5 = 749

☐ Ich finde Nelas Weg am einfachsten.

Ife rechnet:

514 + 235 = 749
500 + 200 = 700
10 + 30 = 40
4 + 5 = 9
700 + 40 + 9 = 749

☐ Ich finde Ifes Weg am einfachsten.

Du rechnest anders?
Schreibe auf.

514 + 235 =

☐ Ich finde meinen Weg einfacher als Nelas und Ifes.

2

Exon rechnet:

649 - 218 = 431
600 - 200 = 400
40 - 10 = 30
9 - 8 = 1
400 + 30 + 1 = 431

☐ Ich finde Exons Weg am einfachsten.

Milo rechnet:

649 - 218 = 431
649 - 200 = 449
449 - 10 = 439
439 - 8 = 431

☐ Ich finde Milos Weg am einfachsten.

Du rechnest anders?
Schreibe auf.

649 - 218 =

☐ Ich finde meinen Weg einfacher als Exons und Milos.

Name: _______________

Schreibe deinen Rechenweg auf und rechne aus.

1

a) 2 4 7 + 4 1 2 =

b) 3 9 9 + 1 5 8 =

c) 1 3 6 + 2 2 3 =

2

a) 7 8 2 - 4 6 1 =

b) 4 7 9 - 1 4 7 =

c) 6 6 8 - 2 0 1 =

Name: _______________

Hier haben Kinder verschiedene Rechenwege genutzt.
Welchen findest du am einfachsten? Kreuze an. ☒

1

Nela rechnet:

514 + 235 = 749
514 + 200 = 714
714 + 30 = 744
744 + 5 = 749

☐ Ich finde Nelas Weg am einfachsten.

Ife rechnet:

514 + 235 = 749
500 + 200 = 700
10 + 30 = 40
4 + 5 = 9
700 + 40 + 9 = 749

☐ Ich finde Ifes Weg am einfachsten.

Du rechnest anders?
Schreibe auf.

5 1 4 + 2 3 5 =

☐ Ich finde meinen Weg einfacher als Nelas und Ifes.

2

Exon rechnet:

649 - 218 = 431
600 - 200 = 400
40 - 10 = 30
9 - 8 = 1
400 + 30 + 1 = 431

☐ Ich finde Exons Weg am einfachsten.

Milo rechnet:

649 - 218 = 431
649 - 200 = 449
449 - 10 = 439
439 - 8 = 431

☐ Ich finde Milos Weg am einfachsten.

Du rechnest anders?
Schreibe auf.

6 4 9 - 2 1 8 =

☐ Ich finde meinen Weg einfacher als Exons und Milos.

8.4. Plagiatserklärung

Hiermit versichere ich an Eides statt, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Außerdem versichere ich, dass ich die allgemeinen Prinzipien wissenschaftlicher Arbeit und Veröffentlichung, wie sie in den Leitlinien guter wissenschaftlicher Praxis der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg festgelegt sind, befolgt habe.

Oyten, den 05.08.2020