CARL VON OSSIETZKY universität OLDENBURG
FAKULTÄT I
BILDUNGS- UND SOZIALWISSENSCHAFTEN

Faktoren der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen

Eine Untersuchung mit Schülerinnen und Schülern
der fünften Jahrgangsstufe
an Integrierten Gesamtschulen und Oberschulen

Dissertation

zur Erlangung des Grades einer Doktorin der Philosophie (Dr. phil.)

Vorgelegt von:	Julia Pitters (geb. Rensing) geboren am 10.03.1989 in Paderborn
Referent:	Prof. Dr. Clemens Hillenbrand
Korreferent:	Prof. Dr. Dietmar Grube
Tag der Abgabe:	05.02.2018
Tag der Disputation:	04.07.2018

Die Promotion wurde durch ein Promotionsstipendium

des Studienkollegs der Stiftung der deutschen Wirtschaft gefördert.

Danke…

Mit einem Blick auf die vergangenen Monate und Jahre möchte ich verschiedenen Menschen schlichtweg „*Danke*“ sagen. Sie haben mich begleitet und unterstützt – und ohne sie wäre diese Zeit weniger wertvoll.

Lieber Clemens, ich danke dir für deinen stetigen Zuspruch für diese Arbeit und die Unterstützung, die ich in all der Zeit des Arbeitsprozesses erfahren durfte. Du weißt, dass das Verfassen einer solchen Arbeit nicht unbedingt ganz oben auf meiner „To-do-Liste“ des Lebens stand – umso mehr freue ich mich, dass du mir diese Chance überhaupt aufgezeigt und ermöglicht hast. Ich durfte in den letzten Jahren viel lernen und bin dankbar für diese Zeit.

Mein Dank gilt Ihnen, Herr Professor Grube. Danke, dass Sie mir als Zweitgutachter im Arbeitsprozess zur Seite standen und sich viel Zeit für Beratungsgespräche genommen haben. Unsere Treffen haben mich jedes Mal ein gutes Stück nach vorne gebracht.

In Zusammenarbeit mit meinen Projektpartnerinnen und -partnern der übergeordneten Studie, Carolin Reinck, Carolina Käter und Tobias Käter, haben wir die Untersuchung realisiert. Ihr Lieben, danke euch für die tolle Zusammenarbeit. Aber dieses Projekt umzusetzen wäre ohne die Unterstützung unserer Studierenden nicht möglich gewesen. Vielen Dank für die zuverlässige Zusammenarbeit und das tolle Engagement,

Fenja Ahlers, Lea Johanne Bitter, Lisa Borutta, Anna Bosma, Femke Bramer,
Carina Burhoff, Jonas Carstens, Meike Dewies, Helen Diekmann, Stephanie Eilers,
Laura Emminghaus, Hannes Fastenau, Lea Fricke, Thela Gavelis, Elke Genthe, Lisa Greis,
Anna Grömannsberger, Melanie Holle, Björn Huntemann, Isabelle Janzen,
Kirsten Kuhlmann, Katharina Kuntze, Inga Kvitkova, Nicole Leppers, Silja Lorenzen,
Nina Mattern, Alina Meyer, Martina Meyer, Sabrina Neuber, Theresa Niehaus,
Birthe Oetjen, Rebecca Overmeyer, Christine Peters, Dominic Piggin,
Anja Pundt-Winkler, Sonja Raddatz, Franziska Schmidt, Maren Schmidt,
Meike Schneider, Maja Seifer, Sarah Theusner, Sarah Thomsen, Julia Uhlig,
Melanie Willms, Franziska Wunram, Mike Zwingmann.

Ebenso gilt mein Dank unseren studentischen Hilfskräften, Celina Schreiner, Mareike Knust, Svea Langner und Vanessa Ruhrick.

Danke an all die Schülerinnen und Schüler und ihre Lehrkräfte. Ohne euch und Sie wäre dieses ganze Unterfangen nicht möglich gewesen. Danke für das Vertrauen, die Unterstützung und den Fleiß beim Rechnen.

Danke den Angehörigen des Doktorandenzentrums des Instituts für Sonder- und Rehabilitationspädagogik der Universität Oldenburg für den fachlichen Austausch und die stets konstruktive Kritik.

Die Fachgruppe Pädagogik und Didaktik bei Beeinträchtigung des Lernens am Institut für Sonder- und Rehabilitationspädagogik an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg unter der Leitung von Prof. Dr. Clemens Hillenbrand: Ihr Lieben, wie viel haben wir diskutiert, wie viel uns gegenseitig unterstützt? Alissa Sale, Annika Schell, Flora Daumal, Julia Voigt, Matthias Schulden und Tobias Käter, aber auch die Ehemaligen des Teams, Carolin

Reinck, Carolina Käter, Conny Melzer, Imke Rebensburg, Marie-Christine Vierbuchen und Ralf Martenstein, ich danke euch für euren Rückhalt, für den intensiven fachlichen Austausch, aber auch für die vielen Momente, in denen wir gemeinsam gelacht haben. Um es in einer Sprache auszudrücken, die ihr sehr gut versteht: Ihr wart mir in all der Zeit an der Universität Oldenburg das Zuckerstückchen im Espresso.

Danke meinen lieben Freunden aus Nah und Fern für den Alltag und die Normalität in den manchmal auch anstrengenden, vergangenen Monaten.

Danke euch, Joachim Refardt, Lilith Rüschenpöhler, Lisa Flint, Petra Carina Teebartz, für eure vielfältigen, kritischen, aber stets konstruktiven Anregungen zu dieser Arbeit.

Ein großer Dank gilt meinen Eltern, Marita und Franz-Josef Rensing. Ihr habt mich auf meinem Lebensweg stets unterstützt und mir so viel ermöglicht. In all den Jahren und bei all meinen Unternehmungen hattet ihr dabei immer das Vertrauen, dass ich schon weiß, was ich tue – zumindest habt ihr mich nicht von meinen Plänen abgehalten. Danke für euren grenzenlosen Zuspruch.

Danke auch an meine Schwester, Eva Rensing-Fox, meinen Schwager, Rainer Fox, und meine wunderbaren Neffen, Ben Leo und Finn Jona Fox. Mit euch Zeit zu verbringen hat mich immer wieder auf die „wirklich wichtigen Dinge im Leben“ eingenordet.

Danke meinem Großvater, Josef Robrecht, der mich regelmäßig durch seine Frage danach, ob die Arbeit nun fertig sei, daran erinnert hat, dass ich noch was zu tun habe.

Meine Patentante, Claudia Gensch. Danke, dass du einfach schon immer da warst.

Danke an Familie Pitters. Auch ihr habt mich im Entstehungsprozess dieser Arbeit begleitet und stets unterstützt.

Dank gilt meinem Mann Tammo Pitters.
Mein lieber Tammo, ich bin so froh, dich an meiner Seite zu wissen. Zum Glück hast du als Ostfriese Nerven wie Drahtseile. Ohne dich wäre ich in den letzten Monaten so manches Mal verhungert. Um es mit den Worten der Wise Guys zu sagen: „Doch sie weiß, dass sie sich auf mich verlassen kann: Hinter jeder starken Frau steht’n fleißiger Mann!“
Danke – für deine Liebe, für deine Fürsorge, deinen Glauben an die Sache.
Danke, dass du da bist.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Kastenverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzungen in den theoretischen Grundlagen der Untersuchung

DeSeCo	–	Definition and Selection of Competencies
ELEMENT	–	Erhebung zum Lese- und Mathematikverständnis – Entwicklungen in den Jahrgangsstufen 4 bis 6 in Berlin (Studie)
HISEI	–	Highest International Socio-Economic Index of Occupational Status
HLE	–	Home Literacy Environment
HNE	–	Home Numeracy Environment
IGLU	–	Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung (Studie)
IGLU-E	–	Nationale Erweiterung von IGLU um mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen (Studie)
IQB	–	Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen
ISCO	–	International Standard Classification of Occupations
KESS	–	Kompetenzen und Einstellungen von Schülerinnen und Schülern (Studie)
KMK	–	Kultusministerkonferenz
LOGIK	–	Longitudinalstudie zur Genese individueller Kompetenzen (Studie)
MARKUS	–	Mathematik-Gesamterhebung Rheinland-Pfalz: Kompetenzen (Schülerleistungen), Unterrichtsmerkmale, Schulkontext (Studie)
OECD	–	Organization for Economic Co-Operation and Development
PALMA	–	Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik (Studie)
PISA	–	Programme for International Students Assessment (Studie)
SCHOLASTIK	–	Schulorganisierte Lernangebote und Sozialisation von Talenten, Interessen und Kompetenzen (Studie)
TIMSS	–	Trends in International Mathematics and Science Study (Studie)
T-T-G-Konzept	–	Teil-Teil-Ganzes-Konzept
ULME I, II	–	Untersuchung von Leistungen, Motivation und Einstellungen in der beruflichen Bildung (Studie)
ZGV	–	Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung

ABKÜRZUNGEN IN DER EMPIRISCHEN UNTERSUCHUNG

α	–	Signifikanzniveau
α_C	–	Cronbachs Alpha
d_C	–	Effektstärke (Cohen’s d nach Cohen, 1988)
hLH	–	Hohe Leistungsheterogenität der Klasse
hSH	–	Hohe soziale Herkunft
m	–	Männlich
MH	–	Migrationshintergrund
N	–	Gesamtstichprobe
n	–	Teilstichprobe
nA	–	Niedriges Ausgangsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen
nKL	–	Niedrige kognitive Leistungsfähigkeit
nLH	–	Niedrige Leistungsheterogenität der Klasse
nLK	–	Niedrige Lesekompetenz
nLV	–	Niedriges Lernverhalten
nSH	–	Niedrige soziale Herkunft
nSV	–	Niedriges Sozialverhalten
${\eta_p}^2_{H-F}$	–	Partielles Eta-Quadrat mit Huynh-Feldt-Korrektur
${\eta_p}^2$	–	Partielles Eta-Quadrat
p_M	–	Signifikanzwert des Mauchly-Tests
p_{H-F}	–	Signifikanzwert mit Huynh-Feldt-Korrektur
p_L	–	Signifikanzwert des Levene-Tests
p_t	–	Signifikanzwert des t-Tests
r	–	Korrelationskoeffizient
SD	–	Standardabweichung
t	–	Messzeitpunkt
uA	–	Unauffälliges Ausgangsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen
uKL	–	Unauffällige kognitive Leistungsfähigkeit
uLK	–	Unauffällige Lesekompetenz
uLV	–	Unauffälliges Lernverhalten
uSV	–	Unauffälliges Sozialverhalten
w	–	Weiblich

Zusammenfassung

18 % der 15-jährigen Schülerinnen und Schüler in Deutschland verfügen nicht über hinreichend gefestigte mathematische Kompetenzen (Bloem, 2012), die sie zu einer erfolgreichen Lebensbewältigung befähigen (von Aster, Schweiter & Weinhold Zulauf, 2007; Kultusministerkonferenz, 2011; OECD, 2013a; Parsons & Bynner, 2005; Weinert, Doil & Frevert, 2008). Es ist der Auftrag der Inklusion, *allen* Schülerinnen und Schülern Partizipation und Teilhabe an Bildung zu ermöglichen (UNESCO, 2005). Um eine spezifische Diagnostik und Unterstützung bei Schwierigkeiten im Rechnen bereit zu halten, bedarf es Grundlagenwissens über heterogene Entwicklungsverläufe (Grube, 2006; Montada, Lindenberger & Schneider, 2008). Schwierigkeiten bei Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe I zeigen sich unter anderem in den arithmetischen, mathematischen Basiskompetenzen (Ehlert, Fritz, Arndt & Leutner, 2013; Galton, Comber & Pell, 2002; Gebhardt, Oelkrug & Tretter, 2013; Moser Opitz, 2005, 2009), die Voraussetzungen für einen kumulativen Lernprozess sind (Humbach, 2008, 2009). Insbesondere Schülerinnen und Schüler an Haupt- und Gesamtschulen zählen hier zur Risikogruppe (Ehlert et al., 2013). Forschungsziel der vorliegenden Arbeit ist die längsschnittliche Untersuchung der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe bei Schülerinnen und Schülern an Oldenburger Integrierten Gesamt- und Oberschulen. Von Interesse ist, wie sich Schülerinnen und Schüler ($N = 378$) in Abhängigkeit ausgewählter interner und externer Bedingungsfaktoren von Schuljahresbeginn, über das Schulhalbjahr bis Schuljahresende entwickeln. Insgesamt entwickeln sich die mathematischen Basiskompetenzen bei allen Schülerinnen und Schülern gemeinsam in eine positive Richtung. Allerdings ist von durchschnittlich schwachen Leistungen in den mathematischen Basiskompetenzen zu berichten. Der Gruppe mit einem niedrigen Ausgangsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen zu Schuljahresbeginn gelingt es bis zum Ende des Schuljahres nicht, den kritischen Bereich im standardisierten Leistungstest zu verlassen. In den internen Bedingungsfaktoren erfolgt die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in Abhängigkeit der Ausprägung der Lesekompetenz, der kognitiven Leistungsfähigkeit und des Lernverhaltens auf einem unterschiedlichen Leistungsniveau. In den externen Bedingungsfaktoren ist die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen je nach besuchter Schulform unterschiedlich stark. Schülerinnen und Schüler an Oberschulen zeigen eine vergleichsweise stärkere Entwicklung. In Abhängigkeit der sozialen Herkunft entwickeln sich Schülerinnen und Schüler auf unterschiedlichem Niveau. Weiterhin werden querschnittliche Zusammenhänge zwischen den mathematischen Basiskompetenzen und ausgewählten Variablen berichtet.

Aus den dargestellten Ergebnissen werden Schlussfolgerungen für Schule, Diagnostik, Unterricht und Förderung gezogen. Unter der Berücksichtigung methodenkritischer Aspekte liefert die vorliegende Untersuchung Anhaltspunkte für weiterführende Forschungen.

Schlagwörter. *Mathematische Basiskompetenzen, Rechenschwierigkeiten, Entwicklung, Bedingungsfaktoren, Sekundarstufe I, Inklusion*

Wissenschaftliches Tätigkeitsfeld und weitere Forschungsarbeiten im Promotionskontext

Das Promotionsvorhaben wurde an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg, Fakultät für Bildungs- und Sozialwissenschaften, Institut für Sonder- und Rehabilitationspädagogik, Fachgruppe für Pädagogik und Didaktik bei Beeinträchtigung des Lernens umgesetzt. Im Rahmen der lehrstuhlgebundenen Tätigkeiten während der Erstellung der Promotion lag der Schwerpunkt auf den Bereichen Diagnostik sowie Entwicklung und Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Beeinträchtigung im schulischen Lernen.

Weiterhin wurden Lehrtätigkeiten im Zuge der „Weiterbildung Sonderpädagogik für Lehrkräfte des Landes Niedersachsen" im Auftrag des niedersächsischen Kultusministeriums durch eine Kooperation des Didaktischen Zentrums mit dem Institut für Sonder- und Rehabilitationspädagogik durchgeführt. Schwerpunkte waren hier die Entwicklung, Förderung und Diagnostik mathematischer Kompetenzen sowie die Grundlagen im Förderschwerpunkt Pädagogik und Didaktik bei Beeinträchtigung des Lernens.

Über das hier präsentierte Promotionsvorhaben hinaus wurden folgende wissenschaftliche Arbeiten innerhalb der Promotionszeit verfasst.

PUBLIKATIONEN

Rensing, J., Vierbuchen, M.-C., Hillenbrand, C. & Grünke, M. (2016). Implementing Peer-Assisted Writing Support in German Secondary Schools. *Insights into Learning Disabilities*, 13(2), 151–164.

Rensing, J., Käter, C., Käter, T. & Hillenbrand, C. (2016). Konstruktion und Überprüfung eines curriculumbasierten Testverfahrens im Fach Mathematik für die vierte Klasse. *Empirische Sonderpädagogik*, 4, 346–366.

TAGUNGSBEITRÄGE

Reinck, C., Käter, C., **Rensing**, J. & Hillenbrand, C.: Förderung der mathematischen Basiskompetenzen in der Jahrgangsstufe 5. Posterpräsentation auf der GEBF-Tagung, Ruhr Universität Bochum (10.03.2015). (peer-reviewed)

Reinck, C., Käter, C., **Rensing**, J. & Hillenbrand, C.: Förderung der mathematischen Basiskompetenzen in der Jahrgangsstufe 5. Posterpräsentation auf der AESF-Frühjahrstagung, Universität Potsdam (18.–20.06.2015). (peer-reviewed)

Rensing, J., Käter, C. & Hillenbrand, C.: The Development of Mathematical Skills in Children Struggling with Reading and / or Mathematcis. Posterpräsentation auf der Conference on Inclusion, Belgische Universität Wuppertal & University of Massachusetts (09.07.2016). (peer-reviewed)

Käter, C. **Rensing**, J. & Hillenbrand, C.: Supporting Basic Arithmetic Skills after Entry to Secondary School: First Results of a German Intervention Study. Posterpräsentation auf der International Conference on Inclusion, Belgische Universität Wuppertal & University of Massachusetts (09.07.2016). (peer-reviewed)

Rensing, J., Vierbuchen, M.-C. & Hillenbrand, C.: Does Paired Writing enhance Student's Writing Ability? A Pilot Study in German Education System at the End of Class 5. Posterpräsentation auf der Learning Disabilities Worldwide, University of Sunderland (10.09.2016). (peer-reviewed)

Rensing, J. & Hillenbrand, C.: What makes the Difference? The Impact of Influencing Factors on Mathematical Achievement in Grade 5, Posterpräsentation auf der Learning Disabilities Worldwide, University of Sunderland (10.09.2016). (peer-reviewed)

Käter, C., **Rensing**, J. & Hillenbrand, C.: Prävalenz einer Rechenstörung in der Sekundarstufe I unter Berücksichtigung verschiedener theoriebasierter Zugänge. Posterpräsentation auf der AESF-Frühjahrstagung, Universität Rostock (12.–13.05.2017). (peer-reviewed)

1 Einleitung

Erfolgreiche Bildung ist laut der ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2011, S. 8) wie folgt definiert:

> [Sie] zeigt sich neben dem erreichten Schulabschluss am individuellen Bildungserfolg, an einer umfassenden Persönlichkeitsentwicklung, am Erwerb lebenspraktischer, sozialer, kognitiver, sprachlich-kommunikativer und personaler Kompetenzen und an der Fähigkeit zu einer so weitgehend wie möglich selbstbestimmten Lebensführung sowie einer aktiven Teilhabe an der Gesellschaft.

Alltäglich befassen wir uns mit Zahlen und Operationen, die uns eine wichtige Grundlage für die oben benannte erfolgreiche Bildung und somit zur Lebensbewältigung sind (von Aster, Schweiter & Weinhold Zulauf, 2007, S. 85). Die Mathematikkompetenz ist prädiktiv für die spätere Fähigkeit zur Bildungspartizipation und die ökonomische Stellung (OECD, 2013a; Parsons & Bynner, 2005; Weinert, Doil & Frevert, 2008). Mit 18 % kristallisiert sich bei PISA allerdings eine Risikogruppe aller untersuchten 15-jährigen Schülerinnen und Schüler heraus, die Schwierigkeiten im Rechnen haben (Bloem, 2012, S. 2).

Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I zeigen Schwierigkeiten vermehrt in den mathematischen Basiskompetenzen (hier: arithmetische Fertigkeiten als zentraler Lerninhalt der Grundschulmathematik; siehe Kasten 2.1). Diese Schwierigkeiten äußern sich durch einen großen Zeit- und Konzentrationsaufwand, zählende Rechenstrategien, eine fehlende Automatisierung des Faktenabrufs oder auch Nichtnutzung heuristischer Rechenstrategien (Jacobs & Petermann, 2012; Lambert, 2015; Lichtsteiner Müller, 2011). Insbesondere Aufgaben im Zahlenraum größer als 20, wie $37 + 25 = 62$, bereiten dann Schwierigkeiten. Ausgehend davon, dass es sich beim mathematischen Lernen um einen kumulativen Lernprozess handelt (Humbach, 2008, 2009), haben es Schülerinnen und Schüler ohne dieses sichere Fundament der mathematischen Basiskompetenzen der Grundschule im mathematischen Fachunterricht der Sekundarstufe I also schwer. Es darf somit nicht angenommen werden, dass alle Schülerinnen und Schüler mit Verlassen der Grundschule diese mathematischen Basiskompetenzen hinreichend sicher erworben haben (Ehlert, Fritz, Arndt & Leutner, 2013; Gebhardt, Oelkrug & Tretter, 2013; Moser Opitz, 2005, 2009), vielmehr zeigt sich, dass eine Weiterentwicklung in der Sekundarstufe I stattfindet (Ehlert et al., 2013; Ennemoser, Krajewski & Schmidt, 2011; Galton, Comber & Pell, 2002).

Einem besonderen Risiko sind Schülerinnen und Schüler an Haupt- und Gesamtschulen ausgesetzt (vom Hofe, Hafner, Blum & Pekrun, 2009). Für diese Gruppe zeigt eine Untersuchung von Ehlert, Fritz, Arndt und Leutner (2013, S. 259 f.), dass nur 50 % der untersuchten Schülerinnen und Schüler in fünften Klassen an Haupt- und Gesamtschulen arithmetische Aufgabenstellungen, die dem Grundschulniveau entsprechen, lösen können. Der Blick in die höhere Klassenstufe 7 zeigt, dass hier nur 25 % der Schülerinnen und Schüler an Hauptschulen und 50 % der Schülerinnen und Schüler an Gesamtschulen Aufgaben des kleinen Einmaleins' ($a \cdot b = ?, a \cdot ? = c$) richtig lösen.

Der Auftrag der Inklusion erfordert es aber, der Heterogenität *aller* Lernenden gerecht zu werden, indem die Partizipation für die Bereiche Lernen, Kultur und Gesellschaft sichergestellt und zugleich exkludierende Tendenzen abgebaut werden (UNESCO, 2005, S. 13). Um dieser Forderung gerecht zu werden und Schülerinnen und Schüler ihren Bedürfnissen entsprechend zu unterstützen, bedarf es eines hinreichend großen Grundlagenwissens über die Entwicklung mathematischer Kompetenzen (Grube, 2006, S. 162).

Forschungsgegenstand der vorliegenden Untersuchung ist die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen. Wichtig ist, dass das Zustandekommen von Leistungen nicht unabhängig von einwirkenden Faktoren zu betrachten ist (Helmke & Schrader, 2010; Helmke & Weinert, 1997; Kretschmann, 2007; Moser Opitz, 2009). Daher werden spezifische Variablen und ihr möglicher Einfluss auf die Kompetenzentwicklung untersucht.

> Die Heterogenität von Entwicklungswegen ist theoretisch besonders lohnend und praktisch besonders bedeutsam: theoretisch lohnend, weil aus unterschiedlichen Entwicklungsverläufen Erkenntnisse über Einflussfaktoren […] gewonnen werden können; praktisch bedeutsam, weil dieses Wissen für die Förderung erwünschter und die Prävention unerwünschter Entwicklungsverläufe erforderlich ist (Montada, Lindenberger & Schneider, 2008, S. 30).

Das Forschungsziel der vorliegenden Arbeitet stellt daher die Untersuchung der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen zu Beginn der Sekundarstufe I dar. Dabei gilt ein besonderes Augenmerk der Bedeutung einzelner Faktoren für die Entwicklung.

Der Arbeit liegt folgender Aufbau zugrunde: Der erste Teil liefert die theoretische Grundlegung. Hier betrachtet Kapitel 2 zunächst die Entwicklung mathematischer Kompetenzen. Es wird eine Einführung in die Begrifflichkeiten gegeben, um eine Arbeitsdefinition mathematischer Basiskompetenzen für die vorliegende Arbeit festzulegen. Die Bedeutung von Entwicklung und Erwerb mathematischer Basiskompetenzen für das schulische Lernen werden dargelegt. Orientiert am zeitlichen Verlauf von frühen mathematischen Kompetenzen über mathematische Kompetenzen in der Primarstufe hin zur Entwicklung in der Sekundarstufe I wird die Entwicklung dieser Kompetenzen dargestellt. Ausgehend von diesen eher entwicklungspsychologischen Ausführungen mündet das Kapitel in praktischen Konsequenzen dieser Erkenntnisse für Schule und Unterricht zu Beginn der Sekundarstufe I. Hier stehen die Bildungsstandards und die Kerncurricula im Fokus.

Daran anknüpfend thematisiert Kapitel 3 Schwierigkeiten in Entwicklung und Erwerb mathematischer Basiskompetenzen. Zunächst werden Begrifflichkeiten in diesem Themenkomplex dargelegt. Hier zeichnet sich eine Wende weg von traditionellen theoretischen Kriterien für eine Dyskalkulie oder Rechenschwäche hin zur praxisrelevanten Begrifflichkeit von Schülerinnen und Schülern mit *Schwierigkeiten* im Rechnen ab. Daran anknüpfend werden mögliche Schwierigkeiten im Rechnen näher vorgestellt. Die Epidemiologie von Schwierigkeiten im Rechnen wird präsentiert.

Kapitel 4 betrachtet mathematisches Lernen im Kontext von Bedingungsfaktoren. Hier wird zwischen internen und externen Bedingungsfaktoren differenziert. Zu den internen Bedingungsfaktoren zählen das Geschlecht sowie individuelle Lernvoraussetzungen. Auf Ebene externer Bedingungsfaktoren werden Strukturmerkmale familiärer

Lebensverhältnisse und schulische Bedingungen betrachtet. Die ausgewählten Faktoren werden vor dem Hintergrund des aktuellen Forschungsstands und ihrer Bedeutung für das mathematische Lernen betrachtet.

Kapitel 5 bildet den Abschluss des Theorieteils. Hier werden die zentralen Erkenntnisse der theoretischen Grundlegung zusammengefasst.

Kapitel 6 eröffnet den empirischen Teil der Arbeit. Zunächst werden basierend auf einer kurzen Theoriezusammenfassung Forschungsziel und Fragestellung vorgestellt sowie resultierende theoretische Hypothesen und explorative Fragen abgeleitet. In Kapitel 7 wird unter Beschreibung des Forschungsdesigns, der Erhebungsinstrumente, der Operationalisierung zu untersuchender Variablen, der Stichprobenrekrutierung, der Untersuchungsdurchführung, der Forschungsethik, der Datenpflege und -aufbereitung sowie der Auswertungsstrategien die Methodik der Erhebung vorgestellt. Darauf aufbauend werden in Kapitel 8 statistische Vorhersagen und statistische Hypothesen abgeleitet. Kapitel 9 stellt die Ergebnisse der Untersuchung vor, die in Kapitel 10 vor dem Hintergrund des Forschungsstandes zusammengefasst, interpretiert und diskutiert werden. Das Kapitel schließt mit weiterführenden Überlegungen für Schule, Unterricht, Diagnostik und Förderung. Kapitel 11 gibt als Abschluss der Arbeit einen Ausblick.

2 Entwicklung mathematischer Kompetenzen

Das Ziel von Kapitel 2 ist, die Entwicklung mathematischer Kompetenzen darzustellen. Zunächst wird eine Begriffsklärung für die Begriffe *Kompetenzen*, *mathematische Kompetenzen* und *mathematische Basiskompetenzen* in Kapitel 2.1 vorgenommen, bevor in den nachfolgenden Kapiteln 2.3 bis 2.5 die Entwicklung mathematischer (Basis-) Kompetenzen unter Berücksichtigung neuropsychologischer und entwicklungspsychologischer Ansätze thematisiert wird. Kapitel 2.7 verortet mathematische Basiskompetenzen im Kontext des Niedersächsischen Kerncurriculums sowie der Bildungsstandards.

2.1 Zu den Begrifflichkeiten

Kompetenzen und insbesondere der Kompetenzbegriff sind spätestens seit dem ‚PISA-Schock' (als Resultat der Studie Programme for International Student Assessment; PISA) im Jahr 2000 innerhalb der pädagogischen Forschung in aller Munde. Dabei wurde in Deutschland eine Diskussion um Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich ausgelöst, welche im Interessenfokus von PISA standen. Nachfolgend sollen die Begrifflichkeiten *Kompetenzen*, *mathematische Kompetenzen* sowie *mathematische Basiskompetenzen* definiert werden, wobei letztere das interessierende Moment der vorliegenden Untersuchung darstellen.

KOMPETENZEN

Die Diskussionen um den Kompetenzbegriff werden in den letzten Jahren vornehmlich durch die Autorengruppe um die PISA-Studie bestimmt. Die PISA-Studie sowie die Einführung von Bildungsstandards führten zu einem Perspektivwechsel weg von einer reinen Input- hin zu einer Output-Perspektive (Schaub & Zenke, 2007, S. 361). Das bedeutet, dass die Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler in den Vordergrund rücken. Die von der OECD beauftragte Expertengruppe DeSeCo (Definition and Selection of Competencies) stellt folgendes Rahmenmodell für den Kompetenzbegriff vor:

> A competence is defined as the ability to successfully meet complex demands in a particular context. Competent performance or effective action implies the mobilization of knowledge, cognitive and practical skills, as well as social and behavior components such as attitudes, emotions, and values and motivations. A competence – a holistic notion – is therefore not reducible to its cognitive dimension [...] (DeSeCo OCDE, 2003, S. 2).

Diese Sichtweise rückt von der reinen Fokussierung auf den Intelligenzbegriff ab. Kompetenz wird in einem weiter zu fassenden Feld, welches neben kognitiven Dimensionen auch soziale und behaviorale Aspekte berücksichtigt, betrachtet. So definiert Weinert (2001a, S. 27 f.) Kompetenzen als

> die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.

Nicht außer Acht gelassen werden soll an dieser Stelle, dass der Kompetenzbegriff als „Omnibusbegriff" angesichts seiner verschiedenen Begriffsauffassungen im Verruf steht, schillernd zu sein (Lind, 2016, S. 16, 19). Daraus folgt, dass es einer klaren Operationalisierung bedarf, um Kompetenz messen zu können (Cortina, 2016, S. 30). Im weiteren Verlauf wird daher eine Arbeitsdefinition für den Begriff *mathematischer Basiskompetenzen* präsentiert (siehe Kasten 2.1, S. 9). Auf eine Diskussion des Kompetenzbegriffs wird an dieser Stelle verzichtet (für eine ausführliche Diskussion siehe Weinert, 2001b).

MATHEMATISCHE KOMPETENZEN

Betrachtet man speziell den Begriff *mathematischer Kompetenzen*, hat PISA auch den Begriff der *mathematical literacy* geprägt. Der englische Begriff *literacy* wird hier mit *Grundbildung* ins Deutsche übersetzt, um eine Abgrenzung zu bis dato geltenden Curricula und ihrer Auffassung mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten herbeizuführen (Baumert, Klieme et al., 2003, S. 2). Demnach gilt es, den Fokus von am Fachwissen orientierten Rahmenrichtlinien auf die Schülerinnen und Schüler und ihre jeweiligen Lernprozesse zu richten (Klieme et al., 2007, S. 45).

Es steht der Vorwurf im Raum, es handele sich bei dem Kompetenzbegriff um ein Modewort für altbekannte pädagogische Herausforderungen (Prenzel, Gogolin & Krüger, 2007, S. 5). Eine Antwort darauf sind Bemühungen um tragfähige Modelle und Ansätze, welche die Potentiale für weiterführendes kumulatives Lernen abbilden (Prenzel et al., 2007, S. 5).

> Mathematical literacy is an individual's capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts. It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena. It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens (OECD, 2013b, S. 25).

Mathematische Kompetenz meint im Sinne von PISA mathematisches Modellieren und stellt folglich einen direkten Bezug zwischen Herausforderungen der realen Welt und mathematischem Denken und Handeln dar, wie Abbildung 2.1 anhand des Modellierungskreislaufs illustriert. Beim mathematischen Modellieren wird mathematisches Denken und Handeln genutzt, um Herausforderungen der realen Welt zu begegnen. Diese Kompetenz umfasst, dass ein Problem der realen Welt in ein mathematisches Problem übersetzt und mithilfe mathematischen Denkens und Handelns bearbeitet wird. Anschließend gilt es, das mathematische Ergebnis hinsichtlich des Kontextes zu interpretieren und in Bezug auf die reale Welt zu bewerten (siehe auch vom Hofe & Kleine, 2002).

Kritisch anzumerken ist an dieser Stelle, dass die PISA-Definition mathematische Kompetenzen auf das Modellieren reduziert, wohingegen es weitere allgemeine mathematische Kompetenzen gibt, wie die Winter'schen Grunderfahrungen (Winter, 1996) oder auch die Auffassung einer globalen mathematischen Kompetenz in den Bildungsstandards (Köller, 2010, S. 79). Die Bildungsstandards differenzieren mathematische Kompetenz auf Ebene inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen und erlauben damit eine spezifischere Operationalisierung mathematischer Kompetenz als die PISA-Definition. In den Bildungsstandards stellt Modellieren nur eine Facette unter weiteren mathematischen Kompetenzen dar.

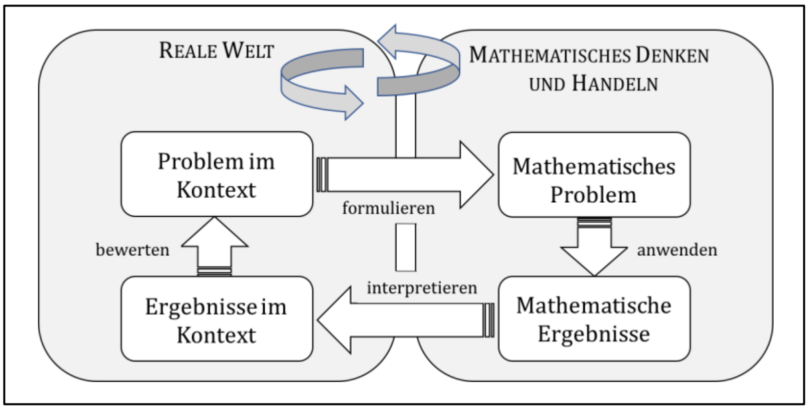


Abbildung 2.1: **Mathematische Kompetenz bei PISA am Beispiel des Modellierungskreislaufs (nach OECD, 2013b; Sälzer, Reiss, Schiepe-Tiska, Prenzel & Heinze, 2013; in eigener Darstellung)**

Das Konstrukt *mathematische Kompetenz*, wie es beispielsweise durch die Bildungsstandards formuliert wird, kann in Form von Kompetenz*struktur*modellen oder Kompetenz*entwicklungs*modellen dargestellt werden. Kompetenzstrukturmodelle nivellieren dabei Kompetenzen und stellen eine Kompetenzverteilung zu einem bestimmten Zeitpunkt dar. Kompetenzentwicklungsmodelle hingegen berücksichtigen den zeitlichen Verlauf (Ufer, Reiss & Heinze, 2009, S. 82). Weiterhin ist zwischen *normativen* und *deskriptiven* Modellen zu unterscheiden (Schecker & Parchmann, 2006, S. 47). Hier wird zwischen zu erreichenden Kompetenzen und erworbenen Kompetenzen unterschieden.

MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZEN

Während das Ziel von Studien wie PISA darin liegt, zu einem bestimmten Zeitpunkt des Bildungsverlaufs (bei PISA: 15 Jahre) die Kompetenzverteilung in einer Population zu erfassen, verfolgen Studien mit Fokus auf individuellen Verläufen des Kompetenzaufbaus beispielsweise die Frage nach relevanten Vorläuferkompetenzen, welche für die Ausbildung späterer komplexerer Kompetenzen notwendig sind (Pant, Böhme & Köller, 2012, S. 50). In den letzten Jahren beschäftigten sich Forschungsgruppen zunehmend mit mathematischen Basiskompetenzen, welche die Modellierungskompetenz und andere erst ermöglichen.

Dem Begriff *mathematische Basiskompetenz* liegt kein allgemeines Verständnis zugrunde, was die nachfolgenden Ausführungen darlegen. Der Begriff *mathematische Basiskompetenzen* ist vielschichtig zu erfassen: „[Er] bezieht sich üblicherweise auf grundlegende Phasen der mathematischen Kompetenzentwicklung und dient als eine Art Sammelbegriff für basale Voraussetzungen, die ein Kind mitbringen muss, um für die Anforderungen im Mathematikunterricht hinreichend gewappnet zu sein" (Ennemoser et al., 2011, S. 229). Dabei werden unter der Begrifflichkeit *mathematische Basiskompetenzen* Kompetenzen, wie etwa pränumerische Einsichten, die Beherrschung halbschriftlicher Rechenverfahren bis hinein in die Sekundarstufe I mit einem grundlegenden Verständnis der mathematischen Notation, subsummiert (Ennemoser, Sinner & Krajewski, 2015, S. 44).

Im englischsprachigen Raum werden frühe Mengen-Zahlen-Kompetenzen dem deutschen Begriff *mathematische Basiskompetenzen* entsprechend mit dem Terminus *number sense*

(Zahlensinn) bezeichnet (Berch, 2005; Sinner, 2011, S. 24). In der Wissenschaft zeigen sich Basiskompetenzen im Sinne relevanter Vorläuferkompetenzen als ein guter Prädiktor für die spätere mathematische Leistungsentwicklung (Ennemoser et al., 2015, S. 46; Landerl & Kölle, 2009, S. 547; Schneider, Küspert & Krajewski, 2013, S. 53). Aus diesem Grund wecken diese seit einigen Jahren zunehmend das Interesse der Forschung (von Aster et al., 2007, S. 95; Locuniak & Jordan, 2008, S. 451; Weißhaupt, Peucker & Wirtz, 2006, S. 244). So stellen Gaupp und Kollegen (2004, S. 32) fest: „Rechenschwache Kinder fallen im Schulunterricht primär durch Schwierigkeiten auf, die geforderten mathematischen Konzepte und Prozeduren zu erlernen und in arithmetischen Problemstellungen korrekt anzuwenden.“ Diese späteren mathematischen Schwierigkeiten in den mathematischen Kompetenzen sind häufig auf bereits bestehende Schwierigkeiten im basis-numerischen Bereich zurückzuführen. Diesen basis-numerischen Kompetenzen kommt im Aufbau arithmetischen Verständnisses und stabiler Rechenkompetenzen eine Schlüsselrolle zu (Gaupp et al., 2004, S. 32; Pixner & Kaufmann, 2011, S. 200). Hinweise auf relevante Vorläuferkompetenzen liefern Ursachenfaktoren für eine Rechenschwäche (Schneider et al., 2013, S. 53).

Forschungen zu bedeutsamen Vorläuferkompetenzen finden vermehrt im Bereich des Vorschulalters mit Übergang ins Grundschulalter statt (Humbach, 2009, S. 58). Hier sind Entwicklungsmodelle wie beispielsweise das Teil-Teil-Ganzes-Konzept von Fritz, Ricken und Gerlach (2007) oder auch das Zahl-Größen-Verknüpfungsmodell (ZGV-Modell) von Krajewski (2008a) zu nennen (siehe Kapitel 2.3.2), die den Erwerb mathematischer Basiskompetenzen abbilden. Denn diejenigen Kinder haben später Rechenstörungen, die „bereits vor Schuleintritt schwächere Leistungen im numerischen Bereich zeigen als ihre schulisch normal entwickelten Altersgenossen“ (von Aster et al., 2007, S. 94 f.). Besondere Defizite zeigen diese Kinder vornehmlich in einfachen Zählkompetenzen, ersten Kenntnissen arabischer Zahlen und ihrer relationalen Größe wie auch im Kopfrechnen. Entsprechende, hinreichend gesicherte Forschungserkenntnisse für den Entwicklungsverlauf älterer Kinder, Jugendlicher (Humbach, 2009, S. 60) und Erwachsener (Geary, 2000, S. 14) stehen noch aus.

Ennemoser und Krajewski (2013, S. 226) differenzieren zwischen (1) grundlegenden Kompetenzen der Zahl-Größen-Verknüpfung (ZGV-Modell) und (2) Konventions- und Regelwissen. Den Basiskompetenzen des ZGV-Modells entsprechend berichten auch Gaupp und Kollegen (2004, S. 39) von Defiziten beim Schreiben und Lesen von Zahlen sowie der Verortung von Zahlen auf einem Zahlenstrahl bei rechenschwachen Schülerinnen und Schülern der dritten und vierten Klasse. Dabei stellen der Zahlbegriff und die Zählfähigkeit direkte Vorläuferkompetenzen des Grundrechnens dar (Gaupp et al., 2004, S. 32). Auch basalen numerischen Funktionen, wie dem Verständnis numerischer Symbole, dem Zählen und einfachen Rechnungen, gehen frühe Verarbeitungsmechanismen kleiner Anzahlen voraus (Landerl, Bevan & Butterworth, 2004, S. 105). Ebenso teilen Sinner und Kuhl (2010) die Auffassung mathematischer Basiskompetenz nach Krajewski (2008a) und fassen vorschulische Fähigkeiten als mathematische Basiskompetenz auf. Auch de Vries (2014) versteht unter mathematischen Basiskompetenzen vorschulische Fähigkeiten.

Moser Opitz (2005, S. 116 f.) definiert mit Blick auf Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe hingegen den zentralen Lernstoff der ersten vier Schuljahre als mathematischen Basisstoff (beispielsweise Zählen, Grundrechenarten, Dezimalsystem, Textaufgaben, Operationsverständnis). Dieser Definition schließt sich Freesemann (2014, S. 2) an. Das Nichterwerben der grundlegenden Kenntnisse der Grundschulmathematik führt zu einem Leistungsrückstand gegenüber den Klassenkameraden und zugleich zu einer Stagnation, da aufgrund großer stofflicher Lücken nicht erfolgreich weitergelernt werden kann (Humbach, 2009, S. 58; Moser Opitz, 2009, S. 29). „If children fail to make progress at a particular stage in maths learning, they will tend to remain stuck at that particular stage" (Kay & Yeo, 2003, S. 3). Auch Ehlert, Fritz, Arndt und Leutner (2013) nehmen Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe in den Blick. Ihr Interesse gilt dabei arithmetischen Basiskompetenzen, welche im Grundschulalter erworben werden und eine „tragfähige Basis für die Algebra der Sekundarstufe I [darstellen]" (Ehlert et al., 2013, S. 240). Ein Fehlen arithmetischer Basiskompetenzen der Grundschule kann folglich zu Rechenschwierigkeiten in der Sekundarstufe I führen, da die Basis eines kumulativen Lernprozesses fehlt.

Eine globale Definition mathematischer Basiskompetenzen formulieren Drüke-Noe und Kollegen (2011, S. 8):

- Alle Schülerinnen und Schüler verfügen mindestens und dauerhaft über mathematische Basiskompetenzen.
- Sie sind Voraussetzung (1) zur eigenständigen Bewältigung von Alltagssituationen, (2) für erfolgsversprechende Aufnahme einer Berufsausbildung und (3) die Ausübung eines Berufs.

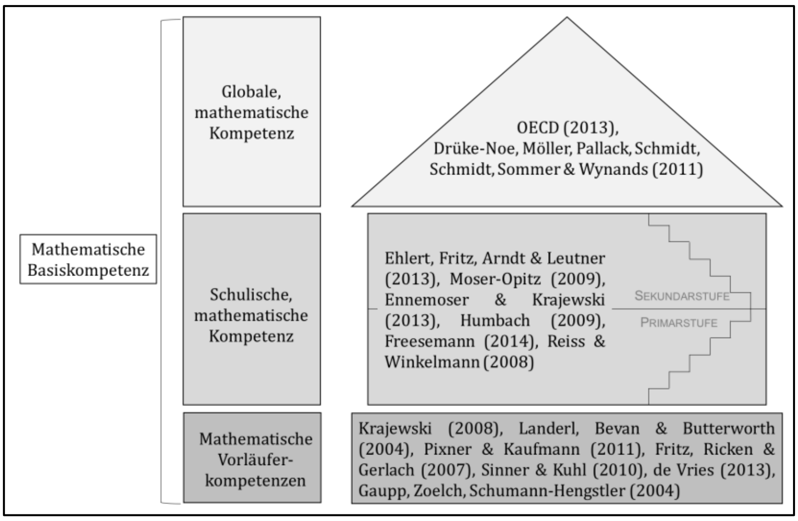


Abbildung 2.2: Systematisierung verschiedener Auffassungen des Begriffs ‚Mathematische Basiskompetenz' [in eigener Darstellung]

Abbildung 2.2 systematisiert die verschiedenen Auffassungen mathematischer Basiskompetenz nach mathematischen Vorläuferfähigkeiten, schulischer, mathematischer Kompetenz sowie globaler mathematischer Kompetenz.

Von besonderem Interesse sind in der vorliegenden Arbeit arithmetische Basiskompetenzen, welche der schulischen, mathematischen Kompetenz zuzuordnen sind. Unter diesen wird für die vorliegende Arbeit nachfolgende Arbeitsdefinition nach Moser Opitz (2005), Humbach (2008, 2009), Drüke-Noe und Kollegen (2011), Kay und Yeo (2003) und Ehlert und Kollegen (2013) vorgenommen:

Kasten 2.1: Arbeitsdefinition mathematischer Basiskompetenzen

Arithmetische, mathematische Basiskompetenzen für den Sekundarstufenbereich meinen dauerhaft verfügbare, notwendige Fertigkeiten in den Grundrechenarten. Sie sind Voraussetzungen für einen kumulativen Lernprozess. Die Grundrechenarten stellen einen zentralen Lerninhalt der Grundschulmathematik dar und sind zugleich Voraussetzung für die Bewältigung von Situationen des Alltags und des Berufs.

2.2 Entwicklung und Erwerb mathematischer Basiskompetenzen und ihre Bedeutung für das schulische Lernen

Ausgehend von dem in Kapitel 2.1 dargelegten Verständnis mathematischer Basiskompetenzen wird nachfolgend der Entwicklung und dem Erwerb mathematischer Kompetenzen nachgegangen.

Diese erstrecken sich über eine vorschulische ungelenkte Entwicklung sowie einen gelenkten Erwerb innerhalb eines institutionalisierten Rahmens. Entwicklung wird nach neueren Auffassungen als eine Integration multidimensionaler und multikausaler Erklärungsansätze betrachtet:

> Entwicklung wird als lebenslanger Prozess, als eine Sequenz von Phasen des Aufbaus, der Stabilisierung und des Abbaus verstanden; diese Phasen laufen zum Teil parallel und haben Spezialisierung und Optimierung von Fähigkeiten und Eigenschaften zum Ziel. Entwicklung ist demnach das Produkt von Reifung, Umwelteinflüssen und individueller Gestaltung des Menschen (Fuiko & Wurst, 2003, S. 120).

Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen beginnt nicht erst mit Eintritt in die Grundschule (Heinze & Grüßing, 2009, S. 15; Roßbach & Weinert, 2008, S. 5; Weinert et al., 2008, S. 136), sondern setzt bei der Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen ab Geburt an (Geary, 2000). Die Fähigkeit zu rechnen baut auf Kompetenzen auf, „die in rudimentärer Form bereits mit der Geburt vorhanden sind“ (Grube, 2006, S. 32).

Vorschulischen Fähigkeiten ist eine hohe Bedeutung beizumessen, da sich „Unterschiede in den mathematischen Vorläuferkompetenzen [...] in den Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit wider[spiegeln]“ (Krajewski & Schneider, 2006, S. 258; siehe auch Gaupp et al., 2004, S. 38). Weiterhin legen auch große Studien wie PISA nahe, dass sich Probleme im mathematischen Kompetenzerwerb in der Grundschule auch auf Ebene der Sekundarstufe weiter verschärfen (Bos et al., 2007, S. 46; siehe auch Moser Opitz, 2005, S. 114). Gerade an dieser Stelle haben die Ergebnisse internationaler Vergleichsstudien, wenngleich sie nicht auf den Grundschulbereich abzielen, „sondern die Sekundarstufe [...], deutliche Auswirkungen auf die Grundschule als Vorgängerinstitution der Sekundarstufe“ (Padberg, 2005, S. 1). Pixner und Kaufmann (2011, S. 201 f.) stellen den prädiktiven Einfluss mathematischer Vorläuferkompetenzen im Kontext des erfolgreichen Rechenerwerbs dar. Es zeigt sich, dass basis-numerische Kompetenzen neben der Zahlenkenntnis das Fundament für den erfolgreichen Kompetenzerwerb darstellen. Auf diesem Fundament fußen weitere Faktoren wie prozedurales Wissen, Faktenwissen und konzeptuelles Wissen. Diese wiederum werden von nicht-domänenspezifischen kognitiven Faktoren und emotionalen sowie motivalen Faktoren beeinflusst und stützen hierarchiehöhere Kompetenzen im Umgang mit beispielsweise Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentrechnen.

Es gilt, dass frühe Grundlagen aus der Grundschulmathematik für das gesamte (komplexe) Rechnen der weiteren Schulmathematik in der Sekundarstufe I aufgebaut werden (Ehlert et al., 2013; Wehrmann, 2011).

> Early failure to acquire mastery of math facts can create a ‚cascade‘ of failure in math learning, since fluent recall of basic addition, multiplication, division, and subtraction facts makes it easier to solve more complex problems in which these basic math operations are embedded (Robinson, Menchetti & Torgesen, 2002, S. 83; siehe auch Gersten, Jordan & Flojo, 2005).

Die große Bedeutung mathematischer Kompetenzen für erfolgreiches kumulatives Lernen über die verschiedenen Altersstufen hinweg (Krajewski, Grüßing & Koop, 2009, S. 27 f. Weinert et al., 2008, S. 136) legt die Notwendigkeit nach geeignetem Unterricht und Verfahren zur Erkennung von Kindern mit schwach ausgebildeten mathematischen Kompetenzen nahe, um frühestmöglich intervenieren zu können (Moser Opitz, 2009, S. 31 f. Stern, 2008, S. 200).

2.3 Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen

2.3.1 Neuropsychologische Grundlagen zur Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen

Neben unspezifischen Faktoren, wie Funktionen im Arbeitsgedächtnis, sind auch spezifische zahlenbezogene Repräsentationen im Langzeitgedächtnis für die Ausbildung mathematischer Basiskompetenzen verantwortlich (Hasselhorn & Gold, 2013, S. 199). Zu diesen forscht insbesondere Stanislav Dehaene, der von einer kategorie- und kodierungsspezifischen Verarbeitung numerischer Inhalte bei einem modular gegliederten neuronalen Netzwerk ausgeht (von Aster, 2009, S. 201). Nachfolgend wird das Tripel-Code-Modell von Dehaene (1992), das auch durch Jacobs und Petermann (2003) und von Aster und Kollegen (2005) aufgegriffen wurde, vorgestellt (siehe Kapitel 2.3.1.1). Konkretisiert am Gegenstand des Entwicklungsalters wird dieses Modell durch Jacobs und Petermann (2003); ihr Modell wird im Anschluss ergänzend dargestellt (siehe Kapitel 2.3.1.2).

2.3.1.1 Triple-Code-Modell von Dehaene (1992)

Dehaenes Modell (siehe Abbildung 2.3), welches innerhalb der Wissenschaft als zentrales Bezugsmodell zur Beschreibung geistiger Funktionen beim Rechnen und der Verarbeitung von Zahlen gilt (von Aster et al., 2005, S. 614), ist inspiriert von neuropsychologischen Befunden von Campbell und Clark (1988) und fußt auf zwei Prämissen:

- „Numbers may be represented mentally in three different codes."
- „Each numerical procedure is tied to a specific input and output code" (Dehaene, 1992, S. 30).

Das Modell differenziert zwischen verschiedenen Zahlenrepräsentationen, die in Form von Kodierungen in drei Modulen beziehungsweise Funktionseinheiten repräsentiert werden: (1) Analoge Repräsentation der Mächtigkeit von Mengen: Vergleichen, Überschlagsrechnen, (2) auditiv-sprachliche Repräsentation: Zahlwortlexikon, Zählen, Faktenwissen, (3) visuell-arabische Repräsentation: Operationen mit mehrstelligen Zahlen, Teilbarkeit durch 2 (von Aster, 2009, S. 202).

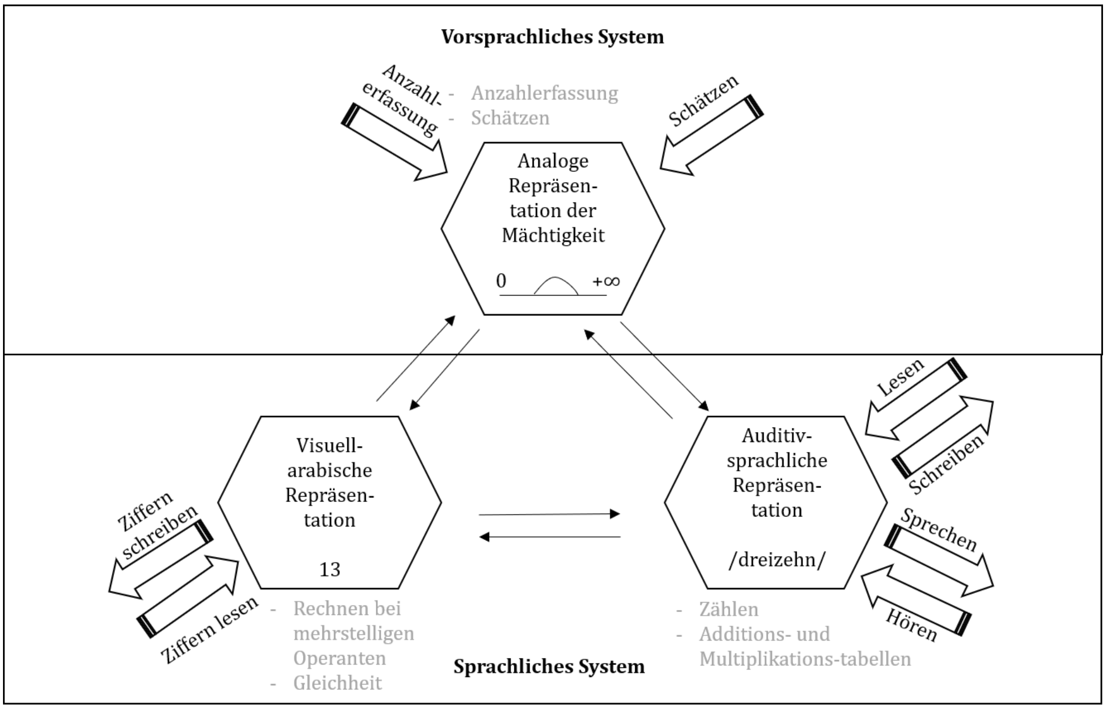


Abbildung 2.3: Triple-Code-Modell nach Dehaene (1992)

Im Sinne dieses Modells lassen sich bestimmte Aufgabenanforderungen bestimmten Repräsentationen zuordnen. Beispielsweise aktiviert der Vergleich von zwei arabischen Zahlen oder auch die Schätzung der Größenzuordnung eines zu erwartenden Ergebnisses die *analoge Repräsentation* der Mächtigkeit von Mengen (beispielsweise: Vergleich von zwei Anzahlen). Dahingegen erfordern Operationen mit mehreren Zahlen die mentale Anordnung der *visuell-arabischen Repräsentation* (beispielsweise: $34 + 21 = 55$). Der Faktenabruf von Additions- und Multiplikationsfakten ist der *auditiv-sprachlichen Repräsentation* zuzuordnen (vgl. Grube, 2006, S. 5; beispielsweise: $3 \cdot 4 = 12$).

Die Entwicklung der verschiedenen Repräsentationsformen vollzieht sich folgendermaßen: „From the very start, human beings can form approximate representations of very small numbers“ (Huttenlocher, Jordan & Levine, 1994, S. 295). Forschungen zum Habituierungsparadigma legen nahe, dass bereits Säuglinge sensitiv für Erfahrungen mit kleinen Anzahlen sind (Grube, 2006, S. 33; *analoge Repräsentation der Mächtigkeit*); diese Fähigkeit bezeichnet Dehaene (1992, S. 12) als *subitizing*. Sie gilt als Beleg dafür, dass der Mensch über *core-systems*, also angeborene numerische Grundkompetenz, verfügt (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004, S. 307). Kinder werden also bereits in diesem frühen Stadium der Fähigkeit zur Zahlenverarbeitung mit der *analogen Repräsentation von Größen* konfrontiert. Die *analoge Repräsentation* der Mächtigkeit von Mengen stellt die eigentliche Zahlensemantik dar und verknüpft eine Zahl mit der dahinterstehenden Größe (Schneider et al., 2013, S. 44). Die primäre, vorschulische Entwicklung ist vor allem dadurch geprägt, „dass Kinder mit Beginn der *Sprachentwicklung* die Zahlwortsequenz, Zählprinzipien [...], das Zu- und Wegzählen zum Verändern von Mengen und Begriffe wie ‚mehr‘ oder ‚weniger‘ gebrauchen lernen sowie einfache arithmetische Operationen durch Zählstrategien auszuführen beginnen“ (von Aster, 2009, S. 199; Hervorhebungen im Original). Geary (2000, S. 12) bezeichnet diese frühen Fähigkeiten (Abzählen, Schätzen, arithmetische Operationen mit 3 bis 4 Objekten) als primäre numerische Fähigkeiten. Während diese vorschulischen Entwicklungsschritte der Zahlverarbeitung ohne systematische Unterrichtung erfolgen und eng mit dem sensorischen Gebrauch der Finger einhergehen, setzt im Schulalter die systematische Beschulung mit der Einführung in das arabische Notationssystem und somit der *visuell-arabischen Repräsentation* ein (von Aster et al., 2005, S. 614). Die nun zu erwerbenden Kompetenzen mit Einführung in arabische Zahlen und Stellenwertsystem gelten als sekundäre quantitative Fähigkeiten (Geary, 2000, S. 13).

Das Triple-Code-Modell stützt Annahmen einer Überlappung phonologischer Prozesse und arithmetischen Faktenabrufs (De Smedt & Boets, 2010, S. 3973); insbesondere die Repräsentationsformen auditiv-verbal und visuell-symbolisch sind an Sprache gebunden und für die Berechnung exakter Ergebnisse bei mehrstelligen Zahlen notwendig (Hasselhorn & Gold, 2013, S. 201):

> Für die Kinder mit kombinierter Störung schulischer Fertigkeiten [rechenschwache Kinder mit schriftsprachlichen Schwierigkeiten] kommt [...] ein spezifisches Defizit in den Zählfertigkeiten hinzu, das dem Modul der verbalen Zahlverarbeitung zuzuordnen ist. Es liegt nahe anzunehmen, dass hier besondere Defizite in der phonologischen Informationsverarbeitung von Kindern mit Lese-Rechtschreibstörung zum Tragen kommen (Schuchardt & Mähler, 2010, S. 224).

2.3.1.2 Entwicklungsschritte der Rechenfähigkeit bei Kindern nach Jacobs und Petermann (2003)

Jacobs und Petermann (2003, S. 206) verorten die vorgestellten Repräsentationsformen im Entwicklungsprozess früher mathematischer Kompetenzen, indem sie die Entwicklung mathematischer Fähigkeiten orientiert am Lebensalter darstellen. Es wird zwischen primären, vorschulischen Fähigkeiten und sekundären, in der Schule erworbenen Fähigkeiten bis Klasse 5 unterschieden wird. Abbildung 2.4 stellt die primäre, vorschulische Entwicklung und die sekundäre, schulische Entwicklung von Fähigkeiten dar.

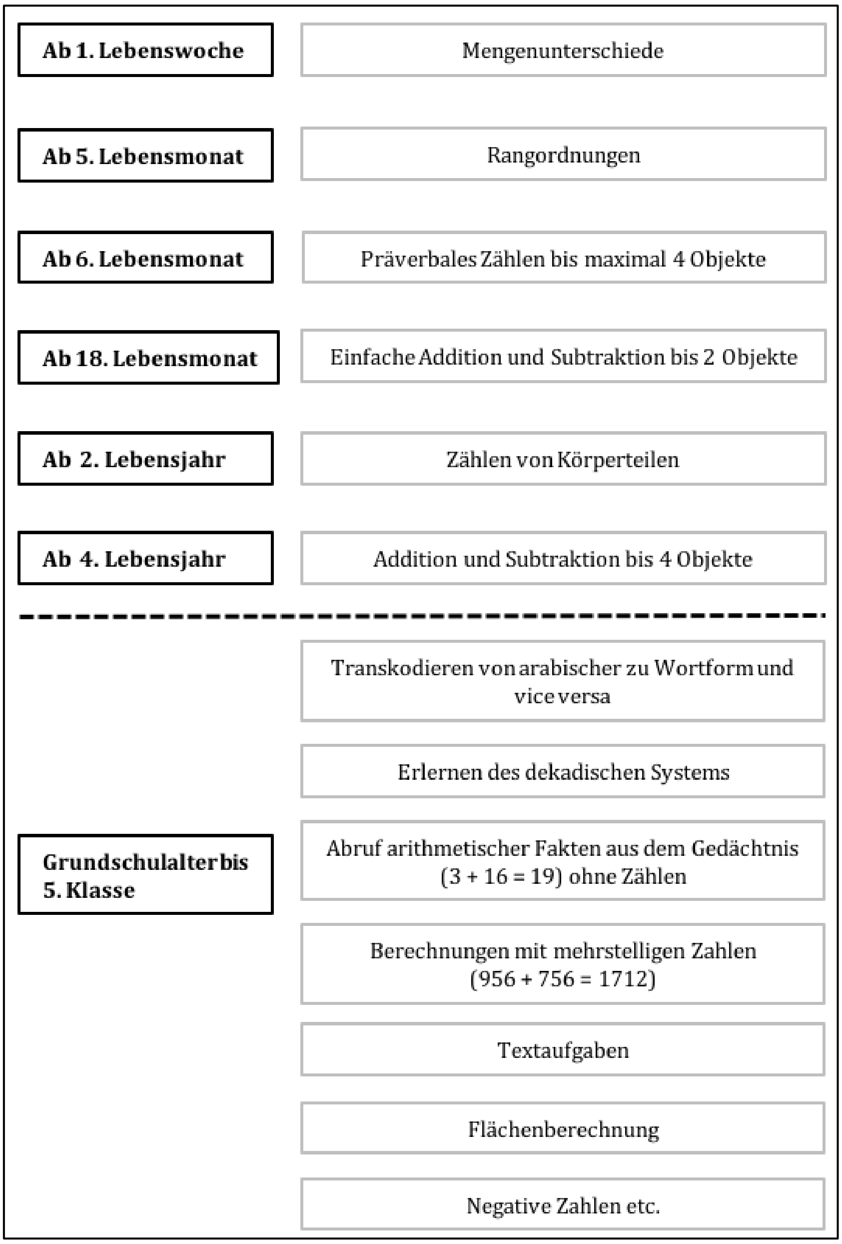


Abbildung 2.4: Entwicklungsschritte der Rechenfähigkeit bei Kindern (nach Jacobs & Petermann, 2003, S. 206)

In diesem Modell wird als zunächst alleinig aktive Repräsentationsform *analoge Repräsentation der Mächtigkeit von Mengen* dem Zeitraum bis einschließlich dem 18.

Lebensmonat zugeordnet. Es ist anzunehmen, dass basale, zunächst sprachunabhängige Fähigkeiten, die ein Grundgerüst für später auszubildende komplexere Fähigkeiten im Bereich des Vorschulalters darstellen, im Umgang mit Mengen bereits angeboren sind (Jacobs & Petermann, 2003, S. 204). Im Alter von ca. 5 Lebensmonaten verfügen Kinder über das präverbale Zählen von bis zu vier Objekten und vollziehen ab dem 18. Lebensmonat die einfache Addition und Subtraktion mit bis zu 2 Objekten (Jacobs & Petermann, 2003, S. 206). Mit fortschreitender Sprachentwicklung wird ab dem zweiten Lebensjahr zusätzlich die *auditiv-sprachliche Repräsentation* aktiviert. Gallistel und Gelman (1992) gehen davon aus, dass entwicklungsbedingt präverbale Zähl- und Rechenfähigkeiten aufgrund des Spracherwerbs mit dem sprachlich erworbenen Zahlensystem verknüpft werden. Es findet eine Integration des präverbalen Zahlenverständnisses (siehe Abbildung 2.4, ab sechstem Lebensmonat) statt. „Mit der Möglichkeit zur Erkennung von geschriebenen Zahlen beginnt die Aktivierung der ‚Visuell arabischen Repräsentation'" (Jacobs & Petermann, 2003, S. 206). Die visuelle Auseinandersetzung mit Zahlsymbolen aktiviert also die *visuell-arabische Repräsentation*.

Ziel der ersten beiden Schuljahre ist, Kindern das Transkodieren von der visuell-arabischen Repräsentation in die auditiv-sprachliche Repräsentation und umgekehrt zu vermitteln und zu festigen. Zähl- wie auch Kopfrechenübungen greifen auf die auditiv-sprachliche Repräsentation zurück, während die visuell-arabische Repräsentation bei schriftlichen Rechenaufgaben fortwährend ausdifferenziert wird. Aufgaben zum Schätzen und Überschlagen fördern die analoge Repräsentation von Größen (Jacobs & Petermann, 2003, S. 206). Mit Schuleintritt und somit der institutionellen Vorgabe des Lehrstoffs lernen die meisten Kinder bis zum Ende der vierten Klasse das sichere Zählen und die Benutzung von Zahlwörtern (Jacobs & Petermann, 2003, S. 204). Geary (2000, S. 13) beschreibt folgenden Lernbereich als den schwierigsten der Grundschule: „The most difficult quantitative concept that primary school children must learn is the base-10 structure of the Arabic number system." Auch wenn europäische Kinder am Ende der vierten Klasse das dekadische System nicht immer sicher beherrschen, können die meisten Schülerinnen und Schüler zu diesem Zeitpunkt einfache Additions-, Subtraktions- und Multiplikationsfakten aus dem Gedächtnis abrufen (Jacobs & Petermann, 2003, S. 205).

Zu kritisieren ist an dieser Vorstellung von Entwicklungsschritten der Rechenfähigkeit, dass durch die Autoren keine Angaben dazu gemacht werden, auf welcher empirischen Grundlage die angeführten Altersgrenzen und Fähigkeiten beruhen.

2.3.2 Entwicklungspsychologische Modelle mathematischer Fähigkeiten im Elementar- und Primarbereich

In den Kapiteln 2.3.2.1 und 2.3.2.2 werden entwicklungspsychologische Modelle aus dem deutschen Sprachraum von Fritz und Ricken (2008) und Krajewski (2013) näher betrachtet. Zwar ist das Modell von Krajewski und Schneider (2006) früher zu datieren, dennoch wird erst das Entwicklungsmodell von Fritz und Ricken (2008) vorgestellt und erst dann das von Krajewski und Schneider (2006), da dieses einen Anschluss an die vorschulische Entwicklung in höhere Klassenstufen hinein erlaubt.

2.3.2.1 Fünf Niveaus der Entwicklung mathematischer Konzepte nach Fritz und Ricken (2008)

Das Entwicklungsmodell von Fritz und Ricken (2008) beschreibt die Entwicklung mathematischer Konzepte bei 4- bis 7-jährigen Kindern. Demnach durchlaufen die Kinder in dem Zeitraum fünf Entwicklungsstufen, wobei deren Übergang fließend ist.

ENTWICKLUNGSSTUFE 0: ISOLIERTE MENGEN- UND ZAHLENKENNTNIS

Der Entwicklungsstufe 0 (isolierte Mengen- und Zahlenkenntnis) ist zuzuordnen, dass Kinder erste Zahlwörter kennen und diese geordnet aufsagen können. Auch gelingt ihnen, Mengen zu erkennen und diese ohne exakte Mengenbestimmung zu vergleichen und mithilfe erster Ordnungsprinzipien Objekte zu ordnen (Fritz & Ricken, 2009, S. 380).

ENTWICKLUNGSSTUFE I: ZAHLEN ALS ZÄHLZAHLEN

Während Zahlen- und Mengenkenntnisse nach wie vor unverbunden behandelt werden, wenden Kinder die Zahlwortreihe inzwischen auf Objekte an, indem sie Zählhandlungen durchführen. Kinder können auf diesem Niveau eine präzise Eins-zu-Eins-Zuordnung zu Elementen beim Vergleichen von Mengen vornehmen (Ricken, Fritz & Balzer, 2013, S. 10). Für das Zählen gilt allerdings, dass „trotz [korrekter Zählangaben] nicht davon ausgegangen werden [darf], dass sich hinter der Antwort ein bewusstes kardinales Mengenverständnis verbirgt. ‚Zählen' erfolgt am Aufsagen der Zahlwortreihe orientiert, wobei das letzte Zahlwort zugleich für alle Objekte steht" (Fritz & Ricken, 2009, S. 381). Dieses auswendig gelernte Aufsagen der Zahlwortreihe entspricht nach Fuson (1988) dem *string level*. „[Die Zahlwortreihe] wird wie ein Gedicht aufgesagt und kann noch nicht zum Zählen eingesetzt werden. Die einzelnen Zahlwörter werden teilweise noch nicht unterschieden und haben keine kardinale Bedeutung" (Lorenz, 2012, S. 22).

ENTWICKLUNGSSTUFE II: ORDINALER ZAHLENSTRAHL

Auf dieser Stufe vertiefen Kinder zunehmend die Zahlwortreihe. Dieses zeigt sich daran, dass es sich beim Zählen nicht mehr um ein bloßes Aufsagen der Zahlwortreihe handelt, sondern Kinder Zahlen anhand ihrer Position auf einem Zahlenstrahl vergleichen (Fritz & Ricken, 2009, S. 382). Die Zahlwortreihe wird auf dieser Kompetenzstufe im Sinne des Eins-zu-Eins-Prinzips auf Objekte angewendet (Schneider et al., 2013, S. 36). Dieses Eins-zu-Eins-Prinzip meint, dass jedes Objekt einer zu zählenden Menge mit genau einem Zahlwort belegt wird (Lorenz, 2012, S. 24). Hinsichtlich des Schemas des Vermehrens und Verminderns gelingt es Kindern nun, das Konzept des Vermehrens auf einem Zahlenstrahl anzuwenden und zu quantifizieren, womit ein Verständnis darüber einhergeht, „dass die Zahlen auf dem Zahlenstrahl sukzessiv ‚mehr' werden" (Fritz & Ricken, 2009, S. 382).

ENTWICKLUNGSSTUFE III: INTEGRATION VON MENGE UND ZAHLWORTREIHE

Die Entwicklung der Zahlwortreihe differenziert sich weiter aus. Kinder verfügen über das Wissen, dass Mengen durch natürliche Zahlen repräsentiert werden, sie erkennen Beziehungen zwischen Zahlen und können fehlende Mengen innerhalb einer Abfolge ergänzen (Fritz & Ricken, 2009, S. 382). Mit der Kenntnis über Teilmengen gelingt Kindern ein erweitertes Verständnis von Additionsaufgaben. „Addieren heißt nicht mehr nur ‚zusammenfügen von zwei Teilmengen' und ‚neu auszählen', sondern Addition ist das Bilden einer Gesamtmenge aus mindestens zwei Teilmengen" (Fritz & Ricken, 2009, S. 382 f.). Kinder erwerben eine kardinale Mengenvorstellung. Das bedeutet, dass das letztgenannte Zahlwort für alle Elemente einer Menge steht und nicht nur das entsprechende Objekt charakterisiert (Lorenz, 2012, S. 25; Schneider et al., 2013, S. 37). Damit geht auch einher, dass Kinder beim Auszählen von Mengen nicht mehr bei 1 beginnen, sondern „vielmehr nun von der mit der Kardinalzahl bezeichneten ersten Menge aus [weiterzählen] (vgl. Fuson: breakable chain)" (Schneider et al., 2013, S. 37).

ENTWICKLUNGSSTUFE IV: TEILE-GANZES-KONZEPT

Mit Erreichen der vierten Entwicklungsstufe gelingt Kindern mithilfe des Teil-Teil-Ganzes-Konzepts (T-T-G-Konzept) die Bearbeitung von Additions- und Subtraktionsaufgaben, die auf dem Zusammenhang von Teilmengen und Gesamtmengen und ihrer determinierten Beziehung fußen. Dieses Verständnis ermöglicht nicht nur das Ermitteln einer Summe, sondern auch das einer Teil- oder Ausgangsmenge (Fritz & Ricken, 2009, S. 383 f.).

> Probably the major conceptual achievement of the early school years is the interpretation of numbers in terms of part and whole relationships. With the application of a Part-Whole schema to quantity, it becomes possible for children to think about numbers as compositions of other numbers. This enrichment of number understanding permits forms of mathematical problem solving and interpretation that are not available to younger children (Resnick, 1984, S. 114).

Weiterhin entwickelt sich das Verständnis dafür, dass der Abstand von zwei Mengen innerhalb der Zahlwortmenge zur vorherigen beziehungsweise nachfolgenden Zahl immer (+ / −) 1 beträgt.

ENTWICKLUNGSSTUFE V: VERKNÜPFUNG DES RELATIONALEN ZAHLBEGRIFFS MIT DEM TEIL-TEIL-GANZES-KONZEPT

Mit Eintritt in diese Entwicklungsstufe wird das T-T-G-Konzept vertieft und mit dem Verständnis des relationalen Zahlbegriffs verbunden. Als Grundlage für Multiplikations- und Divisionsaufgaben wie auch für die Bruchrechnung handelt es sich bei dem Teil-Teil-Ganzes-Konzept um eines der zentralen Konzepte der Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen. Innerhalb der Entwicklung ist der Erwerb des T-T-G-Konzepts im ersten beziehungsweise zweiten Schuljahr zu verorten (Fritz & Ricken, 2009, S. 384 f.). Mit Rückbezug auf die vorherige Entwicklungsstufe, nämlich die Erkenntnis, dass jede Zahl der Zahlwortreihe um eins von der vorherigen beziehungsweise nachfolgenden Zahl differiert, gelingt es in dieser Entwicklungsstufe Differenzen zwischen zwei Mengen exakt zu quantifizieren.

Ausgangspunkt dieses Modells ist neben theoretischen Grundannahmen von Resnick (1984) und Siegler (1987) die Entwicklungstheorie von Fuson (1988), welche die Entwicklung der Standard-Zahlwörter-Folge beschreibt. Die in Anlehnung an Fuson (1988) entwickelten Niveaustufen 0 bis 5 von Fritz und Ricken (2009, S. 380) wurden wissenschaftlich erprobt. Es zeigt sich, dass schon im Säuglingsalter ein Umgang mit Zahlen stattfindet (Fritz & Ricken, 2009, S. 380). Das vorgestellte Entwicklungsmodell ist Grundlage für das Förderverfahren „Kalkulie" und seine integrierte Diagnostik (Fritz et al., 2007) sowie für das Diagnoseverfahren „Mathematik und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Diagnose" (Ricken, Fritz & Balzer, 2011) und das Trainingsverfahren „MARKO-T: Mathematik- und Rechenkonzepte im Vor- und Grundschulalter: Training" (Gerlach, Fritz & Leutner, 2013).

2.3.2.2 Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen nach Krajewski und Schneider (2006)

Das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung beschreibt die mathematische Kompetenzentwicklung auf drei Ebenen und deckt somit die Entwicklung von der Geburt bis ins Grundschulalter ab (siehe Abbildung 2.5).

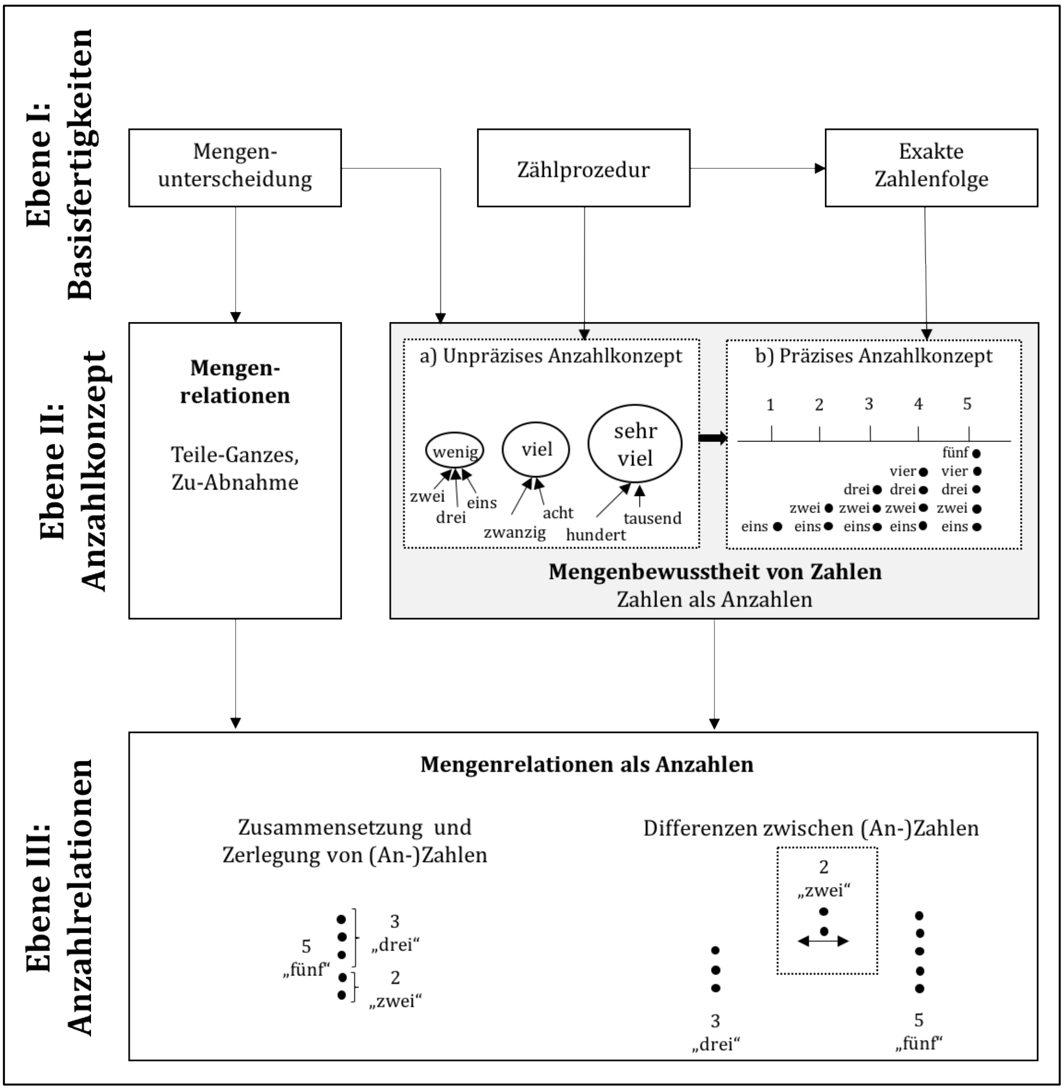


Abbildung 2.5: Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen (Krajewski & Schneider, 2006, S. 250)

Während die ersten beiden Kompetenzebenen auf vorschulische Kompetenzen im Sinne relevanter Vorläuferfertigkeiten abzielen, beziehen sich Kompetenzen der dritten Ebene auf solche, „die bereits dem Rechnen und damit wahrem mathematischen Verständnis zuzuordnen sind“ (Krajewski & Schneider, 2006, S. 251). Bedeutsam ist, dass hier der Erwerb nicht für alle Kompetenzbereiche gleichzeitig und sukzessiv verläuft, sondern sich Kinder beispielsweise im Bereich der verbalsprachlichen Zahlvorgabe bereits auf einer höheren Ebene befinden können, während für geschriebene Ziffern noch eine niedrigere Ebene gilt (Schneider et al., 2013, S. 31 f.). Darüber hinaus ist die Repräsentationsform der Aufgaben relevant, da „eine bestimmte Kompetenz beispielsweise handelnd bereits erworben sein [kann], in einer abstrakteren Form jedoch noch nicht“ (Garotte, Moser Opitz & Ratz, 2015, S. 27).

In jüngeren Publikationen transferiert Krajewski das Modell auch auf den Sekundarstufenbereich (Krajewski & Ennemoser, 2010; Schneider et al., 2013, S. 25).

KOMPETENZEBENE I: ZAHLWÖRTER UND ZIFFERN OHNE MENGENBEZUG / GRÖßENBEZUG

Die erste Ebene beschreibt Basiskompetenzen und beinhaltet die Kernelemente Größen- und Mengenunterscheidung und Zahlwörter, ohne dass diesen ein Größenbezug innewohnt (Schneider et al., 2013, S. 25 f.). Jedoch sind bereits Säuglinge im ersten Lebensjahr dazu in der Lage, Anzahlen unterschiedlicher Größen zu unterscheiden (Lorenz, 2012, S. 13). Kinder erlernen mit dem Einsetzen verbalsprachlicher Äußerungen ab dem zweiten Lebensjahr Zählkompetenzen und können Zahlen in eine korrekte Folge bringen, wobei hier von einem *string level* die Rede ist, da das Aufsagen der Zahlwörter noch nicht zum Zählen eingesetzt wird (Lorenz, 2012, S. 22). Auch gelingt ihnen zunehmend, Vorgänger und Nachfolger zu benennen oder die Zahlenfolge rückwärts aufzusagen, jedoch entsprechen diese Prozeduren eher einem semantikfreien Aufsagen. „Dieses Aufsagen ist zunächst vergleichbar mit dem Aufsagen eines Gedichts, das auch ohne Begreifen der dahinter liegenden Bedeutung möglich ist“ (Grube, 2006, S. 34).

> Auf dieser ersten Ebene können bereits unterschiedliche Mengen voneinander unterschieden werden, sofern die Ausdehnung der einzelnen Entitäten groß genug ist. Des Weiteren beginnen schon Zweijährige ohne ein tiefergehendes Mengenverständnis durch Imitation mit dem Zählen. Die Kinder lernen dadurch den *Ordinalaspekt der Zahlwortfolge* kennen (Jörns, Schuchardt, Grube & Mähler, 2014, S. 244; Hervorhebungen im Original).

Zwar sammeln Kinder auf dieser Ebene erste Erfahren mit Mengen und Größen, jedoch sind diese Erfahrungen noch pränumerisch geprägt und es fehlt ihnen jeglicher Bezug zu Zahlen (Krajewski et al., 2009, S. 26), das Prinzip der Kardinalität ist noch nicht erworben.

KOMPETENZEBENE II: VERKNÜPFUNG VON ZAHLWÖRTERN UND ZIFFERN MIT MENGEN / GRÖßEN (GRÖßENREPRÄSENTATIONEN VON ZAHLEN)

Auf der Ebene II befindet sich mit dem Anzahlkonzept ein Meilenstein in der Entwicklung hinsichtlich der Verknüpfung von Zahlwörtern mit Mengen beziehungsweise Größenrepräsentationen (Krajewski et al., 2009, S. 27). Galten Zahlen auf Ebene 1 noch als bedeutungsfreie Worthülsen, gelingt es Kindern nun nachzuvollziehen, dass Mengen und

Anzahlen durch Zahlen repräsentiert werden (Krajewski & Schneider, 2006, S. 249 f.). Hier erlangen Kinder also ab einem Alter von drei Jahren ein verfestigtes Mengen- und Größenbewusstsein von Zahlen. Dabei differenziert sich die zweite Kompetenzebene in zwei Phasen aus. Zunächst verfügen Kinder lediglich über ein unpräzises Anzahlkonzept bzw. eine unpräzise Größenrepräsentation. Mengen- und Größenbegriffe erfahren eine unpräzise Zuordnung zu Zahlwörtern. Kinder erlangen die Einsicht, dass einige Zahlwörter, wie etwa ‚eins', ‚zwei' oder ‚drei', mit dem Begriff ‚wenig' konnotiert sind, wohingegen andere Zahlwörter wie etwa ‚hundert' mit dem Begriff ‚viel' assoziiert werden (Schneider et al., 2013, S. 27). Diese Erkenntnisse erlangen Kinder durch eigene Alltagserfahrungen, wie beispielsweise die Erfahrung, dass es zeitlich gesehen länger dauert bis 20 zu zählen als bis 5; da liegt die Schlussfolgerung nahe, dass es sich bei dem Zahlwort 20 um relativ viel handelt. Es wird also eine Verortung verschiedener Zahlwörter zu ausgewählten Mengenkategorien vorgenommen.

> Hervorzuheben ist bei allen in dieser Phase beobachtbaren Ungenauigkeiten der Zuordnung von Zahlwörtern zu Größenbegriffen, dass sich hierin die Bewusstheit der Kinder abbildet, dass Zahlwörter nicht nur als reine Wortabfolge existieren, sondern mit Größen verknüpft sind, deren Mächtigkeit sie – wenn auch noch grob kategorisierend – repräsentieren (Schneider et al., 2013, S. 28).

Nahe beieinanderliegende Zahlen können in diesem Stadium noch nicht bezüglich ihrer Größe unterschieden werden, da die Zuordnung von Zahlwörtern zu Größen noch unpräzise ist.

Erst mit dem Erlangen des präzisen Anzahlkonzepts und weiteren alltäglichen Erfahrungen des Zählverständnisses gelingt es Kindern, vormals grobe Kategorien wie ‚wenig', ‚viel' und ‚sehr viel' weiter auszudifferenzieren, da sie eines feineren Systems bedürfen; dieses ausdifferenzierte System bietet ihnen punktuelle Zahl-Menge- und Zahl-Größen-Zuordnungen (Schneider et al., 2013, S. 28). Bei Gelman und Gallistel (1978) wird das präzise Anzahlkonzept als *one-one-principle* bezeichnet. Demzufolge ordnen Kinder ein Zahlwort genau einem Element einer zu zählenden Menge zu. Auch die Erkenntnis des Kardinalzahl-Prinzips erwerben Kinder beim präzisen Anzahlkonzept. Dieses bedeutet, „dass das letzte Zahlwort nicht nur das entsprechende Objekt charakterisiert, sondern dass es die Mächtigkeit, d. h. die Anzahl der Gesamtmenge benennt" (Lorenz, 2012, S. 25). Mit Blick auf die spätere Grundschulmathematik mit ihrer Orientierung am Erkennen und Nutzen von Größenpräsentationen von Zahlen ist die große Bedeutung des präzisen Anzahlkonzepts offensichtlich (Schneider et al., 2013, S. 27).

Weiterhin gewinnen Kinder unabhängig von der Ausbildung der Größenrepräsentation beziehungsweise der Mengenbewusstheit von Zahlen ein zahlunabhängiges Verständnis für Mengen und Größen. Zu dieser Entwicklung gehört das Verständnis der Mengeninvarianz. Bei der Mengeninvarianz wird davon ausgegangen, dass eine Menge unverändert bleibt, sofern zu dieser weder etwas hinzugefügt noch etwas weggenommen wird (Schneider et al., 2013, S. 29). „Die Erkenntnis, dass die Anzahl ‚invariant' gegenüber räumlichen Veränderungen ihrer Elemente ist, ist ein Erkenntnisakt und keineswegs so banal, wie wir Erwachsenen es glauben" (Lorenz, 2012, S. 31).

Darüber hinaus ist die Erkenntnis der Teil-Ganzen-Beziehungen auf Ebene II von Bedeutung. So erkennen Kinder, dass Mengen beziehungsweise Größen in kleinere Mengen beziehungsweise Größen zerlegt und auch wieder zusammengesetzt werden können (Schneider et al., 2013, S. 29). Zwar fehlt den Kindern auch hier der Zugriff zum Zahlbezug, es gelingt ihnen hier jedoch, Veränderungen und Zusammensetzungen zu erfassen und verbal ohne Zahlbezug mithilfe von Ausdrücken wie ‚mehr als' und ‚weniger als' zu beschreiben (Schneider et al., 2013, S. 30).

KOMPETENZEBENE III: VERKNÜPFUNG VON ZAHLWÖRTERN UND ZIFFERN MIT MENGENRELATIONEN / GRÖßENRELATIONEN (ZAHLRELATIONEN)

Kompetenzebene III vollzieht sich im Sinne des tiefen Zahlverständnisses auf zwei Ebenen, nämlich der Zusammensetzung und Zerlegung einer Zahl sowie der Differenz zwischen zwei Zahlen; hier werden Mengen und Größen durch Zahlen beschreibbar und das Kind erlangt ein Verständnis für Zahlenbeziehungen (Schneider et al., 2013, S. 30).

> In diesem Sinne stellt Ebene [III] den Übergang zum Rechnen dar. Relationen zwischen Zahlen können nun zunehmend mit anderen Zahlen dargestellt bzw. exakt quantifiziert werden (z. B. sechs ist zweimal so viel wie drei). Während diese Entwicklung im kleineren Zahlenraum bereits um den Schuleintritt voranschreitet, vollzieht sie sich für den größeren Zahlenraum erst nach und nach im Verlauf der weiteren Schuljahre (Ennemoser et al., 2011, S. 232).

Bereits ab einem Alter von vier Jahren gelingt es Kindern, bezüglich der Zusammensetzung und Zerlegung von Zahlen im kleinen Zahlenraum Ebene III zu erreichen. Die Zerlegung von Mengen können Kinder nun mit dem präzisen Anzahlkonzept in Verbindung setzen und quantifizieren mithilfe von Zahlen die Beziehung zwischen Mengen beziehungsweise Größen. Das bisherige Zahlenverständnis der Eins-zu-Eins-Zuordnung und der Seriation erweitert sich nun um das Teil-Ganzes-Schema, welches für die Zahlzerlegung notwendig ist (Schneider et al., 2013, S. 30).

Ein weiterer Aspekt der Anzahlrelationen sind die Differenzen zwischen Zahlen, die Kinder auf der dritten Kompetenzebene nun mittels einer weiteren Zahl beschreiben können. „Die Kinder erkennen nun [...], dass der Unterschied zwischen zwei Zahlen wieder mit einer Zahl ausgedrückt werden kann" (Schneider et al., 2013, S. 31). Auch im ersten Schuljahr weisen Kinder bei diesem Aufgabentypen häufig noch Schwierigkeiten auf (Schneider et al., 2013, S. 31), was die Annahme nahelegt, dass Mengen-Zahlen-Kompetenzen nicht als vorschulische Vorläufer abgetan werden sollten, die mit Eintritt in die Grundschule bereits vollständig erworben wurden. „Vielmehr kann angenommen werden, dass deren Entwicklung und Ausdifferenzierung insbesondere in höhere Zahlräume hinein, bis in die Sekundarstufe reicht und für viele [Schülerinnen und Schüler] auch hier noch eine ernstzunehmende Herausforderung darstellt" (Ennemoser et al., 2011, S. 232).

Die vorgestellten Modelle zur frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen können aufzeigen, dass der mathematische Anfangsunterricht mit Eintritt in die Schule bereits auf hoch komplexe Kompetenzen trifft. Die Modelle von Dehaene (1992), Fritz und Ricken (2008) sowie Krajewski und Schneider (2006) liefern zudem empirisch abgesicherte

Erkenntnisse. Ihr Mehrwert liegt vor allem darin, dass sie begründete Annahmen über die Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen liefern und somit Anhaltspunkte für Diagnostik, Unterricht und Förderung geben. Die hier beschriebenen Entwicklungsschritte der Rechenfähigkeit nach Jacobs und Petermann (2003) erlauben die Verortung der für die vorliegende Arbeit festgelegten Arbeitsdefinition mathematischer Basiskompetenzen (siehe Kasten 2.1, S. 9). So zeigen sich diese als solche definierten mathematischen Basiskompetenzen auf Ebene sekundärer, in der Schule erworbener Fähigkeiten.

2.4 Entwicklung in der Primarstufe

„Complex mathematical abilities are [...] taught at school, but already during preschool years children spontaneously and intuitively develop basic arithmetic skills, including basic calculation skills“ (Tobia, Bonifacci & Marzocchi, 2016, S. 156). In der Regel werden Kinder mit einem Alter von sechs Jahren in Deutschland eingeschult (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 57). Während Kinder zumeist erst mit Eintritt in die Schule mathematische Kompetenzen im Sinne eines gelenkten Erwerbs aufbauen und erweitern, ist es doch überraschend, welche Fähigkeiten sie bereits zu Schuleintritt mitbringen. Viele Kinder verfügen nicht nur über Vorläuferkompetenzen, sondern ihnen stehen auch weiterführende mathematische Fähigkeiten zur Verfügung (Deutscher & Selter, 2013, S. 545 f.; s. auch Hasemann & Gasteiger, 2014). So sammelt Deutscher (2012, S. 443) in ihrer Studie folgende Erfahrung:

> Im Rahmen der Durchführung der Interviews weist eine Lehrerin die Autorin [Deutscher] darauf hin, dass der Schüler zur nächsten Unterrichtsstunde rechtzeitig zurückgebracht werden müsse, da dann die Zahl ‚sieben‘ ‚eingeführt‘ wird. Der Schüler zählt im Interview bis über 20, kann Mengen bis ‚zehn‘ sicher bestimmen und einfache Additionsaufgaben lösen.

Trotz dieser berichteten Erfahrung darf nicht außer Acht gelassen werden, dass es sich bei Schulanfängern um eine äußerst heterogene Gruppe handelt (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Hasemann & Gasteiger, 2014). Auch wenn der in dem Beispiel vorgestellte Schüler bereits bis 20 zählen kann, zeigt Schmidt (1982) in einer bereits älteren Studie zur Zahlenkenntnis von Schulanfängern, dass 30 % der untersuchten Kinder nicht bis 20 zählen können. Mit Rückbezug auf die vorgestellten Entwicklungsmodelle (siehe Kapitel 2.3.2) bedeutet dieses, dass sich nicht alle Schülerinnen und Schüler auf derselben Entwicklungsstufe befinden müssen beziehungsweise die Entwicklung in den einzelnen Kompetenzbereichen (siehe ZGV-Modell: Abbildung 2.5, S. 17) nicht im Gleichschritt und sukzessiv verläuft (Schneider et al., 2013, S. 31 f.). Wehrmann (2011) kritisiert am Erstunterricht im Fach Mathematik, dass dieser Schülerinnen und Schüler nicht an dem Punkt abhole, an dem sie sich befinden. So berichtet er, dass Schülerinnen und Schüler sich verschiedenen Herausforderungen gegenüber sehen, wie beispielsweise, dass der Erstunterricht pränumerische Defizite ignoriere (Wehrmann, 2011).

Auch Grüßing (2002) berichtet ebenso wie Hasemann und Gasteiger (2014) von einer heterogenen Schülerschaft, welche die Autorin anhand empirisch überprüfter Kompetenzstufen für den Schulanfang beschreibt:

- „Kompetenzstufe I: Routineprozeduren in Bezug auf Zahlen und Operationen,
- Kompetenzstufe II: Verständnis und flexible Verwendung von Zahlen einschließlich ihrer Relation und Zerlegung,
- Kompetenzstufe III: Vertieftes Verständnis von Addition und Subtraktion sowie ihrer Beziehung zueinander“ (Grüßing, 2002, S. 201)

Die Überprüfung von Grundschülerinnen und -schülern zu drei Messzeitpunkten (Schulanfang: $N = 126$, Ende 1. Schuljahr: $N = 82$, Ende 2. Schuljahr: $N = 34$) wurde mittels Einzelgesprächen durchgeführt. Auch hier zeigt sich eine zeitliche Stabilität der Ergebnisse hinsichtlich des Beginns und Endes des ersten Schuljahrs: „Dies lässt darauf schließen, dass sich bereits vor Schulbeginn interindividuelle Unterschiede herausgebildet haben, die spätere Leistungen beeinflussen“ (Grüßing, 2002, S. 201).

Eine bereits ältere Studie von Selter (1995) mit 881 Schülerinnen und Schülern der ersten Klasse räumt mit den Erwartungen von Experten (245 Studierende der Primarstufe, 130 Personen in der zweiten Phase der Lehrerausbildung, 51 praktizierende Grundschullehrkräfte) auf. Die Schülerinnen und Schüler verfügten über beachtliche mathematische Vorkenntnisse, welche die befragten Experten im Vorfeld der Erhebung ihnen nicht zugesprochen haben. Diese Erkenntnis bricht mit der Annahme der ‚Stunde Null‘ vieler Lehrkräfte, die den vermeintlichen Eintritt in die Welt der Zahlen mit Schuleintritt markiert.

Ausgehend von dieser starken Heterogenität der Schülerschaft hinsichtlich mathematischen Vorwissens weist auch die Studie von Weißhaupt, Peucker und Wirtz (2006) darauf hin, dass dieses frühe mathematische Vorwissen zu Beginn der Schullaufbahn eine Vorhersage über die Entwicklung von Rechenleistung und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule tätigen kann. Die Ergebnisse von Messungen mathematischer Leistungen zu zwei Zeitpunkten von 129 Vorschulkindern deuten darauf hin, dass die Mathematikleistungen am Ende der ersten Klasse durch die Ergebnisse zum Zeitpunkt des Kindergartenbesuchs vorhergesagt werden können (Weißhaupt et al., 2006, S. 243 f.); diese Ergebnisse gehen mit Studien von Krajewski (2008b; hier: Mengen-, Zahlenkompetenzen) und Grube (2006; hier: einfache Addition) konform. Bereits im Grundschulalter ist die interindividuelle Entwicklung der Mathematikleistungen als relativ stabil zu bezeichnen (Grube & Hasselhorn, 2006).

Während es für den Elementarbereich die weiter oben vorgestellten Entwicklungsmodelle mathematischer Kompetenzen gibt (siehe Kapitel 2.3.2), ist über den Kompetenzerwerb innerhalb der Institution Schule im Sinne entwicklungspsychologischer Modelle bisher wenig bekannt. Zwar werden die Modelle von Fritz und Ricken (2008) sowie Krajewski und Schneider (2006) auch auf die schulische Entwicklung bezogen, doch setzen sie ihren primären Fokus auf den vorschulischen Bereich. Von den rezipierten Modell liefert einzig der Ansatz von Jacobs und Petermann (2003) Einblicke über die Kompetenzentwicklung bis Klasse 5, allerdings gibt es hierfür keine Datengrundlage. Anders als für den vorschulischen Bereich stehen für den schulischen Bereich keine empirisch gesicherten Entwicklungsmodelle zur Verfügung, die den Erwerb numerischer beziehungsweise mathematischer Kompetenzen beschreiben würden, „dazu ist die Sache zu komplex und […] die Prozesse zu vielschichtig“ (Moser Opitz, 2009, S. 33).

Aus den oben angeführten Entwicklungskonzepten geht hervor, dass der schulische Anfangsunterricht auf bereits hochkomplexe mathematische Grunderfahrungen stößt. Teilweise werden sie auch als von allen Kindern verinnerlicht vorausgesetzt (Zwack-Stier & Börner, 2003, S. 227). Dabei ist das Gegenteil der Fall: Landerl und Kölle (2009, S. 560) weisen nach, dass sich die Leistungsfähigkeit in der Zahlverarbeitung nicht nur bei Zweit-, sondern auch bei Dritt-, Viert- und Fünftklässlern über die Zeit hinweg steigert.

Aus neuropsychologischer Sicht hat die Institution Schule einen wesentlichen Anteil an der Entwicklung entsprechender Hirnfunktionen, die in ihrer Reifung im Kontext des Kontakts mit der Umwelt das Rechnen als eine hochkomplexe Tätigkeit erst ermöglichen (von Aster et al., 2007, S. 85). Mit Eintritt in die Institution Schule vollzieht sich der Wissenszuwachs orientiert an einem Curriculum. Allerdings kritisieren Reiss und Kollegen (2007, S. 116), dass die fachliche Systematik, wie ein Curriculum sie anbietet, nur bedingt hilfreich ist, „da sie Prozesse des Erkenntnisaufbaus in der Regel nicht abbildet“.

Der Erstunterricht Mathematik muss sich dem Vorwurf stellen, vorschulische Voraussetzungen des Zahlbegriffs zu wenig bis gar nicht zu thematisieren, wobei diese nicht einmal einen expliziten Lerninhalt darstellen. Dadurch versäumt die Institution Schule zu diesem frühen Zeitpunkt späteren Problemen vorzubeugen (Wehrmann, 2011). Studien belegen hier die große Bedeutung des Vorwissens: Für 8. Klassen wurde beispielsweise im MARKUS-Projekt im Rahmen einer Mathematik-Gesamterhebung in Rheinland-Pfalz über die verschiedenen Bildungsgänge hinweg gleichermaßen die Korrelation zwischen Vorwissen und Mathematikleistung nachgewiesen (Helmke et al., 2001, S. 74; siehe auch Ennemoser et al., 2011; Gaidoschik, 2008; Mittelberg, 2004). Auch auf Ebene der Schulbuchverlage wird in der Regel nicht auf nötige Grundlagen des Mengenverständnisses für den Zahlbegriff eingegangen, sondern als bereits erworben vorausgesetzt (Wehrmann, 2011).

Im Gegenzug bedarf es vielmehr theoretisch und empirisch fundierter Ansätze, damit an verfügbaren Kompetenzen, die im Sinne eines tragfähigen Verständnisses des Rechnens als Voraussetzungen erkannt werden, angeknüpft werden kann (Humbach, 2009, S. 70). „Ansätze, die hierarchische Aspekte der Mathematik berücksichtigen und auf der differenzierten Analyse des Lernstandes basierend zunächst die notwendigen Voraussetzungen schaffen, bevor mathematische Fragestellungen der Sekundarstufe I erarbeitet werden“ (Humbach, 2009, S. 70).

KOMPETENZSTUFENMODELL VON REISS (2004)

Reiss (2004) versucht auf diese Forderung zu antworten. Bei der Erstellung differenzierter Kompetenzmodelle gilt es, sowohl Entwicklungen wie auch die fachliche und fachdidaktische Basis zu berücksichtigen (Reiss & Winkelmann, 2009, S. 121); folglich können Verbindungen zwischen ebendiesen Modellen hergestellt werden, die auf Ebene einzelner Klassenstufen konkretisiert werden (Reiss, 2004, S. 646). Eine empirisch begründete

Verbindung von Kompetenzstrukturmodellen mit Entwicklungsmodellen erlaubt es, den Verlauf des Kompetenzerwerbs abzubilden (Ufer et al., 2009, S. 82).

Unter Berücksichtigung der Modelle von Grüßing (2002) und Walther und Kollegen (2004), welches im Kontext der IGLU-E-Untersuchung eingesetzt wird, synthetisiert Reiss diese Modelle und bildet die Entwicklung mathematischer Kompetenz für die Klassen 1 bis 4 ab. Das dargestellte Modell (siehe Abbildung 2.6) beschreibt unter Berücksichtigung inhaltsbezogener Kompetenzen die Entwicklung über die vier Grundschuljahre hinweg (Reiss & Winkelmann, 2008, S. 35).

V	Kompetenzstufe V:	Anspruchsvolles Problemlösen im mathematischen Kontext		
	Beschreiben und Modellieren von Sachsituationen	Problemlösender Umgang mit Größen	Anwendung mehrerer Grundrechenarten in komplexen Sachsituationen	Bewältigung kombinatorischer Fragestellungen
IV	Kompetenzstufe IV:	Beherrschung der Grundrechenarten unter Nutzung der Dezimalstruktur und begriffliche Modellierung		
	Addition und Subtraktion mit Zehnerzahlen	Rechnen in Sachkontexten (z. B. Längen)	Informationen in Sachsituationen nutzen und verarbeiten	Sichere Beherrschung der schriftlichen Rechenverfahren in Sachkontexten
III	Kompetenzstufe III:	Sicheres Rechnen in curricularem Umfang und einfaches Modellieren		
	Zählfähigkeiten über 30 hinaus	Gute Beherrschung des kleinen Einmaleins	Halbschriftliches Rechnen im Zahlenraum bis 1000	Rechenergebnisse überschlagen
II	Kompetenzstufe II:	Grundfertigkeiten im Umgang mit dem Zehnersystem, der ebenen Geometrie und Größen		
	Grundlagen des kleinen Einspluseins (z. B. mit kleinen Summanden)	Grundlagen des kleinen Einmaleins (z. B. Zweier- und Fünferreihe)	Kontextfreies Rechnen im Zahlenraum bis 100	Schriftliche Addition im Zahlenraum bis 1 000 ohne Übergänge
I	Kompetenzstufe I:	Numerisches und begriffliches Grundlagenwissen (Routineprozeduren)		
	Zählfähigkeiten bis etwa 20	Übertragung der Ergebnisse des kleinen Einspluseins auf Zehnerzahlen	Grundlagen des kleinen Einmaleins	Kontextfreies Rechnen im Zahlenraum bis 100
	Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4

Abbildung 2.6: Kompetenzstufenmodell von Reiss (2004) für die Klassen 1 bis 4 (nach Reiss, 2004, S. 646 f.; in eigener Darstellung)

Dabei werden die fünf hierarchisch gegliederten Kompetenzstufen mit jeweiligen Fähigkeiten für jede Klassenstufe operationalisiert. Die Entwicklung vollzieht sich ausgehend von mathematischen Basiskompetenzen, wie der Zählprozedur im kleinen Zahlenraum, dem Faktenabruf grundlegender Aufgaben und basale Rechenfertigkeiten, über den

Bereich der Grundrechenarten (Kompetenzstufe I – IV), hin zu einem „elaborierten und souveränen Umgang[ ] mit Mathematik" (Reiss & Winkelmann, 2008, S. 34). Die notwendige Entwicklung weg vom zählenden Rechnen hin zu tragfähigen Konzepten des Wissensabrufs für eine Entlastung zentral-exekutiver Funktionen bestätigt auch Grube (2006, S. 122). Während sich die Entwicklung einerseits über die vier Grundschuljahre vollzieht, werden auch die Fähigkeiten innerhalb einer Kompetenzstufe mit steigender Klassenstufe komplexer. Der Erwerb ist als sukzessiv und kumulativ zu bezeichnen, so bauen die Kompetenzen aufeinander auf. Innerhalb einer Stichprobe von 660 Schülerinnen und Schülern wurde dieses Modell validiert (Ufer et al., 2009). Demnach eignen sich die für jede Jahrgangsstufe formulierten Kompetenzstrukturmodelle zur Verbindung zu einem Kompetenzentwicklungsmodell mathematischer Kompetenz in der Grundschule (Ufer et al., 2009, S. 82). In einem weiteren Modell konkretisiert Reiss Kompetenzen ausschließlich der Jahrgangstufe 4 orientiert an den fünf inhaltlichen Leitideen aus den Bildungsstandards für die Primarstufe (Reiss, Roppelt, Haag, Pant & Köller, 2012; Reiss & Winkelmann, 2009).

Die Grenzen von Kompetenzstrukturmodellen zeigen sich in einer mangelnden Eignung, Entwicklungsverläufe darzustellen (Reiss, 2004, S. 645). Derartige Modelle erlauben die Identifikation von Schülerinnen und Schülern mit Schwierigkeiten, „damit bilden sie eine gute Orientierung, geben jedoch bei weitem nicht genügend Informationen zur Beschreibung der Kompetenzentwicklung" (Ufer et al., 2009, S. 65). Einen wichtigen Beitrag, um Kenntnisse von Schülerinnen und Schülern zu verorten und zugleich Förderziele abzuleiten, liefern Kompetenzentwicklungsmodelle (Reiss & Winkelmann, 2009, S. 140). Erst eine empirisch abgesicherte Verbindung von Kompetenzstrukturmodellen gibt wichtige praktische Hinweise für Unterricht und Förderung. Uneinigkeit herrscht darüber, ob es notwendig und realisierbar ist, alle mathematischen Gebiete gleichermaßen in Kompetenzmodellen zu berücksichtigen: „Für die Grundschule gibt es insbesondere noch zu wenig empirische Evidenz, ob alle dort unterrichteten Bereiche der Mathematik gleichermaßen als prädiktiv für den weiteren Schulerfolg eingestuft werden können" (Reiss et al., 2007, S. 124).

2.5 Entwicklung in der Sekundarstufe I

Anders als in anderen Ländern findet die Transition in Deutschland nach Klasse 4 statt (Ausnahmen stellen mit einer sechsjährigen Grundschulzeit Berlin und Brandenburg dar). Dabei handelt es sich um eine sehr frühe Aufteilung der Schülerschaft auf unterschiedliche, sich anschließende Schulformen (Dumont, Maaz, Neumann & Becker, 2014, S. 172). Diese Transition stellt für Schülerinnen und Schüler eine große Herausforderung dar (Ufer, 2009, S. 87), „die vom Individuum einerseits als Verunsicherung oder Bedrohung andererseits aber auch als Chance gesehen werden [kann]" (Ditton & Krüsken, 2006, S. 348). Die Befundlage für die Kompetenzentwicklung im Transitionsprozess ist dabei uneinig: zum einen werden Leistungsrückgänge nach der Transition berichtet (Damme, Fraine, Landeghem, Opdenakker & Onghena, 2002). Gleichzeitig scheint der Zeitpunkt der Transition irrelevant für einen Leistungseinbruch zu sein: „Academic attainment in the first year at secondary school seems to be related to students' decreased interest in academic activities and an increase in non-academic activities in the middle years" (McGee, Ward, Gibbons & Harlow, 2003, S. 11).

Die Transition von der Primar- in die Sekundarstufe I rückt erst in jüngster Zeit in den Fokus erziehungswissenschaftlicher und mathematikdidaktischer Forschung. Noch mangelt es an Konzepten der methodischen Vernetzung; zugleich ist das jeweilige Wissen von Grundschullehrkräften und Lehrkräften weiterführender Schulen über Anforderungen und den Unterricht der jeweiligen anderen Institution für die Gestaltung der Transitionen als mangelhaft zu bezeichnen (Reiss, 2009a, S. 120; Ufer, 2009, S. 100).

Das längsschnittlich angelegte Projekt PALMA (Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik) liefert wertvolle Informationen zur Entwicklung mathematischer Kompetenzen in der Sekundarstufe I. Hier wurden Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 5 bis 10 an 42 Haupt- und Realschulen sowie Gymnasien (zu Messzeitpunkt 1) jährlich untersucht. Dabei wurden neben mathematischen Kompetenzen auch Informationen zu Schülermerkmalen, Unterricht, Kontextbedingungen und Emotionen erhoben. Zwei Kernergebnisse bezüglich der Entwicklung globaler Fähigkeitswerte sind folgende:

(1) In allen Schularten und zu allen gemessenen Phasen lässt sich eine positive Lernentwicklung feststellen; dabei gibt es unterschiedliche Anstiege, jedoch keine Phase mit Stagnation oder negativer Lernentwicklung. Insgesamt ergibt sich das Bild einer weitgehend parallelen Entwicklung.

(2) Erwartungsgemäß erzielen die Schülerinnen und Schüler am Gymnasium durchschnittlich höhere Leistungswerte als Schülerinnen und Schüler in Real- bzw. Hauptschulen. Die Daten zeigen ebenfalls, dass die Leistungsunterschiede zu allen Messzeitpunkten zwischen Gymnasium und Realschule geringer sind als zwischen Realschule und Hauptschule (vom Hofe et al., 2009, S. 136).

Weiterführende qualitative Untersuchungen legen nahe, dass fehlerhaft ausgebildete mathematische Grundvorstellungen zu Schwierigkeiten in weiterführenden Bereichen führen (vom Hofe et al., 2009, S. 141).

Die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen im Übergang von der Grundschule in weiterführende Schulen sind noch weitestgehend unerforscht (Krajewski & Ennemoser, 2010, S. 368; Moser Opitz, 2009, S. 33). „Vorhandene empirische Untersuchungen weisen darauf hin, dass die Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe I auf fehlende Basiskompetenzen zurückzuführen sind" (Ehlert et al., 2013, S. 239; siehe auch Moser Opitz, 2005, 2009). Wie bereits erwähnt (siehe Kapitel 2.3.2.2), wenden Krajewski und Ennemoser (2010, S. 359) die Kompetenzebenen früher mathematischer Entwicklung auch auf den Sekundarstufenbereich an, da eine jeweilige Kompetenzebene nicht als einmal erworben angesehen wird, sondern damit einhergehende konzeptuelle Einsichten in erweiterten Zahlenräumen angewendet werden. Es konnte gezeigt werden, dass sich Mengen-Zahlen-Kompetenzen auch innerhalb der Sekundarstufe I weiterentwickeln (siehe Abbildung 2.7; hierzu siehe auch Galton und Kollegen, 2002). Dabei zeigen sich im Sinne eines Matthäus-Effekts nennenswerte Unterschiede im konzeptuellen Verständnis der Zahlen zwischen den verschiedenen Schularten Gymnasium, Real- und Hauptschule (Ennemoser et al., 2011, S. 237).

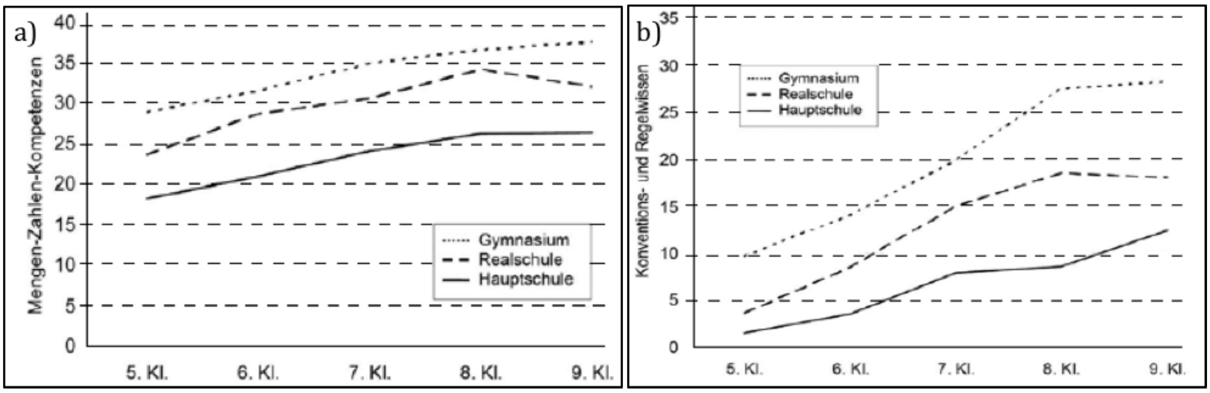


Abbildung 2.7: Die Entwicklung von (a) Mengen-Zahlen-Kompetenzen (b) und Konventions- und Regelwissen differenziert nach Schulform (Ennemoser et al., 2011, S. 237)

Die Studie von Ehlert, Fritz, Arndt und Leutner (2013) untersucht die mathematischen Basiskompetenzen bei Schülerinnen und Schülern der fünften bis siebten Jahrgangsstufe in der Sekundarstufe I. Die Stichprobe der quasilängsschnittlichen Untersuchung speist sich aus 3 807 Schülerinnen und Schülern verschiedener Schulformen (Hauptschule, Gesamtschule, Realschule, Gymnasium). Die gestellten Aufgabenmengen entsprechen dabei alle dem Grundschulniveau und bedürfen lediglich des Kopfrechnens beziehungsweise geschickten Rechnens. Die Ergebnisse der Untersuchung sind alarmierend. Einerseits zeigen sich Unterschiede in der Kompetenzentwicklung zwischen den Schularten, wobei sich insbesondere die Gesamtschule als Sorgenkind präsentiert. Hinsichtlich der mathematischen Basiskompetenzen weisen die Ergebnisse auf massive Lücken innerhalb konzeptioneller Vorstellungen hin. Die Autorengruppe zieht daraus folgenden Schluss: „Nach Abschluss der 4. Klasse darf nicht vorausgesetzt werden, dass relevante mathematische Konzepte der Grundschule bei Schülerinnen und Schülern sicher vorliegen, so dass entsprechende Aufgaben dazu gelöst werden können“ (Ehlert et al., 2013, S. 260). Weiterhin dürfe nicht davon ausgegangen werden, dass der Mathematikunterricht der sich anschließenden Sekundarstufe auf Nacharbeitung dieser Konzepte fokussiert (Ehlert et al., 2013, S. 260).

Gebhardt, Oelkrug und Tretter (2013) untersuchen in ihrer Studie die Risikogruppe von Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf. Die Autorengruppe geht mit der Studie, die als explorativer Querschnitt der Jahrgangsstufen fünf bis neun angelegt ist, der Fragestellung nach, wie gut Mengen-Zahlen-Kompetenzen und das Konventions- und Regelwissen (Wissensstoff der Grundschule) bei Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf im Lernen ausgeprägt sind und wie sich diese Leistung in Bezug auf die verschiedenen Klassenstufen entwickelt. Hierfür nahmen 124 Schülerinnen und Schüler an einem Rechentest für die Grundschule teil (Eggenberger Rechentest 4 +; Schaupp, Lenart & Holzer, 2010). Insbesondere die Aufgaben zu den Grundrechenarten im Hunderterraum (Platzhalteraufgaben) bereiten den Schülerinnen und Schülern dabei große Schwierigkeiten (Gebhardt et al., 2013, S. 137). Eine besondere Schwierigkeit stellen dabei in der Addition und Subtraktion Aufgaben dar, welche mehrere Zehnerübergänge implizieren. Die Autoren schlussfolgern daraus, dass Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf im Bereich Lernen auch in der Sekundarstufe noch an der Festigung des Stellenwertsystems und Stellenübertragungen arbeiten (Gebhardt et al., 2013, S. 139). Weiterhin werden Aufgaben der Strichrechenarten wie auch bei Cawley und Kollegen (2001) verhältnismäßig häufiger richtig gelöst. Das ernüchternde Fazit der Studie lautet: „Etliche Schülerinnen und Schüler mit dem [sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf] Lernen verlassen das Förderzentrum, ohne dass sie die Kulturtechnik Mathematik auf dem Stand der Grundschule in ausreichendem Maße erlernt hätten“ (Gebhardt et al., 2013, S. 140).

Auch Mittelberg (2004) stößt in seiner Auseinandersetzung mit Hauptschulschülerinnen und -schülern der siebten und achten Jahrgangsstufe auf unzureichend ausgebildete Kompetenzen im Bereich vorangehender Inhalte der Grundschule sowie weiterführenden Schule, sodass wichtige Grundlagen, die einen kumulativen Lernprozess ermöglichen, schlichtweg fehlen.

Gaidoschik (2008, S. 292) wie auch Wartha (2009, S. 173 f.) fordern daher für die Unterrichtspraxis, dass sich

> Analysen von besonderen Schwierigkeiten in Mathematik [...] nicht auf die aktuellen Inhalte des Curriculums (beispielsweise Bruchrechnung) beschränken [dürfen]. Vielmehr muss im Curriculum so weit zurück geforscht werden [...], bis geklärt ist, wo die Probleme beginnen und an welche Grundlagen eine Förderung anknüpfen kann (Wartha, 2009, S. 173 f.).

KOMPETENZSTUFEN ARITHMETISCHEN BASISWISSENS FÜR DIE JAHRGANGSSTUFE 10 VON HUMBACH (2008)

Humbachs (2008) Kompetenzstufenmodell (siehe Tabelle 2.1) basiert auf Kompetenzstufen für Klasse 10, die aufeinander aufbauen und auf vier Stufen basieren. Der Begriff *Basiskompetenzen* meint hier das Verständnis des dekadischen Stellenwertsystems, Addition und Subtraktion im Sinne des Teil-Ganzes-Konzepts und des Vergleichens, Multiplikation und Division (Teil-Ganzes-Konzept, Größenverhältnisse, Grundvorstellungen), vorteilhafte Rechenstrategien sowie einfache rechnerische und begriffliche Modellierungsaufgaben (Humbach, 2008, S. 73). Ihre Analyseergebnisse basierend auf einer Stichprobe mit 458 Schülerinnen und Schülern von Haupt-, Gesamt-, Realschulen und Gymnasien zeigen, dass sich der überwiegende Teil der Haupt- und Gesamtschülerinnen und -schüler auf dem Niveau der Kompetenzstufen I und II bewegen. Dabei zeigt sich, dass, bei Hinzuziehen eines standardisierten Rechentests (hier RT 9+; Bremm & Kühn, 1992) als Außenkriterium, Schülerinnen und Schüler der Kompetenzstufen I und II den weiterführenden mathematischen Schulstoff nur begrenzt bearbeiten können. Das Erreichen der höheren Kompetenzstufe IV führt hingegen auch zu höheren Leistungen im weiterführenden mathematischen Schulstoff.

Tabelle 2.1: Kompetenzstufen arithmetischen Basiswissens für die Jahrgangsstufe 10 von Humbach (2008, S. 171)

Kompetenzstufe IV	Auf diesem Niveau verfügen die Schülerinnen und Schüler nun über ein sicheres konzeptuelles Verständnis des Stellenwertsystems und der Grundrechenarten.
Kompetenzstufe III	Die Anforderungen der Aufgaben zeichnen sich nun dadurch aus, dass für ihre Lösung ein konzeptuelles Verständnis der Grundrechenarten im Sinne des Teil-Ganzes-Konzepts erforderlich ist. Die Modellierungskompetenzen steigen dahingehend, dass nun mehrschrittige Textaufgaben gelöst werden können, die zum Teil anspruchsvolle Berechnungen erfordern.
Kompetenzstufe II	Auch auf dieser Stufe geht es hauptsächlich um prozedurale Kompetenzen. Die Schülerinnen und Schüler verfügen nun jedoch über ein sicheres Verständnis des Stellenwertsystems und sind in der Lage, Modellierungsaufgaben zu lösen, die mehrere Rechenschritte erfordern. Zudem verfügen sie über bessere Rechenfertigkeiten, sodass sie mit bis zu fünfstelligen Zahlen rechnen können. Auch Divisionsaufgaben mit Zahlen, deren letzte Stellen mit 0 besetzt sind, gelingen.
Kompetenzstufe I	Auf Kompetenzstufe I verfügen die Schülerinnen und Schüler überwiegend über prozedurale arithmetische Basiskompetenzen. Sie lösen technische Aufgaben zum Verständnis des Stellenwertsystems, Platzhalteraufgaben zur Addition, Subtraktion und Multiplikation, die durch die Anwendung einer Oberflächenregel gelöst werden können und Modellierungsaufgaben, die lediglich einen Rechenschritt erfordern. Die dabei erforderlichen Rechenfertigkeiten gehen nur selten über den Zahlenraum 1 000 hinaus. Bei zifferngetrennter Betrachtung besteht auch die Möglichkeit, zählend vorzugehen.

Gleichzeitig gilt es aber zu beachten, dass gut ausgebildete arithmetische Basiskompetenzen zwar eine notwendige, aber noch keine hinreichende Bedingung auf dem Weg zu tragfähigen weiterführenden schulmathematischen Kenntnissen darstellen (Humbach, 2009, S. 65). So berichtet Humbach auch von Schülerinnen und Schülern, die zwar gute Ergebnisse im Test zur Erfassung arithmetischen Basiswissens erzielten, aber zugleich eher wenige Punkte im RT 9+. „Das heißt, dass diese Jugendlichen überdurchschnittlich viele Aufgabe [*sic!*] aus dem Arithmetik-Test lösten, das Niveau aber bei Themen der Sekundarstufe I nicht halten konnten" (Humbach, 2009, S. 65).

2.6 Ausblick in die berufliche Bildung

Notwendig für die Vermittlung in eine berufliche Ausbildung in Anschluss an die Schule ist das Vorhandensein der Ausbildungsreife, welche Aspekte der Bildungs- und Arbeitsfähigkeit berücksichtigt. Unter anderem werden hier schulische Basiskenntnisse angeführt, worunter auch mathematische Basiskompetenzen fallen (Bundesagentur für Arbeit, 2009, S. 17).

Die mathematischen Basiskompetenzen werden über die Indikatoren Zahlen, Messen, Raum und Form sowie Daten operationalisiert, wobei der hier interessierende Bereich *Zahlen* dargestellt wird:

Tabelle 2.2: Ausschnitt mathematischer Basiskompetenzen im Kriterienkatalog zur Ausbildungsreife (Bundesagentur für Arbeit, 2009, S. 27 f.)

	MATHEMATISCHE BASISKENNTNISSE
Beschreibung	Die Jugendlichen sind in der Lage, grundlegende mathematische Basiskenntnisse und Fertigkeiten anzuwenden und zutreffende Lösungen zu entwickeln.
Indikator	Kriterien
Zahlen	• Sie / er kann Rechengesetze (Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren) anwenden. • Sie / er beherrscht Prozent- und Bruchrechnung. • Sie / er führt einfache Berechnungen (z. B. Kleines Einmaleins) und Überschlagsrechnungen im Kopf durch. • Sie / er kann einfache Textaufgaben lösen. • Sie / er beherrscht die Dreisatzrechnung.

Angesichts der vorgestellten Ergebnisse ist es zweifelhaft, ob Schülerinnen und Schüler mit Beendigung der Schule diese Kriterien erfüllen und somit hinsichtlich der Ausbildungsreife den mathematischen Ansprüchen genügen.

ULME I (Untersuchung von Leistungen, Motivation und Einstellungen) betrachtet im Sinne einer Vollerhebung die Entwicklung aller 15.900 Schülerinnen und Schüler im ersten Ausbildungsjahr (Schuljahr 2002 / 2003) des beruflichen Bildungswesens Hamburgs. Die heterogene Schülerschaft von Absolventen von Gymnasien, Real- und Hauptschulen verteilen sich auf die drei Schulformen beruflicher Bildung (1) Berufsfachschule teilqualifizierend, *BFStq*, (2) Berufsfachschule vollqualifizierend, *BFSvq*, und (3) Berufsschule, *BS* (Lehmann, Ivanov, Hunger & Gänsfuß, 2005, S. 17).

Von besonderem Interesse ist hier die Gruppe BFStq, die sich mehrheitlich aus Absolventinnen und Absolventen von Hauptschulen ($N = 2983$) zusammensetzt. Von diesen zeigen etwa 20 % nicht das an Hamburger Hauptschulen zu Beginn der Klasse 7 durchschnittliche Leistungsniveau im Fach Mathematik. Die Hälfte der Schülerinnen und Schüler präsentierten Leistungen im durchschnittlichen Fähigkeitsniveau zu Beginn der neunten Klasse (Lehmann, Seeber & Hunger, 2006, S. 63). Besorgniserregend zeichnet sich ab, dass 18.5 % der Studienteilnehmerinnen und -teilnehmer Mathematikleistungen zeigen, „die unter dem allgemeinen Durchschnitt am Ende der Grundschule liegen" (Lehmann et al., 2005, S. 39). Schülerinnen und Schüler der Gruppe BFStq zeigen in der Folgeuntersuchung ULME II (Lehmann et al., 2006, S. 63) in den Abschlussklassen mit 40 % ein Leistungsniveau, welches dem durchschnittlichen Leistungsniveau von Schülerinnen und Schülern zu Beginn der siebten Klassenstufe an Realschulen entspricht.

Nicht erfasst werden in diesen Studien (ULME I, II) Schülerinnen und Schüler, welche ohne einen Schulabschluss die Schule verlassen.

2.7 Praktische Konsequenzen der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen für Schule und Unterricht zu Beginn der Sekundarstufe I

Nachfolgend werden aus den Erkenntnissen zur Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen Schlussfolgerungen für die Schule und den Mathematikunterricht gezogen. Hierfür wird die Funktion und die Beschaffenheit von Kerncurricula und Bildungsstandards vorgestellt.

Die Kerncurricula wie auch die Bildungsstandards dienen im Sinne einer Output-Orientierung der Qualitätssicherung und der Qualitätsentwicklung von Unterricht. Dabei stellt das (niedersächsische) Kerncurriculum eine Konkretisierung der Bildungsstandards dar, welche als bundesweit einheitliche und vergleichbare Grundlage fachspezifischer Anforderungen von der Kultusministerkonferenz verabschiedet wurden (Niedersächsisches Kultusministerium, 2012, S. 5).

BILDUNGSSTANDARDS

Die bundeseinheitlichen Bildungsstandards wurden als Reaktion auf PISA 2000 eingeführt und bauen im Fach Mathematik auf der Taxonomie von Lernzielen von Bloom auf (Köller & Baumert, 2012, S. 646; Reiss & Hammer, 2013, S. 84). Kompetenzen „werden [hier] als Fähigkeiten und Fertigkeiten betrachtet, die sich in konkreten Anforderungssituationen als Können manifestieren" (Pant et al., 2012, S. 49). Es liegt eine Darstellung mathematischer Kompetenz vor, welche fachliche Leistungen im Fach Mathematik anhand prozeduraler und inhaltlicher Facetten darstellt. Dabei sind diese Strukturen mathematischer Kompetenzen altersunabhängig (Köller & Baumert, 2012, S. 646; siehe Abbildung 2.8). Während prozessbezogene Kompetenzen auf kognitive Operationen abzielen, beziehen sich die inhaltlichen Kompetenzen im Sinne von Leitideen auf mathematische Phänomene (Köller, 2010, S. 79).

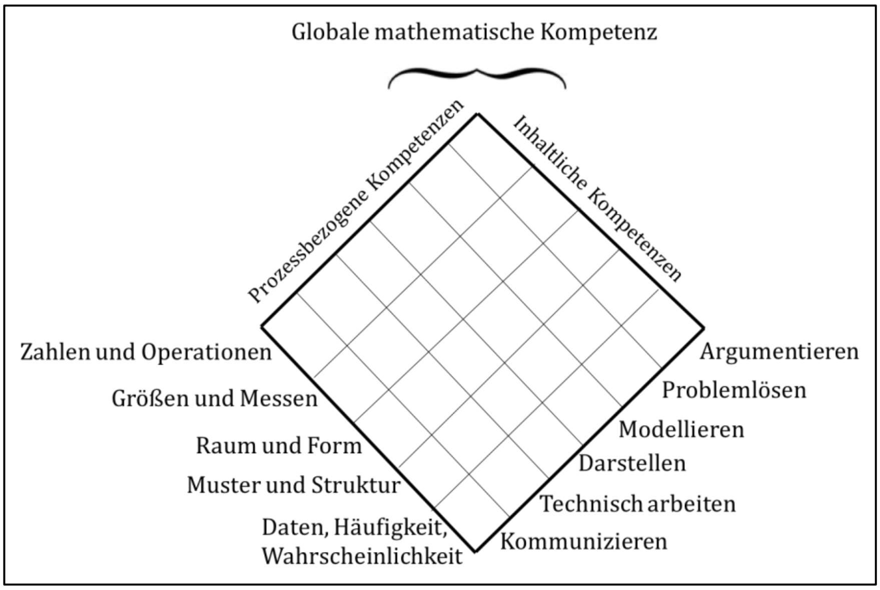


Abbildung 2.8: „Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik in der Grundschule" (Köller, 2010, S. 79)

Entwicklungsorientierte Modelle verfolgen das Ziel, individuelle Entwicklungsverläufe des Kompetenzaufbaus über eine bestimmte Zeit abzubilden. Dem gegenüber hat die Überprüfung des Erreichens von Bildungsstandards im Ländervergleich zum Ziel, „zu einem bestimmten Zeitpunkt des Bildungsverlaufs [...] bilanzierende Aussagen über das Spektrum und die Verteilung von Kompetenzen im Bildungssystem [zu] treffen" (Pant et al., 2012, S. 50). Bildungsstandards bilden normativ gesetzte Kompetenzerwartungen ab (Pant et al., 2012, S. 54). Zu unterscheiden ist hier zwischen den Bildungsstandards, wie die Kultusministerkonferenz (KMK) sie definiert, und denen des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB):

- IQB: Formulierung von Mindest- bis Optimalstandards
- KMK: Formulierung von Regelstandards

Mindeststandards zeigen in ihrer Definition vom IQB Parallelen zu Auffassungen von Moser Opitz (2005, S. 124), die den Basisstoff des mathematischen Grundschulunterrichts als elementar für das Weiterlernen in der Sekundarstufe I beschreibt. Ihrer Ansicht nach zählen zum Basisstoff des mathematischen Grundschulunterrichts neben arithmetischen Kenntnissen Zählkompetenzen, mathematisches Modellieren sowie Strategieeinsatz (Moser Opitz, 2005, S. 146). Die Definition des IQB (Pant et al., 2012, S. 54) lautet dabei folgendermaßen:

> Mindeststandards beziehen sich auf ein definiertes Minimum an Kompetenzen, das alle Schülerinnen und Schüler bis zu einem bestimmten Bildungsabschnitt erreicht haben sollten. Diese unterschreiten die in den Publikationen der KMK festgelegten Kompetenzerwartungen der Regelstandards. Sie beschreiben jedoch ein Bildungsminimum am Ende der Primarstufe, von dem angenommen werden kann, dass sich Schülerinnen und Schüler, die diesem Niveau zuzuordnen sind, bei entsprechender Unterstützung erfolgreich in die Sekundarstufe I integrieren werden.

Stanat und Kollegen (2012, S. 73) weisen darauf hin, dass es sich bei den Kompetenzen dieses Niveaus nur um rudimentäre Kompetenzen handelt, wobei die Ziele des Mathematikunterrichts der Grundschule noch verfehlt werden. „Ein Unterschreiten des definierten Minimalniveaus am Ende des für die Überprüfung anvisierten Zeitpunktes würde mit erheblichen Schwierigkeiten dieser Schülerinnen und Schüler beim Übergang ins Berufsleben einhergehen" (Kultusministerkonferenz, 2005a, S. 9). Diese Auffassung lässt einen Rückbezug auf Kapitel 2.1 und hier auf die Definition mathematischer Basiskompetenzen von Drüke-Noe und Kollegen (2011, S. 8) zu: Mathematische Basiskompetenz wird durch die Autoren als ein Mindestmaß dauerhaft verfügbarer mathematischer Kompetenz definiert, das Schülerinnen und Schüler aller Bildungsgänge mit Ende der allgemeinen Schulpflicht erreichen sollen. Sie benennen ihre Relevanz für die Bewältigung von Alltagssituationen, aber auch die Teilnahme als mündige Bürgerinnen und Bürger in verschiedenen Lebenskontexten, wie der beruflichen Integration. Für die Jahrgangsstufe 5 verweist Reiss mit Rückbezug auf ihr Model (siehe
Abbildung 2.6) darauf, dass die „Kompetenzen am Ende der vierten Klasse als Mindeststandards anzusehen [sind], da sie notwendige Voraussetzungen für den Unterricht in der fünften Klasse darstellen" (Reiss, 2009b, S. 196).

Regelstandards hingegen werden in den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz wie folgt operationalisiert:

> Regelstandards beschreiben Kompetenzen, die im ‚Durchschnitt', ‚in der Regel' von den Schülerinnen und Schülern einer Jahrgangsstufe erreicht werden sollen. Am Ende der Schullaufbahn würden Regelstandards entsprechend das Ausmaß an Kompetenz und Wissen kennzeichnen, über das z. B. ein durchschnittlicher Zehntklässler verfügen sollte (Kultusministerkonferenz, 2005a, S. 9).

Diese Definition beinhaltet Schwierigkeiten für die konkrete praktische Umsetzung. Eine Orientierung am mittleren Leistungsniveau versäumt eine Qualitätssicherung im Bildungssystem (Klieme et al., 2007, S. 27 f.): Es besteht das Risiko, dass leistungsschwache Schülerinnen und Schüler, welche nach Auffassung der Mindeststandards nicht über ein definiertes notwendiges Minimum an Kompetenz verfügen, nicht erkannt und somit zurückgelassen werden. Weiterhin birgt laut Klieme und Kollegen (2007) die Formulierung von ausschließlich Regelstandards die Gefahr, dass die Definition eine normative Sichtweise impliziert. Diese suggeriert die Erwartung einer Normalverteilung, „bei der es im Vergleich zum Regelfall immer Gewinner und Verlierer gibt" (Klieme et al., 2007, S. 28).

Gemäß den Bildungsstandards für das Fach Mathematik der Kultusministerkonferenz sollten Schülerinnen und Schüler folgende Regelstandards am Ende der Klasse 4 für die Leitidee *Zahlen und Operationen* (entspricht der hier gewählten Arbeitsdefinition mathematischer Basiskompetenz, siehe Kasten 2.1, S. 9) erreichen (Kultusministerkonferenz, 2005b, S. 9):

Tabelle 2.3: Regelstandards Ende Klasse 4 – Leitidee Zahlen und Operationen

Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen	• den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen, • Zahlen bis 1 000 000 auf verschiedene Weise darstellen und zueinander in Beziehung setzen, • sich im Zahlenraum bis 1 000 000 orientieren (z. B. Zahlen der Größe nach ordnen, runden).
Rechenoperationen verstehen und beherrschen	• die vier Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen, • die Grundaufgaben des Kopfrechnens (Einspluseins, Einmaleins, Zahlzerlegungen) gedächtnismäßig beherrschen, deren Umkehrungen sicher ableiten und diese Grundkenntnisse auf analoge Aufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen, • mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien verstehen und bei geeigneten Aufgaben anwenden, • verschiedene Rechenwege vergleichen und bewerten; Rechenfehler finden, erklären und korrigieren, • Rechengesetze erkennen, erklären und benutzen, schriftliche Verfahren der Addition, Subtraktion und Multiplikation verstehen, geläufig ausführen und bei geeigneten Aufgaben anwenden, • Lösungen durch Überschlagsrechnungen und durch Anwenden der Umkehroperation kontrollieren.
In Kontexten rechen	• Sachaufgaben lösen und dabei die Beziehungen zwischen der Sache und den einzelnen Lösungsschritten beschreiben, • das Ergebnis auf Plausibilität prüfen, • bei Sachaufgaben entscheiden, ob eine Überschlagsrechnung ausreicht oder ein genaues Ergebnis nötig ist, • Sachaufgaben systematisch variieren, • einfache kombinatorische Aufgaben (z. B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen.

Angesichts der oben dargestellten Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen (siehe Kapitel 2.3 bis 2.5) sind für die Bildungsstandards folgende Schlussfolgerungen zu ziehen:

- Bereits zu Schuleintritt zeigen Schülerinnen und Schüler heterogene Lernausgangslagen in den mathematischen Basiskompetenzen (Aunola et al., 2004; Hasemann & Gasteiger, 2014). Damit Kinder nicht zu diesem frühen (und auch zu keinem späteren) Zeitpunkt den Anschluss verpassen, bedarf es einer Definition von Mindeststandards, die es Lehrkräften erlauben, etwaige ‚Risikokinder' zu identifizieren und anknüpfend an ihren Entwicklungsstand zu fördern (Klieme et al., 2007, S. 27 f.).
- Die hier gewählte Arbeitsdefinition mathematischer Basiskompetenzen für die Sekundarstufe I beschreibt mathematische Basiskompetenzen als dauerhaft verfügbare, notwendige Voraussetzungen für einen kumulativen Lernprozess – hier die Beherrschung der Grundrechenarten (siehe Kasten 2.1, S. 9). Nach Auffassung der IQB entsprechen sie den Mindeststandards (siehe Pant et al., 2012, S. 54). Studienergebnisse von Ehlert und Kollegen (2013), Gebhardt und Kollegen (2013) und Mittelberg (2004) zeigen, dass ein Teil der Schülerinnen und Schüler Mindeststandards mathematischer Basiskompetenz nicht erreichen.

(NIEDERSÄCHSISCHES) KERNCURRICULUM

Kerncurricula konkretisieren die Ziele und Vorgaben der Bildungsstandards (Niedersächsisches Kultusministerium, 2006, S. 5). Sie haben den Zweck, einen gemeinsam geteilten Bestand von Wissen festzulegen, welchen Schülerinnen und Schüler in Anforderungssituationen anwenden. „Dabei ist zu beachten, dass Wissen ‚träges', an spezifische Lernkontexte gebundenes Wissen bleibt, wenn es nicht aktuell und in verschiedenen Kontexten genutzt werden kann" (Niedersächsisches Kultusministerium, 2012, S. 5). Daher kommt der Anwendung dieses Wissens auf neue Kontexte und der Verankerung neuen Wissens in bereits vorhandenes Vorwissen sowie der eigenen Lernaktivität im Kompetenzerwerb eine entscheidende Rolle zu (Niedersächsisches Kultusministerium, 2012, S. 6). Dieser kumulative Kompetenzaufbau erfordert, dass einmal erworbene Kompetenzen dauerhaft verfügbar gehalten werden müssen, damit neue Wissensinhalte integriert werden können. Auf unterrichtlicher Ebene bedeutet dieses, „dass Lerninhalte durch geeignete Wiederholungen und Übungen unter immer neuen Gesichtspunkten dargeboten werden und früher erworbene Fähigkeiten und Fertigkeiten im Zusammenhang mit neuen Inhalten effizient wiederholt und vertieft werden" (Niedersächsisches Kultusministerium, 2012, S. 12). Dieser didaktischen Notwendigkeit wird durch die drei Prinzipien (1) *Reproduzieren*, (2) *Zusammenhänge* und (3) *Verallgemeinern und Reflektieren* entsprochen. Während das reine *Reproduzieren* die Wiedergabe und direkte Anwendung grundlegender Begriffe, Sätze und Verfahren meint und somit eher als hierarchieniedrig zu bezeichnen ist, erfordert beispielsweise (2) *Zusammenhänge* die Integration neuen Wissens in bereits vorhandenes, indem ein bekannter Sachverhalt behandelt wird und „Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben werden" (Niedersächsisches Kultusministerium, 2012, S. 12). Schülerinnen und Schüler sind zwar bereits in der Grundschule mit Variablen und Gleichungen in Kontakt gekommen, indem sie Platzhalteraufgaben bearbeitet haben, dieser Themenbereich wird aber erst in Klasse 7 und 8 an Niedersächsischen Integrierten Gesamtschulen dezidiert behandelt und als Lernbereich aufgegriffen (Niedersächsisches Kultusministerium, 2012, S. 44).

Fasst man den zentralen Stoff der Grundschulmathematik als wichtige, zu bewältigende Hürde für ein Weiterlernen in der Sekundarstufe (vgl. Moser Opitz, 2005, S. 124), gilt es, die zu erwartenden Kompetenzen am Ende der vierten Jahrgangsstufe zu betrachten. Die formulierten zu erwartenden Kompetenzen führen relevante Basiskompetenzen an, welche für ein Weiterlernen notwendig sind. Dabei kann als gesichert angenommen werden, dass das sichere und automatisierte Beherrschen zentraler Lerninhalte eine Entlastung kognitiver Kapazitäten darstellt, um somit mit Rückbezug auf das dritte Prinzip *Verallgemeinern und Reflektieren* komplexe Gegebenheiten bearbeiten zu können (Niedersächsisches Kultusministerium, 2012, S. 12). Sind diese zu erwartenden Kompetenzen nicht mit ausreichender Sicherheit erworben worden, können sich Probleme in der Grundschulmathematik in der weiterführenden Schule noch weiter verschärfen (Bos et al., 2007, S. 46; Moser Opitz, 2005, S. 114; Padberg, 2005, S. 1; Pixner & Kaufmann, 2011, S. 201 f.).

Mit Verlassen der Grundschule formuliert die Kultusministerkonferenz (2005b, S. 9) normativ für den Kompetenzbereich der Zahlen und Operationen, der in der vorliegenden Arbeit von besonderem Interesse ist, dass Schülerinnen und Schüler die schriftliche Addition mit mehreren Summanden, die schriftliche Subtraktion mit einem Subtrahenden und die schriftliche Multiplikation mit mehrstelligen Faktoren sicher beherrschen. Während bei den bisher genannten Verfahren also schriftliche Verfahren vorausgesetzt werden, gilt für die schriftliche Division, dass diese halbschriftlich gelöst wird. Weiterhin erfährt das überschlagende Rechnen, das Größenvorstellungen von Zahlen stützt und eine besondere Notwendigkeit im Alltag hat, eine besondere Bedeutung.

Weder das Niedersächsische Kerncurriculum noch die Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz formulieren explizit die Lerninhalte der Grundschule als Lerninhalt der Sekundarstufe I. Es ist von einem kumulativen Lernprozess die Rede, welcher bereits erworbenes Wissen im Sinne eines Spiralcurriculums (Benz, Peter-Koop & Grüßing, 2015, S. 37) neu kontextualisiert und somit der Übung und Wiederholung dient (Niedersächsisches Kultusministerium, 2013a). Allerdings wird mit diesem Vorgehen missachtet, dass es Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe I gibt, welche mit Verlassen der Grundschule eben nicht über die zentralen Lerninhalte der Grundschulmathematik verfügen (Ehlert et al., 2013; Gebhardt et al., 2013; Moser Opitz, 2005). Hier bedarf es nicht nur einer Wiederholung sondern eines Nachlernens am zentralen Stoff der Grundschule (Gaidoschik, 2008; Wartha, 2009). Dieses zeigt Folgen bis hinein in die berufliche Bildung (Lehmann et al., 2005). Eine Orientierung an sogenannten Regelstandards über durchschnittliche Erwartungen verfehlt dabei diese Risikogruppe.

2.8 Zusammenfassung

Der Kompetenzbegriff ist insbesondere durch die PISA-Untersuchungen in den öffentlichen Fokus geraten. Hier dominiert vor allem die Vorstellung von Weinert (2001c), der unter *Kompetenzen* kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten subsummiert, die im Individuum verfügbar beziehungsweise von ihm erlernbar sind und sich im Lösen von bestimmten Problemen zeigen. Der Begriff mathematischer Basiskompetenzen – insbesondere in jüngerer Zeit in das Forschungsinteresse gerückt – wird in der Forschungsgemeinschaft vielschichtig gefasst und eine einheitliche Definition steht aus. Die Diskussionen um den Kompetenzbegriff durch PISA betonen die hohe Alltagsrelevanz einer jeweils zu betrachtenden Domäne. Dabei wird dieser Alltagsbezug auch in anderen Auffassungen mathematischer Basiskompetenzen aufgegriffen, herrscht doch Einigkeit darüber, dass mathematische Basiskompetenzen im Sinne kumulativen Lernens anknüpfendes Lernen ermöglichen. So fassen Drüke-Noe und Kollegen (2011, S. 8) mathematische Basiskompetenzen als solche, die die Bewältigung von Alltagssituationen und die Teilhabe am gesellschaftlichen wie auch kulturellen Leben ermöglichen, was auch die berufliche Teilhabe impliziert. Zunehmend fokussiert die Forschung auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen und stellt dabei die besondere Bedeutung früher mathematischer Kompetenzen im Sinne von Vorläuferkompetenzen und Vorwissen heraus (beispielsweise Krajewski & Ennemoser, 2010; Krajewski, Renner, Nieding & Schneider, 2008; Krajewski & Schneider, 2006; Mähler et al., 2015). Diese Bedeutung kann nicht nur für den vorschulischen, sondern auch den schulischen Bereich und die berufliche Bildung gezeigt werden. Während die Kompetenzentwicklung im vorschulischen Bereich als ungelenkt zu bezeichnen ist, handelt es sich bei der gezielten Unterweisung im unterrichtlichen Kontext um den gelenkten Erwerb mathematischer Kompetenzen. Es zeigt sich, dass der Eintritt in die Schule nicht die Stunde Null des mathematischen Kompetenzerwerbs ist, sondern Schülerinnen und Schüler sich zum Zeitpunkt der Einschulung durch eine große Leistungsheterogenität bezüglich mathematischen Vorwissens auszeichnen (Aunola et al., 2004; Deutscher, 2012; Deutscher & Selter, 2013; Grüßing, 2002; Hasemann & Gasteiger, 2014; Schmidt & Weiser, 1982; Selter, 1995).

Studien, welche diese Transition vom Elementar- in den Primarbereich betrachten, belegen, dass das Vorwissen maßgeblich die mathematische Kompetenzentwicklung in der Institution Schule beeinflusst (Krajewski, 2008a; Weißhaupt et al., 2006). Die Forschung der letzten Jahre hat Entwicklungsmodelle hervorgebracht, welche diesen frühen vorschulischen Kompetenzerwerb und Entwicklungsverläufe abbilden (Fritz & Ricken, 2008; Krajewski & Schneider, 2006). Entwicklungsmodelle liefern dabei wichtige Anhaltspunkte zur Einschätzung von gezeigten Leistungen. Hier eröffnen sich also weitere Anknüpfungspunkte für Unterricht und Förderung (Grube, 2006). Allerdings zeigt sich ein Forschungsdefizit hinsichtlich der Verfügbarkeit ebensolcher entwicklungsorientierter Modelle für den schulischen Bereich, insbesondere für die Sekundarstufe I. Für den schulischen Bereich sind im Zuge großer Bildungsstudien vor allem Bildungsstandards entwickelt worden (Reiss, 2004; Reiss et al., 2012; Reiss & Winkelmann, 2008, 2009). Diese können bilanzierende Aussagen darüber treffen, wie sich das Spektrum und die

Verteilung von Kompetenzen innerhalb eines Bildungssystems zu einem bestimmten Zeitpunkt des Bildungsverlaufs verhalten (Pant et al., 2012, S. 50); Entwicklungen vermögen sie allerdings nicht aufzuzeigen. Zentrales Ergebnis zahlreicher Studien ist vor allem der Anteil von Schülerinnen und Schülern, die nicht über ein gesichertes Wissen der Grundschulmathematik verfügen, welche im Sinne mathematischer Basiskompetenzen als notwendige Voraussetzung für ein kumulatives Lernen und somit für das Lernen in der Sekundarstufe I verstanden wird (vom Hofe et al., 2009). Gleichzeitig stimmt für Unterricht und Förderung optimistisch, dass sich die mathematischen Basiskompetenzen über die Schuljahre hinweg auch in der Sekundarstufe I weiterentwickeln (Ehlert et al., 2013; Ennemoser et al., 2011; Gebhardt et al., 2013; Krajewski & Ennemoser, 2010).

Ergebnisse, welche auf massive Wissenslücken hinsichtlich der Grundschulmathematik verweisen, brechen mit der Annahme, dass die zentralen Inhalte der Grundschulmathematik mit Eintritt in die Sekundarstufe I als gegeben vorausgesetzt werden dürfen. Vielmehr zeigen Studien für Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I Wissenslücken im Bereich mathematischer Basiskompetenzen auf (Ehlert et al., 2013; Gebhardt et al., 2013; Humbach, 2008; Mittelberg, 2004). Es ergibt sich also eine Forschungsnotwendigkeit bezüglich der Abbildung von Entwicklungsverläufen für die mathematischen Basiskompetenzen über die Transition in die Sekundarstufe I hinaus. Der Annahme, dass mit Verlassen der Grundschule die Lerninhalte ebendieser als erworben verstanden werden dürfen, kommt es zu schulden, dass eine weitere unterrichtliche Thematisierung mathematischen Basiskompetenzen in der Sekundarstufe I auch nicht innerhalb des Niedersächsischen Kerncurriculums oder den Bildungsstandards explizit vorgesehen ist. Zwar wird von einem kumulativen Kompetenzaufbau gesprochen, welcher voraussetzt, dass eine Wiederholung und Übung bereits bekannter Lerninhalte unter immer neuen Gesichtspunkten stattfinden soll, um somit früher erworbene Fähigkeiten und Fertigkeiten im neuen Kontext zu wiederholen und zu vertiefen (Niedersächsisches Kultusministerium, 2012, S. 12). Allerdings zeigen die Studienergebnisse von beispielsweise Ehlert und Kollegen (2013), dass diese grundlegenden Konzepte der Grundschulmathematik im Vorfeld nicht zu Genüge erworben und gesichert werden konnten, sodass keine Reproduktion ebendieser und keine Zusammenhänge zwischen neuem und altem Lerninhalt hergestellt werden können. Auch wenn man einen Blick in die berufliche Bildung wirft, zeigt sich, dass es eine Risikogruppe gibt, welche mangels tragfähiger, basaler Konzepte nicht den Kriterien der Ausbildungsreife entsprechen und somit von einem erhöhten Risiko betroffen sind, an der beruflichen Integration zu scheitern (Lehmann et al., 2005, 2006). Kritisch zu betrachten ist ausgehend von diesem Sachverhalt, dass die Bildungsstandards, wie sie von der Kultusministerkonferenz benannt werden, keine *Mindeststandards*, sondern ausschließlich *Regelstandards* berücksichtigen, während das Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen eine Berücksichtigung Mindeststandards empfiehlt. Mindeststandards „beschreiben [...] ein Bildungsminimum am Ende der Primarstufe, von dem angenommen werden kann, dass sich Schülerinnen und Schüler, die diesem Niveau zuzuordnen sind, bei entsprechender Unterstützung erfolgreich in die Sekundarstufe I integrieren werden“ (Pant et al., 2012, S. 54). Mit der Orientierung an durchschnittlichen Erwartungen können diese nicht von allen Lernenden erreicht werden und etwaige Schülerinnen und Schüler mit Unterstützungsbedarf, die möglicherweise sogar die Mindeststandards verfehlen, nicht identifiziert werden (Zeitler, Köller & Tesch, 2010, S. 25).

Nichtsdestotrotz gelten mathematische Basiskompetenzen zwar als notwendige, aber nicht als hinreichende Bedingung für ein erfolgreiches, mathematisches Lernen in der Sekundarstufe I. Vielmehr ist im Sinne des Kompetenzbegriffs mathematisches Lernen im Kontext weiterer Faktoren zu betrachten.

3 Schwierigkeiten in der Entwicklung und im Erwerb mathematischer Kompetenzen

Kapitel 3 setzt sich mit Schwierigkeiten in den mathematischen Kompetenzen auseinander. Das Kapitel widmet zunächst einer begrifflichen Auseinandersetzung (Kapitel 3.1). Kapitel 3.2 präsentiert mögliche Kennzeichen für Schwierigkeiten im Rechnen. Kapitel 3.3 thematisiert den Aspekt der Epidemiologie.

3.1 Zu den Begrifflichkeiten

Die deutsche Sprache kennt für den englischen Begriff ‚dyscalculia' verschiedene Übersetzungen wie ‚Rechenschwäche', ‚Rechenstörung' und ‚Dyskalkulie', die häufig synonym verwendet werden (Chinn & Ashcroft, 2007, S. 5; Kuhn, Raddatz, Holling & Dobel, 2013, S. 229; Landerl & Kaufmann, 2008, S. 94; siehe auch Moser Opitz & Ramseier, 2012; Pixner & Kaufmann, 2011, S. 199; Werner, 2009, S. 89). Eine wissenschaftliche Abgrenzung dieser Begriffe ist bislang nicht geklärt (Schipper, 2001, S. 4). Im Fokus der Forschung um Schwierigkeiten im Rechnen stehen vor allem Phänotypen (beispielsweise Geary, 1993; Mazzocco, 2001). Demzufolge werden verschiedene Ansätze zur Subgruppenbildung von Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwierigkeiten diskutiert (von Aster & Lorenz, 2013; beispielsweise Mazzocco & Myers, 2003), allerdings gibt es bisher noch keine Einigkeit über einen dieser Ansätze.

Fritz, Ricken und Schmidt (2003, S. 453) sprechen sich für einen terminologischen Wandel aus, „von der Dyskalkulie zu den Schwächen oder noch besser zu den Schwierigkeiten im Rechnenlernen". Gründe dafür werden in der nachfolgenden Darstellung angeführt.

3.1.1 Schwierigkeiten im absichtsvollen Lernen

Lernstörungen können nach Klauer und Lauth (1997) verschieden klassifiziert werden. Dabei wird auf zeitlicher und domänenspezifischer Ebene differenziert (siehe Tabelle 3.1). Bei den bereichsspezifischen und vorübergehenden Lernstörungen handelt es sich um generelle Lernrückstände in den Einzelfächern, ohne dass nähere Definitionskriterien erfüllt werden müssen. Diese Schwierigkeiten können sich beispielsweise in der Auseinandersetzung mit einem bestimmten Themengebiet im Fachkontext äußern (beispielsweise die Gedichtsanalyse im Fach Deutsch). Die isolierte Rechenschwäche ist ebenfalls als bereichsspezifisch zu kategorisieren. Hier ist allerdings von einer überdauernden Lernstörung die Rede. Allgemeine Schwierigkeiten betreffen alle schulischen Fächer, sind aber in ihrer zeitlichen Dimension als vorübergehend verortet. Dahingegen betrifft beispielsweise eine Lernbehinderung ebenfalls die generellen schulischen Anforderungen, sind aber im Gegensatz zu Schulschwierigkeiten von Dauer. Für die überdauernden Lernstörungen gilt, dass sie spezifischen Definitionskriterien unterliegen, die nachfolgend vorgestellt werden.

Tabelle 3.1: Arten von Lernstörungen (nach Klauer & Lauth, 1997)

	Bereichsspezifisch (partiell)	Allgemein (generell)
Vorübergehend (passager)	Lernrückstände in Einzelfächern	Schulschwierigkeiten Neurotische Störung
Überdauernd (persistierend)	Lese-Rechtschreibschwäche Rechenschwäche	Lernschwäche Lernbehinderung Lernbeeinträchtigung Geistige Behinderung

Klassifikationssysteme bedienen sich spezifischer Ein- und Ausgrenzungskriterien, um eine Lernstörung, -schwäche oder -behinderung zu bestimmen (Gold, 2015, S. 124). Sie liefern dabei nähere Auskunft über psychische Störungen. International anerkannt sind die Klassifikationssysteme „International Classification of Diseases" (*ICD*; Herausgeber: Weltgesundheitsorganisation) und „Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders" (*DSM*; Herausgeber: Amerikanische Psychiatrische Vereinigung).

Es ist prinzipiell zwischen den Bezeichnungen Lernschwäche und Lernstörung zu unterscheiden. Von einer Lernschwäche ist laut ICD–10 die Rede, wenn das einfache Diskrepanzkriterium gegeben ist (Lambert, 2015, S. 66). Dieses bedeutet, dass Kinder trotz unbeeinträchtigter Intelligenz Minderleistungen im Lesen, Rechtschreiben und beziehungsweise oder Rechnen aufweisen und somit die Lernleistung von der Norm abweicht. Das heißt, die Leistung im standardisierten Test zur Erfassung der Schulleistung bleibt mehr als 1.0 Standardabweichung unter dem Normmittelwert beziehungsweise der Prozentrang ist kleiner 16 (Fischbach et al., 2013, S. 65 f.). Bei einer Lernstörung wird nach Definition der Weltgesundheitsorganisation hingegen das doppelte Diskrepanzkriterium erfüllt. „Von einer Lernstörung wird gesprochen, wenn die Lernleistung nicht nur unter der Norm, sondern außerdem deutlich unter dem individuellen Intelligenzniveau liegt" (Fischbach et al., 2013, S. 66). Es muss eine zweifache Diskrepanz gegeben sein:

- Deutliche Diskrepanz im standardisierten Test zur Erfassung der Schulleistung im Vergleich zur Alters- und Klassennorm
- Deutliche Diskrepanz zwischen kognitiver Leistungsfähigkeit und den unterdurchschnittlichen Leistungen im standardisierten Test zur Erfassung der Schulleistung

Während eine bereichsspezifische Lernstörungen (beispielsweise Lese-Rechtschreibstörung: F81.0) durch die Weltgesundheitsorganisation eindeutig durch Minderleistungen innerhalb des jeweiligen Lernbereichs bei guter Lernfähigkeit in den übrigen Unterrichtsfächern und einer Intelligenz mittleren Niveaus definiert wird, handelt es sich bei der allgemeinen Lernschwäche beziehungsweise im ICD-10-Terminus bei der ‚kombinierten Schulleistungsstörung' (F81.3), Lernbehinderung (keine internationale, begriffliche Entsprechung, Begriff entstammt der deutschen Tradition) und der Lernschwäche bei Entwicklungsretardierung (F70) um Minderleistungen in den meisten schulischen und zum Teil auch außerschulischen Bereichen. Zusätzlich liegen bei einer Lernschwäche bei Entwicklungsretardierung die intellektuellen Fähigkeiten zwischen einem

Intelligenzquotienten von 50 und 70. Entscheidend ist jeweils, dass eine unangemessene Beschulung sowie neurologische, psychiatrische oder andere Krankheiten ausgeschlossen werden (Grünke & Grosche, 2014; Lauth, Brunstein et al., 2014; Weltgesundheitsorganisation, 2017).

3.1.2 Rechenstörung

ICD-10

Die Definition des doppelten Diskrepanzkriteriums mit uneinheitlich festgelegten Abständen zwischen der Minderleistung und der Intelligenz des Kindes (ICD–10: Differenz von mindestens 2.0 Standardabweichungen, Forschung: 1.0 bis 1.5 Standardabweichungen, deutsche Praxis: 1.2 Standardabweichungen) ist umstritten und wird in der Forschung angezweifelt (Fischbach et al., 2013, S. 66; Mazzocco & Thompson, 2005, S. 142). Das Klassifikationssystem ICD–10 der Weltgesundheitsorganisation sieht für Schwierigkeiten im Rechnen unter der Klassifizierung umschriebener Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten einerseits eine Verortung zu F81.2 vor, womit die isolierte Rechenstörung klassifiziert ist. Dieses bedeutet, dass sich die Rechenstörung ausschließlich auf den Erwerb mathematischer Inhalte bezieht (Weltgesundheitsorganisation, 2017). Andererseits ist auch eine Verortung in F81.3 möglich, nämlich die kombinierten Störungen schulischer Fertigkeiten bei gleichzeitig gestörtem Erwerb des Rechnens, Lesens und Schreibens (Nolte, 2009). Wird das doppelte Diskrepanzkriterium nicht erfüllt, gilt nicht die Definition der Lernstörung, sondern die Kinder werden als rechenschwach bezeichnet (Gold, 2015, S. 124). „Entsprechend kommt es vor, dass Kinder in ihren mathematischen Lernprozessen massiv gestört sind, dass aber trotzdem nicht von einer Rechenstörung gesprochen wird“ (Nolte, 2009, S. 215).

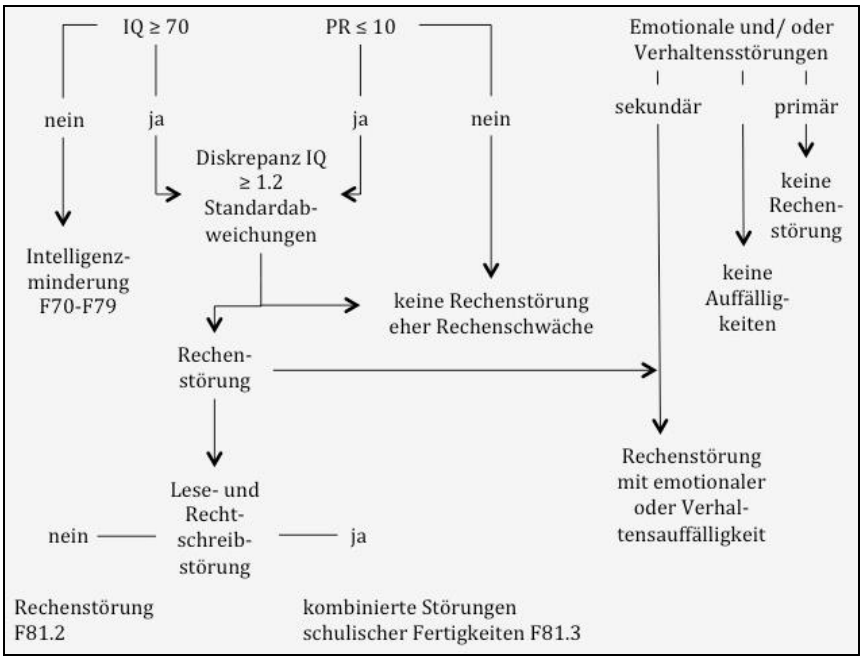


Abbildung 3.1: Diagnostik von Rechenstörung nach Jacobs und Petermann (2012, S. 96)

Abbildung 3.1 bildet als Flussdiagramm die Diagnostik von Rechenstörungen ab. In einem ersten Schritt werden im Sinne des doppelten Diskrepanzkriteriums die kognitive Leistungsfähigkeit sowie die Leistung im standardisierten Mathematiktest betrachtet. Zugleich wird das Vorhandensein von emotionalen Störungen und Verhaltensstörungen überprüft. Weiterhin werden die Lese- und Rechtschreibleistungen berücksichtigt, um zwischen Rechenstörungen und kombinierten Störungen schulischer Fertigkeiten zu unterscheiden.

DSM-V

Das Klassifikationssystem DSM–V klassifiziert Rechenschwierigkeiten unter spezifischen Lernstörungen, wenn

> Schwierigkeiten beim Verständnis von Zahlen, beim Einprägen arithmetischer Fakten oder beim Rechnen [vorliegen] (z. B. hat [die Schülerin, der Schüler] ein geringes Verständnis für Zahlen, deren Größe und deren Beziehungen zueinander; zählt bei einstelligen Additionsaufgaben das Ergebnis mit den Fingern ab, anstatt es – so wie Gleichaltrige – aus dem Gedächtnis abzurufen; verliert beim Rechnen den Faden und ändert die Rechenschritte) (Falkai et al., 2015, S. 45).

Wichtiges Kriterium ist dabei, dass die Schwierigkeit mehr als 6 Monate besteht und trotz gezielter Intervention weiterhin vorliegt (Falkai et al., 2015, S. 45). Seit Einführung der DSM–V nutzt diese den Begriff ‚Dyskalkulie', ein Begriff, welcher vornehmlich in der Neuropsychologie Verwendung findet (Jacobs & Petermann, 2012, S. 15). Hier wird anders als in der ICD–10 auf eine besondere Diskrepanz schulischer Minderleistungen zur Intelligenz verzichtet, „allerdings gilt eine intellektuelle Beeinträchtigung ($IQ < 70$) weiterhin als Ausschlusskriterium einer Störungsdiagnose" (Gold, 2015, S. 215).

3.1.3 Kritik an Definitionsansätzen: Hinwendung zu Rechenschwierigkeiten

Nolte (2009) betont, dass ungeachtet verschiedener Definitionsansätze eine Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Schwierigkeiten in den mathematischen Basiskompetenzen notwendig ist. In diesem Punkt pflichtet Stanovich (2005, S. 104) kritisch bei, dass auch für das Forschungsfeld der Lese-Rechtschreibschwäche keine Evidenz vorliegt, dass lese-rechtschreibschwache Kinder mit höherem Intelligenzquotienten einer anderen Förderung bedürfen als lese-rechtschreibschwache Kinder mit niedrigerem Intelligenzquotienten (Weber, Marx & Schneider, 2002). Vielmehr wird die Relevanz des Diskrepanzkriteriums hinsichtlich der Intelligenz für die Praxis diskutiert. „Es liegen keinerlei Hinweise vor, dass sich die Manifestation der Störung bei Kindern mit guter versus schwacher allgemeiner Intelligenz wesentlich unterscheidet" (Landerl & Kaufmann, 2008, S. 96). Weiterhin ist die Erhebung des Diskrepanzkriteriums angesichts verwendeter Testverfahren insofern problematisch, als dass nicht nur mathematische Kompetenzen mittels numerisch-mathematischer Anforderungen ermittelt werden, sondern auch für die breite Messung des Konstrukts der Intelligenz numerisch-mathematische Anforderungen gestellt werden. „Je höher diese Überlappung in den Aufgabentypen ausfällt, desto unwahrscheinlicher ist es, dass eine Diskrepanz zwischen Intelligenz und mathematischer Kompetenz festgestellt werden kann" (Ehlert, Schroeders & Fritz-Stratmann, 2012, S. 171; siehe auch Hasselhorn & Schuchardt, 2006, S. 213).

In einer Studie mit insgesamt 458 Kindern untersuchte die Forschergruppe um Ehlert, inwiefern sich rechenschwache Kinder, die das doppelte Diskrepanzkriterium erfüllen, von ebenfalls rechenschwachen Kindern ohne Einhaltung des doppelten Diskrepanzkriteriums in den Rechenleistungen unterscheiden (Ehlert et al., 2012, S. 169). Dabei konnte die Forschergruppe keine Unterschiede in den untersuchten Gruppen rechenschwacher Kinder ausmachen; vielmehr sind beide Gruppen rechenschwacher Kinder einem vergleichbaren mathematischen Entwicklungsniveau zuzuordnen (Ehlert et al., 2012, S. 178). Auch die Forschergruppe um Moser Opitz konnte in einer vergleichbaren Studie keine Unterschiede zwischen diesen Gruppen ausmachen (Moser Opitz, 2013, S. 277). Dennoch plädieren Moser Opitz und Kollegen dafür, den Faktor Intelligenz in Diagnoseprozessen nicht gänzlich zu vernachlässigen, „zumal noch wenig darüber bekannt ist, wie sich unterschiedliche kognitive Fähigkeiten auf die Leistungsfortschritte bei der Förderung auswirken“ (Moser Opitz & Ramseier, 2012, S. 112).

Ein wichtiges Argument gegen die Einhaltung strenger Diskrepanzkriterien und den damit einhergehenden zur Verfügung gestellten Ressourcen im Sinne des § 35a Kinder- und Jugendhilfe-Gesetz (KJHG2) wird aus dem Forschungsbereich des Response-to-Intervention-Ansatzes (RtI) angeführt. Während bisherige Diskrepanzkriterien ein Scheitern der Schülerin oder des Schülers voraussetzen, diesem Denken also im Sinne eines wait-to-Fail-Modells ein „Defektverständnis“ zugrunde liegt (Mahlau, Diehl, Voß & Hartke, 2011, S. 473; Moser Opitz, 2013, S. 26), fordert das Response-to-Intervention-Modell entgegen bisheriger Praxis eine rechtzeitig einsetzende Förderung – im Idealfall bevor sich Störungen manifestieren (Mahlau et al., 2011, S. 9).

Weiterhin führt Moser Opitz (2013, S. 27) an, dass die Diskrepanzdefinition keiner entwicklungsorientierten Sichtweise entspricht; sie versäumt es gänzlich, Hinweise auf Weiterentwicklung und Förderung zu liefern, und ist somit für den pädagogischen Alltag nicht brauchbar. Zwack-Stier und Börner (2003, S. 231) mahnen vielmehr das Konzept der Teilleistungsstörung an, wenn „bei auftretendem Schulschwierigkeiten das Problemkind von Lehrerseite aus schnell an (vermeintliche) Experten außerhalb der Schule [überwiesen wird]“. Dieses hat zur Folge, dass Schulversagen seitens der Lernenden und deren Eltern besser akzeptiert wird und Lehrkräfte in ihrer Verantwortung entlastet werden, Versagensursachen im eigenen mangelhaften beziehungsweise unpassenden Unterrichtsangebot zu suchen. Dabei muss jedoch laut ICD–10 eine ungeeignete Beschulung bei der Diagnose einer Rechenstörung im Vorfeld ausgeschlossen werden (Weltgesundheitsorganisation, 2017). Vielmehr ist es im Sinne eines Paradigmenwechsels erforderlich, Ursachen für Störungen nicht allein beim Kind zu suchen, sondern Umfeldvariablen als Bedingungsfaktoren mit in Betracht zu ziehen (Kretschmann, 2003, S. 179). Weiterhin ist am Konzept der Teilleistungsstörung zu kritisieren, dass eine Störung eben nur auf einen bestimmten „Teil“ referiert, wobei Uneinigkeit darüber herrscht, ob es sich dabei um eine „gestörte Kulturtechnik“ oder aber um teilweise gestörte Grundfunktionen (beispielsweise Motorik oder Wahrnehmung) und deren Integration handelt (Zwack-Stier & Börner, 2003, S. 220). Eine Rechenstörung erfordert per Definition laut ICD–10 eine Diskrepanz zwischen Rechen- und Lese-/ Rechtschreibleistung (Moser Opitz, 2013, S. 24). Weiter oben angeführte Positionen zum doppelten Diskrepanzkriterium legen Zweifel an diesem Kriterium nahe. Weiterhin ist aber auch die praktische wie auch wissenschaftliche Relevanz der Diskrepanz zur Lese-Rechtschreibleistung anzuzweifeln, da Ergebnisse von Prävalenzstudien nahelegen, dass „Schülerinnen und Schüler mit kombinierten Problemen in Lesen / Schreiben *und* Mathematik keine ‚Restkategorie' darstellen, sondern eine beachtliche Gruppe von Kindern mit einem bestimmten Leistungsprofil ausmachen (Moser Opitz, 2013, S. 24; Hervorhebungen im Original; für eine weitere Vertiefung der Aspekte Prävalenz und Zusammenhang von schriftsprachlichen Leistungen und Mathematikleistungen siehe Kapitel 3.3 Epidemiologie).

Resümierend ist festzuhalten, dass aus praktischer Perspektive die Begriffe ‚Dyskalkulie' oder ‚Rechenstörung' ungeeignet erscheinen (Fritz et al., 2003; für eine weitere Ausführung der Terminologie siehe auch Lorenz & Radatz, 1993, S. 17). Fritz und Ricken (2008, S. 14) fordern daher, dass Fragen nach der Klassifikation von Rechenstörungen überwunden werden, und schlagen als pädagogisch tragfähige Begrifflichkeit *Rechenschwierigkeiten* vor. Kriterien, wie die ICD-10 sie vorgeben, bergen die Gefahr, dass Schülerinnen und Schüler übersehen werden. Fragen nach einer Klassifikation sollten demnach durch Fragen mit praktischer Relevanz ersetzt werden: „[Hat] ein Kind Schwierigkeiten beim Rechenlernen und damit einen Bedarf an individueller Unterstützung und Förderung" (Fritz & Ricken, 2008, S. 14; Fritz, Ricken & Schmidt, 2009)?

3.2 Kennzeichnen von Schwierigkeiten im Rechnen

Schwierigkeiten im Rechnen sind vielfältig und haben ihre Wurzeln oftmals zu früheren Zeitpunkten (siehe beispielsweise Krajewski, 2008a). Während für den Bereich der Lese-Rechtschreibschwäche ein Kerndefizit bezüglich phonologischer Dekodierfähigkeiten ausgemacht werden konnte, fehlt die Kenntnis eines eindeutigen Kerndefizits im Bereich der Rechenschwäche (Mazzocco & Thompson, 2005, S. 142).

Geary (1994), Lambert (2015), Busch, Oranu, Schmidt und Grube (2013), Lorenz (2014), Moser Opitz (2005), Fritz und Ricken (Fritz & Ricken, 2008) sowie Jacobs und Petermann (2012) identifizieren folgende Kennzeichen von Kindern mit Schwierigkeiten im Rechnen:

- Fehlendes Mengen- und Größenverständnis
- Fehlender Aufbau des Zahlensystems und der Dezimalstruktur
- Unzureichende Einsichten in das Zahlensystem
- Sinnentleerte Zahlen und Rechenoperationen
- Schwierigkeiten beim Wechsel zwischen Darstellungsformen
- Fehlende Vernetzung zwischen verschiedenen Erfahrungsbereichen
- Zählende Rechenstrategien
- Unzureichendes basales Faktenwissen

Exemplarisch wird nachfolgend die Bedeutung zählenden Rechnens als Ursache für Schwierigkeiten näher betrachtet.

Schülerinnen und Schüler wählen zwischen einer Vielzahl mathematischer Strategien, die als mehr oder weniger effizient zu bezeichnen sind. Für das Lösen einfacher Rechenoperationen differenziert Gray (1991) zwischen drei Strategien: (1) Zählstrategien, (2) Faktenwissen, (3) heuristische beziehungsweise operative Strategien. Die Nutzung heuristischer und operativer Strategien erfordert, dass eine Struktur in der Zahlwortreihe vorliegt: Kinder müssen sogenannte Stützpunktzahlen wie 5 und 10 fest im Denken verankert haben. Dem Anfangsunterricht kommt die zentrale Aufgabe zu, der Kenntnis über die Zahlwortreihe eine große Bedeutung beizumessen, um das zählende Rechnen zu überwinden (Radatz, Schipper, Ebeling & Dröge, 2010, S. 55). Tabelle 3.2 zeigt eine Auswahl von Strategien zur Bearbeitung von einfachen Additionsaufgaben nach Geary (2003, S. 202), welche durch problematische Aspekte wie Fehleranfälligkeit und Effizienz sowie Ansätze von Gray (1991) und Radatz und Kollegen (2010) in eigener Darstellung erweitert wurden.

Kinder verwenden eine jeweilige Strategie in Abhängigkeit von der Größe der Zahlen und der Vertrautheit mit einer Sachsituation. Der schulische Mathematikunterricht zielt darauf ab, Kinder zum Auswendigwissen und dem Nutzen heuristischer Strategien anzuleiten, ohne dass jedoch ein explizites Verbot der Zählstrategien ausgesprochen wird (Radatz et al., 2010, S. 83). Dabei liegt der Vorteil heuristischer Strategien beziehungsweise des Faktenwissens darin, dass zentral-exekutive Ressourcen entlastet werden (Grube, 2006, S. 161). Insbesondere lernschwache Schülerinnen und Schüler zeigen hinsichtlich der Nutzung von Strategien Schwächen (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005, S. 13; Mackowiak, Lauth, Spieß & Huber, 2008, S. 202). Während sich Kinder ohne Rechenschwierigkeiten in der Regel ab Mitte der Grundschuljahre nicht mehr zählender Strategien bedienen, liefern Kinder mit Rechenschwierigkeiten ein anderes Bild (Grube, 2006, S. 165 f.). „Sie verfügen kaum über wirksame Strategien, wissen wenig über deren Anwendungsbedingungen, überwachen ihr Lernen kaum und bemerken daher nicht, wenn sie Fehler machen oder sich beim Lernen ‚auf dem Holzweg' befinden" (Lauth, Brunstein et al., 2014, S. 25 f.).

Kennzeichnend für schwache Rechnerinnen und Rechner ist, dass sie als zählende Rechner in Zahlen beziehungsweise deren Repräsentanten als Arbeitsmittel oder Rechenoperationen keine Struktur erkennen; vielmehr wird jede Aufgabe als neues Zählproblem betrachtet (Lorenz, 2014, S. 45 f.). Zählende Strategien sind als fehleranfällig und aufwendig zu bezeichnen, stellen sie doch spätestens in höheren Zahlenräumen oder bei der Bearbeitung schriftlicher Aufgaben, welche Zwischenergebnisse erfordern, eine zeitaufwendige Fehlerquelle dar (Padberg & Benz, 2011, S. 97). Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten im Rechnen bedienen sich vor allem Fingerzählmethoden, da sie über keinen sicheren Faktenabruf aus dem Langzeitgedächtnis verfügen. Diese Annahmen können durch die Arbeitsgruppe von Hanich und den Kollegen Jordan, Kaplan und Dick (2001, S. 624) durch eine Studie mit 210 Zweitklässlern bekräftigt werden.

Tabelle 3.2: Ausgewählte Strategien zur Bearbeitung von Additionsaufgaben nach Geary (2003, S. 202), Gray (1991), Raddatz und Kollegen (2010, S. 83) und ihre Bewertung hinsichtlich Fehleranfälligkeit und Effizienz [in eigener Erweiterung; Übersetzung durch die Verfasserin]

Strategie		Beschreibung	Beispiel	Fehleranfälligkeit und Effizienz
Zählstrategien	Fingerzählen: alles zählen	Eine Anzahl von Fingern, die den ersten und zweiten Addenden repräsentieren, wird gezeigt und von 1 an beginnend gezählt	Um 2 + 3 zu lösen, werden zwei Finger einer Hand gezeigt und drei Finger der anderen Hand. Alle gezeigten Finger werden beginnend bei 1 gezählt.	• Hohe Fehleranfälligkeit • Hoher Zeitaufwand • Höhere Belastung des Arbeitsgedächtnisses • Insbesondere in hohen Zahlenräumen ineffektiv
	Fingerzählen: weiterzählen	Eine Anzahl von Fingern, die den ersten und zweiten Addenden repräsentieren, wird gezeigt und beginnend von der größeren Zahl an weitergezählt	Um 2 + 3 zu lösen, werden zwei Finger einer Hand gezeigt und drei Finger der anderen Hand. Das Zählen startet bei „3" und wird mit „vier, fünf" fortgesetzt	• Hohe Fehleranfälligkeit • Hoher Zeitaufwand • Höhere Belastung des Arbeitsgedächtnisses • Insbesondere in hohen Zahlenräumen ineffektiv
	Mündliches Zählen: alles zählen	So wie oben, das Zählen erfolgt ohne den Gebrauch der Finger	Um 2 + 3 zu lösen, zählt das Kind implizit oder explizit „eins, zwei, drei, vier, fünf"	• Hohe Fehleranfälligkeit • Hoher Zeitaufwand • Höhere Belastung des Arbeitsgedächtnisses • Insbesondere in hohen Zahlenräumen ineffektiv
Faktenwissen	Abruf	Direkter Abruf mathematischen Faktenwissens aus dem Langzeitgedächtnis; Ziel des ersten Schuljahrs ist der auswendige Abruf des kleinen Einspluseins und Einsminuseins im Zahlenraum bis 20	Das Kind gibt eine rasche Antwort ohne Anzeichen des Zählens, typische Erklärung: „Ich habe es einfach gewusst."	• Geringere Aufmerksamkeit und Verarbeitungskapazität notwendig → Entlastung des Arbeitsgedächtnisses • Weniger fehleranfällig • Geringe Bearbeitungszeit • Transfer in höhere Zahlenräume
Heuristische beziehungsweise operative Strategien	Zerlegungsstrategie	Abruf von Teilergebnissen und Weiterzählen basierend auf Verdoppeln und Halbieren, Zerlegen und Zusammensetzen und gleich- und gegensinniges Verändern	Um 2 + 3 zu lösen, ruft das Kind zunächst die Lösung der Aufgabe 2 + 2 aus dem Langzeitgedächtnis ab und zählt von dort weiter bis 5	• Geringere Aufmerksamkeit und Verarbeitungskapazität notwendig → Entlastung des Arbeitsgedächtnisses • Weniger fehleranfällig • Geringe Bearbeitungszeit • Transfer in höhere Zahlenräume • Ökonomische Nutzung benachbarter Aufgaben

Im Vergleich von 45 Schülerinnen und Schülern der vierten Klassenstufe mit beziehungsweise ohne Lernschwäche konnte Erenberg (1995) Unterschiede in der Strategienutzung hinsichtlich des Lösens einfacher Multiplikationsaufgaben nachweisen. Bei weniger als 10 % der Aufgaben griffen Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten auf automatisierte Strategien zurück. Stattdessen rieten diese Schülerinnen und Schüler, was in der Folge zu Fehlern führte, oder nutzten das Fingerzählen oder die wiederholte Addition (Erenberg, 1995, S. 11).

Schuchardt (2008, S. 20; Schuchardt & Mähler, 2010, S. 218) schlussfolgert, dass durch Zählstrategien ein unvollständiges und unsystematisches Wissen resultiert, wodurch der automatische Faktenabruf verhindert wird und jeweilige Ergebnisse über die fehleranfälligen Zählstrategien immer wieder neu ermittelt werden. Durch diese ineffektiven Strategien werden mehr Arbeitsgedächtniskapazitäten beansprucht als mittels Faktenabruf aus dem Langzeitgedächtnis (Grube, 2006; siehe in Kapitel 4.1.2.1: Cognitive Load Theorie). Moser Opitz und Ramseier (2012) plädieren daher dafür, Strategieverwendung als ein Diagnosekriterium für Rechenschwäche zu berücksichtigen.

Dennoch soll an dieser Stelle nicht der Eindruck entstehen, Zählprozeduren seien ausschließlich negativ konnotiert. Das flüssige und genaue Zählen bildet die Grundlage für einen sicheren Faktenabruf. So arbeitet auch das Entwicklungsmodell von Krajewski (2006) die Bedeutung von Zählprozeduren heraus (siehe Kapitel 2.3.2.2): „Fluent and accurate counting is demanded to form associations in long-term memory between the problem presented and the answer and in helping to shift from counting-based strategies to fact retrieval, which is the fastest calculation strategy" (Koponen, Aunola, Ahonen & Nurmi, 2007, S. 222).

3.3 Epidemiologie

Im Zentrum des Forschungsfeldes der Epidemiologie steht die Verteilung von Krankheiten, Vorstufen und Folgen innerhalb einer Population wie auch Faktoren mit Einflussnahme auf die Verteilung (Kreienbrock, Pigeot & Ahrens, 2012, S. 1). Unter diesem Gesichtspunkt werden nachfolgend Prävalenzraten, Persistenz, Komorbiditätsraten sowie mögliche Ursachen von Rechenstörungen dargelegt.

3.3.1 Prävalenz

PISA ermittelte 2012 einen Anteil von 18 % der 15-jährigen Schülerinnen und Schülern, die Rechen*schwierigkeiten* haben (Bloem, 2012, S. 2). Während in der Vergangenheit für Rechenstörungen (doppeltes Diskrepanzkriterium) angenommen wurde, dass es sich um eine eher seltene Störung handelt, „die wohl nur 1 % der Population betreffen würde" (Landerl & Kaufmann, 2008, S. 98), legen neuere Befunde nahe, dass von ähnlich hohen Vorkommenshäufigkeiten wie bei der Lese-Rechtschreibstörung ausgegangen werden darf, wobei Mädchen gleichermaßen wie Jungen betroffen sind (Landerl & Kaufmann, 2008, S. 98). Hasselhorn und Schuchardt (2006, S. 212) analysierten epidemiologische Studien zur Prävalenz und Stabilität sowohl zum Vorkommen von Lese-Rechtschreibstörungen wie auch zu Rechen- und Mathematikstörungen. Unter Einbezug von Studien aus den Jahren 1974 bis 2005 konnten sie Prävalenzraten von 3.6 % bis 6.5 % identifizieren.

Schwierigkeiten hinsichtlich der Schwankungen von Prävalenzraten ergeben sich aus den verschiedenen Definitionen von Rechenschwierigkeiten, unterschiedlich verwendeten cut-off-Kriterien und verschiedenen zugrunde gelegten Diagnosekriterien (Desoete, Roeyers & De Clercq, 2004, S. 57; Hasselhorn & Schuchardt, 2006, S. 214; Mazzocco & Myers, 2003, S. 221 f.). „Obwohl in den letzten 15 Jahren in unterschiedlichen Ländern epidemiologische Studien zur Prävalenz von Dyskalkulie vorgelegt wurden, berücksichtigen die wenigsten von ihnen das [...] harte Doppelkriterium (Minderleistung und Diskrepanz zur Intelligenz)“ (Hasselhorn & Schuchardt, 2006, S. 212).

Weiterhin nehmen eingesetzte Testverfahren Einfluss auf die Bestimmung von Prävalenzraten. Dabei gilt es am schulischen Curriculum ausgerichtete Testverfahren von denjenigen zu unterscheiden, die einer neuropsychologischen Ausrichtung folgen. Von Aster und Kollegen (2007, S. 86 f.) sowie Hasselhorn und Schuchardt (2006, S. 208) führen als ein weiteres Indiz für divergierende Prävalenzraten unterschiedliche Stichprobenzusammensetzungen nach Größe, Altersrange und Repräsentativität an.

3.3.2 Persistenz

Der Begriff Persistenz umschreibt in Abgrenzung zu passageren Lernstörungen die zeitliche Stabilität, mit der ein Merkmal bei einem Individuum auftritt (Lauth, Brunstein et al., 2014, S. 18). Für den Bereich der Rechenschwierigkeiten liegen bisher wenige Erkenntnisse über deren Stabilität vor (Schuchardt, 2008, S. 20). Während für die ersten beiden Schuljahre Rechenschwierigkeiten verhältnismäßig weniger stabil erscheinen (Geary, Hamson & Hoard, 2000, S. 236), ändert sich dieses mit fortschreitender Schulzeit (Ise & Schulte-Körne, 2013, S. 275). In ihrer Studie untersuchten Geary, Hamson und Hoard (2000) unter anderem auch die Gruppe von Schülerinnen und Schülern, die in der ersten Klasse noch unterdurchschnittliche Ergebnisse im Lesen und Rechnen erzielten, während sie mit ihren Testergebnissen ein Schuljahr später im Durchschnitt lagen; dabei konnte ein Drittel der in der ersten Klasse als rechenschwach identifizierten Schülerinnen und Schüler in der zweiten Klasse unauffällige Testergebnisse erzielen (Geary et al., 2000, S. 245). Gründe dafür liegen laut der Autoren eher in emotionalen Schwierigkeiten, als dass es sich wie bei Kindern mit Lernbehinderung um kognitive Defizite handele (Geary et al., 2000, S. 256).

Hingegen scheint die Stabilität von Rechenschwierigkeiten zum Ende der Grundschulzeit verhältnismäßig anzusteigen. In ihrer Studie benennen Mazzocco und Myers einen Anteil von 63 % der zu Beginn rechenschwachen Schülerinnen und Schüler, die mindestens zwei Jahre bei Einhalten des strengen doppelten Diskrepanzkriteriums den Kriterien für eine Rechenstörung entsprechen (Mazzocco & Myers, 2003, S. 242). Die Forschergruppe um Shalev, Manor, Auerbach und Gross-Tsur (1998, S. 358) fand in ihrer über drei Jahre laufenden Follow-up-Studie heraus, dass 95 % der in der fünften Klasse als rechenschwach identifizierten Kinder auch in der achten Klasse noch zum untersten Quartil ihrer Schulklasse gehörten; 47 % der rechenschwachen Schülerinnen und Schüler gehörten in der achten Klasse zu den schwächsten 5 %. Demzufolge handelt es sich bei Rechenschwäche um eine überdauernde Störung. Dabei liefern Studien von Kohli und Kollegen (2015) sowie Shin und Kollegen (2013) Hinweise darauf, dass sich die Schülerinnen und Schüler nicht nur auf niedrigerem Niveau entwickeln, sondern zusätzlich auch eine geringere Leistungssteigerung zeigen.

3.3.3 Komorbidität

In den seltensten Fällen tritt eine Rechenschwäche isoliert auf, sondern meist in Kombination mit einer Lese-Rechtschreibschwäche oder mit einer Aufmerksamkeits-Defizit-Hyperaktivitätsstörung. Beide Störungsbilder werden im Zusammenhang mit Rechenstörungen nachfolgend näher vorgestellt.

DEFIZITE IM RECHNEN UND IM SCHRIFTSPRACHLICHEN BEREICH

Ein zentrales Problem epidemiologischer Studien ist, dass diese nicht immer alle drei Lernbereiche (Lesen, Schreiben, Rechnen) unter Anwendung des doppelten Diskrepanzkriteriums berücksichtigen, sondern häufig nur Rechen- und Lesekompetenzen mit verschieden definierten cut-off-Werten erfasst werden (Fischbach et al., 2013, S. 67, 71). Aus diesen Ungenauigkeiten zugrunde gelegter Kriterien wie auch verwendeter Testverfahren ergeben sich ähnlich wie bei den Prävalenzraten Schwankungen in den Komorbiditätsraten. Folglich sind Aussagen über diese nur bedingt möglich (Landerl & Moll, 2010, S. 287).

Rechenstörungen treten seltener isoliert als in Kombination mit einer Lese-Rechtschreibstörung auf (von Aster et al., 2007; Dirks, Spyer, van Lieshout & de Sonneville, 2008; Hasselhorn & Schuchardt, 2006, S. 213). Malmer (2000, S. 223) kritisiert, dass der Zusammenhang zwischen mathematischen und schriftsprachlichen Kompetenzen lange Zeit übersehen wurde, obwohl offensichtlich gleiche kognitive Prädiktoren sowie ein häufiges gemeinsames Auftreten beider Störungsbilder vorliegen (Dirks et al., 2008, S. 460). Prävalenzstudien legen nahe, dass ein gemeinsames Auftreten von Defiziten im Lesen und Rechnen häufiger ist, als dass man noch von einem Zufall sprechen könne. „Demnach weisen 17 – 70 % aller Personen mit einem Rechendefizit zusätzlich ein Lesedefizit auf und 11 – 56 % aller Personen mit einem Lesedefizit zeigen auch Rechenschwierigkeiten“ (Moll & Landerl, 2011, S. 53).

Geary begründet den Zusammenhang von Rechen- und Lese-Rechtschreibstörungen mit Schwierigkeiten des Abrufs sowohl verbalen wie auch arithmetischen Faktenwissens aus dem Langzeitgedächtnis wie auch mit der schwachen phonetischen Repräsentation von Wörtern und Zahlen (Geary et al., 2000, S. 240; Geary & Hoard, 2001, S. 644).

In ihrer Studie berichten Lewis und Kollegen (1994), dass 64 % der identifizierten Kinder mit einer Rechenstörung auch deutliche Minderleistungen im Lesen zeigen (Landerl & Kaufmann, 2008, S. 98). Ähnliche Ergebnisse erzielen von Aster und Kollegen (2007, S. 94): „Der Anteil von Kindern mit umschriebenen Rechenstörungen [ist] mit knapp einem Drittel deutlich geringer [...] als jener der Kinder mit kombinierten Rechen- und Lese-Rechtschreibstörungen.“

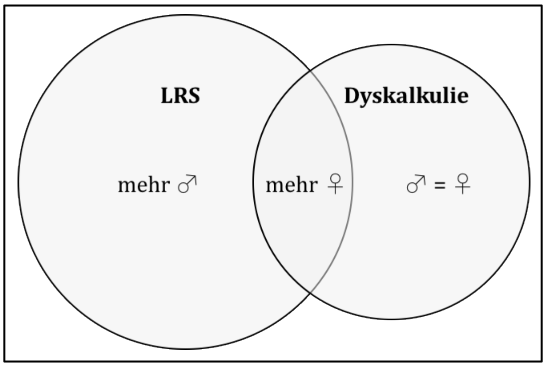


Abbildung 3.2: Geschlechterverhältnis LRS und Dyskalkulie (nach Hasselhorn & Schuchardt, 2006, S. 213)

Während bezüglich der kombinierten Lernschwächen ein Überhang bei den Mädchen zu beobachten ist, gilt laut Fischbach und Kollegen (2013, S. 72) für den Bereich kombinierter Lernstörungen, dass Mädchen wie Jungen die Diagnosekriterien gleichermaßen erfüllen. Dem gegenüber schlussfolgern Hasselhorn und Schuchardt (2006, S. 213) aus einer Studie von Lewis und Kollegen (1994) mit über 1 000 untersuchten Fünftklässlern, dass Mädchen ein 1.3-fach höheres Risiko für das komorbide Auftreten einer Rechen- und Lese-Rechtschreibstörung tragen (siehe Abbildung 3.2).

Landerl und Moll (2010) erfassen in ihrer Untersuchung alle drei Domänen: Rechnen, Lesen und Schreiben. Die Autoren werten die Ergebnisse einmal bezüglich einer Gruppe von Kindern aus, die in zwei der aufgeführten Domänen unter dem cut-off-Wert bleiben, sowie einer Gruppe, in welcher sich die Kinder in allen drei Bereichen unterhalb des cut-off-Wertes befinden. Hier zeigen sich nur bei Kindern mit Defiziten im Rechnen und Lesen geschlechtsbedingte Unterschiede, wohingegen das Geschlechterverhältnis für die anderen Kategorien als ausbalanciert zu erachten ist (Landerl & Moll, 2010, S. 291). Von Aster und Kollegen konnten in ihrer zweijährigen Studie für Kinder mit kombinierten Schwächen gegenüber Kindern mit isolierter Rechenschwäche signifikante Schwächen im phonologischen und visuellen Arbeitsgedächtnis sowie im kognitiven Bereich nachweisen (von Aster et al., 2007, S. 94). Die Forschergruppe nimmt für Kinder mit umschriebener Rechenstörung an, dass eine primäre Störung in der Anlage spezifisch-numerischer Kernkompetenzen vorliegt, wohingegen Kinder mit kombinierten Schwierigkeiten im Rechnen und Lese-Rechtschreiben Defizite in domänenübergreifenden Funktionen wie der Aufmerksamkeit und dem Arbeitsgedächtnis aufweisen (von Aster et al., 2007, S. 95).

AUFMERKSAMKEITSDEFIZITE

Ein wichtiger Aspekt für Mathematikleistungen und Schulleistung im Allgemeinen sind neben Arbeitsgedächtnisfunktionen, Vorwissen, metakognitiven Fähigkeiten, motivationalen Aspekten und Selbstkonzepten sowie dem Einsatz von Lernstrategien Aufmerksamkeitsfunktionen (Lauth, Hammes-Schmitz & Lebens, 2014, S. 351; Mazzocco & Myers, 2003, S. 247). Während kognitive Basiskompetenzen im Zusammenhang mit Teilleistungsstörungen vermehrt an Aufmerksamkeit gewinnen, berücksichtigen epidemiologische Studien seltener psychische Verhaltensauffälligkeiten, wobei die Forschungslage in Bezug auf Rechenstörungen als unzureichend zu bezeichnen ist (Endlich, Dummert, Schneider & Schwenck, 2014, S. 62). Sowohl im schriftsprachlichen wie auch im arithmetischen Bereich weisen Kinder mit Aufmerksamkeitsdefiziten typischerweise Schwierigkeiten auf (Shalev et al., 1998, S. 361). Jedoch ist nicht hinreichend geklärt, ob es sich dabei um eine Folgeerscheinung handelt oder andere Gründe für eine Komorbidität vorliegen (Landerl & Moll, 2010, S. 289). Von Aster und Kollegen (2007) stellen in ihrer

Untersuchung die Bedeutung der Beachtung von Aufmerksamkeitsdefiziten (auch im subklinischen Bereich und nicht an der Schwelle zu einer Aufmerksamkeits-Defizit-Hyperaktivitätsstörungsdiagnose) heraus, da einer schulischen Rechenstörung vorschulische Wissens- und Fertigkeitsdefizite vorausgehen. Untersuchungen der Forschergruppe um Shalev (2001, S. 61) berichten auf Grundlage einer Elternbefragung von signifikant häufigeren Aufmerksamkeitsdefiziten bei Schülerinnen und Schülern mit Rechenstörung gegenüber derjenigen Schülergruppe mit unauffälligen Leistungen im Rechnen. Gross-Tsur und Kollegen (1996, S. 29) konnten in einer groß angelegten Studie mit über 3 000 Kindern ausmachen, dass 26 % der als rechenschwach diagnostizierten Kinder zusätzlich die Kriterien einer ADHS-Diagnose erfüllen.

3.3.4 Ursachen

Traditionelle Überlegungen zur Erklärung von Rechenstörungen gehen von Schwierigkeiten in der Aneignungsstruktur mathematischer Inhalte seitens des Kindes aus (Werner, 2009, S. 99). Jüngere Ansätze öffnen diese Perspektive hin zur Analyse situativer Bedingungen (Fritz & Ricken, 2008, S. 15). Als Kernproblematik gilt eine verzögerte Entwicklung rechenrelevanter Lernvoraussetzungengesehen (Fritz & Ricken, 2008, S. 15). Jacobs und Petermann (2007, S. 16) unterscheiden hinsichtlich möglicher Ursachen für eine Rechenstörung zwischen primären und sekundären Faktoren:

PRIMÄRE FAKTOREN

- Beschulungsfaktoren
- Neuropsychologische Faktoren
- Genetische Disposition und / oder Hirnreifungsstörung

SEKUNDÄRE FAKTOREN

- Lehrer-Kind-Interaktion
- Eltern-Kind-Interaktion
- Erfahrungen mit Gleichaltrigen
- Psychische Störungen des Kindes

Dabei stehen die angeführten Faktoren multikausal zueinander. Ausgehend von Dispositionen in den primären Faktoren und deren Wechselwirkung wird das Störungsbild durch sekundäre Faktoren beeinflusst. Für die Bedeutung ausgewählter primärer und sekundärer Faktoren (im weiteren Verlauf interne beziehungsweise externe Faktoren genannt) für das mathematische Lernen siehe Kapitel 4.

3.4 Zusammenfassung

Im deutschen Sprachraum werden verschiedene Begrifflichkeiten für Schwierigkeiten im Rechnen genutzt. Im Bereich der internationalen Klassifikationssysteme werden die Begriffe Rechenstörung (ICD–10) beziehungsweise Dyskalkulie (DSM–V) verwendet. Im Bereich der Diagnostik einer Rechenstörung wird vom doppelten Diskrepanzkriterium gesprochen, welches allerdings inzwischen angezweifelt wird. Forschungen und auch die neue Auflage des DSM (DSM–V) distanzieren sich von diesem harten doppelten Diskrepanzkriterium (Ehlert et al., 2012; Hasselhorn & Schuchardt, 2006, S. 213; Moser Opitz, 2013; Moser Opitz & Ramseier, 2012).

Schwierigkeiten von Schülerinnen und Schülern sind beispielsweise am zählenden Rechnen erkennbar (Busch et al., 2013; Jacobs & Petermann, 2012; Lambert, 2015; Lorenz, 2014; Moser Opitz, 2005). Gründe hierfür liegen unter anderem in einem unsicheren Aufbau des Zahlenraums und im nicht automatisierten Faktenabruf.

Aufgrund unterschiedlicher Diskrepanzkriterien, die Untersuchungen zugrunde gelegt werden, sowie Messinstrumenten, die nicht das Gleiche messen, ergeben sich unterschiedliche Prävalenzraten für Rechenschwierigkeiten. Während ältere Studien davon ausgingen, dass 1 % der Bevölkerung von einer Rechenstörung betroffen sind, legen jüngere Studien nahe, dass 3.6 bis 6.5 % den Diagnosekriterien entsprechen (Hasselhorn & Schuchardt, 2006).

Bezüglich der Stabilität einer Rechenschwäche nimmt die Stabilität mit zunehmendem Alter zu. Insbesondere zu Schulbeginn scheint eine Rechenschwäche stärkeren Schwankungen zu unterliegen (Geary et al., 2000), sodass eine Rechenstörung erst am Ende der zweiten Schulklasse zuverlässig diagnostiziert werden kann (Jacobs & Petermann, 2012). Hingegen stabilisiert sich eine Rechenschwäche mit den Schuljahren. So zählen beispielsweise 95 % der in der fünften Klasse als rechenschwach identifizierten Schülerinnen und Schüler auch in der neunten Klassenstufe noch zum unteren Quartil ihrer Schulklasse.

Hinsichtlich der Komorbidität zeigt sich diese insbesondere im gemeinsamen Auftreten mit Lese-Rechtschreibstörungen (Fischbach et al., 2013; Landerl & Moll, 2010; Lewis et al., 1994) und Aufmerksamkeitsdefiziten (von Aster et al., 2007; Gross-Tsur et al., 1996; Shalev & Gross-Tsur, 2001).

Gründe für eine Rechenstörung werden nach neuerer Sichtweise nicht nur im Individuum und dessen Aneignung mathematischer Inhalte selbst vermutet, sondern auch im Situationskontext betrachtet (beispielsweise Jacobs & Petermann, 2007).

4 Bedingungsfaktoren mathematischen Lernens

Kapitel 4 stellt Bedingungsfaktoren vor, welche auf die mathematische Kompetenzentwicklung Einfluss nehmen und somit bedingen können, ob Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten im Rechnen entwickeln. Gemeinhin werden Ursachen für Rechenstörungen auf Ebenen des Individuums, des schulischen Umfeldes und im familiären und sozialen Umfeld vermutet (Schipper, 2001, S. 19).

Es wird zunächst ein Überblick darüber gegeben, welche Bedingungsfaktoren beim Zustandekommen von Lernleistungen eine Rolle spielen. Die anschließenden Kapitel 4.1 und 4.2 stellen unter Berücksichtigung des Forschungsstandes beeinflussende Faktoren vor, welche der Systematisierung externer und interner Bedingungsfaktoren folgen.

Nicht zuletzt ist die Entwicklung von Kompetenzen und Leistungen durch die großen internationalen Vergleichsstudien ins Blickfeld der Bildungsforschung gerückt (Schrader, Helmke & Hosenfeld, 2008, S. 8). Ein Verdienst dieser Studien ist der Nachweis des Einflusses ausgewählter Faktoren auf mathematische Leistungen. Infolgedessen fordert Moser Opitz (2009, S. 30 f.), Mathematikleistungen im Kontext beeinflussender Faktoren zu betrachten. Wie bereits angeführt gehen die Forschungen zur Entstehung von Rechenstörungen davon aus, dass hier über kindzentrierte Aspekte hinaus auch der Situationsbezug zu berücksichtigen ist (siehe Kapitel 3.3.4).

Allerdings stoßen diese Studien in Bezug auf Ursachenforschung hinsichtlich beobachtbarer Unterschiede an ihre Grenzen. Rauin (2004, S. 39) führt an, dass ebendiese Schulleistungsstudien – anders als oft angenommen – keine hypothesenprüfenden Untersuchungen zur Schul- und Unterrichtsqualität darstellen, sondern Parameter schätzen, wie beispielsweise durchschnittliche Lesekompetenzen innerhalb einer Altersgruppe beziehungsweise Klassengröße auf Ebene von Schulformen, Regionen und Ländern:

> Derartige Messungen sind sicherlich verdienstvoll und sie liefern wichtige Informationen für die Einschätzung der Situationen in Schulen und in Regionen, aber sie erklären nicht, auf welche Ursachen die beobachtbaren Unterschiede zurückgeführt werden können. Ausgereifte und erprobte Modelle zur Vorhersage von derartigen Parametern müssten Sozialdaten, Schülermerkmale, Unterrichtsbedingungen, Merkmale der einzelnen Schule und jeweiligen Schulstruktur in schlüssiger Weise aufeinander beziehen können.

Eine weitere Grenze von Studien wie PISA ist darin zu sehen, dass es die Anlage der Studie nicht erlaubt, Entwicklungsprozesse in Leistungen nachzuzeichnen, da PISA eine Bestandsaufnahme bei 15-Jährigen vornimmt. Um Erkenntnisse über die Kompetenzentwicklung zu sammeln, bedarf es Längsschnittstudien sowie experimenteller Arbeiten (Köller & Baumert, 2012, S. 645).

Weinert (2001c, S. 73) geht der Frage nach, wessen Leistung Schulleistungen – egal in welchem Fach – überhaupt darstellen, die der Schule oder die der Schülerinnen und Schüler? Er findet darauf folgende Antwort: „Niemand wird daran zweifeln, dass Schulleistungen sowohl von der Qualität des Unterrichts als auch von den Kompetenzen [der Schülerinnen und Schüler] abhängen. Mit anderen Worten: Schulleistungen sind stets Leistungen der Schule und der [Schülerinnen und Schüler]!“ Bereits 1921 mahnte W. Stern, dass die Schulleistungen nicht nur Schülerleistungen darstellen, sondern auch weitere Aspekte (eingelerntes Wissen, allgemeine Intelligenz, Spezialbegabung, häusliche Übung) ihren Anteil beitragen (Stern, 1921, S. 8). Es ist also zu schlussfolgern, dass Lernerfolg unter der Perspektive verschiedener Bedingungen betrachtet werden muss. Ausgehend von dieser Annahme gilt es, Schulleistungen unter Berücksichtigung verschiedener Einflussgrößen zu betrachten. Schule hat nicht das alleinige Monopol der Wissensvermittlung inne, sondern es ist von einem Zusammenspiel verschiedener Faktoren zu sprechen, welche erfolgreiche Bildungsprozesse ermöglichen (Köller & Baumert, 2002, S. 756). Dabei gelang es bisher nicht, eine begrenzte Anzahl relevanter Faktoren zu identifizieren; vielmehr scheint es sich um ein Konglomerat verschiedener Faktoren zu handeln, welches schulisches Lernen beeinflusst (Kretschmann, 2003; Weinert & Helmke, 1997a). Bereits 1997 stellte Heller (1997, S. 183; Hervorhebungen im Original) in einem Kapitel zu individuellen Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen Folgendes in Frage:

> Das hier behandelte Thema gehört zu den Dauerbrennern der Pädagogischen Psychologie bzw. Diagnostik. […] Wissen wir heute mehr darüber oder genauer, wie Schulleistungen bzw. Schulerfolg vs. -mißerfolg zustandekommen? Welche Rolle spielen bei diesem komplexen Phänomen *individuelle* Persönlichkeitsmerkmale?

Auch knapp zwei Jahrzehnte später gehört die Frage nach Determinanten schulischer Leistungen zu einer der ältesten Fragen und zählt zugleich zu den schwierigsten Problemen innerhalb der Forschungstradition der pädagogischen Psychologie (Helmke & Schrader, 2010).

Forschungen zu Determinanten von Schulleistungen treffen auf unterschiedliche Schwierigkeiten, wie den Aspekt der multiplen Determiniertheit: Schulleistungen hängen nicht nur von den individuellen Persönlichkeitsmerkmalen des Lernenden ab, sondern stehen auch unter dem ständigen Einfluss des Umfeldes, wie Familie, Schule, Peers und Medien. Wiederum stehen diese verschiedenen Faktoren in einem komplexen Gefüge zueinander (Helmke & Schrader, 2010, S. 90); ihre Wechselwirkungen sind weitestgehend unbekannt (Rauin, 2004, S. 40). Weiterhin birgt die Betrachtung nur eines Ausschnittes oder einer isolierten Determinante die Gefahr, dass kurzschlüssige Interpretationen und Fehlspezifikationen vorgenommen werden (Helmke & Schrader, 2010, S. 90).

Diese Gegebenheiten fordern daher die Betrachtung der Entwicklung auf verschiedenen Ebenen. Kretschmann (2007, S. 12) schlägt in Anlehnung an Arbeiten von Zielinski (1996, S. 271) eine Systematisierung nach internen und externen Faktoren vor, welche Lernerfolg bedingen (siehe Abbildung 4.1). Es ist zwischen proximalen und distalen Faktoren zu unterscheiden. Während die individuellen Lernvoraussetzungen (Emotionen, Volition, Lernmotivation, Vorwissen, Strategien) sowie Prozess- und Qualitätsmerkmale von Unterricht als proximale Faktoren für Schulleistung gehandelt werden, zählen strukturelle Merkmale der Familie, das Schul- und Unterrichtsklima sowie Peer-Beziehungen zu den distalen Faktoren. Dieser Umstand darf nicht zur Fehlinterpretation führen, distale Faktoren seien weniger bedeutsam, sondern „sie sind [...] in ihrer Wirkungskette des Zustandekommens von Schulleistungen weiter entfernt, als das Vorwissen des Lerners oder die Strukturierungshilfen des Lehrers“ (Hesse & Latzko, 2011, S. 95).

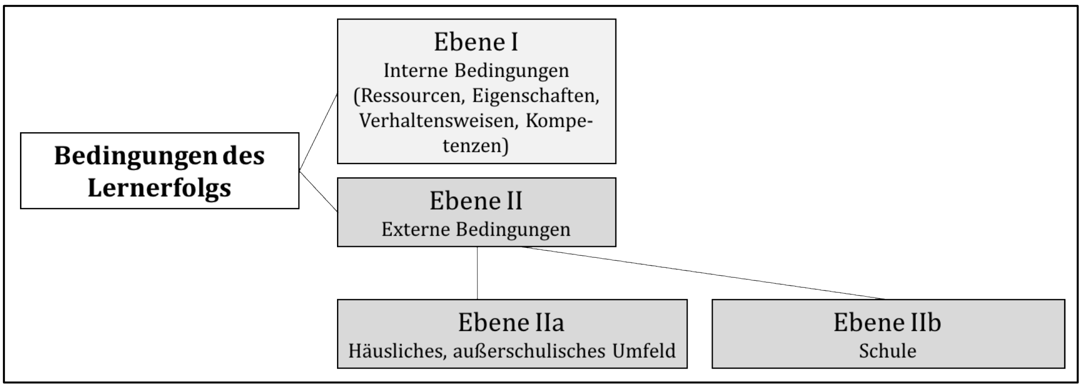


Abbildung 4.1: Bedingungen des Lernerfolgs nach Kretschmann (2007, S. 12)

Diese Systematisierung erlaubt es, Modelle zur Erklärung von Lernerfolg innerhalb dieser Ebenen zu verorten. Eine solche Systematisierung stellt Tabelle 4.1 dar, welche ausgewählte Ansätze berücksichtigt. Die angeführten Modelle problematisieren eine Vielzahl von Faktoren auf Ebene interner und externer Bedingungen. Es zeigt sich, dass nur einige wenige einer empirischen Überprüfung unterzogen wurden. Zu diesen zählen die Modelle von Walbert (1986), Krajewski (2008b), Baumert und Kollegen (2010) und Lauth und Kollegen (2014).

Aus forschungsökonomischen Gründen wird in der vorliegenden Arbeit nur eine Auswahl möglicher, relevanter Faktoren untersucht, welche nachfolgend dargestellt werden. Die Auswahl orientiert sich an den Modellen auf Ebene interner (siehe Kapitel 4.1) und externer Bedingungsfaktoren (siehe Kapitel 4.2).

Tabelle 4.1: Systematisierung ausgewählter Modelle auf Ebene interner und externer Bedingungen des Lernerfolgs

Bedingung		Autor	Modell	Berücksichtigte Aspekte	Empirisch geprüft
Intern	*Extern*				
X		Krajewski (2008b)	*Hypothetisches Modell zum Zusammenspiel der frühen Entwicklung schriftsprachlicher und mathematischer Kompetenzen*	Schriftsprachliche Vorläufer, mathematische Vorläufer, Schreiben Grundschule, Mathematik Grundschule	✓
X		Matthes (2009)	*Handlungsmodell*	Voraussetzung der Informationsverarbeitung (bereichsspezifische Vorwissen, Basiskompetenzen), Lernaktivität (Motivation, Handlungssteuerung)	X
X		Hasselhorn & Gold (2013)	*INVO-Modell*	Kognitive, individuelle Voraussetzungen, motivational-volitionale individuelle Voraussetzungen	X
X	X	Walberg (1986)	*Produktivitätsfaktoren*	Fähigkeiten, Unterricht, Umwelt, Lernen	✓
X	X	Heller (1997)	*Allgemeines Bedingungsmodell für die Schulleistungsprognose*	Prädiktoren (Vorwissen, kognitive Lern- und Denkfähigkeiten), familiäre, schulische und Peer-Sozialisationseinflüsse, motivationale und nichtkognitive Persönlichkeitsmerkmale, konstituelle Entwicklungs- und Lernbedingungen, Schulleistung	X
X	X	Baumert und Kollegen (2010)	*Bedingungen von Schulleistungen*	Mikroebene (Lernen und Unterricht), Mesoebene (Bedingungen in Schule, Familie, peer-group) Makroebene (Systembindung der Schule)	✓
X	X	Lauth und Kollegen (2014)	*Modellskizze zur Bedingungsanalyse von Lernstörungen*	Prädiktoren (Handlungs- und kognitionstheoretische Perspektiven), sozial-ökologische Perspektive, motivational-emotionale Perspektive, konstituelle Determinanten (Alter, Geschlecht), Schulleistung	✓
X	X	Helmke (2015)	*Angebots-Nutzungsmodell der Wirkungsweise des Unterrichts*	Lehrperson, Unterricht, Familie, Lernpotenzial, Lernaktivität, Kontext, Wirkungen	X

4.1 Ebene I: Interne Bedingungsfaktoren

4.1.1 Konstituelle Determinante: Geschlecht

Bei Betrachtung der Prävalenzraten von Dyskalkulie können keine Unterschiede zwischen Mädchen und Jungen ausgemacht werden (Hasselhorn & Schuchardt, 2006, S. 212; Landerl & Kaufmann, 2008, S. 82). Hingegen sind mehr Mädchen von einer kombinierten Störung im Rechnen und Lesen betroffen als Jungen (Lewis et al., 1994).

Generell herrscht die allgemeine Annahme vor, Mädchen seien Jungen in der Mathematik unterlegen (Landerl & Kaufmann, 2008, S. 82):

> Der globale Befund, dass in einigen Ländern wie den Niederlanden und Deutschland die Mathematikleistung der Jungen am Ende der Grundschulzeit signifikant besser ist als die der Mädchen, verleitet zu einer pauschalisierenden, defizitorientierten Betrachtungsweise der Leistungsunterschiede: Mädchen schneiden in Mathematik schlechter ab als Jungen (Walther, Schwippert, Lankes & Stubbe, 2008, S. 33).

Diese Annahme wird durch die Ergebnisse großer Schulleistungsstudien gestützt, wobei die geschlechtsabhängigen Unterschiede in den Mathematikleistungen in diesen Untersuchungen daher rühren, dass Jungen im Mittel bessere Ergebnisse erzielen als Mädchen. Diese Ergebnisse beruhen darauf, dass mehr Jungen zur Spitzengruppe zählen (Sälzer et al., 2013, S. 77). Abbildung 4.2 stellt diesen Umstand differenziert nach Geschlecht für die Ergebnisse der PISA-Untersuchung aus dem Jahr 2012 dar:

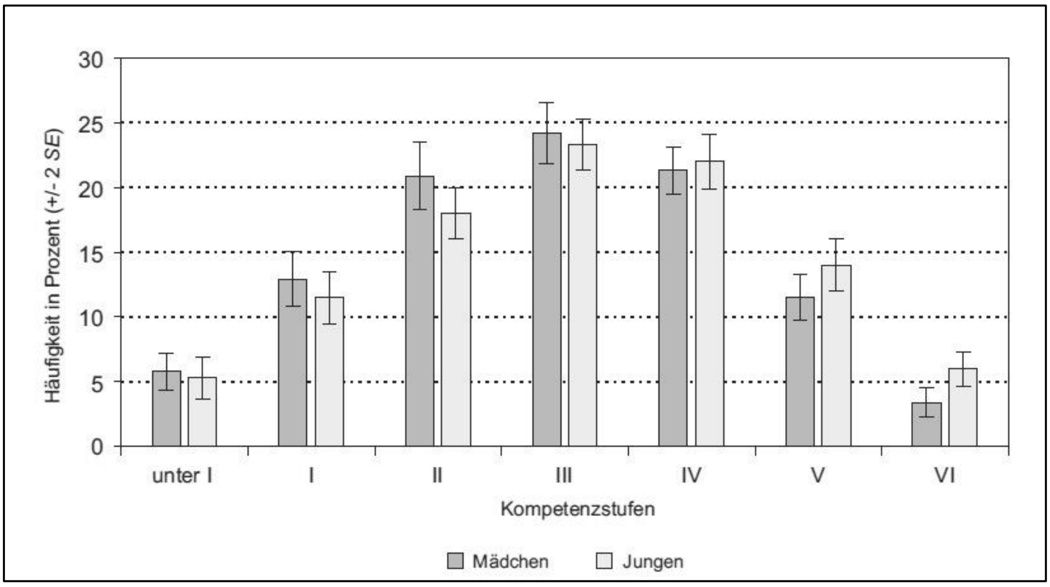


Abbildung 4.2: Prozentuale Geschlechterverteilung auf die verschiedenen Kompetenzstufen in PISA 2012 (Sälzer et al., 2013, S. 89)

Die Leistungen der Schülerinnen und Schüler werden dabei auf sechs Kompetenzstufen dargestellt, wobei Kompetenzstufe I die niedrigste und Kompetenzstufe VI die höchste Kompetenzstufe abbildet. Für den Bereich der Spitzengruppe (Kompetenzstufe VI) zeigt sich ein signifikanter Unterschied zwischen den Geschlechtern, wobei der Vorteil bei den

Jungen liegt. Gleichzeitig sind Mädchen im unteren Leistungsbereich verhältnismäßig stärker vertreten.

In einer Untersuchung auf Grundlage der ELEMENT-Daten liegt der Fokus auf Schülerinnen und Schülern grundständiger Gymnasien ($N = 1\,758$) sowie 3 167 Grundschülerinnen und -schülern in Berlin (Baumert, Becker, Neumann & Nikolova, 2009). Untersucht wird ihre Leistungsentwicklung im Übergang zur weiterführenden Schule (hier: Gymnasium). Dabei zeichnet sich hinsichtlich der Leistungsentwicklung in Mathematik ab, dass Mädchen sowohl in der fünften als auch in der sechsten Klasse ein schwächeres mathematisches Leistungsprofil aufweisen als ihre männlichen Mitschüler (Baumert et al., 2009, S. 209).

Auch die Ergebnisse der TIMSS-Studie (Erhebungszeitpunkt jeweils am Ende der vierten Jahrgangsstufe) aus den Jahren 2007 und 2011 legen die Unterlegenheit der Mädchen in naturwissenschaftlichen Fächern – und insbesondere in Mathematik – nahe. Im Bereich des mathematischen Selbstkonzepts weisen Mädchen schwächere Profile auf. So ist der Anteil derjenigen Schülerinnen mit einem niedrigen mathematischen Selbstkonzept in der Erhebung von 2011 doppelt so hoch wie der Anteil der Jungen (Bos et al., 2012a, S. 21 f.).

Die Ergebnisse der IGLU-Studie (Testzeitpunkt: Ende vierte Jahrgangsstufe) ergibt für die Verteilung der Schülerinnen und Schüler auf die verschiedenen Kompetenzstufen (I – V, I = niedrigste Kompetenzstufe, V = höchste Kompetenzstufe) folgendes Bild: Der Anteil der Schülerinnen in der Risikogruppe (Kompetenzstufe I und II) ist größer als der der Jungen. Im Gegensatz dazu gestaltet sich die Verteilung auf Kompetenzstufe III zwischen den Geschlechtern ausgeglichen. Auf den Kompetenzstufen IV und V sind ähnliche Ergebnisse wie zuvor für PISA 2012 zu finden; so sind die Jungen den Mädchen hier überlegen (Bos et al., 2004, S. 131–134). Die Unterschiede zwischen den Geschlechtern verschärfen sich im Übergang an Gymnasien, welcher Mädchen im Selektionsprozess bevorzugt (Lehmann, 2006a, S. 109). Eine Reanalyse der IGLU-Daten von 2001 auf Itemebene zeigt ein differenzierteres Bild des Stärken- und Schwächenprofils von Mädchen und Jungen. Demnach gelingt es den Jungen besser, anspruchsvolle Aufgaben mit eigenen Lösungswegen und -strategien zu entwickeln, wohingegen die Stärke von Mädchen darin liegt, bekannte Verfahren und Routinen systematisch und sicher abzuarbeiten. Schwächen hingegen zeigen sich bei den Mädchen im Lösen anspruchsvoller Aufgaben mit eigenen Lösungswegen und -strategien. Jungen zeigen demgegenüber Schwächen im konsequenten Einsatz von Standardverfahren.

Tabelle 4.2: Stärken- und Schwächenprofil von Mädchen und Jungen nach Walther und Kollegen (2008, S. 43 f.)

	Jungen	Mädchen
Stärken	• Lösen anspruchsvoller Aufgaben mit eigenem Lösungsweg, neuen Lösungsstrategien • Entwickeln eigener mathematischer Modelle • Strategieeinsatz (Schätzen, Runden, geschickte Lösungsvorteile) • Kopfrechenaufgaben	• Sicheres und systematisches Abarbeiten bekannter Verfahren und Routinen • Erkennen und Verknüpfen begrifflicher Konzepte und Einsatz dieser zur Lösungsfindung
Schwächen	• Konsequenter Einsatz von Standardverfahren • Aufgaben mit Begriffen und Konzepten	• Lösen anspruchsvoller Aufgaben mit eigenem Lösungsweg, neuen Lösungsstrategien • Räumliches Denken

Ähnliche Befunde bezüglich der Strategienutzung finden sich auch bei Fennema und Kollegen (1998), die über drei Jahre (Schuljahre 1 bis 3) hinweg 38 Mädchen und 44 Jungen zu fünf Testzeitpunkten hinsichtlich numerischen Faktenwissens, Additions- und Subtraktionsaufgaben sowie Problemlösens untersuchten. Während Mädchen als eher konkret zu bezeichnende Strategien, wie das Zählen, nutzen, zeugt der eher abstrakte Strategieeinsatz der männlichen Mitschüler von einem tieferen konzeptuellen Verständnis. Am Ende der dritten Klassen setzen Mädchen vermehrt Standardprozeduren und -verfahren ein, während die Jungen eher eigene Lösungswege zeigen (Fennema et al., 1998, S. 11).

Jordan und Kollegen (2003, S. 847) beobachten bei 180 Schülerinnen und Schülern zu vier Messzeitpunkten in der zweiten und vierten Klasse, dass sich Jungen eher Überschlagsrechnungen und Strategien des Schätzens bedienen, gleichzeitig nutzen sie weniger das Fingerzählen bei exakten Rechnungen als ihre Mitschülerinnen.

Die Analyse von Winkelmann, van den Heuven-Panhuizen und Robitzsch (2008, S. 613) von 10 000 Dritt- und Viertklässlern kristallisiert geschlechtsspezifische Profile hinsichtlich der erfragten Aufgabenformate heraus: Mädchen schneiden besser bei Aufgaben ab, wenn diese präzise zu bearbeiten sind und auf Text basieren, sowie beim Lesen von Abbildungen. Verhältnismäßig besser lösen sie auch Aufgaben, welche Zählen erfordern beziehungsweise zählend gelöst werden können. Vorteile der Jungen liegen beispielsweise beim Rechnen mit verschiedenen Einheiten und fehlenden Variablen.

Walther und Kollegen (2008, S. 44) ziehen aus den Ergebnissen der IGLU-Studie folgende Schlüsse für die Praxis in Deutschland:

> Mädchen, so scheint es, brauchen weniger Übung und Training in Standardverfahren und Routinen, sondern mehr Unterstützung in der flexiblen Anwendung von Techniken, im selbständigen und kreativen Finden von Lösungswegen, im spielerischen und mutigen Ausprobieren von neuen Wegen, sowohl im schriftlichen als auch im Bereich des Kopfrechnens. Jungen könnten dagegen im Unterricht von einer stärkeren Betonung auf Systematik und Gründlichkeit und von Anleitung und Übung im Umgang mit Begriffen und Konzepten, z. B. durch Verbalisierung, durch Reflexion, durch angeleiteten Transfer profitieren.

SCHULISCHES SELBSTKONZEPT UND GESCHLECHT

Niklas und Schneider (2012a) gehen den Fragen nach, wann Disparitäten in schriftsprachlichen und mathematischen Leistungen erstmals auftreten und welche Ursache diesen Leistungsunterschieden zugrunde liegen. Dafür begleiteten sie 900 Kinder in ihren letzten anderthalb Vorschuljahren sowie im ersten Schuljahr unter Kontrolle der Variablen Intelligenz, Alter, sozioökonomischer Status, Migrationshintergrund und familiäre Lernumwelt. Während sich zu den ersten drei Messzeitpunkten (letzte anderthalb Vorschuljahre) keine signifikanten Unterschiede zwischen den Geschlechtern zeigen, sind die Geschlechtsunterschiede in den mathematischen Leistungen mit Eintritt in die Schule (Messzeitpunkt t_4, Messzeitpunkt t_5) – wenn auch mit kleinen Effektstärken – signifikant unterschiedlich zugunsten der Jungen. Weiterhin zeigt sich ab Schuleintritt eine höhere Einschätzung des mathematischen Selbstkonzepts durch die Jungen (Niklas & Schneider, 2012a, S. 130). Ein Strukturgleichungsmodell zur mathematischen Kompetenzentwicklung zeigt, dass das mathematische Selbstkonzept durch die vorangegangenen Mathematikleistungen vorhergesagt wird. Während die mathematischen Vorläuferkompetenzen nicht durch das Geschlecht vorausgesagt werden, hat das Geschlecht auf das mathematische Selbstkonzept wie auch auf die mathematischen Leistungen Einfluss (Niklas & Schneider, 2012a, S. 133). „Somit scheinen Leistungsunterschiede zwischen den Geschlechtern in Mathematik und Deutsch konstant über die gesamte Schullaufbahn zu bestehen“ (Niklas & Schneider, 2012a, S. 134). Die Autoren vermuten dabei, dass die frühen Leistungsunterschiede unter anderem auf die geschlechtsabhängigen Unterschiede im Selbstkonzept zurückzuführen sind (Niklas & Schneider, 2012a, S. 135). „Wenn auch Bezüge zur differenziellen Selbstkonzeptentwicklung bei Mädchen und Jungen nachgewiesen werden konnten, sind diese alleine nicht dazu geeignet, die geschlechtsspezifischen Entwicklungstrends im ersten Schuljahr hinreichend zu erklären“ (Niklas & Schneider, 2012a, S. 136). Folglich bedarf es weiterer längsschnittlich angelegter Studien, die sich diesem Themenkomplex widmen.

Krajewski (2008a, S. 200 f.) kann im vorschulischen Bereich einen Vorteil der Jungen in den mathematischen Basiskompetenzen ausmachen. Diese Geschlechtsunterschiede setzen sich im Schulalter fort: „Ähnlich wie im Kindergarten waren die Jungen in der ersten Klasse den Mädchen hinsichtlich ihrer Leistungen im Mathematiktest leicht überlegen“ (Krajewski, 2008a, S. 201). Allerdings berichtet Krajewski, dass dieser Vorsprung der Jungen in der zweiten Klasse nicht mehr besteht. Hinsichtlich des Selbstkonzepts beschreibt sie folgende Kausalbeziehung:

> Dass das schulische Selbstkonzept weniger von den tatsächlichen Leistungen als viel mehr auch von sozialen Erwartungen geprägt ist – nach denen Jungen gut in Mathematik, Mädchen hingegen gut im Lesen sind – wird durch das Ergebnis nahegelegt, dass sich das leistungsbezogene Selbstkonzept der Jungen und Mädchen gerade dann besonders voneinander unterschied, wenn die Unterschiede in tatsächlichen Leistungen gar nicht bedeutsam waren (Krajewski, 2008a, S. 201 f.).

Erklärungsansätze für Geschlechtsunterschiede in den Mathematikleistungen werden unter anderem im emotionalen Bereich und der Lern- und Leistungsmotivation (Lupatsch & Hadjar, 2011, S. 179) wie auch im Selbstkonzept (vgl. Niklas & Schneider, 2012a) gesucht. Einerseits trägt die Gesellschaft eine Erwartungshaltung an Mädchen heran, dass diese sich weniger für Mathematik interessieren als ihre männlichen Mitschüler. Zugleich gilt die Annahme, dass Mädchen eher zu Angst vor Mathematik neigen und diese Stressoren mathematische Leistungen beeinträchtigen (Landerl & Kaufmann, 2008, S. 83), indem die exekutiven Kontrollfunktionen (Arbeitsgedächtnis) gestört werden (Pixner & Kaufmann, 2013, S. 113). Weiterhin zeigt sich, dass Jungen zunehmend häufig ihre objektiven Leistungen subjektiv höher einschätzen als Mädchen dieses tun: „Gefragt nach ihrer Selbsteinschätzung, bescheinigen sie sich auffallend hohe Fähigkeiten und haben auch eine überdurchschnittlich hohe Selbsterwartung im Bereich der Naturwissenschaften. Die Mädchen sind hier deutlich zurückhaltender“ (Quenzel & Hurrelmann, 2010, S. 64).

Helmke (1993) betrachtet die Entwicklung der Lernfreude für die Fächer Deutsch und Mathematik. Unter Berücksichtigung des Faktors Geschlecht verzeichnen beide, Jungen wie Mädchen, einen Rückgang der Lernfreude für die Fächer Deutsch und Mathematik über die Grundschulzeit hinweg. Allerdings zeichnet sich hier ab, dass Mädchen bis in Klasse fünf hinein ein niedrigeres Lernfreudelevel aufzeigen als ihre männlichen Mitschüler. Während der Haupteffekt eine Signifikanz verfehlt, zeigen sich ab Klasse 2 signifikante Geschlechtseffekte zwischen den Klassenstufen, die in Klasse 4 ihren Höhepunkt erreichen und in Klasse 5 wieder abnehmen (Helmke, 1993, S. 82 f.).

4.1.2 Individuelle Lernvoraussetzungen

Schrader und Helmke (2009, S. 494) betonen die große Bedeutung von in der Person liegenden Bedingungsfaktoren für den Lernerfolg: „[Diese Bedingungsfaktoren] umfassen kognitive, motivationale und volitionale Schülermerkmale. Bei den kognitiven Merkmalen ist neben intellektuellen Fähigkeiten vor allem das Vorwissen von großer Bedeutung.“ Diese Auffassung zeigt inhaltliche Bezüge zu Pressleys, Borkowskis und Schneiders (1989) „Modell Guter Informationsverarbeitung“ (GIV) auf. Dieses Modell führt Merkmale erfolgreicher Lernender an und bildet zugleich die Grundlage des INVO-Modells von Hasselhorn und Gold (2013; siehe Tabelle 4.1, S. 56). Diese Merkmale sind beispielsweise die Planung und Überwachung von Denken und Handeln, der Einsatz automatisiert Strategien, aber auch auf emotionaler Ebene eine Erfolgszuversicht (Pressley et al., 1989, S. 258–262).

Zu den kognitiven Persönlichkeitsmerkmalen, welche als Prädiktoren schulischer Leistung gelten, zählen Basiskompetenzen im Sinne der allgemeinen kognitiven Leistungsfähigkeit sowie das bereichsspezifische Vorwissen. „Die Kompetenzentwicklung verläuft domänenspezifisch. Vorwissen und spezifische Vorläuferfähigkeiten spielen ebenso eine

Rolle wie bereichsspezifische Strategien und Metakognitionen“ (Schrader et al., 2008, S. 22).

Sowohl basis-numerische Basiskompetenzen wie auch kognitive Faktoren gelten als bedeutsame Prädiktoren für die mathematische Kompetenzentwicklung (Pixner & Kaufmann, 2011). Insbesondere im Grundschulalter sind die Faktoren der Intelligenz und des Vorwissens motivationalen und nichtkognitiven Leistungsbedingungen in Bezug auf die Erklärung von Kriteriumsvarianz überlegen (Heller, 1997, S. 186).

4.1.2.1 Kognitive Leistungsfähigkeit

Die kognitive Leistungsfähigkeit (Sammelbegriff für diese: ‚Intelligenz‘) gehört zu einem weit erforschten, aber zugleich auch stark umstrittenen Forschungsfeld der (pädagogischen) Psychologie (Reiss & Hammer, 2013, S. 39 f.). So nähert sich Schneider (2007, S. 277) dem vagen Begriff der Intelligenz folgendermaßen: „Wenn Psychologen und Lehrer den Begriff ‚Intelligenz‘ verwenden, dann meinen sie fast immer individuelle Unterschiede in allgemeinen mentalen Fähigkeiten, die über die Zeit und unterschiedliche Untersuchungskontexte hinweg relativ stabil bleiben.“

Die Forschungstraditionen zu Intelligenz und Informationsverarbeitung wurden in der Vergangenheit bedingt durch die unterschiedlichen Ansätze der differentiellen Psychologie und der allgemeinen Psychologie getrennt voneinander betrachtet, sind Intelligenz und Informationsverarbeitung doch eng miteinander verknüpft (Rost, 2013a, S. 240). Es stellt sich die Frage danach, welche Beziehung zwischen Intelligenz und Wissen vorherrscht: Ist Intelligenz das Produkt von Wissen oder verhält es sich so, dass Wissen das Produkt von Intelligenz ist (Gruber & Stamouli, 2015, S. 32)? Innerhalb der Wissenschaftsgemeinschaft gibt es keinen Konsens über eine allgemein akzeptierte Definition kognitiver Leistungsfähigkeit. Die kognitive Leistungsfähigkeit differenziert sich nach Pauen, Pahnke und Valentiner (2007, S. 2–5) in vier Strukturmodelle aus (siehe Abbildung 4.3, hier: a bis d). Zu verortende Modelle und Vertreter werden in Abbildung 4.3 dargestellt sowie in Relation zur Forschung zum Arbeitsgedächtnis gesetzt. Es wird ersichtlich, dass sich die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses als Flaschenhals (Süß, 2003) zur kognitiven Leistungsfähigkeit verhält, der Informationen zunächst kanalisiert, bevor auf ihrer Grundlage operiert wird. Während die Strukturmodelle a bis c ausgehend von einer strukturierenden Ebene eher identifizierte Fähigkeiten beschreiben und explizieren, befassen sich Informationsverarbeitungsmodelle mit kognitiven Prozessen (Ehm, Lonnemann & Hasselhorn, 2017).

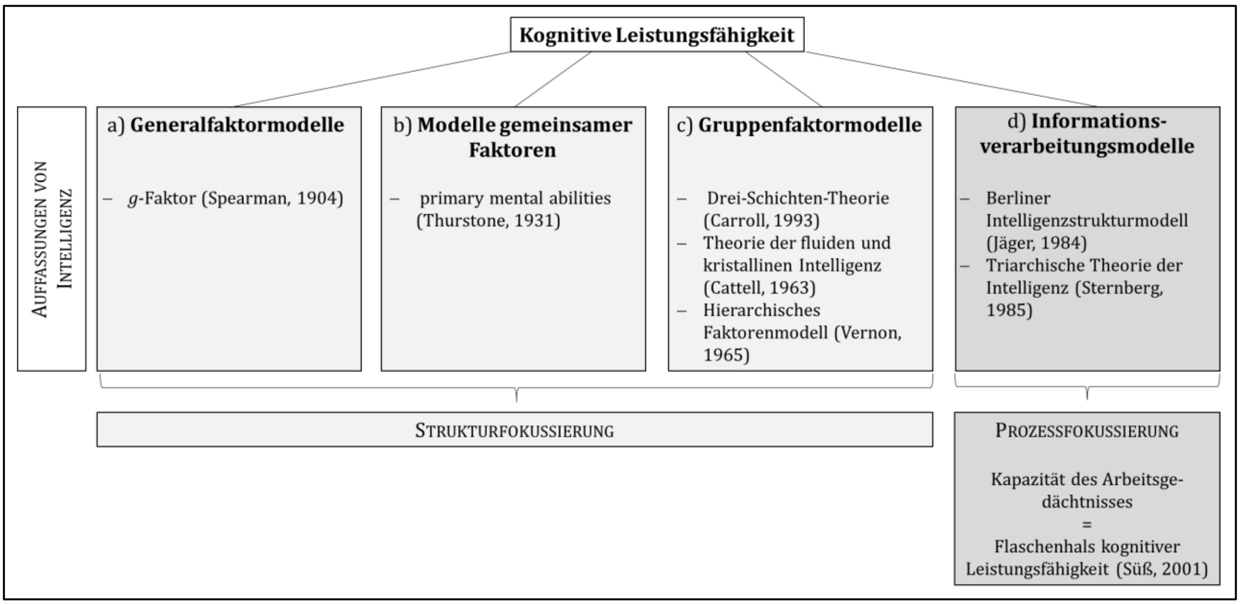


Abbildung 4.3: **Strukturmodelle kognitiver Leistungsfähigkeit [in eigener Darstellung]**

Die Entwicklung gedächtnisbezogener, kognitiver Leistungsfähigkeiten ist laut einer Reanalyse der LOGIK-Daten durch Schneider und Stefanek (2004) über die Zeit stabil. Die Studie begleitete Menschen im Alter von 4 bis 14 Jahren. Demnach driften kognitive Leistungen in einem frühen Lebensalter auseinander, folgen dann aber ähnlichen Verlaufsmustern im Ausbau der jeweiligen Funktionen bei kognitiv fähigeren und weniger fähigen Kindern. Die zu einem frühen Zeitpunkt ermittelte Differenz zwischen kognitiv fähigeren und weniger fähigen Kindern bleibt über die Zeit stabil. Hingegen zeichnet sich für den Aspekt der sprachgebundenen Intelligenz ab Beginn der Grundschulzeit ab, dass sich hier ein Schereneffekt für die beiden Gruppen der kognitiv fähigeren und weniger fähigen Kinder manifestiert (Schneider & Stefanek, 2004, S. 157).

Weinert (2012) beschreibt die Entwicklung geistiger Leistungsunterschiede im Gegensatz zu anderen Positionen, die von einem naturwüchsigen Verlauf oder einer durch Optimierung schulischer Bemühungen angleichenden Entwicklung ausgehen, als eine lineare Entwicklung, bei der sich die Fähigkeiten zwischen verschiedenen Fähigkeitsgruppierungen parallel entwickeln. Dieser Annahme liegen drei Prämissen zugrunde:

- Interindividuelle Unterschiede und ihre Differenzen sind zeitlich stabil. Diese Differenzen bleiben auch unter Einfluss extern angeregter und geförderter Lernprozesse stabil. Das individuell erreichbare, maximale Leistungsniveau im frühen Erwachsenenalter wird durch kognitive Kompetenzen bestimmt.
- Die meisten geistig gesunden Kinder erreichen bei nahezu allen kognitiven Kompetenzen ein Entwicklungsniveau, welches eine spätere aktive Teilhabe am gesellschaftlichen sozialen, kulturellen und beruflichen Leben bedingt.
- Für die Entwicklung vieler geistiger Kompetenzen wird das Matthäusprinzip angenommen: Derjenige mit besserer individueller Lernvoraussetzung profitiert in höherem Maße von gleichen Lernangeboten, -gelegenheiten und -anforderungen als Personen mit weniger günstigen individuellen Lernvoraussetzung. Dem so entstehenden Schereneffekt innerhalb der interindividuellen

> Leistungsunterschiede kann mit kompensatorischen Einflüssen begegnet werden (Weinert, 2012, S. 29).

Die Frage „Macht Lernen intelligent?“ beantwortet Gold (2011, S. 28 f.), indem er Intelligenz einerseits als die Lernfähigkeit im Sinne der Voraussetzung für zukünftiges Lernen sowie die intellektuelle Kompetenz definiert. Weiterhin fasst er die Intelligenz als Ergebnis komplexer Lern- und Entwicklungsprozesse (siehe auch Helmke & Schrader, 2007, S. 293). Weinert und Hany (2000, S. 92 ff.) sprechen dem Faktor der Intelligenz eine hohe determinierende Bedeutung hinsichtlich des schulischen Lernens und des späteren beruflichen Erfolgs zu. Der Faktor Intelligenz kann laut Schrader und Helmke (2001) 25 % der Leistungsunterschiede aufklären. Die Autoren verweisen darauf, dass diese hohen Korrelationen zu Definitionen von Underachievement führten. Sie kritisieren, dass eine derartige Annahme dazu verleite, Intelligenz als den einzigen Prädiktor anzunehmen; diese Annahme ist nicht haltbar, wie später angeführte Studien zeigen (Helmke & Schrader, 2001, S. 13533).

Auch Bullock und Zielger (1997, S. 32) schreiben der Intelligenz eine hohe Bedeutung für Schulleistungen zu. In der mit 1 100 Grundschülerinnen und -schülern durchgeführten SCHOLASTIK-Studie ermittelten sie eine Korrelation von $r = .46$ (3. Klasse) und $r = .49$ (4. Klasse) zwischen der gemessenen Intelligenz und der Schulnote im Fach Mathematik. Auch Moser Opitz (2013, S. 282) verweist in ihrer Untersuchung mit 3 998 Schülerinnen und Schülern auf einen signifikanten Zusammenhang zwischen Mathematikleistung und Intelligenzquotienten.

Krajewski (2008a) betrachtet ebenfalls die Leistungsentwicklung, hier mit dem Fokus auf mathematischen Leistungen im Elementar- und Primarbereich, und berücksichtigt dabei auch den Aspekt der Intelligenz. Ihre Ergebnisse mildern die Bedeutung der Intelligenz für Schulleistungen, wenn auch das Vorwissen kontrolliert wird. Während Krajewski in ihrer Längsschnittstudie innerhalb des ersten Schuljahrs noch einen direkten Zusammenhang zwischen schulischer Mathematikleistung und Intelligenz nachweisen konnte, verschwindet dieser Zusammenhang in der zweiten Klasse, wenn das mathematische Vorwissen der ersten Klasse im Modell Berücksichtigung findet (Krajewski, 2008a, S. 205). Grube (2006, S. 163) mutmaßt, dass „Intelligenz nicht die aktuelle Rechenleistung determiniert, sondern eher die Qualität, mit der mathematische Kompetenzen langfristig erworben werden.“

Der Einfluss von Intelligenz verschwindet, wenn das Arbeitsgedächtnis einbezogen wird (Krajewski, Schneider & Nieding, 2008, S. 110). Alloway (2009, S. 96 f.) kommt nach einer zweijährigen Längsschnittstudie mit Kindern von 7 bis 11 Jahren zu dem Schluss, dass das Vorwissen gleichwohl wie die Arbeitsgedächtnisleistung und nicht die Intelligenz prädiktive Größen in Bezug auf Kinder mit Lernschwierigkeiten darstellen. Daraus schlussfolgert Alloway, dass die Arbeitsgedächtnisleistung nicht einfach ein Stellvertreter des Intelligenzquotienten ist, sondern Verknüpfungen mit Lernprozessen aufweist.

Mähler und Kollegen (2015) untersuchten bei 200 Kindern über fünf Jahre hinweg die kognitive Entwicklung und deren Vorhersagekraft für späteren Schulerfolg. Vergleichbar mit den zuvor aufgeführten Befunden wird dem Bereich des Vorwissens die größte Bedeutung beigemessen; gleiches gilt für die Überlegenheit des Arbeitsgedächtnisses gegenüber der Intelligenz (Mähler et al., 2015, S. 74).

> Zwar ist richtig, dass Unterschiede in der durch Intelligenztests erfassten kognitiven Leistungsfähigkeit zu einem gewissen Grad mit Unterschieden in Rechenleistungen einhergehen (wie generell mit schulischen Leistungen), doch diese Zusammenhänge fallen nicht so hoch aus, dass man annehmen sollte, die Ausprägung allgemeiner intellektueller Fähigkeiten beeinflusse unmittelbar und zwangsläufig die Qualität von Rechenleistungen. Andererseits zeigen sich die Zusammenhänge so deutlich und zuverlässig, dass sie die Bedeutsamkeit kognitiver Variablen für den Erwerb der Rechenleistung überzeugend hervorheben (Grube, 2009, S. 182).

Weinert und Helmke (1997b, S. 469) führen für die Ergebnisse der SCHOLASTIK-Studie an, dass Leistungen das Resultat kumulativer und aufeinander aufbauender Lernprozesse sind. Folglich ist es nicht verwunderlich, dass Vorkenntnisse bzw. Differenzen in Vorkenntnissen zunehmend stärker den Lernfortschritt und somit individuelle Leistungsunterschiede determinieren. Die Intelligenz beeinflusst mit zunehmender Zeit eher über Mediatorvariablen früher mathematischer Basiskompetenzen und des Vorwissens die Rechenleistung, da hier von einem kumulativen Lernprozess die Rede ist. Der Faktor Intelligenz nimmt bei Kontrolle des Vorwissens also eine untergeordnete Rolle ein. „Auch für das Fach Mathematik gilt, dass fehlendes Wissen nicht durch Intelligenz kompensiert werden kann“ (Stern, 2004, S. 45). Dennoch darf Intelligenz laut Moser Opitz und Ramseier (2012, S. 112) nicht außer Acht gelassen werden. Es wird berichtet, dass die Intelligenz durchaus eine Rolle hinsichtlich der Leistungsfortschritte bei Förderung spielt.

Entscheidend ist, dass eine hohe Intelligenz nur dann einen tatsächlichen Vorteil darstellt, wenn es gelingt, diese in bereichsspezifisches Wissen umzusetzen (Weinert, 1997): „Alles, was Menschen wissen und können, muss zuerst gelernt werden. Das Lernen kann aber durch genetische Ausstattung und durch frühe Lernerfahrungen erschwert oder erleichtert werden“ (Gruber & Stamouli, 2015, S. 37). Abbildung 4.4 erörtert das Verhältnis von Wissen und Intelligenz im Sinne von Weinert (1997):

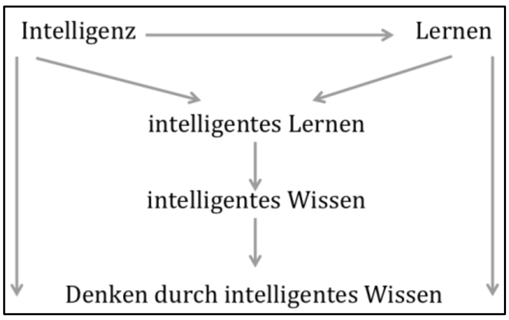


Abbildung 4.4: Zusammenhang von Intelligenz und Wissen beim Lernen (Weinert, 1997)

Kernaussage ist, dass Lernprozesse stark von dem Niveau der Intelligenz abhängen; es ist zwischen mehr oder weniger intelligentem Lernen zu differenzieren, welches wiederum mehr oder minder intelligentes Wissen bedingt. „Dieses ist neben der allgemeinen Intelligenz wiederum die Grundlage des Denkens, dessen kumulativer Niederschlag schließlich auf das nachfolgende Lernen zurückwirkt“ (Weinert, 1997, S. 96).

ARBEITSGEDÄCHTNIS

Grube (2009, S. 183) verweist darauf, dass der Einfluss kognitiver Variablen auf Rechenleistungen noch besser vor dem Hintergrund des Arbeitsgedächtnisses dargestellt werden kann, bezeichnet Süß (2003) es doch als Flaschenhals kognitiver Leistungsfähigkeit.

Grube (2009, S. 184) zieht als Lösungsvorschlag für den Einfluss von Intelligenzunterschieden auf die Mathematikleistung das Arbeitsgedächtnis zur Rate:

> Der [...] Einfluss von Intelligenzunterschieden auf die Mathematikleistung [lässt sich] in Begriffen des Informationsverarbeitungsansatzes klarer formulieren: Offenbar wirkt sich eine höhere Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses tendenziell positiv auf den Erwerb von Wissen aus, das später beim Bearbeiten mathematischer Probleme nutzbringend eingesetzt werden kann.

Das Arbeitsgedächtnis beeinflusst die Rechenleistung auf zweierlei Wegen: Einerseits ist das Arbeitsgedächtnis direkt an Rechenprozessen beteiligt, andererseits nimmt es indirekten Einfluss, indem bereits Vorläuferkompetenzen und das Vorwissen von ihm abhängen: „Dies geschieht im Vorfeld der eigentlichen Rechenprozesse, möglicherweise Jahre zuvor. Dieser zweite, indirekte Einflussweg besteht darin, dass die Verfügbarkeit umfangreicherer Arbeitsgedächtnisressourcen Vorteile beim Erwerb von Wissen und Fertigkeiten mit sich bringt, die später wiederum erfolgreiches Rechnen begünstigen“ (Grube & Seitz-Stein, 2012, S. 149). Vor diesem Hintergrund stellt sich der Zusammenhang von Arbeitsgedächtnis, Langzeitgedächtnis und Vorwissen wie folgt dar. Das Arbeitsgedächtnis verarbeitet neue, selektierte Informationen, beispielsweise eine Rechenaufgabe, mit bereits bekanntem Wissen aus dem Langzeitgedächtnis, indem es den Faktenabruf des kleinen Einmaleins’ aus dem Langzeitgedächtnis aktiviert. Gleichzeitig wird neu erworbenes Wissen in das Langzeitgedächtnis integriert und mit dem bereits vorhandenen Wissen elaboriert.

Schwierigkeiten im Faktenabruf aus dem Langzeitgedächtnis sind ein typisches Problem von Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwäche (Geary, 1993, S. 356, 2004, S. 13; siehe Kapitel 3.2). „In order to progress onto the harder, more demanding stages in the maths curriculum, pupils have to acquire long-term memory of, or have efficient access to, maths facts and they have to remember important concepts and procedures“ (Kay & Yeo, 2003, S. 3).

Insbesondere hinsichtlich der „Cognitive Load Theory“ (Sweller, 2010; Sweller, van Merrienboer & Paas, 1998) kommt dem Wissen im Langzeitgedächtnis eine wichtige Rolle zu: Die Forschung geht davon aus, dass Arbeitsgedächtnisleistungen begrenzt sind. Wenn nun innerhalb des Langzeitgedächtnisses Schemata gelernt, gut abgespeichert, automatisiert und verfügbar sind, wird auch die Arbeitsgedächtniskapazität geschont (Ayres & Paas, 2012; Sweller et al., 1998). „Eine Einbettung in komplexere Aufgabenanforderungen entspricht dem, was im Rahmen der *Cognitive Load Theorie* als hohe Elementinteraktivität bezeichnet wird“ (Ennemoser & Krajewski, 2013, S. 230; Hervorhebungen im Original). Nicht gesicherte Lerninhalte, wie das Beherrschen des kleinen Einmaleins’, binden folglich eine höhere Aufmerksamkeit und Verarbeitungskapazität. Diese wiederum führen zu einer Belastung des Arbeitsgedächtnisses. Auch Grube (2006, S. 122) kann für das einfache Addieren nachweisen, dass gut ausgeprägte numerische Kompetenzen kognitive Prozesse entlasten.

4.1.2.2 Bereichsspezifisches Vorwissen

Bereits in Kapitel 2 wurde die Bedeutung des Vorwissens umfangreich dargestellt, indem der Stellenwert mathematischer Basiskompetenzen, die als Vorwissen und wichtiges Fundament für kumulatives Lernen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I zu bezeichnen sind, innerhalb der Entwicklung herausgearbeitet wurde.

Aktuellere Studien – auch im deutschsprachigen Raum – verweisen auf die enorme Bedeutung bereichsspezifischen Vorwissens für das erfolgreiche Lernen (von Aster et al., 2007; beispielsweise Studien von Ennemoser & Krajewski, 2013; Krajewski et al., 2009; Krajewski, Schneider et al., 2008; Locuniak & Jordan, 2008; Mähler et al., 2015; Mazzocco & Thompson, 2005). Bereits ältere Studien wie die LOGIK- (Longitudinalstudie zur Genese individueller Kompetenzen; Weinert & Helmke, 1997b) und die SCHOLASTIK-Studie (*Schulorganisierte Lernangebote und Sozialisation von Talenten, Interessen und Kompetenzen*; Helmke & Schrader, 1998) legen nahe, dass im Vergleich zur Intelligenz dem bereichsspezifischen Vorwissen eine größere Bedeutung hinsichtlich der Prognose späteren Schulerfolgs zukommt. „Auch bei hoher Intelligenz ist gutes Vorwissen demnach nicht entbehrlich, wenn es darum geht, möglichst gute Lernleistungen in einem Inhaltsbereich zu erzielen“ (Hasselhorn & Gold, 2013, S. 86).

Watts, Duncon, Siegler und Davis-Kean (2014) untersuchten die mathematischen Basiskompetenzen bei 15-jährigen Schülerinnen und Schülern. In der längsschnittlich angelegten Studie, welche wie nur wenige andere eine so lange Zeitspanne betrachtet, werden 1 364 Kinder im Alter von 5 Jahren bis ins Jugendalter hinein unter Berücksichtigung mathematischer Basiskompetenzen, kognitiver Leistungsfähigkeit, des Lesevermögens und personeller und familiärer Charakteristika untersucht. Die Daten sind dabei den Studien „National Institute of Child Health and Human Development” (*NICHD*; NICHD Early Child Care Research Network, 2002) und „Study of Early Child Care and Youth Development” (*SECCYD*; U.S. Department of Health and Human Services, 2006) entnommen. Ein zentrales Ergebnis ist, dass die Mathematikleistungen positiv zum vorschulischen Messzeitpunkt ($r = .24$) und in der ersten Klasse ($r = .38$) schwach bis mittel mit denen im Alter von 15 Jahren korrelieren (Watts et al., 2014, S. 6).

Auch Stern (2008) verweist mit Bezug auf die LOGIK-Studie auf eine erstaunlich hohe Korrelation des Vorwissens mit der gezeigten Mathematikleistung. Diese Aussage bezieht sich anders als die zuvor rezipierten Studien auf das Erwachsenenalter.

Gut ausgebildetes Vorwissen unterstützt erfolgreiches Lernen auf drei Ebenen:

- Selektion relevanter Informationen und der Aufmerksamkeit,
- Entlastung des Arbeitsgedächtnisses,
- Steigerung des Interesses am Lerngegenstand (Hasselhorn & Gold, 2013, S. 90)

In diesem Zusammenhang sind die Begriffe ‚Assimilation‘ und ‚Akkomodation‘ von Piaget zu benennen, welche der Annahme folgen, dass im Falle der Assimilation neue Erfahrung in bereits bestehendes Wissen eingepasst wird. Demgegenüber geht die Akkomodation davon aus, dass bereits vorhandene Schemata angepasst beziehungsweise neu aufgebaut werden müssen (Reiss & Hammer, 2013, S. 28). „In dieser Sicht ist Lernen stets ein individueller Prozess der Selbstorganisation, in welchem der Lernende seine Aktivitäten organisiert, um seine individuellen Konzepte und die erfahrbare ‚Wirklichkeit' zu einem Gleichgewicht zu bringen (Äquilibration)" (Gerster & Schultz, 2004, S. 34).

Wie bereits die rezipierte „Cognitive Load Theorie" (Sweller, 2010) nahelegt, gilt gut gesichertes Vorwissen einerseits als eine Entlastung des Arbeitsgedächtnisses und zugleich stellt es eine wichtige Basis für das Weiterlernen auf komplexeren Ebenen dar: „If children fail to make progress at a particular stage in maths learning, they will tend to remain stuck at that particular stage" (Kay & Yeo, 2003, S. 3). Der fehlende Erwerb grundlegender Kenntnisse auf Ebene der Grundschulmathematik kann also Leistungsrückstände und -stagnation im weiteren mathematischen Lernen bedingen (Ehlert et al., 2013; Humbach, 2009; Moser Opitz, 2009). Problematisch ist dabei, wenn sich angesichts eines voranschreitenden Mathematikunterrichts Fördermaßnahmen ungeachtet fehlender Lernvoraussetzungen auf die Vermittlung aktueller curricularer Inhalte beziehen (Ehlert & Fritz, 2016; Ennemoser et al., 2011; Gaidoschik, 2008).

Die Realität zeigt, dass ein Teil der Schülerinnen und Schüler an Haupt-, Gesamt- und Förderschulen nicht über ausreichend ausgebildete Kenntnisse auf Ebene der Grundschulinhalte verfügen (Ehlert et al., 2013; Gebhardt et al., 2013; Krajewski & Ennemoser, 2010; Mittelberg, 2004). Gleichzeitig darf die immense Bedeutung gut ausgebildeten Vorwissens optimistisch stimmen, eröffnet sie doch auf den Ebenen des Unterrichts und der Förderung Möglichkeiten, um Schülerinnen und Schüler in ihrer Kompetenzentwicklung zu unterstützen.

Die kumulative Organisation von Kompetenzen im Lesen, Rechtschreiben und Rechnen führt für diejenigen zu einem Vorteil, die als Folge eines Wissensvorsprungs zu einem früheren Zeitpunkt auch zu einem späteren Zeitpunkt höher ausgebildete Leistungen zeigen (Grube & Hasselhorn, 2006, S. 101). Gleichzeitig mahnen Hasselhorn und Grube (2013, S. 87), dass allein das Vorhandensein relevanten Vorwissens nicht ausreicht, um Lernleistungen zu verbessern, sondern es bedarf einer tatsächlichen Aktivierung dieses Vorwissens. Hinsichtlich des Zusammenhangs bereichsspezifischen Vorwissens und der Wirksamkeit von Lernhilfen gehen Hasselhorn und Gold (2013, S. 88 f.) mit Bezug auf eine Studie von Seufert (2003) davon aus, dass mit zunehmendem Vorwissen erst die Fähigkeit wächst, Lernhilfen in Anspruch zu nehmen, während Personen mit geringem und hohem Vorwissen nicht in gleichem Maße von der Bereitstellung von Lernhilfen – von beispielsweise graphischen Visualisierungen – profitieren. Diese Auffassung erlaubt einen Rückbezug zum Verhältnis von Wissen, Intelligenz und Lernen bei Weinert (1997; siehe Abbildung 4.4), der davon ausgeht, dass zwischen mehr oder wenig intelligentem Lernen zu unterscheiden ist, dessen Resultat mehr oder weniger intelligentes Wissen ist.

Weiterhin ergibt sich neben den drei eingangs genannten Ebenen, auf denen Vorwissen unterstützend wirkt, der Vorteil, dass inhaltliches Vorwissen die Nutzung von Lernstrategien und metakognitiver Regulation fördert und erleichtert (Hasselhorn & Gold, 2013, S. 91).

4.1.2.3 Sprachkompetenz und sprachliche Anforderung der Mathematik

Sprachliche Fähigkeiten sind bedeutsam für die kognitive Entwicklung, kognitive Leistungen sowie die schulische Entwicklung. Zugleich stellen sie innerhalb der Institution Schule Medium wie Lernumwelt dar, indem einerseits Sprache spezifischer Lerninhalt sein kann und andererseits mittels Sprache kommuniziert wird (Weinert et al., 2008, S. 92 f. Zöller & Roos, 2013, S. 94). Dabei korreliert die Qualität der Lesekompetenz in hohem Maße mit individuellen sozioökonomischen Faktoren (Arnbak, 2004, S. 459) und akademischem Erfolg (Böhme & Bremerich-Vos, 2012, S. 19; Espin & Deno, 1993, S. 46).

Für den Bereich des Zweitspracherwerbs konnte ein eindeutiger Zusammenhang von Sprachfähigkeiten und mathematischen Leistungen ausgemacht werden (Secada, 1992, S. 639), für den bereits zahlreiche Belege vorliegen (siehe Chudaske, 2012; Dummert, Endlich, Schneider & Schwenck, 2014; Helmke & Reich, 2001; Prediger, Wilhelm, Büchter, Gürsoy & Benholz, 2015; Reiss et al., 2007; Schründer-Lenzen, 2006). Hier ist im Speziellen auf die Konzepte „Basic Interpersonal Communicative Skills“ (BICS) und „Cognitive Academic Language Proficiency“ (CALP) von Cummins zu verweisen (siehe Cummins, 2000), die in Kapitel 4.2.1.1 Kulturelles Kapital thematisiert werden.

Der Erwerb von Fähigkeiten in Bereichen des Lesens, Schreibens und Rechnens, die in westlichen Industrienationen als Kulturtechniken gelten, ist primäres Ziel der ersten Schuljahre (Berg, 2008, S. 289; Hasselhorn & Grube, 2007, S. 43). Studienergebnisse zeigen die große Bedeutung gut ausgebildeter Lese- und Rechenfähigkeiten. Schwierigkeiten im Rechnen und schriftsprachlichen Fähigkeiten sagen in einem hohen Maße die schulischen Leistungen in der neunten Klasse voraus (Hakkarainen, Holopainen & Savolainen, 2012, S. 12); darüber hinaus werden Transitionen in weiterführende Erziehungssysteme und Beschäftigungsverhältnisse maßgeblich beeinflusst (Bynner, 2004, S. 4; Bynner & Parsons, 2006, S. 10; Bzufka, von Aster & Neumärkter, 2013, S. 89; Fite, 2002, S. 8; Fourqurean, Meisgeier & Swank, 1991, S. 404; Weinert et al., 2008).

„Mathematics is a complex subject that involves language, space, and quantity“ (Hakkarainen, Holopainen & Savolainen, 2012, S. 2). Betrachtet man sprachliche Anforderungen, die sich den Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht stellen, dann können sprachliche Defizite zu Einschränkungen im mathematischen Bereich führen (Krauthausen, 2007, S. 1022; MacGregor & Price, 2013, S. 463). Während sich die Mathematik im engeren Sinne einer expliziten Fachsprache bedient, gilt ein weiteres Augenmerk der formalisierten, abstrakten mathematischen Darstellung, welche die mathematische Sprache im weiteren Sinne meint (Ennemoser & Krajewski, 2013, S. 231; Krauthausen, 2007; Lorenz, 1997, S. 22 f.). Dabei ist das Erlernen der schulischen Mathematik mit ihrer formal-abstrakten Form mit dem Erlernen einer Sprache vergleichbar (Werner, 2009, S. 58).

Nicht nur die Beschreibung unterschiedlicher mathematischer Fakten durch minimalste sprachliche Änderungen, sondern auch die Bedeutungsverschiebung der Fach- gegenüber der Alltagssprache stellen dabei Herausforderungen an Lernende (Lorenz, 2014, S. 45; Miles, 1992, S. 59 f.). Wie sich beim Kind die mathematischen Fähigkeiten entwickeln, entwickelt sich zugleich auch der sprachliche Duktus in Bezug auf den mathematischen Kontext (Gellert, 2008; Krauthausen, 2007; Sani & Holzer, 2007). Weiterhin repräsentieren sich Zahlen neben der Repräsentationsebene *sinnliche Kodierung von Mengen* auch in Form der *schriftlichen Kodierung von Mengen* und der *Sprachlichen Kodierung von Mengen*. Hier zeigen sich Rückbezüge zum bereits angeführten Triple-Code-Modell von Dehaene (1992; siehe Kapitel 2.3.1.1).

Der Einfluss der Sprache auf die Domäne des Rechnens zeigt sich besonders an Stellenwertaufgaben. Die Autoren Dowker und Kollegen (2008) konstatieren, dass insbesondere Stellenwertaufgaben sowie das Benennen von Zahlen besonders dann eine große Herausforderung darstellen, wenn Kinder eine Muttersprache sprechen, die sich eines inversen Zählsystems bedient, wie Englisch oder Deutsch (von Aster, 2013, S. 29; siehe auch Chinn & Ashcroft, 2007, S. 63; Jordan, Wylie & Mulhern, 2015, S. 2; Nolte, 2009, S. 217).

ZUSAMMENHANG ZWISCHEN LESEN UND RECHNEN

Während die Forschung im Bereich der Schriftsprachkompetenz fortgeschritten ist, steckt die Forschung zur Entwicklung von Rechenkompetenzen aufgrund einer mangelnden Anzahl an Längsschnittuntersuchungen noch in den Kinderschuhen (Berg, 2008, S. 289; Chiappe, 2005, S. 313; Gersten & Jordan, 2005, S. 294; Jordan, Kaplan & Hanich, 2002, S. 586; Robinson et al., 2002, S. 81). Beide Forschungsstränge – Schriftsprachkompetenz und Rechenkompetenz – wurden in der Forschung bisher weitestgehend getrennt voneinander betrachtet und Zusammenhänge möglicherweise nicht gesehen (Hecht, Torgesen, Wagner & Rashotte, 2001; Koponen et al., 2007, S. 221; Malmer, 2000, S. 223; Schwenck & Schneider, 2003, S. 262). Dabei kann die Forschung zum schriftsprachlichen Erwerb die Forschung zur Mathematik lehren (Chiappe, 2005, S. 313; Mann Koepke & Miller, 2013, S. 485): „Research in each of the three disability domains (RD [reading disability], MD [mathematics disability], and MD+RD [mathematics and reading disability]) separately has the potential to clarify and advance understanding in the other two“ (Mann Koepke & Miller, 2013, S. 485). Im wissenschaftlichen Diskurs werden Gemeinsamkeiten zwischen beiden Domänen erörtert, die sich besonders in der Entwicklung beider Domänen zeigen und auf gemeinsamen kognitiven Vorläuferkompetenzen, unterstützenden Funktionen, dem Arbeitsgedächtnis sowie dem Faktenabruf beruhen (Koponen et al., 2007; Schwenck & Schneider, 2003; Simmons & Singleton, 2009; Vukovic, Lesaux & Siegel, 2010). Analysiert und vergleicht man spezifische Charakteristika des Lesens und der Mathematik, kommen einige Ähnlichkeiten beider Domänen zum Vorschein. Beide bedienen sich abstrakter, symbolischer Systeme, über welche nur der Mensch verfügt. Weiterhin zählen sowohl das Lesen als auch das Rechnen zu komplexen Prozessen, die zahlreicher, eigenständiger Fähigkeiten bedürfen (Fite, 2002, S. 9; Greabell & Anderson, 1992, S. 142; Miles, 1992, S. 62).

Forschungen im Bereich der Lese- und Rechenstörung geben Auskunft über den Zusammenhang (siehe Arnbak, 2004; Compton, DeFries & Olson, 2001; Landerl, Fussenegger, Moll & Willburger, 2009; Miles, Haslum & Wheeler, 2001; Simmons & Singleton, 2006, 2007; De Smedt & Boets, 2010). Der offensichtlichste Zusammenhang zwischen

Mathematik und Lesen ist in der Bearbeitung von Textaufgaben zu finden. Hier erfordert das korrekte Lösen einer Aufgabe nicht nur eine Einsicht in das mathematische Problem, sondern es besteht zugleich eine Herausforderung in der Entschlüsselung eines linguistischen Problems (Duru & Koklu, 2011, S. 448; Fuchs et al., 2008, S. 2; Schrader et al., 2008, S. 11 f.). Eine isolierte Leseschwäche beeinflusst die Leistungen in anderen Fächern insbesondere bei schriftlicher Präsentation von Texten sowie bei der selbstständigen Erarbeitung von Themengebieten, welche das Lesen und die Verarbeitung schriftlich präsentierter Texte erfordert (Bos et al., 2012b, S. 252; Hanich et al., 2001). Dabei sind Lernende, die Schwierigkeiten im Lesen und Rechnen haben, gleichermaßen betroffen wie Lernende, die nur im Bereich des Lesens Schwierigkeiten aufweisen (Jordan et al., 2002, S. 596).

Die wenigen Studien, die Zusammenhänge zwischen schulischer Mathematik und schriftsprachlichen Leistungen untersuchen, können mittelhohe Zusammenhänge nachweisen (beispielsweise Berg, 2008; Krajewski, 2013, S. 167). In ihrer Studie untersuchten Koponen und Kollegen (2007) kognitive Prädiktoren einstelliger Zahlenberechnung und prozeduralen arithmetischen Wissens und deren Kovarianz mit der Lesekompetenz. Sie konnten signifikante Zusammenhänge zwischen Lesekompetenz und einstelliger Zahlenberechnung wie prozeduralem arithmetischen Wissen nachweisen. Schulleistungsstudien wie TIMSS 2011 konnten für die Relation von Mathematik- und Leseleistungen einen mittleren Zusammenhang von $r = .54$ feststellen (Bos et al., 2012a, S. 238). Weiterhin weisen Mullis und die Kollegen Martin und Foy (2011, S. 92) bei einer Analyse der Mathematikaufgaben der TIMSS-Studie hinsichtlich ihrer sprachlichen Anforderungen nach, dass für alle drei Anforderungsprofile der Leseleistung Schülerinnen und Schüler mit den besten Leseleistungen die meisten Mathematikaufgaben korrekt lösen konnten. Demgegenüber lösten Schülerinnen und Schüler mit schwach ausgeprägten Lesekompetenzen weniger Aufgaben korrekt, wobei ein Gefälle der korrekten Aufgabenlösung zwischen den Aufgaben mit niedrigeren und höheren Leseanforderungen zugunsten der niedrigeren Leseanforderungen bestand.

N. C. Jordan und Hanich untersuchen den Zusammenhang zwischen Lesekompetenz und Mathematik. Ihre nachfolgend angeführten Untersuchungen kommen zu folgenden Erkenntnissen:

- Kinder nur mit Leseschwierigkeiten (difficulties in reading but not in mathematics = RD only), Kinder nur mit Rechenschwierigkeiten (difficulties in mathematics but not in reading = MD only), Kinder mit kombinierten Schwierigkeiten im Lesen und Rechnen (difficulties in mathematics and difficulties in reading = MD-RD) und Kinder mit normalen Leistungen in Mathematik und im Lesen (normal achievement in mathematics and in reading = NA) erzielen in den mathematische Kompetenzen unterschiedliche Leistungszuwächse (Jordan & Hanich, 2000). Dabei verzeichnet die MD only-Gruppe einen größeren Zuwachs als die Gruppe MD-RD (Jordan et al., 2002).
- Analysen der Gruppe der Kinder mit Rechenschwierigkeiten (MD = mathematics difficulties) lassen bei genauerer Betrachtung der Untergruppen MD-only und MD-RD die Vermutung nach durchdringenderen Mathematikschwierigkeiten zu.

Bezüglich dieser beiden Gruppen lassen sich Unterschiede in den Kompetenzen im Zählen und im Faktenabruf nachweisen, da hier die MD-RD-Gruppe beim Zählen zu mehr falschen Lösungen kommt als die Gruppe MD, die erfolgreich Zählstrategien verwendet; weiterhin zeigen sie Schwierigkeiten mit Textaufgaben (Hanich et al., 2001; Jordan & Hanich, 2000).

- Beim Überschlagsrechnen haben relativ starke Lese- und Sprachkompetenzen bei Kindern mit niedrigen mathematischen Leistungen keine besseren Leistungen zur Folge; dieses spricht dafür, dass das Überschlagsrechnen eines der Kernprobleme von Kindern mit Rechenschwierigkeiten ist, ungeachtet ihrer Zuordnung zu MD only und MR-RD. Somit nehmen Lese- und Sprachleistungen hier keinen Einfluss (Hanich et al., 2001).
- Lesekompetenz hat einen Einfluss auf die Leistungsentwicklung von Kindern im Rechnen, aber umgekehrt beeinflussen mathematische Kompetenzen die Entwicklung im Lesen nicht (Gersten et al., 2005; Hecht et al., 2001; Jordan et al., 2002). Demnach können Kompetenzen im Lesen und in Sprache einen kompensatorischen Effekt haben (Jordan & Hanich, 2003; Jordan et al., 2003). Gut ausgebildete Lesekompetenzen bei Vorliegen einer isolierten Rechenstörung begünstigen größere Fortschritte in Mathematik als bei Kindern mit kombinierten Störungen; N. C. Jordan und Hanich (2003) schlussfolgern, dass die Lesekompetenz bezüglich mathematischer Fortschritte und der Stabilität von Schwierigkeiten prädiktive Eigenschaften besitzt.

Ein zentrales Ergebnis dieser Untersuchungen ist, dass die Gruppe von Lernenden mit Schwierigkeiten im Rechnen heterogener ist als bislang angenommen; so zeigen Kinder mit kombinierter Schwäche im Lesen und Rechnen ein anderes kognitives Profil gegenüber Kindern, die nur im Bereich des Rechnens Schwierigkeiten aufweisen (Gersten & Jordan, 2005, S. 295). Gleichzeitig bedeutet dieser Umstand für Förderungen, dass gegebenenfalls zielgruppenspezifisch zwischen MD und MD+RD differenziert werden muss (Gersten et al., 2005, S. 300; Hanich et al., 2001, S. 625). „For MD[...]-only, RD[...]-only, and MD[...]-RD[...] students, [...] supplementary instruction should focus on computation and labelling. MD[...]-RD[...] students, however, also require supplementary instruction on the heart of the classroom problem-solving instruction, designed to enhance student understanding of complex problem solving“ (Fuchs, Fuchs & Prentice, 2004, S. 305).

Auch im deutschsprachigen Raum gibt es erste Forschungen zu verschiedenen Subtypen von Kindern mit Rechenschwierigkeiten und Kindern, die von einem Risiko betroffen sind; allerdings gibt es für Deutschland im Vergleich zum internationalen Forschungsstand bisher wenige Forschungsergebnisse. Beispielsweise untersuchten Schuchardt und Mähler (2010) verschiedene Subgruppen rechenschwacher Kinder hinsichtlich ihrer Arbeitsgedächtniskapazität, des basalen arithmetischen Faktenwissens und numerischer Basiskompetenzen. Für diesen Zweck wurden 22 Kinder mit der Diagnose Rechenstörung, 30 Kinder mit der Diagnose kombinierter Störung schulischer Fertigkeiten und 30 Kinder ohne Auffälligkeiten untersucht. Zentrales Ergebnis ist die Unterlegenheit beider Subgruppen von rechenschwachen Kindern gegenüber Kindern ohne Risiko in allen untersuchten Bereichen. Die Gruppe mit kombinierter Störung schulischer Fertigkeiten weist dabei umfassende Beeinträchtigungen auf (Schuchardt & Mähler, 2010, S. 223).

Mögliche Zusammenhänge werden darüber hinaus im Arbeitsgedächtnis und mit phonologischen Verarbeitungsprozessen in gemeinsamen Prädiktoren des Lesens und Rechnens vermutet, welche sich auf die Leistungen in den Kulturtechniken auswirken, wobei es keine Evidenz für ein Ursache-Wirkung-Verhältnis gibt (Alloway, Gathercole, Adams & Willis, 2005; Bull, Espy & Wiebe, 2008; Dornheim, 2009; Ennemoser & Krajewski, 2013, 2015; Gold, 2015; Grube, 2006, 2009; Grube & Hasselhorn, 2006; Hasselhorn & Grube, 2007; Hecht et al., 2001; Ise & Schulte-Körne, 2013; Jansen, Mannhaupt, Max & Skowronek, 1999; Koponen et al., 2007; Krajewski & Schneider, 2009; Leather & Henry, 1994; Mähler et al., 2015; Mazzocco & Grimm, 2013; Moll & Landerl, 2011; Pauly, Lonnemann, Linkersdörfer & Lindberg, 2013; Schuchardt, Kunze, Grube & Hasselhorn, 2006; Schwenck & Schneider, 2003; Shafrir & Siegel, 1994; Simmons & Singleton, 2009; Vukovic, 2012; Vukovic & Lesaux, 2013; Werner, 2009).

4.1.2.4 Lernverhalten

Lernstörungen sind dadurch gekennzeichnet, dass sich Schülerinnen und Schüler mangelnder beziehungsweise ungeeigneter Lernaktivitäten bedienen, was sich darin niederschlägt, dass zu wenig Anstrengung investiert wird (Lauth, Brunstein et al., 2014, S. 22). Ein Kennzeichen erfolgreicher Informationsverarbeitung liegt darin, dass Lernende ihr Lernverhalten planen (Pressley et al., 1989, S. 258). Hinsichtlich des Lernverhaltens verweisen Hartmann und Methner (2015a) einerseits darauf, dass dieses die Grundlage für schulisches Lernen darstellt, gleichzeitig zeigen sie aber auch die Schwierigkeiten einer Begriffsbestimmung auf: „Die Schwierigkeit liegt [...] im Detail. Aus wissenschaftlicher Perspektive fehlt es an einer einheitlichen Definition und zur Konkretisierung werden Unterkategorien vorgeschlagen“ (Hartmann & Methner, 2015a, S. 14).

Während Helmke und Schrader (1999) unter dem Begriff Lernverhalten unter anderem Dimensionen erfassen, welche sich der Beobachtung entziehen (beispielsweise Handlungskontrolle, Fähigkeitsselbstkonzept), meint der Begriff Verhalten „in seiner ursprünglichen und präzisen Bedeutung [...] jede physische Aktivität eines lebenden Organismus, die (im [Gegensatz] zu psychischen Abläufen) grundsätzlich von anderen Beobachtern […] feststellbar ist“ (Dorsch, Häcker, Stapf & Becker-Carus, 2009, S. 1060).

Matthes (2009, S. 30) subsummiert unter dem Begriff Lernaktivität die Komponenten Motivation und Handlungssteuerung, im Sinne des selbstregulierten Lernens (siehe auch Brunstein & Spörer, 2010; Reiss & Hammer, 2013; Ziegler & Stöger, 2009).

Lohbeck und Kollegen (2014, S. 704) definieren Lernverhalten folgendermaßen: „Unter dem Lernverhalten in der Schule können allgemein alle offenen und verdeckten Tätigkeiten verstanden werden, die sich auf den Lernprozess beziehen und nicht notwendigerweise in enger raum-zeitlicher Nähe zum Lernen stattfinden.“

Tabelle 4.3 illustriert verschiedene Zugangswege von Diagnostika zur Operationalisierung des Lernverhaltens und verweist zugleich auf die Schwierigkeit der Operationalisierung: „Die Schwierigkeit der Operationalisierung des schulbezogenen Sozial- und Lernverhaltens lässt sich dabei damit erklären, dass das schulbezogene Sozial- und

Lernverhalten mit einer Vielzahl von verschiedenen Kompetenzen assoziiert ist“ (Lohbeck, Nitkowski et al., 2014, S. 703).

Tabelle 4.3: Operationalisierung des Lernverhaltens in ausgewählten Diagnostika

Lern- und Arbeitsverhaltens-inventar (LAVI) (Keller & Thiel, 1998)	Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten von Schülern (LSL) (Petermann & Petermann, 2013)	Leipziger Kompetenz-Screening für die Schule (LKS) (Hartmann & Methner, 2015b)	Integrated Teacher Rating Form (ITRF) (Volpe & Fabiano, 2013)
• Arbeitshaltung • Stressbewältigung • Lerntechnik	• Anstrengungsbereitschaft und Ausdauer • Konzentration • Selbständigkeit beim Lernen • Sorgfalt beim Lernen	• Kooperation • Regelverhalten • Mitarbeit • Zuverlässiges Arbeiten • Kreativität • Aufmerksamkeit • Eigene Interessen • Pünktlichkeit	• Probleme im lernförderlichen Verhalten • Aktivitäten, die das eigene Lernen oder das Lernen anderer beeinträchtigen

Auch die Bildungspolitik hat die Bedeutung des Lernverhaltens erkannt, dessen Entwicklung im Rahmen der Schulzeugnisse einiger Länder neben dem Sozialverhalten Berücksichtigung findet. Das Lernverhalten wird in den Erlassen gemeinhin als Arbeitsverhalten bezeichnet, jedoch wird im Sinne der zuvor dargestellten Operationalisierungen (siehe Tabelle 4.3) einer Orientierung an der inhaltlichen Ausgestaltung des Lernverhaltens weitestgehend gefolgt: „Leistungsbereitschaft und Mitarbeit, Ziel- und Ergebnisorientierung, Kooperationsfähigkeit, Selbstständigkeit, Sorgfalt und Ausdauer [sowie] Verlässlichkeit“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2014, S. 5). Eine hier fehlende Klärung und Abgrenzung der Begriffe des Arbeits- und Lernverhaltens sowie der Lernaktivität erschweren eine trennscharfe Darstellung wie bereits von Hartmann und Methner (2015a) kritisiert (siehe auch Keller & Thiel, 1998; Lohbeck, Nitkowski et al., 2014; Petermann & Petermann, 2013; Petermann, Petermann & Lohbeck, 2014; Thiel, Keller & Binder, 1979).

Hinsichtlich der Bedeutung des Lernverhaltens schlussfolgern Kastner und Petermann (2010, S. 258), dass mangelnde Ausdauer und Konzentration und eine mangelnde Selbstständigkeit und Sorgfalt langfristig zu schlechten Schulleistungen führen:

> Damit wird deutlich, dass nicht nur kognitive Merkmale wichtige Voraussetzungen für die schulische Leistungsfähigkeit darstellen, sondern auch motivationale und volitionale Faktoren eine entscheidende Rolle spielen: Zu Beginn eines Lernprozesses werden zunächst Handlungen ausgewählt und Lernabsichten gebildet. In dieser Phase ist insbesondere die Motivation von großer Bedeutung. Volitionale Faktoren hingegen sorgen für die Umsetzung der gebildeten Lernabsichten, wobei diese zusätzlich von inneren und äußeren Störeinflüssen abgeschirmt werden.

Eng verknüpft ist das Gebiet des Lernverhaltens also mit dem der Lern- und Leistungsmotivation. Neigt eine Schülerin, ein Schüler zur Arbeitsvermeidung, wirkt sich dieses Verhalten negativ auf Interesse und Motivation, wie auch auf die Leistungen aus. Es resultiert eine langfristige Vermeidung des Gegenstandsbereichs (Spinath, Stiensmeier-Pelster, Schöne & Dickhäuser, 2012, S. 18).

Werden Forschungen betrachtet, die den Zusammenhang von Schulleistungen und Lernverhalten untersuchen, lassen sich exemplarisch die nachfolgenden Ergebnisse konstatieren. Die Forschergruppe um Yen konnte in einer Studie mit 1 304 Schülerinnen und Schülern ausmachen, dass neben kognitiven Leistungsfähigkeiten das Lernverhalten die akademische Leistung beeinflusst (Yen, Konold & McDermott, 2004, S. 166).

Ebenso untersuchten Weber und Kollegen den bisher wenig beachteten Zusammenhang zwischen kognitiven Fähigkeiten und schulischer Leistung unter Berücksichtigung des Lernverhaltens (Weber, Rücker, Büttner, Petermann & Daseking, 2015). Auch hier konnten mittlere Zusammenhänge hinsichtlich einer Mediation des Lernverhaltens für kognitive Fähigkeiten und Schulleistungen für das Fach Deutsch ausgemacht werden. Für die Schulnote im Fach Mathematik erreichte der Zusammenhang keine Signifikanz; vielmehr stellt sich der Gesamt-IQ-Wert als alleiniger Prädiktor heraus. „Diese kognitiven Prozesse scheinen so bedeutsam für die Vorhersage der Mathematikleistung zu sein, dass Lernkomponenten, wie z. B. Anstrengung und Ausdauer oder Selbstständigkeit beim Lernen, keinen zusätzlichen Einfluss auf die Leistung ausüben“ (Weber et al., 2015, S. 824). Die Autorengruppe vermutet, dass aufgrund der verschieden gefassten Operationalisierung von Lernverhalten das Instrument der Lehrereinschätzliste (Petermann & Petermann, 2013) die für das mathematische Lernen relevante Facette des Lernverhaltens nicht erfasst und innere Prozesse aufgrund der Fremdbeurteilung nicht zu beobachten sind.

In einer Studie von Lohbeck, Petermann und U. Petermann (2015) mit 395 Grundschulkindern wurde als Instrument die Schülereinschätzliste (*SSL*; Petermann et al., 2014) eingesetzt. Bei diesem Instrument handelt es sich um ein Instrument zur Selbsteinschätzung hinsichtlich des Lern- und Sozialverhaltens. Die Studie verfolgt unter anderem die Fragestellung, ob sich Mathematik- und Deutschnoten durch die Selbsteinschätzung des schulischen Sozial- und Lernverhaltens von Kindern im vierten Schuljahr vorhersagen lassen (Lohbeck et al., 2015, S. 4). Hier lässt sich schlussfolgern, dass Schülerinnen und Schüler bessere Mathematiknoten erzielen, wenn sie sich selbst als konzentrierter und kooperativer einschätzen (Lohbeck et al., 2015, S. 10), worauf β-Koeffizienten von .38 (Subtest Lernverhalten: Skala Konzentration) und .21 (Subtest Sozialverhalten: Skala Kooperation) hinweisen.

U. Petermann, Petermann und Lohbeck (2014) empfehlen als Annäherung daran, wie Lernverhalten als funktional beziehungsweise dysfunktional eingestuft werden kann, den Vergleich von guten mit schlechten Lernern. Bei der Betrachtung lernschwacher Schülerinnen und Schüler fällt auf, dass andauernde und regelmäßige misserfolgsbelastete emotional-motivationale Kreisläufe und eine unzureichende Handlungssteuerung eben zu Lernschwierigkeiten führen können.

METAKOGNITION

Metakognition bildet einen übergeordneten Rahmen, in welchem Strategienutzung stattfindet (siehe Abbildung 4.5).

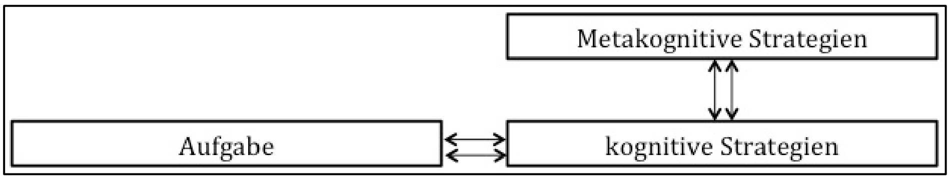


Abbildung 4.5: Das Verhältnis von Megakognition und kognitiven Strategien (Kaiser & Kaiser, 2006, S. 35)

Flavell und seine Autorengruppe um Miller und Miller (2002, S. 164; Hervorhebungen im Original) definieren diese folgendermaßen:

> It is called *meta*cognition because its core meaning is, ‚cognition about cognition‘. Children not only think when solving a problem, but they also learn to think about thinking and about tasks, strategies, and the process of solving a problem. Metacognitive territory includes both what you know about cognition and how you manage your own cognition.

Der Begriff Metakognition leitet sich aus dem Griechischen ab von ‚meta‘ für ‚über‘ und ‚cognito‘ für ‚Erkenntnis‘ und meint somit das Denken über das Denken (Moritz, 2008, S. 368). „Das Wissen um geeignete Lern- oder Kontrollstrategien [ist] eine wichtige Komponente, auch wenn dieses Wissen nicht unbedingt fachspezifisch ausgeprägt sein muss“ (Reiss & Hammer, 2013, S. 38). Dabei werden unter dem Begriff der Metakognition zwei Arten von Strategien unterschieden: (1) deklarative metakognitive Strategien sowie (2) exekutive Kontrollstrategien (Christmann & Groeben, 2013, S. 194 f.).

Hattie (2013, S. 224) analysiert auf Ebene des Unterrichts den Aspekt der Metakognition unter Berücksichtigung von zwei Metaanalysen mit 43 beziehungsweise 20 Einzelstudien. Mit einer Effektstärke von $d = .69$ rangiert der Aspekt der Metakognition in der Gesamtbewertung auf Platz 13 in Bezug auf ihren Einfluss auf den Lernerfolg. Auch die PISA-Ergebnisse legen nahe, dass Metakognition einen hohen und bedeutsamen Einfluss auf die Kompetenzen in den verschiedenen Domänen hat: Die mathematische Kompetenz korreliert hier mit $r = .46$ mit dem metakognitiven Wissen (Artelt & Neuenhaus, 2010, S. 139).

Hinsichtlich metakognitiver Strategienutzung unterteilt sich das mathematische Problemlösen nach Pólya (2010) in vier Phasen: (1) Verstehen der Aufgabenstellung, (2) Planen der Lösungsschritte, (3) Ausführen des Plans, (4) Evaluation und Reflektion der Lösung. Bereits in der ersten Phase des Problemlösens stellen sich den Schülerinnen und

Schülern mit Lernschwierigkeiten Probleme: „[Sie] wissen oft wenig darüber, ob bestimmte Aufgaben ihnen leicht oder schwer fallen würden. Ihre Fähigkeiten sind ihnen nur diffus oder gar nicht bewusst. Strategien der Planung und Selbstüberwachung […] sind wenig ausgebildet oder werden nicht hinreichend angewendet“ (Emmer, Hofmann & Matthes, 2007, S. 14).

Schoenfeld (1987) greift die vier Phasen des Problemlösens auf und verweist auf die Notwendigkeit, dass diese nur dann erfolgreich durchlaufen werden können, wenn sie nicht linear sondern rekursiv durchlaufen werden; andernfalls handelt es sich um den Typus „wild goose chase“, welcher als nicht erfolgreich gilt und den Problemlöseprozess auf folgende ineffektive Weise angeht:

> The students had spent twenty minutes on a wild goose chase. They had ample opportunity to stop during that time and ask themselves ‚Is this getting us anywhere? Should we try something else?‘ but they didn’t. And as long as they didn’t, they were guaranteed not to solve the problem (Schoenfeld, 1987, S. 193).

Hier rücken also insbesondere Aspekte des Analysierens und Überwachens in den Vordergrund.

Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten zeigen innerhalb dieser Phasen – neben unzureichender Kenntnis von Strategien – Schwierigkeiten, da sie wenig selbstgesteuert und selbstreflektiert vorgehen: „Lernschwache und lernbeeinträchtigte Kinder wenden solche bewussten Vorgehensweisen nicht von sich aus an. […] Daher wirkt ihr Lernen oft planlos und unsystematisch. Das Lernen wird dadurch ineffektiv. Infolgedessen werden die beabsichtigten Lernergebnisse zumeist nicht erreicht“ (Lauth, Brunstein et al., 2014, S. 21). Personen, welche Schwierigkeiten hinsichtlich selbstregulatorischer Fähigkeiten aufzeigen, bezeichnen Kuhl und Kazen (2003) als lageorientiert. „Unter Belastung aktualisieren sie weniger handlungsorientierte Gedanken und setzen weniger häufig Strategien zur Überwindung von Schwierigkeiten ein“ (Emmer et al., 2007, S. 13).

Bezüglich der Metakognition stellen Gaupp und Kollegen (2004, S. 40) die Bedeutung des Zahlbegriffs sowie das Beherrschen des Stellenwertsystems heraus. Erst eine differenzierte Vorstellung der Zahlengröße ermöglicht die Anwendung metakognitiver Kontrollstrategien, indem Überschlagsrechnungen Hinweise auf ein korrektes oder nicht korrektes Ergebnis geben; hierfür ist unabdingbar, dass Kinder die Mächtigkeit einer Zahl einordnen können, um solche Überschlagsrechnungen überhaupt anwenden zu können.

Lingel, Neuenhaus, Artelt und Schneider (2014) konnten in einer Untersuchung von 763 Schülerinnen und Schülern an Gymnasien, Real- und Hauptschulen eine prädiktive Bedeutung des metakognitiven Wissens hinsichtlich mathematischer Leistungen ausmachen, wobei sich bezüglich der Schulformen große Unterschiede zum Nachteil der Hauptschülerinnen und -schüler ausmachen ließen.

Das Rahmenmodell des fremd- und selbstgesteuerten Lernens von Schiefele und Pekrun (1996) sieht Lernverhalten, Motivation und Metakognition als zentrale Elemente an. Artelt und Neuenhaus (2010, S. 132) weisen darauf hin, dass der Zusammenhang zwischen metakognitivem Wissen und der Performanz in Lernsituationen durch motivationale Faktoren moderiert wird.

MOTIVATION UND VOLITION

Eng mit dem Lernverhalten verknüpft ist der Bereich der Motivation und Volition. Die Zusammenhänge zwischen Emotionen und Lernen sind komplexer und vielfältiger Art: „[Es] ist belegt, dass sich die emotionale Befindlichkeit und die emotionalen Fertigkeiten von Kindern auf ihre Aufmerksamkeitsleistungen, ihre Lernmotivation und die Aktivierung kognitiver Lernprozesse auswirken" (Petermann & Wiedebusch, 2016, S. 28). Frenzel und Kollegen (2015, S. 203) differenzieren den Begriff der Emotion in fünf Komponenten: Affektive Komponente, physiologische Komponente, kognitive Komponente, expressive Komponente und motivationale Komponente.

Dabei weisen sie auf unterschiedliche Zugänge einer Operationalisierung der Begriffe Emotion und Motivation hin: Wenngleich es zwischen beiden Überschneidungen gibt (beispielsweise. gilt Tätigkeitsfreude als Emotion, zugleich gilt sie als Indikator für intrinsische Motivation), lassen sich beide Felder als Teil-Ganzes-Beziehung oder auch als sich gegenseitig bedingende Phänomene ansehen, deren enge Verknüpfung unumstritten ist (Frenzel et al., 2015, S. 220; siehe auch Linnenbrink, 2006). „Emotions may trigger, sustain, or reduce academic motivation and related volitional processes" (Pekrun, Goetz, Titz & Perry, 2002, S. 97).

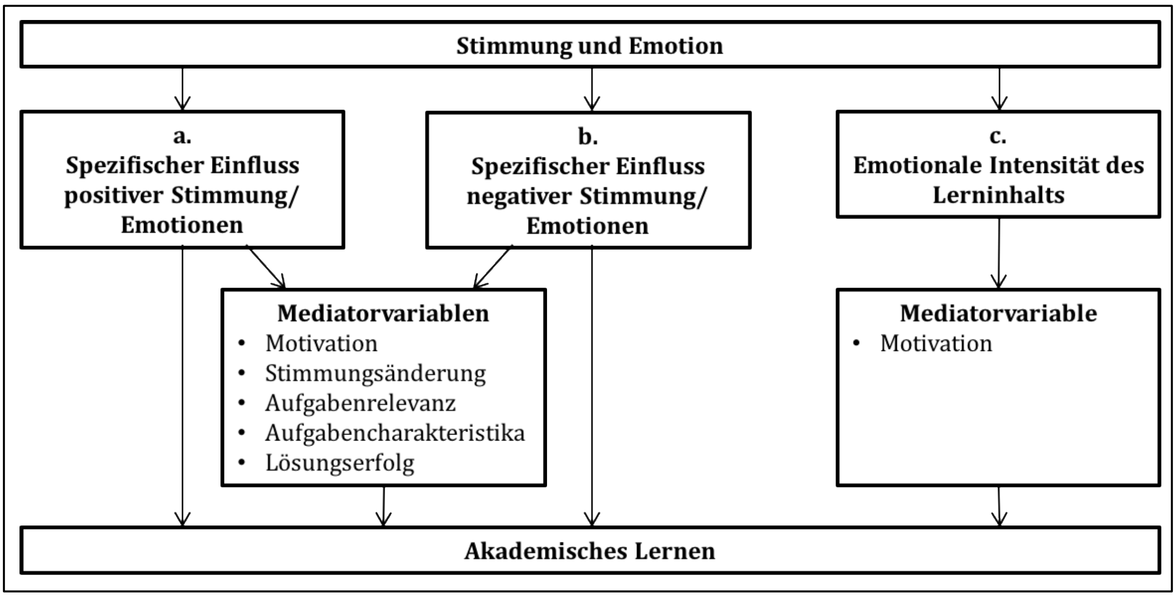


Abbildung 4.6: Der Einfluss von Stimmung und Emotion auf das schulische Lernen (Edlinger & Hascher, 2008, S. 63, zitiert nach Hascher, 2010, S. 18)

Abbildung 4.6 stellt die Integration von Erkenntnissen der Emotionsforschung und der Schulforschung dar. Hascher und Edinger (2008) betrachten den Aspekt der Motivation als Mediatorvariable. Somit vermittelt die Motivation den Einfluss von Stimmung und Emotionen auf das akademische Lernen. Infolgedessen hängt der Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern vermutlich auch von dem Zusammenspiel verschiedener motivationaler und kognitiver Mechanismen der Selbstregulierung und der Interaktion dieser Mechanismen mit den Aufgabenanforderungen ab (Pekrun et al., 2002, S. 98). Plakativ gesprochen drücken Brandstätter, Schüler, Ruca und Lozo (2000, S. V) diesen Zusammenhang folgendermaßen aus:

> Ohne Motivation keine Emotion und ohne Emotion keine Motivation. Wir reagieren nur dann emotional, wenn ein Ereignis für unsere persönlichen Belange (unsere Ziele, Bedürfnisse, Motive) von Bedeutung, also motivational relevant ist. Und andererseits: Das, was uns überhaupt zum Handeln motiviert, ist der Wunsch, positive Gefühle zu erleben und negative Gefühle zu vermeiden.

Dieser Zusammenhang erfordert es, Unterricht und Förderung für Schülerinnen und Schüler sinnstiftend zu gestalten. Nach Klafkis (2007, S. 273 f.) Auffassung der kritisch-konstruktiven Didaktik bedeutet dieses, dass bei der Gestaltung von Unterricht die Gegenwarts- und Zukunftsbedeutung eines Lerngegenstandes für die Schülerinnen und Schüler zwingend analysiert und transportiert werden muss.

Frenzel und Kollegen (2015, S. 218) betrachten den Einfluss von Emotion und Motivation differenzierter, wenn sie bezüglich des Einflusses der lern- und leistungsbezogenen Emotionen auf das akademische Lernen auf den Ebenen der kognitiven Ressourcen, der Lernstrategien und der Motivation differenzieren. Deutlich werden hier Rückkopplungsprozesse hinsichtlich der Aspekte Emotion, Lernen und Leistung. Mit Bezug auf Kapitel 2.1 ist ein Rückbezug zum Kompetenzbegriff der Expertengruppe DeSeCo hinsichtlich des Zusammenhangs mathematischer Kompetenz und Motivation angezeigt, wenn man neben den kognitiven die nicht-kognitiven Momente betrachtet (Linneweber-Lammerskitten, 2014, S. 17). In diesem Sinne impliziert der mathematische Kompetenzbegriff nicht nur die Bewältigung einer Problemsituation durch kognitive Aktivitäten, sondern gleichwohl durch beispielsweise Bereitschaft und Werte, welche somit eine notwendige Bedingung für mathematische Kompetenz darstellen (Linneweber-Lammerskitten, 2014, S. 18): „In letzter Konsequenz heißt das, dass nur derjenige mathematisch kompetent ist, der auch fähig und bereit ist, sein mathematisches Wissen und Können einzusetzen."

<u>Lern- und Anstrengungsbereitschaft</u>

Der Aspekt der Motivation und ihre Bedeutung für das schulische Lernen ist durch die beiden Bereiche der Lern- beziehungsweise Anstrengungsbereitschaft gekennzeichnet, welche als wichtige Voraussetzungen für die selbstständige Aufnahme und Ausgestaltung einer Lernhandlung sowie das Erreichen eines gesetzten Qualitätsziels gelten (Lauth, Brunstein et al., 2014, S. 21). Spinath und Kollegen (2012, S. 9) benennen als zwei mögliche Ursachen dafür, dass Lernerfolge beziehungsweise Leistungen hinter den Erwartungen zurückbleiben, (1) fehlende Begabung und (2) fehlende Motivation zur angemessenen Nutzung der Voraussetzung. „Da sich mangelnde Begabung und mangelnde Motivation häufig gegenseitig bedingen und in Form eines Teufelskreises noch weiter verstärken, ist es ohne angemessene diagnostische Hilfsmittel kaum möglich, die eigentliche Ursache für Minderleistungen zu bestimmen" (Spinath et al., 2012, S. 9).

Laut Pekrun (1993) ist die schulische Aufgabenmotivation im Sinne von Lern- und Prüfungsmotivationen als multidimensional zu bezeichnen, so differenziert sie sich in die

Bereiche intrinsische Motivation, Kompetenzmotivation, Leistungsmotivation und soziale Motivation aus. Deci und Ryan (2000) postulieren im Rahmen ihrer Selbstbestimmungstheorie drei Bedingungen, welche bei Erfüllung zu intrinsischer Motivation führen: Neben dem (1) eigenen Kompetenzerleben in einer jeweiligen Situation ist es entscheidend, dass das Individuum (2) Autonomie erlebt, was nichts anderes bedeutet, als dass eine Handlung frei von äußerem Druck vollzogen wird. „Some level of autonomy is a necessary condition for any self-regulation of learning and work activities“ (Pekrun, 2000, S. 155). Darüber hinaus erfährt das Individuum in dieser Tätigkeit (3) soziale Eingebundenheit: „Dieses Bedürfnis manifestiert sich u. a. in dem Ziel, vertrauensvolle und unterstützende Beziehungen zu anderen Menschen aufzubauen“ (Schiefele & Schaffner, 2015, S. 157).

Personen unterscheiden sich hinsichtlich der Zielorientierung, welche sich unter anderem in die Kategorien der Lernziele und Leistungsziele untergliedern. Unter dem Aspekt der Lernziele versteht man mit Fokussierung auf den Lernprozess das Bestreben einer Person, eigene Kompetenzen zu erweitern. Die Bezeichnung der Leistungsziele hingegen meint das Bemühen um die Präsentation vorhandenen Wissens und Könnens beziehungsweise das Verbergen von Wissens- und Könnenslücken (Spinath et al., 2012, S. 9). Schülerinnen und Schüler mit geringem Engagement tendieren zu Arbeitsvermeidung; hier liegt Motivation also darin, möglichst wenig Arbeit zu investieren. Personen, welche zu Arbeitsvermeidung tendieren, zeichnen sich auf Leistungsebene durch schlechte Leistungen aus, die durch geringes Engagement hervorgerufen wird (Spinath et al., 2012, S. 9). Das Konzept der Handlungs- und Lageorientierung kommt hier zu tragen: so zeichnen sich handlungsorientierte Schülerinnen und Schüler durch eine leistungsorientierte Motivation aus (Emmer et al., 2007, S. 16). Kinder mit Lernschwierigkeiten erfahren bereits zu Beginn einer Aufgabe Schwierigkeiten mit dem Verstehen der Aufgabenstellung, was impliziert, dass Bekanntheit, Schwierigkeit sowie subjektive Erfolgsaussichten eingeschätzt werden (Pólya, 2010). Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten neigen dazu, eine differenzierte Analyse ihrer Leistungsmöglichkeiten zu vermeiden. Dieses Verhalten kann durch eine unreflektierte Überschätzung und daraus resultierende, falsch gesteckte Ziele zu Misserfolgen führen. Wieder andere setzen Ziele zu niedrig an, um möglichen Misserfolgen vorzubeugen (Emmer et al., 2007, S. 41): „Somit bleiben Stolz und Freude über das Geschaffte aus. Erfolge verlieren damit ihre motivationale Wirkung“ (siehe auch Mackowiak et al., 2008, S. 202).

Pekrun (1993, S. 93) untersucht im Längsschnitt Schülerinnen und Schüler an Gymnasien, Real- sowie Hauptschulen. Für die Entwicklung der verschiedenen Arten von Aufgabenmotivationen konnte er folgende Entwicklungen abbilden:

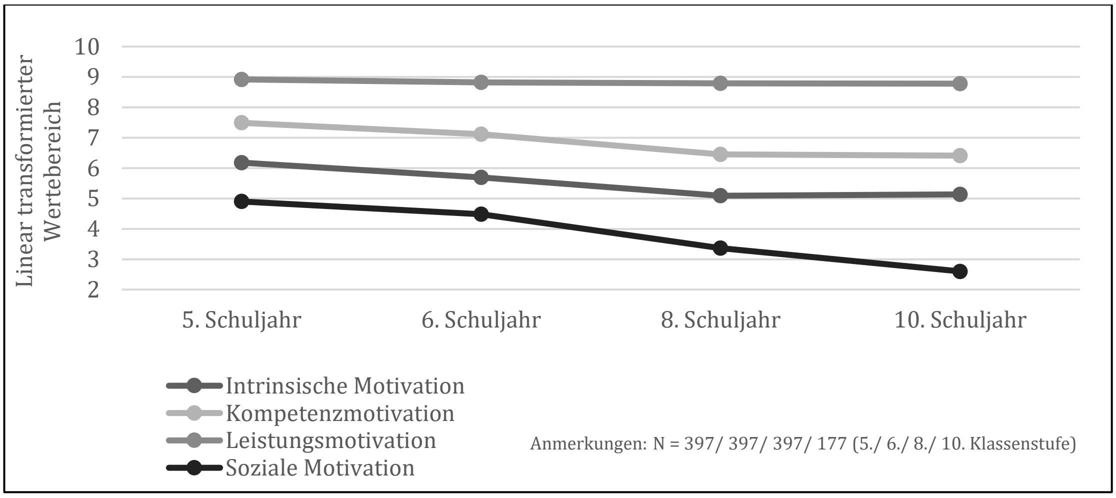


Abbildung 4.7: Durchschnittliche Entwicklungsverläufe der schulischen Aufgabenmotivation nach Pekrun (1993, S. 93)

Während die Leistungsmotivation konstant über alle Messzeitpunkte hinweg die stärkste Motivationsart darstellt, verzeichnen die anderen Facetten von Motivation eine Rezession. Ebenso legt die Studie einen Rückgang der schulischen Anstrengungsbereitschaft über die Schuljahre hinweg nahe.

Helmke (1997, S. 271 f.), der Motivation durch das Selbstkonzept in den Fächern Deutsch und Mathematik sowie die Lernfreude in beiden Fächern operationalisiert und in Relation zu Lernschwäche betrachtet, weist für die Untersuchungsstichprobe von 1 150 Schülerinnen und Schülern im Rahmen der SCHOLASTIK-Studie darauf hin, dass sich abgesehen von einer niedrigeren Lernfreude in Mathematik in der zweiten Klassenstufe lernschwache Schülerinnen und Schüler hinsichtlich der Motivation zunächst nicht von ihren als nicht lernschwach identifizierten Mitschülerinnen und -schülern unterscheiden. Während die Anzahl an Kindern mit Lernstörungen linear über die Schuljahre hinweg bis zur vierten Klassenstufe zunimmt, zeigt sich für die Entwicklung der Motivation eine sprunghaft negative Entwicklung bis zur dritten Klasse, dann stagniert das Motivationslevel. Gleichzeitig nehmen die Leistungen im kognitiven Bereich (Intelligenz, Arithmetik, Textaufgaben, Rechtschreiben) bis zur vierten Klassenstufe ab. Der Autor stellt hier die Vermutung an, dass die Motivationsentwicklung zeitverzögert auf das sich verschlechternde kognitive Verlaufsprofil reagiert, das heißt, die dominante Kausalrichtung geht von der Leistung auf die Motivation.

> Aufgrund gehäufter negativer Erfahrungen ist die Lernmotivation dieser [Schülerinnen und Schüler] in der Regel gering oder misserfolgsorientiert. Angst vor erneutem Versagen, Überforderungsgefühle, Vermeidungstendenzen und eine geringe Anstrengungsbereitschaft sind die Folge. Das Lernen wird folglich kaum als befriedigend erlebt, es entsteht ein Teufelskreis von kognitiven und motivationalen Defiziten beim Lernen, und das ineffiziente Lernen verfestigt sich (Lauth & Mackowiak, 2006, S. 202).

Das Selbstbewertungsmodell (siehe Abbildung 4.8) für erfolgszuversichtliche und misserfolgsängstliche Leistungsmotivation veranschaulicht das oben angeführte Zitat von Lauth und Mackowiak (2006, S. 202): Es zeigt sich, dass innerhalb dieses Modells der eigene Attributionsstil von der Erfolgsbilanz abhängt. Daraus resultiert, dass die

Leistungsmotivation sowie die Erfolgserwartung beeinflusst werden, was im Rückschluss zu einer unangemessenen Zielsetzung führt.

Steinmayr und Spinath (2009, S. 88) untersuchten 342 Jugendliche hinsichtlich der prädiktiven Wirkung von Motivation auf den Schulerfolg. Ein zentrales Ergebnis dieser Studie betrifft die Bedeutung der Motivation für mathematische Leistungen: Bei der Vorhersage mathematischer Leistung zeigt sich unter Kontrolle vorheriger Leistungen die Motivation gegenüber der Intelligenz als prädiktive Kraft.

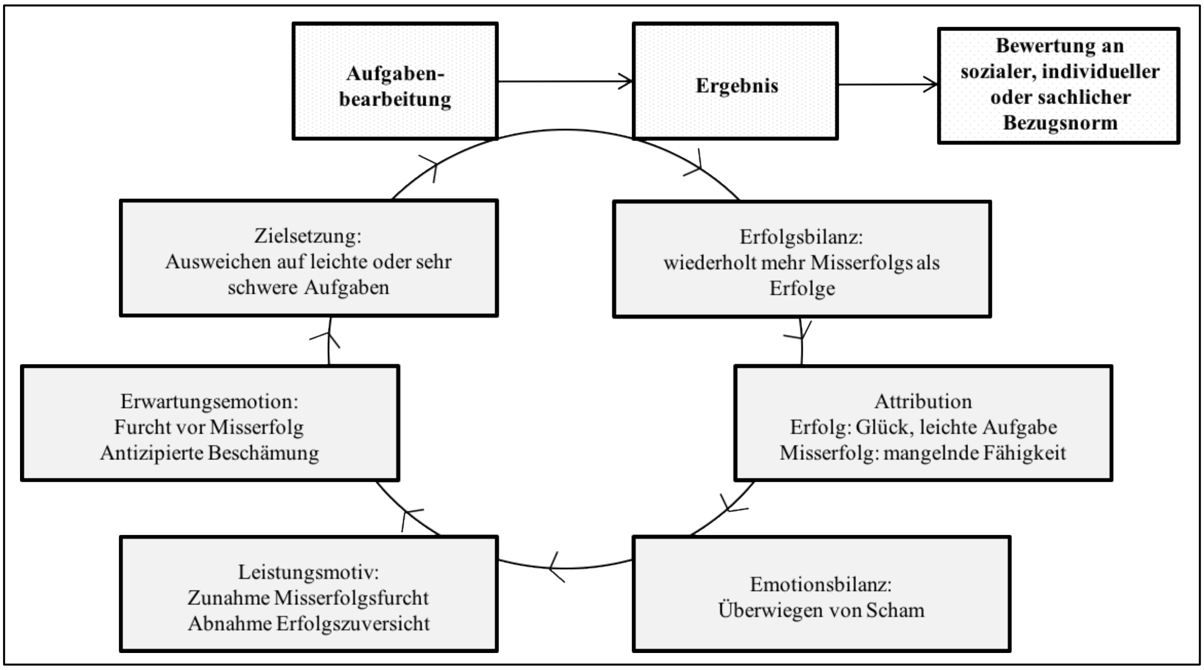


Abbildung 4.8: Selbstbewertungsmodell hinsichtlich misserfolgsängstlicher Leistungsmotivationen nach Holodynski (2007, S. 303)

Als eine weitere motivationale Variable ist das Fähigkeitsselbstkonzept zu bezeichnen. Die Autoren Steinmayr und Spinath (2013) bemängeln, dass es hinsichtlich standardisierter Schulleistungstests und Schulnoten nur wenige Studien gibt, welche die Intelligenz und das Fähigkeitsselbstkonzept berücksichtigen. Zentrale Ergebnisse ihrer Studie mit 463 Schülerinnen und Schülern an Realschulen und Gymnasien sind folgende: Einerseits konnte die prädiktive Funktion der Intelligenz für die Ergebnisse in Schulleistungstests ausgemacht werden, andererseits auch die Bedeutung von Intelligenz und Fähigkeitsselbstkonzept für die Schulnote im Fach Mathematik. Die dominantere Rolle der Intelligenz gegenüber dem Fähigkeitsselbstkonzept bei der Vorhersage der Schulleistungstests begründen die Autorinnen damit, dass Schulleistungstests spezifisches Wissen erfassen. Die gleiche Bedeutung hinsichtlich der Vorhersage der Mathematiknote ist durch die Berücksichtigung des Lern- und Anstrengungsverhaltens bei der Notenfindung zu erklären.

4.1.2.5 Sozialverhalten

Abbildung 4.9 stellt den Zusammenhang zwischen emotionalen Kompetenzen und Schulproblemen auf einer zeitlichen Ebene dar, wobei auch der Aspekt des Lernverhaltens – hier im Sinne geringer Lernbereitschaft – thematisiert wird. Mangelnde sozial-emotionale

Kompetenzen und ihre Ausprägungsformen führen dabei auf schulischer Ebene zu vier Folgeerscheinungen, (1) erschwerte Anpassung an das schulische Umfeld, (2) Akzeptanzprobleme bei Mitschülerinnen, -schülern und Lehrkräften, (3) geringe Integration in den Klassenverband sowie (4) wenig positives Feedback seitens der Lehrkräfte. Diese vier Folgeerscheinungen stehen zueinander in einer Wechselbeziehung. Gemeinsam bedingen sie in einem nächsten Schritt Schulunlust, eine geringe Lernbereitschaft sowie schulische Misserfolge. Es können auf Ebene der Folgeprobleme schulische Leistungsdefizite, Klassenwiederholungen und eine verzögerte Schullaufbahn, ein auffälliges Sozialverhalten sowie Mobbing, Vandalismus oder Substanzmissbrauch resultieren.

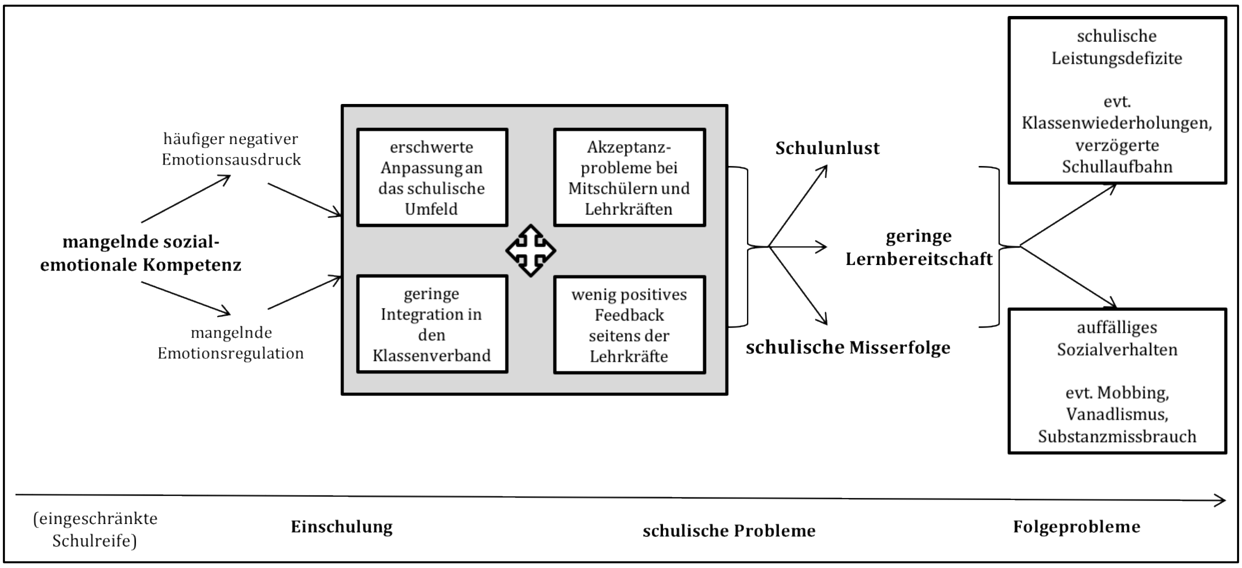


Abbildung 4.9: „Emotionale Kompetenz und Schulprobleme“ nach Petermann und Wiedebusch (2016) und Wiedebusch (2008)

Hinsichtlich des Sozialverhaltens verweisen Petermann und Wiedebusch (2016, S. 31) darauf, dass ein angemessener Umgang mit den eigenen Gefühlen und denen Anderer das Lernverhalten verbessern und zu schulischen Erfolgen beitragen kann. Diese Annahme macht es notwendig, neben den konkreten Lernaktivitäten auch das Sozialverhalten zu thematisieren. Laut Denham (2006) gelingt Kindern, welche bereits im Kindergartenalter über gut ausgebildete emotional-soziale Kompetenzen verfügen, nicht nur eine bessere Anpassung an den schulischen Alltag, sondern sie verzeichnen zudem auch bessere schulische Erfolge. Raver und Knitze (2002, S. 3) fassen das Risiko schlecht ausgebildeter emotionaler und sozialer Kompetenzen folgendermaßen zusammen:

- Junge Kinder mit geringen emotionalen und sozialen Kompetenzen nehmen weniger an Aktivitäten im Klassenraum teil und werden von Mitschülerinnen und -schülern sowie Lehrkräften weniger akzeptiert. Bereits im Vorschulalter erhalten diese Kinder weniger Anleitungen und positives Feedback. Sie haben weniger positive Einstellungen gegenüber der Institution Schule, lernen weniger und nehmen seltener am Unterricht teil.
- Junge Kinder mit geringen emotionalen und sozialen Kompetenzen zeigen weniger Leistungen in akademischen Aufgaben und wiederholen häufiger eines der ersten Schuljahre. In der späteren Kindheit und Jugend stellt sich ihnen ein

größeres Risiko, aus dem System Schule herauszufallen und in die Delinquenz abzurutschen.

- Ungeachtet ihrer kognitiven Fähigkeiten sowie des familiären Hintergrundes sagen emotionale und soziale Kompetenzen sowie Verhaltenskompetenzen die akademischen Kompetenzen in der ersten Klasse voraus.

Laut einer Studie von Lohbeck, Petermann und U. Petermann (2015, S. 10) erklärt die Kooperationsfähigkeit von Schülerinnen und Schülern die Notenvarianz in den Fächern Deutsch und Mathematik. Es besteht ein direkter Zusammenhang zwischen Schulleistung und selbsteingeschätztem Sozialverhalten.

Bei ausschließlicher Betrachtung von Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwierigkeiten, zeigen Endlich und Kollegen (2014, S. 68), dass Schülerinnen und Schüler mit überdauernden Schwierigkeiten im Rechnen vermehrt externalisierende Verhaltensweisen aufzeigen (siehe auch Auerbach & Shalev, 2008).

Ebenso Becherer, Köller und Zimmermann (2017) weisen nach, dass prosoziales Verhalten eher mit guten Schulleistungen zu assoziieren ist.

4.2 Ebene II: Ausgewählte externe Bedingungsfaktoren

„Zu den wichtigsten bildungspolitischen Zielen demokratischer Gesellschaften gehört es, allen Heranwachsenden gleich gute Bildungschancen zu geben, sie individuell optimal zu fördern und gleichzeitig soziale, ethnische und kulturelle Disparitäten der Bildungsbeteiligung und des Bildungserfolgs auszugleichen“ (Baumert & Schümer, 2001, S. 323). Diese Ziele entsprechen der Forderung des Grundgesetzes (Art. 3 III GG) danach, dass Menschen unter anderem ungeachtet ihrer sozialen Herkunft keine Benachteiligungen erfahren dürfen. Doch zugleich weisen steigende Armutsgefährdungsquoten auf eine wachsende soziale Ungleichheit hin (Stubbe, Schwippert & Wendt, 2016, S. 299).

Eine ausschließliche Betrachtung interner Bedingungsfaktoren für die Entwicklung von Lernleistungen scheint kurzsichtig, liefern Studienergebnisse doch Belege für die Bedeutung externer Bedingungsfaktoren, wie das schulische Setting, die Peers oder auch das Elternhaus, die zu Leistungsdisparitäten führen können. Einflussreich ist die Vorstellung von Bronfenbrenner (1981, S. 37), der den ökosystemischen Ansatz vertritt:

> Die Ökologie des Menschen befasst sich mit der fortschreitenden gegenseitigen Anpassung zwischen dem aktiven, sich entwickelnden Menschen und den wechselnden Eigenschaften seiner Lebensbereiche. Dieser Prozess wird fortlaufend von den Beziehungen dieser Lebensbereiche untereinander und von den größeren Kontexten beeinflusst, in die sie eingebettet sind.

Nachfolgend werden Strukturmerkmale familiärer Lebensverhältnisse (Kapitel 4.2.1) und schulische Bedingungen (Kapitel 4.2.2) mit ihrer Bedeutung für das mathematische Lernen näher vorgestellt.

4.2.1 Ebene IIa: Strukturmerkmale familiärer Lebensverhältnisse

In diesem Kapitel werden Strukturmerkmale familiärer Lebensverhältnisse unter den Perspektiven der sozialen Herkunft und des Migrationshintergrunds betrachtet.

Maßgeblich für die Betrachtung der sozialen Herkunft ist hier die Klassifikation durch Bourdieu (1983) wie sie bei PISA umgesetzt wurde.

4.2.1.1 Soziale Herkunft

„[Neben] der Schule stellt die Familie eine Bildungsinstitution eigener Art dar, deren Leistungen – auch im Sinne der Grundlegung der Voraussetzungen für schulisches Lernen – immer wieder viel zu wenig beachtet und gewürdigt werden“ (Wissenschaftlicher Beirat für Familienfragen beim BMFSFJ, 2002, S. 27 f.). Hattie (2013, S. 73) bezeichnet das Elternhaus einerseits als „ein zuträglicher Ort für die Lernleistungen von Schülerinnen oder Schülern“, wie aber auch gegensätzlich als „ein Ort der niedrigen Erwartungen und mangelnder Ermutigung zum Lernen“.

Es liegt keine allgemein anerkannte Definition sozialer Herkunft vor, folglich resultieren unterschiedliche Herangehensweisen der Operationalisierung (Nold, 2010, S. 140): „So hängt die jeweilige Operationalisierung stark von den in den einzelnen Datensätzen vorhandenen Merkmalen ab. Dabei kann man zwei Vorgehensweisen unterscheiden: erstens eine Operationalisierung anhand von Einzelmerkmalen und zweitens die Bildung komplexer Indizes auf Basis verschiedener Merkmale.“ Als relevante Faktoren werden neben dem sozioökonomischen Status die elterliche Schulbildung, die Familienstruktur sowie die Familiensprache und die nationale Herkunft identifiziert.

Bourdieu (1983) und später auch Coleman (1988) differenzieren die soziale Herkunft neben der (1) sozioökonomischen Stellung zusätzlich in (2) kulturelles und (3) soziales Kapital.

Internationale Schulleistungsuntersuchungen zeigen Zusammenhänge zwischen der sozialen Herkunft und Schulleistungen (Baumert & Schümer, 2001, S. 351 ff.). Gleichzeitig kennzeichnet sich laut Betz (2006, S. 63) der informelle Bildungserwerb bei Kindern aus Milieus niedriger Kapitalressourcen durch eine größere Diskrepanz von schulischen Anforderungen.

SOZIOÖKONOMISCHE STELLUNG DER ELTERN

Zur Ermittlung des sozioökonomischen Status’ wird oftmals auf das Klassifikationssystem von Berufen „International Standard Classification of Occupations“ (ISCO) zurückgegriffen, welches Rückschlüsse auf den sozioökonomischen Status von Personen erlaubt (International Labor Office, *ILO*, 2012; deutsches, weniger genutztes Kategoriensystem: „Klassifizierung der Berufe“, *KldB-92*; Maaz, Trautwein, Gresch, Lüdtke & Watermann, 2009, S. 284). Die ermittelte Berufstätigkeit von Eltern erlaubt Rückschlüsse auf den relativen Wohlstand einer Familie („Highest International Socio-Economic Index of Occupational Status“; HISEI), weshalb beide Aspekte (Berufstätigkeit der Eltern, relativer Wohlstand der Familie) an dieser Stelle nicht getrennt voneinander abgehandelt werden.

„Der sozioökonomische Status der Eltern bestimmt wesentlich die innerhalb der Familie verfügbaren ökonomischen und materiellen Ressourcen und damit die Ausgestaltung des familiären Entwicklungsraumes in Hinblick auf eine lernunterstützende Förderung von

Kindern“ (Ehmke, Siegle & Hohensee, 2006, S. 239). Logistische Regressionsanalysen geben auf Grundlage der Mikrozensus-Erhebung 2008 Auskunft über relative Chancen bezüglich des Besuchs einer spezifischen Schulart in Abhängigkeit vom jeweiligen sozioökonomischen Status (Nold, 2010, S. 147): Wird die Chance eines Hauptschulbesuchs in Relation zum Realschulbesuch betrachtet, liegt eine Benachteiligung von Personen des niedrigsten HISEI-Quartils vor; diese ist im Vergleich zu der von Personen des 25–50-Prozent-HISEI-Quartils um den Faktor 1.6 (60 %) größer. Auf der anderen Seite ist die Chance auf einen Gymnasialbesuch im Vergleich zum Realschulbesuch um einen Faktor von 0.6 (40 %) geringer gegenüber Personen des 25–50-Prozent-HISEI-Quartils. Alarmierend fallen die Ergebnisse von Kindern aus, deren Eltern nicht erwerbstätig sind (Nold, 2010, S. 147): „Die Ergebnisse für Kinder von Nichterwerbstätigen weisen in die gleiche Richtung und zeigen eine geringere Chance für den Gymnasiumbesuch und eine um 120 % erhöhte Chance für den Hauptschulbesuch“ (Nold, 2010, S. 147). Die Betrachtung von Schülerinnen und Schülern des höchsten Quartils (75–100-Prozent-HISEI-Quartil) zeigen in die andere Richtung; auch hier ist die Referenzkategorie der Realschulbesuch. Für diese privilegierte Gruppe ergibt sich ein verhältnismäßig geringes Risiko eine Hauptschule gegenüber einer Realschule zu besuchen (um den Faktor 0.6 beziehungsweise 40 % geringer als bei der Personengruppe 25–50-Prozent-HISEI-Quartil). Ihre Chance für einen Gymnasialbesuch ist um den Faktor 3.5 (250 %) höher (Nold, 2010, S. 147). Nold (2010, S. 139) sieht in diesen Ergebnissen Schlussfolgerungen von PISA und IGLU bestätigt. Diese besagen, dass Kinder sozial benachteiligter Schichten einen geringeren Bildungserfolg haben und sie tendenziell weniger anspruchsvolle Bildungswege als ihre Altersgenossen anderer Schichten einschlagen. Diese Tendenz spiegelt sich auch im Zugang zu einem Hochschulstudium wider. Im OECD-Vergleich zeigt Deutschland alarmierende Ergebnisse in Bezug auf die Bedeutung der sozialen Herkunft für die schulische Leistungsentwicklung. Diese hängen eng zusammen und erklären Unterschiede in der Lesekompetenz sowie in Mathematik und den Naturwissenschaften in Abhängigkeit von der sozialen Schicht (Ehmke & Jude, 2010, S. 231).

Die jüngsten TIMSS-Ergebnisse legen einen Vorteil von Schülerinnen und Schülern, deren Eltern der oberen Dienstklasse angehören, nahe. Diese erzielten im Schnitt 35 Leistungspunkte mehr im Mathematiktest als Schülerinnen und Schüler, deren Eltern zur Gruppe der (Fach-)Arbeiter zählen (Stubbe et al., 2016, S. 310).

Auch Ditton und Krüsken (2009) betrachten die Leistungsentwicklungen in Deutsch und Mathematik bei Schülerinnen und Schülern der zweiten bis vierten Klasse in den deutschen Bundesländern Bayern und Sachsen. Hier korreliert der sozioökonomische Status mit $r = .51$ mit dem Bildungsstatus der Eltern beziehungsweise $r = .48$ mit dem Haushaltseinkommen (Ditton & Krüsken, 2009, S. 40). Dabei erklärt die soziale Herkunft am Ende der zweiten Klasse 9 % der Leistungsunterschiede im Fach Mathematik. Eine Gruppierung nach drei Leistungsgruppen (untere, mittlere, obere Leistungsgruppe) sowie des Bildungsstatus’ der Eltern (Hauptschule, Realschule, Gymnasium) ergibt, dass Kinder, deren Eltern ein Gymnasium besuchten, einen größeren Leistungszuwachs verzeichnen können als Kinder von Eltern mit niedrigerem Bildungsstatus (Ditton & Krüsken, 2009, S.

53). Es findet kein Leistungsausgleich zwischen den ermittelten sozialen Gruppen statt, „weil innerhalb aller Leistungsgruppen die Kinder aus den Familien mit höherem sozialem Status größere Leistungszuwächse erreichen. Besonders die Kinder aus den Familien mit dem höchsten Bildungsstatus setzen sich damit über die Zeit von den anderen ab“ (Ditton & Krüsken, 2009, S. 57).

KULTURELLES KAPITAL

Das kulturelle Kapital lässt sich nach PISA ausdifferenzieren in das Humankapital der Eltern (Schulbildung, Berufsausbildung) sowie die kulturelle Praxis der Familie.

<u>Humankapital</u>

> Der Humankapitaltheorie zufolge ist Bildung eine Investition in an den Menschen gebundenes Kapital, die die zukünftige Produktivität erhöht, so genanntes Humankapital. Für den Einzelnen und für die gesamte Volkswirtschaft ist Bildung ein Schlüsselfaktor für Wohlstand. Besser Gebildete erzielen höhere Erwerbseinkommen (Lüdemann, 2014, S. 1).

Aus volkswirtschaftlicher Perspektive lohnen sich also insbesondere Investitionen in die frühe Bildung (Spieß, 2013, S. 122 f.). So zeigt sich, dass Menschen mit einem höheren Humankapital (Abschluss an einer Hochschule / Fachhochschule) weniger von Arbeitslosigkeit betroffen sind als Menschen mit niedrigem Humankapital (meint hier: kein Berufsabschluss; Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung, *IAB*, 2016, S. 2). Ein Zusammenhang zwischen Armut und Bildung sowie Ausbildung ist also nicht von der Hand zu weisen (Palentien, 2005, S. 156): „Eine wachsende Arbeitslosigkeit bedroht die Jugendlichen nicht erst bei ihrem Eintritt in die Berufswelt, sondern greift über die Arbeitslosigkeit der Eltern schon früh in die kindliche und jugendliche Sozialisation ein“ (Palentien, 2005, S. 156). Büchner und Wahl (2005, S. 357) bezeichnen eine drohende Bildungsarmut, welche die Autoren mit sich verfestigenden Kompetenzlücken beschreiben, als eine mögliche Folge des Aufwachsens unter Armutsbedingungen. Diese Folgen seien „mit dem Risiko einer nachhaltigen sozialen Benachteiligung verbunden [...], weil im Lebensalltag wichtige Grundvoraussetzungen für eine verständige kulturelle Teilhabe- und soziale Anschlussfähigkeit fehlen“ (Büchner & Wahl, 2005, S. 357). Bildungsabschlüsse der Eltern projizieren sich in die nachfolgende Generation hinein. Auswertungen des Mikrozensus zeigen hinsichtlich der Bildungsmobilität von Eltern und Kindern, dass über die Hälfte der Kinder von Eltern mit maximal Haupt- oder Realschulabschluss keinen höheren Schulabschluss als ihre Eltern erreichen (siehe Abbildung 4.10).

Gleichzeitig spricht Büchner (2008, S. 136) in Bezug auf Akademikerfamilien von einem Reproduktionsdilemma, welches sich in einem Wunsch nach Statuserhalt niederschlägt. Die Daten des Mikrozensus 2014 legen nahe, dass ein solcher Statuserhalt hinsichtlich des Schulabschlusse „lediglich“ 68 % der Kinder von Eltern mit Fachhochschul- oder Hochschulreife gelingt (Presse- und Informationsamt der Bundesregierung, 2016, S. 62; siehe auch Ditton, Krüsken & Schauenberg, 2005).

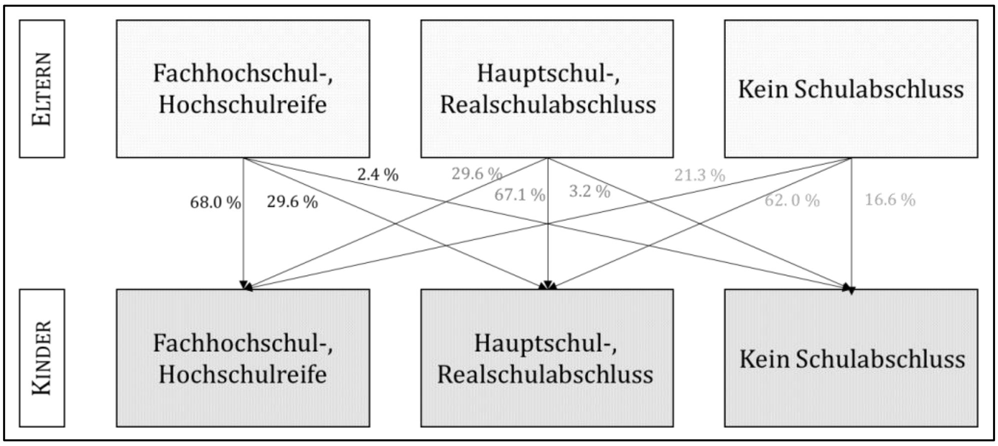


**Abbildung 4.10: Bildungsmobilität [in eigener Darstellung]
(Presse- und Informationsamt der Bundesregierung, 2016, S. 62)**

Die Ergebnisse von TIMSS 2015 zeigen, dass ein hohes Bildungsniveau der Familie vor Armut schützt; so sind nur 12.9 % der Familien mit einem (Fach-) Hochschulabschluss von Armut gefährdet. Dahingegen ist die Zahl derjenigen Familien mit einem niedrigen Bildungsniveau der Eltern, die Armut zu befürchten haben, mit 56.1 % (Haupt- oder Realschulabschluss ohne abgeschlossene Berufsausbildung oder Anlernausbildung) beziehungsweise 70.9 % (kein Sekundarschulabschluss) bedeutend höher (Stubbe et al., 2016, S. 312).

Kulturelle Praxis der Familie

Unter der kulturellen Praxis einer Familie ist „die Nähe zur bürgerlichen Kultur“ (Baumert & Schümer, 2001, S. 333) zu fassen. Watermann und Baumert (2006, S. 79) weisen darauf hin, dass die kulturelle Praxis den Kompetenzerwerb substanziell vorherzusagen vermag. Differenziert wird die kulturelle Praxis in (1) kulturelle Ressourcen und (2) kulturelle Aktivitäten (Müller & Stanat, 2006, S. 230).

Prediger, Wilhelm, Büchter, Gürsoy und Benholz (2015) ermitteln den sozioökonomischen Status von Familien durch den Einsatz der Bücheraufgabe. Hier wird zwischen drei Niveaustufen des sozioökonomischen Status’ unterschieden (niedriger, mittlerer, hoher sozioökonomischer Status). Die Autorengruppe räumt selbst ein, dass es sich bei der Erfassung des sozioökonomischen Status’ durch die Bücherfrage um eine „relativ grobe Erfassung des SES [sozioökonomischen Status]“ (Prediger et al., 2015, S. 99) handelt. In ihrer Studie gehen die Autoren unter anderem der Frage nach, „welche sozialen und sprachlichen Hintergrundfaktoren [...] den stärksten Zusammenhang zur Mathematikleistung in den Zentralen Prüfungen 10 [haben]“ (Prediger et al., 2015, S. 82). Hierfür werden die Ergebnisse der zentralen Prüfungen der Klasse 10 von 1 495 Schülerinnen und Schülern an nordrhein-westfälischen Gesamtschulen, die einen mittleren Schulabschluss anvisieren, betrachtet (Prediger et al., 2015, S. 84 f.). Die Stichprobe verteilt sich gleichmäßig auf die drei Gruppen (niedrige / mittlere / hohe sozioökonomische Stellung: 34 % / 33 % / 33 %). Es zeigt sich, dass der sozioökonomische Status unter Kontrolle sprachlicher Kompetenzen keine eigenständige signifikante Varianz in den Mathematikleistungen aufklären konnte. „Dies kann mit Blick auf entsprechende soziolinguistische Befunde so gedeutet werden, dass der Einfluss des *Sozioökonomischen Status'* vor allem über Unterschiede in der *Sprachkompetenz* wirkt“ (Prediger et al., 2015, S. 90; Hervorhebungen im Original). Weiterhin verweist die Autorengruppe darauf, dass dieses Ergebnis angesichts linguistisch anspruchsvoller Aufgaben nicht weiter verwunderlich sei (Prediger, Renk, Büchter, Gürsoy & Benholz, 2013, S. 54). Die kulturelle Praxis der Familie konnte also keine Varianz in den Mathematikleistungen aufklären.

Die Ergebnisse von TIMSS 2011 liefern für Deutschland allerdings ein anderes Bild: Hier zeichnet sich ein signifikanter Leistungsvorsprung von etwa einem Jahr zugunsten der Schülerinnen und Schüler, die den familiären Buchbestand auf über hundert Bücher schätzen, gegenüber Schülerinnen und Schülern mit weniger als hundert Büchern ab (Wendt, Bos, Selter & Köller, 2012, S. 22). Auf internationaler Ebene wurde zur Ermittlung der sozialen Herkunft ausschließlich die Bücherfrage – wie auch zuvor bei Prediger und Kollegen (2015) berichtet – gestellt (Stubbe, Tarelli & Wendt, 2012, S. 235). Auch international liefern die Ergebnisse ein einheitliches Bild, nämlich dass sich die Schülerinnen und Schüler der beiden Gruppen hinsichtlich ihrer Leistungen in Mathematik signifikant unterscheiden (Stubbe et al., 2012, S. 235). 2011 zählte Deutschland neben Rumänien und Ungarn zu denjenigen Staaten mit den größten sozialen Disparitäten: Die Unterschiede in den mathematischen Testleistungen waren zwischen den beiden Gruppen bei diesen Staaten am größten (Stubbe et al., 2012, S. 36). Stubbe, Schwippert und Wendt (2016) berichten für die jüngste TIMSS-Erhebung von 2015, dass die Differenz zwischen den beiden Gruppen in Deutschland von 44 (TIMSS 2011) auf 39 Punkte (TIMSS 2015) zurückgegangen ist (Stubbe et al., 2016, S. 303, 2012, S. 238); dabei handelt sich allerdings um nicht signifikante Unterschiede. Eine signifikante Verringerung der sozialen Disparitäten gelingt laut der Autorengruppe keinem der Teilnehmerländer (Stubbe et al., 2016, S. 307).

Über die divergierenden Leistungsentwicklungen hinaus stellen Jonberg und Porsch (2015) einen Zusammenhang zwischen Leistungsangst und dem sozialen Hintergrund fest. Für die Untersuchungen wurden 3 401 Schülerinnen und Schüler an Gymnasien berücksichtigt (Messzeitpunkt t_1 = Klasse 5, Messzeitpunkt t_2= Klasse 7). Für die Operationalisierung des sozioökonomischen Status' wurde das kulturelle Kapital erfasst. Der soziale Hintergrund kann in durchgeführten Varianzanalysen – wenn auch nur eine kleine – Varianz in der Leistungsangst aufklären. Demzufolge zeigen Kinder mit niedrigerem sozioökonomischen Status eine höhere Leistungsangst als die Gruppe mit höherem sozioökonomischen Status (Jonberg & Porsch, 2015, S. 484). Die Betrachtung mathematischer Leistungen zeigt zusätzlich bessere Leistungen von Kindern aus vorteilhafter, sozialer Lage als von ihren gleichaltrigen Mitschülerinnen und -schülern. Darüber hinaus ergeben regressionsanalytische Überprüfungen, dass die Leistung durch das Angsterleben beeinflusst wird. Die Autoren schlussfolgern einen negativen Zusammenhang zwischen den ermittelten Mathematikleistungen und der Leistungsangst, wobei der sozioökonomische Status zusätzlich zu Varianzaufklärungen beiträgt (Jonberg & Porsch, 2015, S. 485). Für Schülerinnen und Schüler aus Familien mit einem als eher gering zu bewertenden sozioökonomischen Hintergrund wird vermutet, „dass Bildung als Chance für den späteren beruflichen Erfolg gesehen wird. Diese Einstellung vermitteln Eltern (unbewusst) ihren

Kindern, sie führt bei einigen zu erhöhtem Druck oder Angst zu versagen“ (Jonberg & Porsch, 2015, S. 487). Limitierend für die Studie ist die Stichprobenziehung, welche sich ausschließlich aus Lernenden an Gymnasien speist. Mit Schülerinnen und Schülern an Gymnasien sind ebendiese aus Familien vornehmlich höheren sozioökonomischen Status’ überrepräsentiert und bereits im Vorfeld stark selektiert.

SOZIALES KAPITAL

> Social capital within the family that gives the child access to the adult’s human capital depends both on the physical presence of adults in the family and on the attention given by the adults to the child. The physical absence of adults may be described as a structural deficiency in family social capital (Coleman, 1988, S. S111).

Coleman (1988, S. S116) geht davon aus, dass soziales Kapital eine notwendige Bedingung für das Humankapital, also kurz gesprochen die Bildung, darstellt. In diesem Kapitel wird auf strukturelle und funktionale Aspekte des sozialen Kapitals eingegangen, zum einen (1) Verfügbarkeit sozialer Netzwerke mit den Teilaspekten Familienstruktur, Familiengröße und Erwerbstätigkeitsstatus der Familie, zum anderen (2) Elternbeziehung (Baumert & Schümer, 2001, S. 331).

<u>Verfügbarkeit sozialer Netzwerke</u>

Familienstruktur

Generell besteht in Haushalten mit Kindern eine erhöhte finanzielle Belastung – unabhängig davon ob in einer Familie mit zwei Elternteilen oder für Alleinerziehende. „Personen in Haushalten mit Kindern (Paare und Alleinerziehende) [sind] wesentlich häufiger verschuldet als Personen in Haushalten ohne Kinder“ (Bundesministerium für Arbeit und Soziales, 2015, S. 128). Das höchste Armutsrisiko gilt dabei den Alleinerziehendenhaushalten. Ein Drittel aller armutsgefährdeten Kinder und Jugendliche entstammt dieser Familienform (Bundesministerium für Familie, Senioren, 2008, S. 13). Trotz hoher Merkmalsausprägungen anderer Indikatoren des sozialen Hintergrunds können alleinerziehende Personen von Armut bedroht sein (Stubbe et al., 2016, S. 300). Im Vergleich zum bundesdeutschen Durchschnitt lag die Quote persistenter Armut 2011 in alleinerziehenden Familien viermal höher als in Familien mit beiden Elternteilen (Bundesministerium für Arbeit und Soziales, 2015, S. 48). Gründe für die verhältnismäßig hohe Armutsgefährdung sind laut dem Bundesministerium für Familie, Senioren, Frauen und Jugend (2008, S. 13) folgende:

- Erwerbstätigkeit nur einer einzelnen Person
- Eingeschränkte Erwerbstätigkeit durch Betreuung kleiner Kinder

Zugleich gilt für die Gruppe der Alleinerziehenden, dass 37.6 % Leistungen im Sinne des SGB-II beziehen (Lenze & Funcke, 2016, S. 9). Mit steigender Tendenz seit 2005 beläuft sich das Armutsrisiko bei Alleinerziehenden im Jahr 2014 auf 41.9 %. Dahingegen verzeichnen Paare mit zwei Kindern eine Senkung des Armutsrisiko gegenüber dem Jahr 2005 um 11.7 % (Lenze & Funcke, 2016, S. 9); die Armutsrisikoquote für Paarhaushalte steht in Abhängigkeit zur Anzahl von Kindern (Bundesministerium für Familie, Senioren, 2008, S. 14).

Berkemeyer und Iglhaut (2013, S. 14–17) finden abhängig von der Familienstruktur (Elternpaar vs. Alleinerziehend) unterschiedliche Meinungen der Eltern hinsichtlich der Vorstellungen darüber, welche weiterführenden Schulen ihre Kinder im Anschluss an die Grundschulzeit besuchen sollen sowie welche Berufe sie für ihre Kinder wünschen. Alleinerziehende stellen niedrigere Ansprüche mit der selteneren Vorstellung des Gymnasialbesuchs beziehungsweise dem Wunsch eines akademischen Berufs für ihre Kinder. Möglicherweise zeigt sich auch hier die Reproduktion existierender Muster sozioökonomischer Vorteile durch die Schule, wie sie auch in PISA 2012 gezeigt werden (OECD, 2013a, S. 13):

> Familien aus begünstigten Milieus [sind] eher in der Lage, die Wirkung der Schulen zu verstärken und zu verbessern, weil Schülerinnen und Schüler aus bessergestellten Familien bessere Schulen besuchen oder weil es den Schulen einfach leichter fällt, junge Menschen zu bilden und zu fördern, die aus begünstigten Verhältnissen stammen.

Werden die Gründe für eine Schulwahl betrachtet, werden durch Alleinerziehende verhältnismäßig häufiger vor allem die effektive Unterstützung bei Lernproblemen sowie ganztägige Angebote genannt (Berkemeyer & Iglhaut, 2013, S. 26). Die primäre Benennung der effektiven Unterstützung der Schülerinnen und Schüler bei Lernproblemen weist mit Rückbezug auf die sozialen Ressourcen möglicherweise auf eine Mangelsituation hinsichtlich der Familienstruktur hin. Diese möchten die Alleinerziehenden womöglich durch die Schule kompensiert wissen, da etwaige Ressourcen der Unterstützung in der eigenen Familie aus vielerlei Gründen – sei es personell oder zeitlich, da erwerbstätig – nicht vorhanden sind. Ein weiteres Indiz hierfür ist im Stellenwert ganztägiger Angebote zu sehen, welcher durch die Alleinerziehenden höher bemessen wird als durch die Elternpaare (Berkemeyer & Iglhaut, 2013, S. 33 f.).

Familiengröße

Kinder, die mit zwei oder mehr Geschwistern aufwachsen, sind verhältnismäßig verstärkt von Armut bedroht. Dabei steigt das Armutsrisiko im Vergleich zu Zweikinderfamilien (Mehrkindfamilien, *> 3 Kinder*: 50 %, Zweikinderfamilien: 4.6 %; Bundesministerium für Familie, Senioren, 2008, S. 14). Das Bundesministerium für Familie, Senioren, Frauen und Jugend (2008, S. 15) identifiziert dafür vier Gründe:

- In kinderreichen Familien ist eine Erwerbstätigkeit beider Elternteile schwer realisierbar.
- Mütter mehrerer Kinder sind gegebenenfalls sehr jung Mutter geworden, damit können aufgrund einer fehlenden Vereinbarkeit mit der beruflichen Ausbildung Nachteile entstehen (nicht abgeschlossene Berufsausbildung, erschwerter Berufseinstieg, diskontinuierliche und geringe Berufstätigkeit).
- Mit steigender Kinderanzahl verlängert sich die Phase, in welcher eine intensive Betreuung notwendig ist; ein Wiedereinstieg in das Berufsleben wird erschwert.

- Während die Mehrzahl von Müttern in Mehrkindfamilien nicht berufstätig ist, erfahren erwerbstätige Mütter in Mehrkindfamilien durch die zeitliche Unterbrechung ihrer Berufstätigkeit Einkommensbuße.

Hinsichtlich der Familienstruktur zeigt sich bei PISA 2000, dass der Aspekt der Familiengröße einen Einfluss zeigt, sodass Kinder mit drei und mehr Geschwistern geringere Chancen haben, ein Gymnasium zu besuchen als ihre gleichaltrigen Mitschülerinnen und Mitschüler, die als Einzelkinder oder mit nur einem Geschwisterkind aufwachsen (Ehmke et al., 2006, S. 238).

Erwerbstätigkeitsstatus der Familie

Neben der beruflichen Stellung gibt die Erwerbstätigkeit Auskunft darüber, ob und in welchem Umfang eine Familie für ihre Kinder Unterstützungsmöglichkeiten bereithalten kann sowie welche Ressourcen und Sicherheiten innerhalb der Familie zur Verfügung stehen (Nold, 2010, S. 140): „Erwerbslosigkeit oder eine niedrige berufliche Stellung sind mit geringeren Einkommen verbunden und können zu einer ökonomischen Risikolage führen, nämlich dann, wenn das Familieneinkommen unter der Armutsgefährdungsgrenze liegt." Unterschiede in den vorhandenen Ressourcen spiegeln sich beispielsweise in der Möglichkeit, seinen Kindern Nachhilfeunterricht zukommen lassen zu können, wider.

Der Mikrozensus zählt im Jahr 2014 58 % der erwerbsfähigen Mütter beziehungsweise 84 % der erwerbsfähigen Väter als erwerbstätig. Frauen arbeiten im Vergleich zu Männern häufiger in Teilzeit beziehungsweise gehen keiner Beschäftigung nach (Krack-Roberg, Rübenach, Sommer & Weinmann, 2016, S. 55 f.). Der Erwerbsstatus von Frauen ist dabei stark von der Anzahl und dem Alter der Kinder abhängig, während der Erwerbstätigkeitsstatus bei Männern unabhängig vom Alter der Kinder ist (Bundesministerium für Familie, Senioren, 2008, S. 15; Krack-Roberg et al., 2016, S. 55).

Unter Betrachtung des Migrationshintergrunds verändert sich dieses Bild dahingehend, dass Frauen mit Migrationshintergrund seltener berufstätig sind (61.8 % vs. 76.3 %). Die Autoren Wendt, Schwippert und Stubbe (2016, S. 324) mutmaßen die Gründe hierfür in der verbreiteten familiären Praxis der Mutter als Hausfrau, die sich um Kinder und Haushalt kümmert. Unterschiede zu Familien ohne Migrationshintergrund liegen also nicht im Umfang der Erwerbsbeteiligung, sondern überhaupt in der Ausübung einer beruflichen Tätigkeit (Krack-Roberg et al., 2016, S. 57). Zugleich stellt sich die Frage danach, inwiefern diese Familienmodelle und daraus resultierende Unterschiede zwischen den Gruppen mit beziehungsweise ohne Migrationshintergrund gewollt sind, oder ob sie aus unterschiedlichen Erwerbslagen resultieren (Tarelli, Schwippert & Stubbe, 2012, S. 257). Weiterhin ist am angeführten kulturellen Argument von Wendt und Kollegen (2016, S. 324) kritisch zu hinterfragen, inwiefern nicht weitere Faktoren, wie die Anzahl der Kinder oder der Ausbildungsgrad, greifen.

Eltern-Kind-Beziehung

Coleman (1988, S. S111) differenziert das soziale Kapital innerhalb der Familie nicht nur auf Ebene der vorhandenen Personen, sondern auch auf Ebene der Zuwendung, die einem

Kind zu Teil wird. Mögliche Ausprägungsformen auf Ebene der Eltern-Kind-Beziehung sind der Erziehungsstil, die Häufigkeit der schulischen Unterstützung sowie der Unterstützung bei Hausaufgaben (Baumert & Schümer, 2001, S. 333). „Stimulating activities may enhance development by helping children with specific skills (e. g., linking letters to sounds), but also, and perhaps most important, by developing the child's ability and motivation concerned with learning generally“ (Melhuish et al., 2008, S. 97). So kann den familialen Rollen- und Interaktionsstrukturen wie auch dem Erziehungsstil, der Beziehungsqualität sowie dem lernfordernden und -förderlichen Klima eine große Bedeutung für die Kompetenzentwicklung auf sozialer, kognitiver, motivationaler, sprachlicher und emotionaler Ebene zugeschrieben werden (Palentien, 2005, S. 162). Folglich wirken Eltern durch ihre eigenen schulleistungsrelevanten Motive und Einstellungen auf die Motivation ihrer Kinder ein (Helmke & Schrader, 2010, S. 95).

Nach Sacher (2013, S. 28) kennzeichnet sich Verhalten von Eltern, welche ihre Kinder im häuslichen Kontext unterstützen, wie folgt:

- Hohe und zuversichtliche sowie zugleich realistische Leistungserwartung,
- Liebevoller, strukturierter Erziehungsstil, Ermutigung und Förderung zur Selbstständigkeit, Verantwortungsübertragung, Vorbild für lebenslanges Lernen und Arbeitsdisziplin,
- Kognitiv anregende Diskussion und Kommunikation sowie Lernumgebung, kulturelle, gemeinsame Unternehmungen

Die sprachliche Unterstützung in der Familie („Home Literacy Environment“; HLE) erfährt gegenüber dem Bereich der mathematischen Unterstützung in der Familie („Home Numeracy Environment“; HNE) ein höheres Interesse (Rolff, Leucht & Rösner, 2008, S. 291; Schuchardt, Piekny, Grube & Mähler, 2014, S. 26). Schuchardt, Piekny, Grube, und Mähler (2014, S. 26) liefern einen Ansatz für die Ermittlung der HNE im vorschulischen Bereich. Die Ergebnisse zeigen, dass es einen signifikanten Zusammenhang zwischen der HNE und numerischen Kompetenzen bei Vorschulkindern gibt (Schuchardt et al., 2014, S. 29).

Die HNE haben Niklas und Schneider (2012b) ebenfalls für Schulkinder der ersten Klasse untersucht. Hier zeigt sich anhand von Befunden von 600 untersuchten Kindern, dass die mathematische Kompetenzentwicklung vom Vorschulalter bis zum Ende des ersten Schuljahrs – auch unter Kontrolle der Intelligenz und des mathematischen Vorwissens – in einem statistisch bedeutsamen Zusammenhang ($r = .19$) mit der HNE steht (Niklas & Schneider, 2012b, S. 142 f.).

Gründe für Bildungsarmut sind unter anderem in mangelnden Bildungsinvestitionen zu sehen, hier in Form eines geringen zeitlichen Aufwands für Bildung (Anger, Plünnecke & Seyda, 2007, S. 41). Dabei zählen Hausaufgabenhilfe sowie eine Unterstützung in der Vorbereitung von Klassenarbeiten zu Faktoren, welche einen Schulerfolg fördern können (Allmendinger & Leibfried, 2003, S. 31). „Eltern, die selbst einen höheren Bildungsgang erfolgreich durchlaufen haben, sind eher in der Lage, dem Nachwuchs kompetente Hilfe bei Hausaufgaben, Klassenarbeiten oder schulischen Schwierigkeiten zu bieten" (Allmendinger & Leibfried, 2003, S. 31).

Obschon PISA keine Ergebnisse im Längsschnitt und somit keine Angaben zu individuellen Entwicklungsverläufen bieten kann, zeigt sich dennoch der hohe Stellenwert des lernförderlichen Elternverhaltens für den Kompetenzerwerb (Hertel, Jude & Naumann, 2010, S. 273). Es ist anzunehmen, dass „soziale Unterschiede in den Bildungsergebnissen bei Jugendlichen insbesondere durch die bildungsrelevanten Einstellungen und lernförderlichen Prozesse im Elternhaus" (Ehmke, 2008, S. 130) aufzuklären sind. Es wird sogar davon ausgegangen, dass der elterliche Bildungsstand und ihre Einstellungen zur Bildung einen größeren Einfluss auf die Lernleistungen von Kindern haben als das zur Verfügung stehende Einkommen (Anger et al., 2007, S. 41). „Die Eltern können die Lernergebnisse der Kinder positiv beeinflussen, wenn sie ausreichend Lernmittel bereitstellen und Einfluss auf die Zeit nehmen, die Kinder zum Beispiel in Form von Hausaufgaben in Bildung investieren" (Anger et al., 2007, S. 42).

Insbesondere leistungsschwache und sozial weniger privilegierte Schülerinnen und Schüler erleben dysfunktionale beziehungsweise demotivierende Strategien in der Hausaufgabenbetreuung (Wild & Remy, 2002, S. 287). Diese Annahme wird durch Ehmke und Siegle (2008) gestützt. Ehmke und Siegle (2008) befragen im Rahmen der PISA-I-Plus Studie von Prenzel, Baumert, Blum, Lehmann, Leutner, Neubrand, Pekrun, Rost und Schiefele (2006) 224 Eltern von Neuntklässlern bezüglich ihrer mathematischen Kompetenz sowie familiärer Merkmale. Ein zentrales Ergebnis ist dabei der signifikante Zusammenhang zwischen Merkmalen der sozialen Lage der Familie und dem Kompetenzniveau der Eltern. Dabei zeigen Eltern mit höheren Mathematikkompetenzen stärker ausgeprägte Merkmale einer lernförderlichen häuslichen Umgebung, welche sich unter anderem in der „mathematikbezogene[n] Lern- und Autonomieunterstützung, Abwesenheit von Leistungsdruck und Wertschätzung in Mathematik" widerspiegelt (Ehmke & Siegle, 2008, S. 261).

> Die Forschung hat gezeigt, dass elterliche Instruktionsaktivitäten um so wirksamer sind, je besser die Passung mit den kognitiven und motivationalen Lernvoraussetzungen des Kindes ist, je stärker prozessorientiert sie sind (Hilfe zur Selbsthilfe, Strategieförderung statt bloßer Kontrolle oder direkter Unterstützung), je weniger direktiv sie erfolgen, je besser sie in ein positives, von Vertrauen, Akzeptanz und Verständnis bestimmtes Familienklima eingebettet sind (Helmke & Schrader, 2010, S. 95).

4.2.1.2 Migrationshintergrund

Die Aspekte Familiensprache und nationale Herkunft werden unter der Perspektive des Migrationshintergrunds nachfolgend gemeinsam betrachtet. Zwar sind beide klar voneinander zu trennen, jedoch beziehen sich Forschungsarbeiten oftmals auf beide, was eine gemeinsame Abhandlung legitimiert.

In Deutschland leben 20.3 % der Bevölkerung mit einem Migrationshintergrund (Stand 2014; Statistisches Bundesamt, 2014, S. 7). „Auch ein Migrationshintergrund kann die Bildungsbeteiligung von Schülerinnen und Schülern erheblich beeinflussen, zumal Personen mit Migrationshintergrund teilweise einen ungünstigeren sozialen Status aufweisen als

Personen ohne Migrationshintergrund“ (Nold, 2010, S. 141). Gold (2011, S. 89) weist darauf hin, dass der Anteil von Schülerinnen und Schülern mit einem Migrationshintergrund beziehungsweise einem sozial benachteiligten Elternhaus an Haupt- und Förderschulen höher ist.

Einhergehend mit weltpolitischen Ereignissen und bundespolitischen Gesetzeslagen handelt es sich bei der Gruppe von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund um eine Gruppe im Wandel (Wendt, Schwippert et al., 2016, S. 318 f.) Für die Bestimmung des Migrationshintergrundes nimmt der Mikrozensus folgende Definition vor (Statistisches Bundesamt, 2014, S. 5): „[Alle] Ausländer und eingebürgerte ehemalige Ausländer, alle nach 1949 als Deutsche auf das heutige Gebiet der Bundesrepublik Deutschland Zugewanderte sowie alle in Deutschland als Deutsche Geborene mit zumindest einem zugewanderten oder als Ausländer in Deutschland geborenen Elternteil.“

Im internationalen Vergleich liegt der deutsche Leistungsunterschied zwischen den Gruppen Migrationshintergrund und kein Migrationshintergrund in den Naturwissenschaften und Mathematik signifikant über dem Durchschnitt der EU und der OECD (Wendt, Schwippert et al., 2016, S. 321). Hinsichtlich der Leistungsentwicklung im Vergleich zu den Erhebungen in 2007 und 2011 zeigt sich, dass die Disparitäten zwischen den Gruppen derjenigen Schülerinnen und Schüler, deren Eltern im Ausland geboren sind, und denen, deren Eltern in Deutschland geboren sind, signifikant unter den Werten der vorherigen Erhebungen liegen. „Die Verringerung der Disparitäten ist insbesondere durch den Anstieg der Kenntnisse von Schülerinnen und Schülern zu erklären, die etwas bessere Leistungen im unteren Kompetenzbereich erzielen“ (Wendt, Schwippert et al., 2016, S. 329).

„Der schulische Erfolg und die gesellschaftliche Integration von Kindern aus Zuwandererfamilien hängen ganz entscheidend von guten deutschen Sprachkenntnissen ab“ (Gold, 2011, S. 83). Gleichzeitig gilt es zu berücksichtigen, dass das Phänomen des Monolingualismus’, wie wir ihn in Deutschland kennen, international ein selteneres Phänomen darstellt (Keim, 2012, S. 13).

Betrachtet man die Gruppe der vier- und fünfjährigen Kinder mit Migrationshintergrund, so zeigt sich, dass 63 % dieser zuhause eine andere Sprache als Deutsch sprechen (Seifert et al., 2016, S. 166). Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund kommen spätestens mit Schuleintritt auf Ebenen des fachlichen Lernens, wie auch der Kommunikation mit Altersgenossen in unterrichtlichen und außerschulischen Settings in Kontakt mit der deutschen Sprache (Chudaske, 2012, S. 129). Auch für die Gruppe der Schulkinder gilt, dass ein Großteil derer mit Migrationshintergrund im familiären Kontext eine andere Sprache sprechen: „Dieser Befund macht auch Potenziale der Mehrsprachigkeit, aber zugleich auch mögliche Bedarfe in der Schule zur Sprachförderung sichtbar“ (Seifert et al., 2016, S. 167 f.).

Leistungsschwache Schülerinnen und Schüler lassen sich in zwei Gruppen einteilen. Die erste Gruppe bilden Schülerinnen und Schüler mit einem Migrationshintergrund, deren Familie Zuhause eine andere Sprache als Deutsch spricht. Die zweite Gruppe wird durch Schülerinnen und Schüler repräsentiert, welche keinen Migrationshintergrund aufweisen, allerdings aus bildungsfernen Familien stammen (H. Schneider et al., 2013, S. 73): „Bei den leistungsschwachen Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund ist vielfach die bildungssprachliche Kompetenz weder in der Familiensprache noch im Deutschen hinreichend ausgebaut. In diesem Fall fehlt der Bildungssprache im Deutschen gewissermassen [*sic!*] in zweifacher Weise das Fundament." Diese Benachteiligung von Schülerinnen und Schülern mit nichtdeutscher Familiensprache wird in dem Modell zu Alltagssprache („Basic Interpersonal Communication Skill"; BICS) und Bildungssprache („Cognitive Academical Language Proficiency"; CALP) von Cummins (1979, 1993, 2000) angeführt. Während Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund oder aus bildungsfernen Elternhäusern oftmals über solide alltagssprachliche Kompetenzen verfügen, sind die bildungssprachlichen Kompetenzen, welche für den schulischen Kontext von Relevanz sind, oftmals weniger gut ausgebildet (Prediger et al., 2015, S. 79). „Es ist deshalb anzunehmen, dass insbesondere Lernende, deren Familiensprache nicht der Instruktionssprache entspricht, geringere sprachliche Kompetenzen aufweisen und sie deshalb von den schulischen Lerngelegenheiten des Mathematikunterrichts nicht im gleichen Ausmaß profitieren können wie ihre Mitschülerinnen und Mitschüler" (Paetsch, Felbrich & Stanat, 2015, S. 20). Heinze und Kollegen (2007, S. 569) weisen darüber hinaus auf die Herausforderung hin, dass Schülerinnen und Schüler mit nichtdeutscher Muttersprache die Zweitsprache nicht nur auf einem Niveau erlernen müssen, welches ihnen eine Partizipation an schulischen Lernprozessen ermöglicht, sondern auch die eigene Sprache des Mathematikunterrichts mit seinen eigenen spezifischen Wortbedeutungen erwerben müssen (siehe Kapitel 4.1.2.3).

Die Ergebnisse der jüngsten TIMSS-Studie (Wendt, Bos et al., 2016) beziehen sich auf Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund an Grundschulen. Auf eine differenzierte Betrachtung der Kompetenzen hinsichtlich der im familiären Kontext gesprochenen Sprache wird im Gegensatz zu den vorherigen Erhebungen in TIMSS verzichtet, da im internationalen Vergleich die Bedingung des Monolingualismus' nicht repräsentativ ist und somit familiäre Mehrsprachigkeit international einen Regelfall darstellen kann (Wendt, Schwippert et al., 2016, S. 320). Die Ergebnisse früherer TIMSS-Erhebungen deuten auf eine Benachteiligung von Schülerinnen und Schülern, die selten oder nie zuhause Deutsch sprechen, hin:

> Fast jedes dritte Kind in Deutschland, bei dem zu Hause manchmal oder nie Deutsch gesprochen wird, erzielt lediglich Leistungen, die unterhalb des Niveaus der Kompetenzstufe III liegen. Wird hingegen zu Hause Deutsch gesprochen, erzielten lediglich ein Sechstel der Kinder keine ausreichenden Leistungen in Mathematik (Bos et al., 2012a, S. 23).

Studien unterstreichen die Bedeutung der Familiensprache für das schulische Lernen. In einer Untersuchung von Prediger und den Kollegen Renk, Büchter, Gürsoy und Benholz (2013) werden 1 495 zentrale Abschlussprüfungen von Schülerinnen und Schülern zehnter Klassen an Gesamtschulen aus Nordrhein-Westfalen hinsichtlich des familiären Hintergrundes und sprachlicher Kompetenzen untersucht. Es bestehen Unterschiede zwischen verschiedenen Gruppierungen in Bezug auf mathematische Leistungen. Für jede Variable wurden drei Ausprägungen gewählt, was zu folgenden Gruppierungen führt:

Migrationsstatus (1. Generation, 2. Generation, 3. Generation / nicht vorhanden), sozioökonomischer Status (niedrig, mittel, hoch), Alter des sprachlichen Erstkontakts (ab 3. Lebensjahr, vor dem 3. Lebensjahr, Deutsch als einzige Sprache), Kompetenzen in der deutschen Bildungssprache (niedrig, mittel, hoch) und Lesekompetenz in der deutschen Sprache (niedrig, mittel, hoch). Dabei zeigen sich für die einzelnen Gruppierungen in ihren Ausprägungen folgende durchschnittliche Mathematikleistungen zu Ungunsten von Schülerinnen und Schülern

- mit einem Migrationsstatus in erster Generation ($\emptyset = 41.3$),
- niedrigem sozioökonomischem Status ($\emptyset = 41.9$),
- sprachlichem Erstkontakt ab dem 3. Lebensjahr ($\emptyset = 39.5$),
- niedrigen Kompetenzen in der deutschen Bildungssprache ($\emptyset = 37.3$)
- sowie niedrigen Lesekompetenzen in der deutschen Sprache ($\emptyset = 40.3$)

im Vergleich mit ihren Mitschülerinnen und -schülern mit gegenläufiger Ausprägung des jeweiligen Merkmals ($\emptyset_{all} = 43.5$). Aus diesen Ergebnissen sowie sich anschließenden Analysen schlussfolgert die Autorengruppe, dass noch vor dem familiären Hintergrund die sprachlichen Kompetenzen für die Ergebnisse in den zentralen Abschlussprüfungen von besonderer Bedeutung sind (Prediger et al., 2013, S. 4 f.).

In einer Studie mit 370 Schülerinnen und Schülern nichtdeutscher Herkunftssprache der dritten Jahrgangsstufe untersuchen Paetsch, Felbrich und Stanat (2015) den Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. Es besteht einerseits ein Zusammenhang zwischen sprachlich als anspruchsvoller zu bezeichnenden Textaufgaben, wie aber auch mit sprachlich weniger anspruchsvollen, arithmetischen Aufgaben. Nicht nur das Leseverständnis, sondern ebenso der Wortschatz ist von Relevanz (Paetsch et al., 2015, S. 27): „Insgesamt stützt das Befundmuster die Annahme, dass sprachliche Fähigkeiten nicht nur zur Bewältigung der sprachlichen Anforderungen der konkreten Aufgaben, sondern auch beim Erwerb und Abruf des mathematischen Wissens eine wichtige Rolle für Zweitsprachenlernende spielen."

Die Betrachtung der Studienergebnisse im Längsschnitt von Beginn der dritten Klassenstufe bis zum Ende der dritten Klassenstufe zeigt bei Kontrolle kognitiver Fähigkeiten und arithmetischer Kompetenzen, dass ein querschnittlicher Zusammenhang zwischen der mathematischen Modellierungskompetenz und (1) dem Leseverstehen sowie (2) der Grammatikkompetenz bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache mit verhältnismäßig gering ausgeprägten sprachlichen Kompetenzen in Deutsch besteht. Veränderungen im Leseverstehen und in der Grammatikkompetenz korrelieren positiv mit Veränderungen in mathematischen Modellierungskompetenzen (Paetsch & Felbrich, 2016, S. 29). Jedoch können in dieser Studie beide Faktoren keine Vorhersage zu Schuljahrsbeginn hinsichtlich der Entwicklung in der Modellierkompetenz leisten, was die Autorinnen auf die geringen sprachlichen Kompetenzen zurückführen (Paetsch & Felbrich, 2016, S. 30; Hervorhebungen im Original):

> Es scheint also weniger das *Ausgangsniveau* der sprachlichen Kompetenzen für die Entwicklung der mathematischen Modellierungskompetenz von Zweitsprachenlernenden in der dritten Jahrgangsstufe bedeutsam zu sein, sondern vielmehr die Sprach*entwicklung*: Schülerinnen und Schüler, die größere Leistungszuwächse im Leseverständnis oder in der Grammatikkompetenz aufwiesen, zeigten tendenziell auch größere Leistungszuwächse der mathematischen Modellierungskompetenz.

Die Autorengruppe um Dummert (2014) kommt zu anderen Ergebnissen, wenn sie die Testergebnisse von 503 Grundschülerinnen und -schülern in zweiten und vierten Klassen im Lösen von Rechenoperationen, die mittels des Heidelberger Rechentests 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) erhoben wurden, auswerten. Von den in die Untersuchung einbezogenen Schülerinnen und Schülern weisen 14.6 % einen Migrationshintergrund auf. Hier konnte kein signifikanter Zusammenhang zwischen der Mathematikleistung und dem Migrationshintergrund sowie der Familiensprache nachgewiesen werden (Dummert et al., 2014, S. 124). Während auf deskriptiver Ebene Unterschiede zwischen Kindern mit und ohne Migrationshintergrund zu verzeichnen sind, sind die Ergebnisse außer im Bereich des Lesens im Rechnen und Rechtschreiben nicht signifikant. Die nichtdeutsche Familiensprache zeigt keine signifikanten Unterschiede in den erhobenen Leistungen auf. Zu berücksichtigen ist, dass das eingesetzte Verfahren mit der Testung von Rechenoperationen weitestgehend sprachfrei auskommt.

Auch wenn die Forschungsliteratur nahelegt, dass die im Elternhaus gesprochene Sprache eine Varianz in Leistungsunterschieden aufklären kann, so stellt sich weiterhin die Frage, welche Aspekte die weitere Varianz aufklären (Gogolin, 2009, S. 266). Denn auch wenn Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund schlechtere Ergebnisse in Schulleistungsuntersuchungen wie PISA erzielen, zeigen vertiefte Analysen, dass es keine Unterschiede zwischen denjenigen Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund gibt, die angeben, sie würden im häuslichen Kontext entweder die Sprache des Herkunftslandes („‚fremdsprachige‘ Jugendliche“, Ramm, Walter, Heidemeier & Prenzel, 2005, S. 277) oder Deutsch („‚Deutschsprachige‘ Jugendliche“, Ramm et al., 2005, S. 277) sprechen (Ramm et al., 2005, S. 277 f.). „Solche Forschungsergebnisse zeigen an, dass nicht einfach sprachliche Herkunft oder Sprachgebrauch jenseits von Schule und Unterricht für die Leistungsdisparitäten zwischen Zugewanderten und Nichtgewanderten verantwortlich sind“ (Gogolin, 2009, S. 267). Als damit einhergehendes Phänomen beschreibt die Autorin den Mangel einer klaren Zuwanderungs- und Integrationspolitik, die mitverantwortlich dafür ist, dass diese Gruppe einer Bildungsarmut ausgesetzt wird (Gogolin, 2009, S. 267; siehe auch Paetsch, 2016). Gleichzeitig soll an dieser Stelle auf das Phänomen hingewiesen werden, welches Haberzettl (2016) in der Diskussion ihrer Ergebnisse zur Güte von Berichtstexten im Fach Deutsch benennt. Und zwar beobachtet sie in ihrer Studie mit Schülerinnen und Schülern mit Deutsch als Zweitsprache beziehungsweise als Muttersprache an Saarländer Gemeinschaftsschulen, dass sich die Textkorpora von Schuldeutsch beider Gruppen nicht nachteilig seitens der Schülerinnen und Schüler mit Deutsch als Zweitsprache unterscheiden. „Die Texte der mehrsprachigen [Schülerinnen und Schüler] [hinterlassen] einen eher besseren als schlechteren Eindruck [...] als die der monolingual aufwachsenden Altersgenossen“ (Haberzettl, 2016, S. 77). Die Autorin stellt die Vermutung der institutionellen Diskriminierung an, welche besagt, dass überproportional häufig Schülerinnen und Schüler mit Deutsch als Zweitsprache trotz ihres Potentials eine Gemeinschaftsschule anstelle eines Gymnasiums besuchen, während für leistungsstarke und leistungsdurchschnittliche monolinguale Schülerinnen und Schüler beobachtet wird, dass diese bevorzugt im Anschluss an die vierte Klasse ein Gymnasium besuchen, „so dass nur die tendenziell leistungsschwachen einsprachig aufwachsenden Kinder in den Gemeinschaftsschulen verbleiben“ (Haberzettl, 2016, S. 77).

Vor dem Hintergrund großer Bildungs- und Reichtumsdisparitäten in Deutschland gilt es das Recht auf echte Chancengleichheit zu verteidigen.

4.2.2 Ebene IIb: Schulische Bedingungen

Unter dem Gesichtspunkt schulischer Bedingungen führt Helmke (2015) als Kontextvariable die Schulform beziehungsweise den Bildungsgang sowie das Schul- und Klassenklima an. Diesen beiden Aspekten widmet sich das vorliegende Kapitel und fokussiert dabei die Schulform sowie die Leistungsheterogenität innerhalb der Klasse. Faktoren wie die Lehrperson oder auch der Unterricht und die Unterrichtszeit, die als proximaler als die hier thematisierten Aspekte zu bezeichnen sind, werden aus Gründen der Studienanlage vernachlässigt, stellen aber für die Wirkung von Unterricht wichtige Kernelemente dar (Brühwiler, Helmke & Schrader, 2017, S. 295 f.).

Obwohl das unmittelbare Klassenumfeld der jeweiligen Schülerin, dem jeweiligen Schüler zunächst einmal nähersteht, wird zuerst auf den Aspekt der Schulform eingegangen (Kapitel 4.2.2.1), bedingt sie doch durch ihre jeweilige Konzeption in hohem Maße den im Anschluss betrachteten Gesichtspunkt der Leistungsheterogenität innerhalb einer Klasse (Kapitel 4.2.2.2).

4.2.2.1 Schulform

Die Schule sieht sich einer Vielzahl von Anforderungen und Erwartungen gegenüber. Es ist ihre Aufgabe, die Heterogenität von Kindern und Jugendlichen zu berücksichtigen und mit Unterschieden auf verschiedenen Ebenen umzugehen (Kultusministerkonferenz, 2011, S. 4). Der Heterogenität der Schülerschaft versucht die Institution Schule mit Differenzierungsmaßnahmen auf verschiedenen Ebenen zu begegnen: Es werden Kriterien zugrunde gelegt, aus welchen sich Differenzierungen auf Makro- (interschulische Differenzierung: Schultypen, -formen), Meso- (intraschulische Differenzierung: Klassen, Kurse, Zusatzangebote) und Mikroebene (unterrichtliche Differenzierung: Gruppen-, Einzelarbeit) ableiten. Es werden manifeste Kriterien als Maßstab festgelegt, welche allerdings mit latenten Kriterien einhergehen (Trautmann & Wischer, 2011, S. 76). Am Beispiel der sozialen Herkunft hat das vorherige Kapitel 4.2.1 gezeigt, dass die Zuweisung zu einer jeweiligen Schulform nicht nur von den Leistungen abhängt, sondern eben auch die soziale Herkunft als latente Variable einwirkt (Fend, 2008). Nachfolgend wird vor allem die Makroebene thematisiert, welche die Differenzierung auf Ebene von Schulformen berücksichtigt, wobei ausgewählte Schulformen von ihrer Konzeption her bereits die Mesoebene mitbedenken (beispielsweise Oberschule, Integrierte Gesamtschulen, Kooperative Gesamtschulen).

DEUTSCHES SCHULSYSTEM

Das deutsche Schulsystem hat in den letzten Jahren Reformen erfahren, wobei nicht zuletzt die Länderhoheit der einzelnen Bundesländer dazu beiträgt, dass sich das System Schule in den einzelnen Bundesländern unterschiedlich gestaltet. Das schulische Bildungssystem beginnt mit der Einschulung in den Primarbereich. Die Einschulung erfolgt in Deutschland in der Regel mit 6 Jahren in eine inklusive Grundschule oder Förderschule; Schülerinnen und Schüler besuchen hier die Schuljahre 1 bis 4 (Büchler, 2016, S. 83; Kultusministerkonferenz, 2016, S. 2). Ausnahmen bilden Berlin und Brandenburg mit einer 6-jährigen Grundschulzeit. Die Transition entspricht einer Selektion der Schülerschaft orientiert an Schulleistungen und erfolgt normativ nach der 4. Jahrgangsstufe an eine weiterführende Schule des Sekundarbereichs I. Hier differenziert sich das Schulsystem in verschiedene Schulformen – je nach Bundesland – stark aus. Die Beschulung erfolgt entweder im inklusiven Setting oder an einer Förderschule. Während Haupt- und Realschulen nur noch in einigen Bundesländern existieren (Baden-Württemberg, Bayern, Hessen, Niedersachsen, Nordrhein-Westfalen, Schleswig-Holstein), erfuhr das Schulsystem der letzten Jahre eine bundesweite Umstrukturierung, indem die Haupt- und Realschulen zu einer Schulform zusammengelegt wurden; eine bundeseinheitliche Bezeichnung dieser neuen Schulart existiert nicht. Neben dieser Schulart mit zwei Bildungsgängen gibt es zugleich eine Schulart mit drei Bildungsgängen, welche eine gymnasiale Oberstufe anbietet. Parallel gibt es Gymnasien, die das Ziel haben, zum Abitur zu führen. Der sich anschließende Sekundarbereich II ermöglicht den berufsqualifizierenden Abschluss beziehungsweise die Fachhochschulreife, fachgebundene Hochschulreife oder allgemeine Hochschulreife (Kultusministerkonferenz, 2016, S. 2). Während in Niedersachsen von Klasse 1 bis 10 der Besuch einer Förderschule möglich ist, gestaltet sich das inklusive Bildungssystem anschließend an die vierjährige Grundschule im Sekundarbereich wie folgt:

- Real-, Haupt- und Oberschule: Sekundarabschluss I, Realschulabschluss sowie Hauptschulabschluss
- Kooperative und Integrative Gesamtschule sowie das Gymnasium (nach 13 Jahren): allgemeinen Hochschulreife(Niedersächsisches Kultusministerium, 2013b, S. 10–23).

KOMPOSITIONSEFFEKTE VON SCHULE

Es gilt die staatliche Verpflichtung, das Grundgesetz umzusetzen. Auf familiärer Ebene bedeutet dieses, „jede Form von Familie zu unterstützen, unabhängig davon, welche religiöse, rechtliche oder soziale Konstellation von den betreffenden Menschen gewählt wird" (Palentien, 2005, S. 167). Hieraus ergeben sich Konsequenzen auf Ebene der Familienpolitik, welche wiederum auf die Institution Schule einwirkt:

> Für den Bereich der Schule zeigt sich, dass, will sie den gesellschaftlich und pädagogisch an sie gerichteten Ansprüchen unter der Berücksichtigung von Armuts- und Benachteiligungslagen gerecht werden, sie – neben erzieherischen und sozialisatorischen Gesichtspunkten – verstärkt auch kompensatorische Elemente in ihr Konzept einzubinden hat (Palentien, 2005, S. 167).

Folglich werden Strukturüberlegungen benötigt, welche einerseits eine Durchlässigkeit und Anschlussfähigkeit erlauben und zum Ziel haben, Bildungsdisparitäten abzubauen und zu reduzieren (Ditton, Krüsken & Schauenberg, 2005, S. 301). Eine Antwort auf diese Forderung der Bildungs- und Familienpolitik stellt die Ganztagsschule dar. Palentien (2005, S. 167) sieht ihre Vorzüge darin, dass sozial weniger privilegierte Eltern Unterstützung hinsichtlich räumlicher und organisatorischer Bedingungen erfahren würden und ihre Kinder ihren sozialen Kontaktbereich erweitern können.

Betrachtet man die Verteilung von Schülerinnen und Schülern auf das „klassische“ dreigliedrige Schulsystem in Deutschland unter Berücksichtigung der Schulformen Haupt- und Realschule sowie Gymnasium, fällt die Verteilung zu Ungunsten von Schülerinnen und Schülern in allen Risikolagen mehrheitlich auf die Hauptschule aus; die Selektion führt also zu Kompositionseffekten auf Schulebene. Diejenigen Hauptschulen, welche zu den sogenannten Problemschulen zu zählen sind, sehen sich dabei einer Klientel gegenüber, welche unter Risikobedingungen aufwächst: Klassenwiederholungen, Migrationserfahrung mit nichtdeutscher Familiensprache, Eltern ohne Berufsausbildung, Arbeitslosigkeit der Eltern, geringes Leistungsniveau der Schule (Nold, 2010, S. 146). Abbildung 4.11 stellt diese Kompositionseffekte auch unter Berücksichtigung der Integrierten Gesamtschule und von Schulen mit mehreren Bildungsgängen heraus. Unter allen Formen erzielt die Klientel der Hauptschule die höchsten Risikowerte in fast allen Merkmalen.

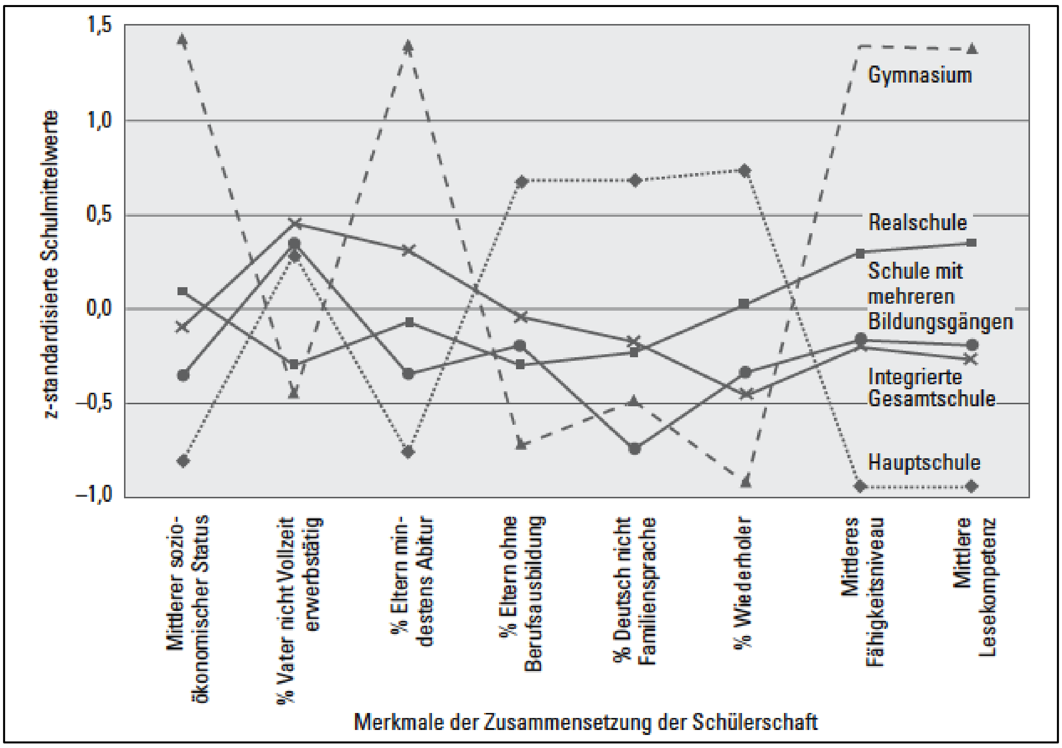


Abbildung 4.11: „Kompositionsprofile von Schulen unterschiedlicher Schulformen“ (Baumert, Stanat & Watermann, 2006, S. 98)

LEISTUNGSENTWICKLUNG IN VERSCHIEDENEN SCHULFORMEN

Ramseier und Brühwilder (2003) betrachten den Beitrag der Schulform an der Leistungsentwicklung von 2 054 Schweizer Schülerinnen und Schülern in PISA 2000. Unter der Kontrolle der kognitiven Leistungsfähigkeit zeigt sich hier, dass neben der sozialen Herkunft die jeweils besuchte Schulform einen Einfluss auf unterschiedliche Leistungsentwicklungen im Lesen ausübt. Die Schulform beziehungsweise das Schulmilieu reproduzieren folglich Unterschiede in den Leistungsentwicklungen. Auch PISA 2003 verzeichnet unterschiedliche Zugänge zu den verschiedenen Bildungsformen in Abhängigkeit von der sozialen Herkunft. „Die unterschiedliche Repräsentanz sozialer Schichten beim Gymnasialbesuch deutet auf soziale Disparitäten hin“ (Ehmke, Siegle & Hohensee, 2005, S. 260). Unter Kontrolle der Kompetenzen im Lesen und in der Mathematik ergeben sich Ungleichheiten, die nicht durch die Kompetenzunterschiede abgedeckt werden. Die Unterteilung der Probanden in Quartile der Sozialschicht legt nahe, dass Jugendliche aus dem obersten Quartil (75–100-Prozent-Quartil) eine viermal höhere relative Wahrscheinlichkeit haben ein Gymnasium zu besuchen als Jugendliche des 25–50-Prozent-Quartils (Ehmke et al., 2005, S. 260 f.). Tillmann (2008, S. 156) erklärt diese PISA-Ergebnisse wie folgt und verweist dabei auf die Sichtweise der Sehnsucht nach Homogenität:

> Je geringer die Kompetenzunterschiede zwischen den [Schülerinnen und Schülern], je angeglichener ihr Vorwissen, je ähnlicher die Verhaltensweise – so diese Sichtweise – desto besser kann mein Unterricht funktionieren. Vor diesem Hintergrund erhalten dann all die Maßnahmen ihren Sinn [...]: Zurückstellung vom ersten Schulbesuch, Sitzenbleiben, Sonderschulüberweisungen, Sortierung nach Schulformen, Abschulungen (Tillmann, 2008, S. 156).

Dabei folgt die Selektion im Anschluss an die vierte Jahrgangsstufe nicht nur dem Leistungskriterium, sondern – wie die zuvor dargestellten PISA-Ergebnisse zeigen – eben auch Kriterien sozialer Herkunft. „[So] entstehen zum Beispiel in Hauptschulen und Gymnasien spezielle Schülerschaften mit besonderen sozialen Zusammensetzungen, die für die Gestaltung und Ergebnisse der Bildungsprozesse ebenfalls bedeutsam sein können“ (Nold, 2010, S. 139). Tillmann (2008, S. 172) erhebt daher die Forderung nach einer Veränderung der pädagogischen Mentalität, „weg von einem selektiven und hin zu einem fördernden Schulsystem.“

Becker, Lüdtke, Trautwein und Baumert (2006) sprechen gar von einem Schereneffekt, wenn sie die differenziellen mathematischen Leistungsergebnisse in der TIMSS-Studie von 1 864 Schülerinnen und Schülern in Abhängigkeit von der Schulform betrachten. Hier zeigt sich in den Ergebnissen, dass Schülerinnen und Schüler der verschiedenen Schularten Gymnasium, Real- und Hauptschule über ein Schuljahr hinweg unterschiedliche Zuwachsraten in ihrer Leistungsentwicklung verzeichnen: „Das Auseinanderklaffen der schulischen Leistungen auf Gymnasium, Realschule und Hauptschule [...] scheint somit nicht nur auf Ausgangsunterschiede in der Leistung zurückzuführen zu sein, sondern stellt auch ein Ergebnis differenzieller Entwicklungsverläufe in der Sekundarstufe dar“ (Becker et al., 2006, S. 240). Bei ähnlicher Ausgangslage entwickeln sich Schülerinnen und Schüler in den unterschiedlichen Schulformen different, wobei Schülerinnen und Schüler an Gymnasien am meisten profitieren.

Auch Krajewski und Ennemoser (2010) berichten nicht nur von signifikanten Unterschieden in den mathematischen Basiskompetenzen zwischen den Schulformen in allen Klassenstufen, sondern insbesondere von alarmierenden Ergebnissen, die aufzeigen, dass Gymnasiasten bereits in der fünften Jahrgangsstufe über ein hohes Maß an mathematischen Basiskompetenzen verfügen, das Schülerinnen und Schüler an Real- und Hauptschulen auch in der Jahrgangsstufe 8 nicht erreichen (siehe Abbildung 4.12).

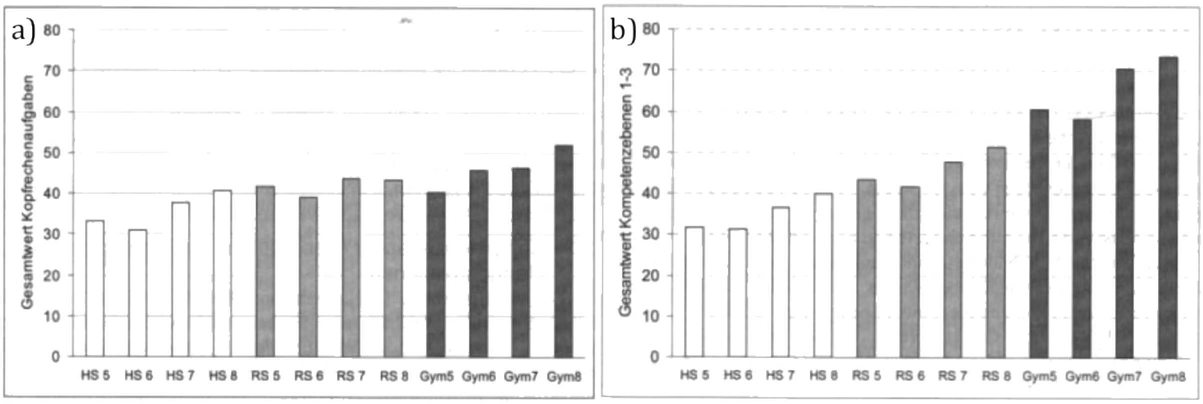


Abbildung 4.12: (a) Kopfrechenleistung (b) und Mengen-Zahlen-Kompetenzen in Abhängigkeit von Schulform und Klassenstufe (Krajewski & Ennemoser, 2010, S. 362)

Auch für das Konventions- und Regelwissen zeichnet sich in Abhängigkeit der Schulform ein Zuwachs in der Leistungsentwicklung ab:

> Denn im Wesentlichen werden die abgeprüften Symbole und Regeln (bzgl. Vorzeichen, Rechnen mit Brüchen, Verständnis von Wurzelzeichen und der Potenzschreibweise, Punkt-vor-Strich-Regel) erst im Sekundarstufenunterricht vermittelt, und es ist kaum davon auszugehen, dass diese in größerem Umfang informell erworben werden (Ennemoser et al., 2011, S. 240).

Ebenso werten Ehlert und Kollegen (2013) ihre Studienergebnisse hinsichtlich der mathematischen Basiskompetenzen (Teil-Teil-Ganzes-Konzept in Additions- und Subtraktionsaufgaben, relationales Zahlkonzept, Aufgaben zur Multiplikation und Division) bei 3 807 Schülerinnen und Schülern der fünften bis siebten Jahrgangsstufe differenziert nach Schulart aus. Es handelt sich dabei um eine quasilängsschnittliche Untersuchung, bei der jede Schulstufe von einer anderen Stichprobe repräsentiert wird. Wie zu erwarten, liegen die Leistungen der Gymnasiasten, gefolgt von Schülerinnen und Schülern an Realschulen, zu allen drei Messzeitpunkten (5. / 6. / 7. Klasse) über dem Jahrgangsstufenmittelwert. Gesamt- und Hauptschule bilden in der fünften Jahrgangsstufe das Schlusslicht mit den geringsten Mittelwerten. Für die Schulformen Gymnasium und Realschule scheint hinsichtlich der Kompetenzentwicklung insbesondere die Entwicklung von der fünften bis zur sechsten Klasse von Interesse zu sein, verzeichnen sie hier Lernzuwächse, während die Leistungen zwischen den Messzeitpunkten t_2 und t_3 nicht signifikant unterschiedlich voneinander sind. Auch die Schülerinnen und Schüler an Hauptschulen zeigen signifikante Leistungsentwicklungen zwischen den Testzeitpunkten. An Gesamtschulen sind im Gegensatz keine Leistungsunterschiede zwischen den Jahrgangsstufen festzustellen (Ehlert et al., 2013, S. 251 f.). „Im Gegensatz zur Hauptschule lassen die Befunde vermuten, dass der Unterricht in den Gesamtschulen weniger Konzepte der Grundschule vermittelt bzw. sichert" (Ehlert et al., 2013, S. 259).

Abbildung 4.13 bildet vertiefende Analysen der PISA-Befunde aus dem Jahr 2000 ab. In Abhängigkeit von der Schulform divergiert auch hier die Leistungsentwicklung zwischen den einzelnen Schulformen (Baumert et al., 2006, S. 100). Dabei zeigt sich ein Schereneffekt der mathematischen Leistungen, wobei die Gymnasiasten den stärksten Leistungszuwachs verzeichnen. Aber auch Schülerinnen und Schüler der anderen untersuchten Schularten, deren Ausgangslage augenscheinlich näher beieinanderliegt, divergieren über die Zeit.

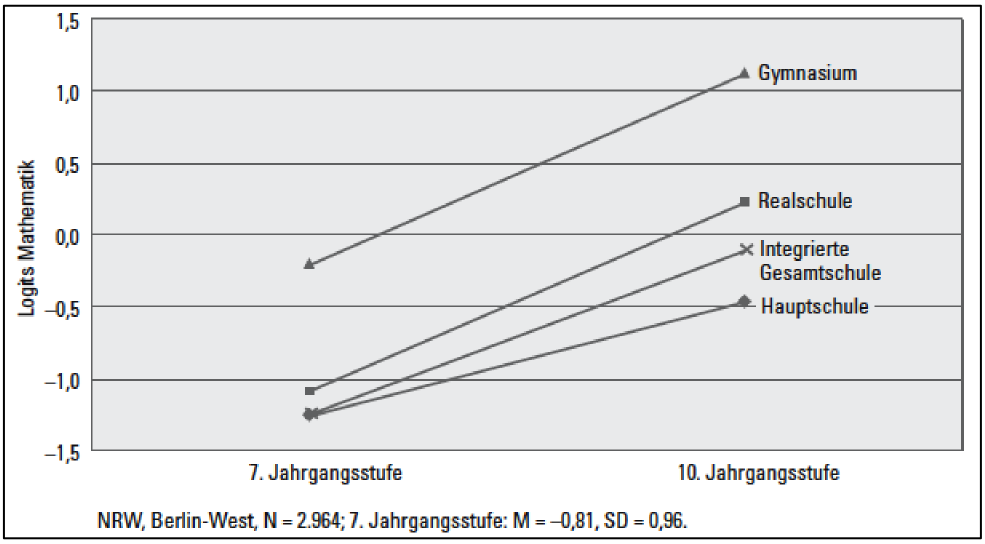


Abbildung 4.13: Leistungsentwicklung im Fach Mathematik von der 7. bis zur 10. Jahrgangsstufe (Baumert et al., 2006, S. 100)

HAUPTSCHULE: HOMOGENISIERUNG AM UNTEREN LEISTUNGSENDE

Altrichter, Heinrich und Soukup-Altrichter (2011, S. 30) bezeichnen die Hauptschule als „Sammelbecken“. Reaktionen auf die Problematik der Hauptschule sind in der Umstrukturierung der Schullandschaft zu erkennen. Wie weiter oben dargestellt, wurde das klassische dreigliedrige Schulsystem um weitere Schularten erweitert, wobei das Gymnasium davon unberührt bleibt und spezifische Schulabschlüsse eine Entkopplung von Schulformen erfahren, um der sozialen Disparität zu begegnen (Dumont et al., 2014, S. 142). Dennoch ist „[mit] der Frage, welche Schulform besucht wird, trotz der zunehmenden Entkoppelung von Schulform und Schulabschluss nach wie vor in vielen Fällen der spätere Bildungsabschluss und damit auch die sozioökonomische Position als Erwachsener innerhalb der Gesellschaft verknüpft“ (Dumont et al., 2014, S. 142).

Eine Antwort auf die schwierige Stellung und Entwicklung der Hauptschule stellt die Zusammenführung von Real- und Hauptschulen dar, diese Schulform wird in Niedersachsen unter dem Begriff ‚Oberschule‘ geführt. Insbesondere die Einführung der Oberschule im Schuljahr 2011 / 2012 hat für mediale Aufmerksamkeit gesorgt.

„Schulen unterscheiden sich unter anderem in der sozialen und kulturellen Zusammensetzung ihrer Schülerschaft. Diese soziale Segregation kann auf die unterschiedliche Zusammensetzung der Bevölkerung im Einzugsgebiet oder auf Praktiken der Selektion und der Schulwahl zurückzuführen sein“ (Ramseier & Brühwiler, 2003, S. 27 f.). In diesem Zuge zeichnet sich eine Mobilität innerhalb der Schülerschaft ab. Während vor allem

Haupt- aber auch Realschulen rückläufige Zahlen verzeichnen, ist die Integrierte Gesamtschule mit einem Anstieg von 7 % Gewinnerin der Umstrukturierung (Malecki, 2016, S. 12).

Die Zahlen deuten auf die Tendenz der Expansion höherer Bildungsabschlüsse hin. So gilt die Hauptschule als Verliererin von Bildungsreformen und wurde seit ihrer Einführung in den 60er Jahren als solche wahrgenommen (Brenner, 2006, S. 41).

> Sie wurde im Zuge einer Bildungsreform konzipiert, deren einziges Ziel die Bildungsexpansion war; und in dieser Denksystematik war sie eben von Anfang an die Schule für diejenigen, die am Bildungsaufstieg nicht teilhatten. Von diesem bildungsideologischen Stigma hat sich die Hauptschule nicht wieder lösen können; im Gegenteil: Soziale und demographische Entwicklungen [...] haben dazu geführt, dass die Hauptschule tatsächlich und auf Dauer zum Sammelbecken für leistungsschwächere [Schülerinnen und] Schüler wurde (Brenner, 2006, S. 41).

Die Hauptschule wird durch verschiedene Aspekte entwertet (schwierige Stellung von Hauptschulabsolventinnen und -absolventen auf dem Arbeits- und Lehrmarkt, politischer Druck im Sinne der Bildungsexpansion), welche Eltern dazu veranlassen können, sich gegen eine Hauptschule zu entscheiden (Dohmen, 2008, S. 4).

Brenner (2006, S. 42) kritisiert die linguistische Operation im Sinne einer Verschleierung des ursprünglichen Begriffs ‚Hauptschule', „obwohl jedem Kenner der Materie klar ist, dass damit die Probleme der Hauptschule nicht beseitigt, sondern sie nur unter neuem Namen verdeckt wurden". „Kenner", wie Brenner (2006) sie nennt, befürchteten bereits 2004 die Entwicklung der neuen Oberschule, in Berlin eine Fusion aus Gesamt- und Realschulen, zur Restschule, während die Gymnasien verstärkt Zulauf erfahren und eine Durchlässigkeit mit dieser neuen Schulform noch weniger zu erwarten ist (Beyerlein, 2004). Dieses widerspricht dem meritokratischen Prinzip, „wonach die Leistungsfähigkeit des Einzelnen über seinen Erfolg entscheidet und nicht leistungsfremde Faktoren darüber bestimmen" (Forell & Bellenberg, 2012, S. 8). Doch bislang vollziehen sich Übergänge zwischen verschiedenen Schulformen vornehmlich durch eine Abwärtsbewegung. Gelingt einer Person der Aufstieg in eine höhere Schulform, steigen für sie fünf Personen in ein niedrigeres System ab. Ähnlich verhält es sich mit der Möglichkeit, höhere Bildungsabschlüsse zu einem späteren Zeitpunkt nachzuholen; vornehmlich gelingt dieses denjenigen mit bildungsnaher Herkunft (Schavan, 2008, S. 5).

4.2.2.2 Leistungsheterogenität der Klasse

Mit der Ratifizierung des Übereinkommens über die Rechte von Menschen mit Behinderung im Jahr 2008 steht Deutschland als Vertragsstaat in der Pflicht, „Menschen mit Behinderungen gleichberechtigt mit anderen in der Gemeinschaft, in der sie leben, Zugang zu einem integrativen, hochwertigen und unentgeltlichen Unterricht an Grundschulen und weiterführenden Schulen [zu gewähren]" (Bundesministerium für Arbeit und Soziales, 2011). Nicht zuletzt durch diese grundlegende Veränderung des Bildungssystems sehen sich Lehrkräfte einer immer heterogener werdenden Schülerschaft gegenüber. „Durch die Umsetzung von Inklusion ist zu erwarten, dass die individuellen Lernvoraussetzungen und Lernleistungen von Schülerinnen und Schülern einer Klasse deutlich unterschiedlicher sein werden, als dies noch in einem stark separierten Schulsystem üblich war“ (Wilbert, 2014, S. 282). Gleichzeitig verweist – wie auch das angeführte Zitat von Wilbert – das Kapitel 4.2.2.1 auf die hohe Selektivität des deutschen Schulsystems, wobei neuere Reformierungen zumindest versuchen, Bildungsungerechtigkeiten zu minimieren.

In Niedersachsen nehmen weiterführende Schulen seit dem Schuljahr 2013 / 2014 aufsteigend mit der fünften Jahrgangsstufe Schülerinnen und Schüler mit einem sonderpädagogischen Förderbedarf dem Elternwahlrecht folgend auf (Niedersächsisches Kultusministerium, 2013b, S. 6). Dabei ist die Ausrichtung auf unterschiedliche Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler eine grundsätzliche Aufgabe (Kultusministerkonferenz, 2011, S. 4). Die Förderstrategie leistungsschwächerer Schülerinnen und Schüler stellt nachfolgende Erwartungen an Schulen:

- Wesentliche Grundlage des schulischen Lehrens und Lernens ist die individuelle Förderung.
- Das unterrichtliche Vorgehen entspricht dem Entwicklungsstand und den individuellen Potenzialen der Schülerinnen und Schüler.
- Das unterrichtliche Vorgehen orientiert sich an den Bildungsstandards.
- Elemente individueller Förderung sind individualisierte Lernpläne, eine Stärkenorientierung sowie Leistungsrückmeldungen, die dem individuellen Entwicklungsstand der Schülerin beziehungsweise des Schülers entsprechen (Kultusministerkonferenz, 2010, S. 2).

Bereits das vorangehende Kapitel 4.2.2.1 weist auf die divergierende Leistungsentwicklung in Abhängigkeit von der Schulform hin. Darüber hinaus scheinen auch Aspekte der Klassenzusammensetzung – insbesondere die Leistungsheterogenität innerhalb einer Lerngruppe – die Kompetenzentwicklung zu beeinflussen: „Die Schulklasse ist [...] als eigenständiger Entwicklungskontext im Jugendalter keineswegs zu vernachlässigen, stellt sie doch die unmittelbare Lernumwelt im schulischen Bereich dar, in der die [Schülerinnen und] Schüler über viele Jahre hinweg gemeinsam mit und von anderen lernen“ (Scharenberg, 2014, S. 342).

Hinsichtlich der Übergangsempfehlungen an eine weiterführende Schule zeigt sich in Form von Kompositionseffekten, welche insbesondere bei bezugsgruppenabhängigen Leistungsbewertungen zum Tragen kommen, die immense Bedeutung von Merkmalen der Klassenzusammensetzung. „Nach diesem Erklärungsansatz sind Unterschiede in der Leistungsentwicklung nicht oder nicht allein auf die Zugehörigkeit zu einer Schulform, sondern direkt (auch) auf Charakteristika der jeweiligen Lerngruppe zurückzuführen“ (Becker et al., 2006, S. 234). Demnach können sich Schülerinnen und Schüler gleicher Lernausgangslage und gleicher individueller Voraussetzungen in Abhängigkeit von der Komposition des Lernkontextes unterschiedlich entwickeln (Scharenberg, 2014, S. 320).

Befürworter der Homogenisierung gehen davon aus, dass Schülerinnen und Schüler in homogenen Gruppen durch eine geeignete Passung an die Lerngruppe eine Leistungssteigerung zeigen. Für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler zeige sich der Vorteil darin, dass Lehrkräfte ihnen individuellere Aufmerksamkeit schenken würden und Möglichkeiten der Wiederholung und Vertiefung gegeben seien (Slavin, 1987, S. 296; siehe auch Neumann, Maaz & Becker, 2013).

Gröhlich, Scharenberg und Bos (2009, S. 87) wissen um die Brisanz der Frage danach,

> ob Kinder und Jugendliche mit unterschiedlichen Voraussetzungen in Lerngruppen mit unterschiedlichem Anspruch und Lerntempo unterrichtet werden sollten [...]: Die Befürchtung lautet, dass leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern in leistungshomogenen Lerngruppen durch ein beschränktes Curriculum und mangelnde Aufstiegsmöglichkeiten in höhere Bildungsgänge Lern- und Lebenschancen verwehrt würden, während leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler in leistungsheterogenen Lerngruppen möglicherweise keine angemessene Förderung ihrer Potenziale erhielten.

Die Autorengruppe widmet sich dieser Thematik und untersucht in zwei Schritten, ob (1) die Leistungsstreuungen innerhalb der Klassen zu Beginn der Klassenstufe 5 in selektierten Schulformen homogener ist als in integrierten Schulformen und (2) wie sich die Leistungsstreuung auf die Kompetenzen am Ende der Klasse 6 auswirken; die Datengrundlage bildet dabei die KESS-Untersuchung (Gröhlich et al., 2009, S. 92). Die Schulformen unterscheiden sich hinsichtlich der durchschnittlichen Leistung signifikant voneinander; dabei erzielen Schülerinnen und Schüler an Gymnasien durchschnittlich die höchsten und an Hauptschulen die niedrigsten Werte, während integrierte Schulformen sich dazwischen einpendeln (Gröhlich et al., 2009, S. 94). Betrachtet man die Kompetenzdomäne Mathematik, so kennzeichnen sich die Haupt- und Realschulklassen durch die im Durchschnitt geringste Streuung, wohingegen die Gymnasialklassen die größte Streuung abbilden; Gymnasien sind also die leistungsheterogenste Schulform zu Beginn der Klasse 5 (Gröhlich et al., 2009, S. 100). Diese Leistungsheterogenität am Gymnasium lässt die Vermutung zu, dass die zum Zeitpunkt der Studie noch geltende Schulempfehlung in der Transition zur weiterführenden Schule durch die Lehrkraft sich eher an den schriftsprachlichen Leistungen orientiert (Bos & Scharenberg, 2010, S. 190). Die Autoren weisen auf eine beunruhigende Befundlage für die Situation von Haupt- und Realschulen hin. Bezüglich des Lesens und Rechnens weisen Klassen dieser Schulform neben der geringsten Leistungsstreuung auch die niedrigsten mittleren Lernstände auf. Die Autorengruppe spricht die Befürchtung aus, dass eine sich weiter verringernde Heterogenität des Leistungsspektrums zu einer Homogenisierung am unteren Ende führen würde (siehe Trautmann & Wischer, 2011, S. 83).

Für die Bedeutung der Leistungsheterogenität beziehungsweise -homogenität innerhalb einer Schulklasse weisen die Daten folgendes Ergebnis auf: Unter Einbezug von Prädiktoren zeigt die Leistungsheterogenität nominell schwach positive Effekte, die die Signifikanz verfehlen (Gröhlich et al., 2009, S. 101). Eine größere Leistungsheterogenität innerhalb der Schulklasse hat somit keinen negativen Effekt. Dieses spricht dafür, „dass in Schulklassen, deren kognitive und leistungsbezogene Zusammensetzung heterogen ausfällt, kein Nachteil für die Lernerfolge der einzelnen Schülerinnen und Schüler besteht, sondern sich zumindest tendenziell eher ein Vorteil abzeichnet" (Gröhlich et al., 2009, S. 101).

Die Metaanalyse von Hattie (2013, S. 106) gibt für die Bedeutsamkeit homogener Klassenbildungen unter Berücksichtigung von 14 Metaanalysen (500 Studien) Hinweise darauf, dass Schlussfolgerungen für Lernleistungs- und Gerechtigkeitseffekte („Ergeben sich Vor- beziehungsweise Nachteile für Untergruppen?") zu ziehen sind. Auf Ebene der Lernleistungseffekte zeigt sich, dass eine Leistungsdifferenzierung nur minimale Effekte auf die Leistungseffekte habe, wohingegen deutlich negative Gerechtigkeitseffekte zu verzeichnen seien (Hattie, 2013, S. 107 f.). Mit einem ermittelten Rang von 121 und einer Effektstärke von $d = .12$ kommt der leistungshomogenen Klassenbildung nur ein geringer Effekt zu.

Die Daten der ELEMENT-Studie von 2003 werden durch Lehmann (2006b) am Ende der Klasse 4 bezüglich der Fragestellung untersucht, inwiefern die Zusammensetzung der Lerngruppe die individuellen Lernstände beeinflusst. Dabei gilt diese Studie als eine der wenigen, welche die Streuung von Merkmalen als eigenes Kompositionsmerkmal untersucht (Gröhlich et al., 2009, S. 90). Zwar nur für den Kompetenzbereichs des Lesens – zeigt sich als ein überraschendes Ergebnis, dass das Leseverständnis „in Schulklassen mit breiter gestreutem Lernpotenzial [Lernpotenzial gemessen mittels KFT; Heller & Perleth, 2000] günstiger ausgeprägt ist" (Lehmann, 2006b, S. 118). Für den Bereich des Lesens schlussfolgert Lehmann, dass das Lernen in leistungsheterogenen Gruppen Lernfortschritte befördert; etwaige Ergebnisse können für die mathematische Leistung nicht ermittelt werden (Lehmann, 2006b, S. 119).

Bos und Scharenberg (2010, S. 191) formulieren für die Bedeutung der Leistungsstreuung innerhalb einer Schulklasse die Aufgabe zukünftiger Forschungen zu überprüfen, „wie breit die Lernstände innerhalb der Schulklassen streuen dürfen, so dass sowohl die Leistungsstärkeren als auch die Leistungsschwächeren gleichermaßen profitieren können."

Tillmann und Wischer (2006, S. 48) weisen neben einer bestehenden Hetero- beziehungsweise Homogenität innerhalb einer Klasse auch auf den Faktor der adäquaten Förderung hin. „Besonders die Frage, ob die jeweiligen Lehrkräfte auf die Heterogenität didaktisch angemessen eingehen, übt dabei einen wichtigen Einfluss aus." Helmke (2015, S. 257 ff.) benennt dabei verschiedene Gelingensbedingungen der Individualisierung:

- „Einstellungswandel
- Diagnostische Kompetenz
- Professionswissen und didaktische Expertise
- Lehr- und Diagnosematerial
- Einbezug außerschulischer Faktoren
- Individualisierung und Standards
- Ressourcen" (Helmke, 2015, S. 257 ff.)

Demnach müsste Forschung zur Wirkung der Heterogenität innerhalb einer Lerngruppe nicht nur die gezeigten Leistungen untersuchen, sondern ebenso den Umgang mit Heterogenität einer jeweiligen Lehrkraft betrachten. Diese Ergebnisse müssten wiederum auf strukturhöheren Ebenen, wie der Lehrerbildung, aber auch hinsichtlich bildungspolitischer Entscheidungen, betrachtet und diskutiert werden.

> Attention needs to be directed at more careful curriculum specification, higher quality teaching, and higher expectations that students can meet appropriate challenges—and these occur once the classroomdoor is closed and not by reorganising which students are behind those doors (Hattie, 2002, S. 473).

4.3 Zusammenfassung

Das Beherrschen von Kulturtechniken hat in unserer Gesellschaft einen hohen Stellenwert. Dabei entscheidet der Grad der Beherrschung ebendieser maßgeblich über weitere Bildungsverläufe und die Integration auf dem Arbeitsmarkt. Die Qualität dieser Kulturtechniken wurde nicht zuletzt durch große Schulleistungsstudien der letzten Jahre in den Fokus gerückt. Verschiedene Ansätze zeigen, welche Gründe für Leistungsdisparitäten auf verschiedenen Ebenen verantwortlich sind. Diese verschiedenen Ebenen erstrecken sich über interne Bedingungsfaktoren im Individuum selbst, bis hin zu bildungspolitischen Ebenen. Kapitel 4 führt daher zunächst in verschiedene Perspektiven auf Determinanten von Schulleistungen unter Nennung ausgewählter und relevanter Modelle ein. Dabei wird eine Systematisierung nach internen und externen Bedingungen nach Kretschmann (2007) auf ebendiese Modelle (Baumert et al., 2010; Hasselhorn & Gold, 2013; Heller, 1997; Helmke, 2015; Krajewski, 2008b; Lauth, Hammes-Schmitz et al., 2014; Matthes, 2009; Walberg, 1986) angewendet. Die Kapitel 4.1 und 4.2 orientieren sich an dieser Systematisierung und führen unter dem Gesichtspunkt interner Bedingungen konstituelle Determinanten sowie individuelle Lernvoraussetzungen ins Feld. Die Betrachtung des Geschlechts legt eine Überlegenheit des männlichen Geschlechts nahe (Baumert et al., 2009; Böhme & Roppelt, 2012; Dummert et al., 2014; Niklas & Schneider, 2012a; Winkelmann et al., 2008), welche vornehmlich daraus resultiert, dass mehr Jungen zur sogenannten Spitzengruppe zählen. Es zeigt sich für die einzelnen Faktoren, dass insbesondere dem bereichsspezifischen Vorwissen eine immense Bedeutung im Kompetenzerwerb zukommt (von Aster et al., 2007; Ennemoser & Krajewski, 2013; beispielsweise Studien von Krajewski et al., 2009; Krajewski, Schneider et al., 2008; Locuniak & Jordan, 2008; Mähler et al., 2015; Mazzocco & Thompson, 2005) und damit den bisherigen Stellenwert kognitiver Leistungsfunktionen im Sinne von Intelligenz in Frage stellen. Auch wird die konkurrierende Bedeutung des Arbeitsgedächtnisses auf die mathematische Kompetenzentwicklung aufgezeigt (Ackerman, Beier & Boyle, 2005; Busch et al., 2013; Grube & Seitz-Stein, 2012; Hasselhorn, Schuchardt & Mähler, 2010; Mähler & Schuchardt, 2012; Raghubar, Barnes & Hecht, 2010). Eine Forschungslücke besteht bisher in den nicht gesicherten Erkenntnissen über den Zusammenhang zwischen Rechen- und Lesekompetenzen. Während hohe Komorbiditäten von Schwierigkeiten in beiden Domänen auftreten (Dirks et al., 2008; Gersten et al., 2009; Jordan et al., 2015; Lewis et al., 1994), werden die Gründe dafür unter anderem im Arbeitsgedächtnis vermutet (Schwenck & Schneider, 2003). Weiterhin zeigt sich der Stellenwert von Lern- und Sozialverhalten für das schulische Lernen unter dem Gesichtspunkt der Lernaktivität. Während eine begriffliche Unschärfe für das Lernverhalten vorherrscht (Hartmann & Methner, 2015a), zeigen Studien seine Bedeutung für das schulische Lernen (Kastner & Petermann, 2010; Lohbeck et al., 2015; Lohbeck, Petermann & Petermann, 2014; Weber et al., 2015; Yen et al., 2004). Unter dem Aspekt der Lernaktivität sind weiterhin bedeutsame Aspekte wie die Strategienutzung, Metakognition und Emotionen anzuführen. Kapitel 4.2 stellt die Befunde externer Bedingungen bezüglich der mathematischen Kompetenzentwicklung vor. Es wird zwischen Strukturmerkmalen der Familie sowie schulischen Bedingungen differenziert. Hier haben die großen Bildungsstudien der vergangenen Jahre die immense Bedeutung der sozialen Herkunft herausgestellt (Ehmke & Siegle, 2008). Als relevante Faktoren gelten die sozioökonomische Stellung der Eltern sowie das kulturelle und soziale Kapital der Familie. Beispielsweise zeigt sich, dass Schülerinnen und Schüler aus Familien mit schwacher sozioökonomischer Stellung systematisch häufig an Schulen mit niedrigeren Bildungsgängen zu finden sind (Nold, 2010).

Auch auf Ebene der schulischen Bedingungen setzt sich dieser Trend fort. Der Besuch einer jeweiligen Schulform steht im engen Zusammenhang mit der sozialen Herkunft. Die Umgestaltung der Schullandschaft versucht sich diesem Umstand anzunehmen, so soll die Einführung von Schulformen wie der Oberschule in Niedersachsen der Homogenisierung der Schülerschaft am unteren Leistungsende (Trautmann & Wischer, 2011) entgegenwirken. Abzuwarten bleibt, inwiefern diese Zusammenlegung von Real- und Hauptschule eher einen Kompromiss darstellt, der Schülerinnen und Schüler hohem sozioökonomischen Status' auch weiterhin ihren elitären Status zuspricht. „Bei aller Skepsis über die Leistungsfähigkeit der Familie wird deren Bildungsbedeutsamkeit also auch in Zukunft eine wichtige Rolle spielen, so dass neben Schulreformbemühungen eine gezielte Familienförderung als wichtiges ungleichheitsrelevantes Bildungsanliegen anzusehen ist“ (Büchner, 2008, S. 149). Zugleich gibt es Stimmen, die sich für eine Homogenisierung der Schülerschaft aussprechen, da leistungsstärkeren und leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern somit auf unterrichtlicher Ebene besser begegnet werden könne (Slavin, 1987). Studienergebnisse können eine Benachteiligung einzelner Schülergruppen in einer leistungsheterogenen Klasse jedoch nicht belegen (Gröhlich et al., 2009; Hattie, 2013; Lehmann, 2006b).

5 Zusammenfassung der theoretischen Grundlagen und Forschungsdesiderata

Über die mathematische Kompetenzentwicklung zu Beginn der Sekundarstufe I ist im Vergleich zur Entwicklung schriftsprachlicher Kompetenzen weniger bekannt (Berg, 2008, S. 289; Chiappe, 2005, S. 313; Gersten & Jordan, 2005, S. 294; Jordan et al., 2002, S. 586; Robinson et al., 2002, S. 81). Insbesondere das bereichsspezifische Vorwissen spielt eine entscheidende Rolle im Zusammenhang mit der Kompetenzentwicklung (Ayres & Paas, 2012; Gruber & Stamouli, 2015; Weißhaupt & Peucker, 2009). So sind in jüngster Zeit die mathematischen Basiskompetenzen zunehmend in den Fokus der Forschung gerückt. Dabei konnte sich die Forschungsgemeinschaft auf keine einheitliche Definition dieser einigen. Während für die frühe Phase des mathematischen Kompetenzerwerbs vor allem pränumerische Kompetenzen als bedeutsam erachtet werden (Krajewski, Renner et al., 2008; Mähler et al., 2015), werden für den Bereich der Sekundarstufe I oftmals die zentralen Inhalte der Grundschulmathematik als mathematische Basiskompetenzen bezeichnet (Ehlert et al., 2013; Moser Opitz, 2005). Studien zeigen, dass der mathematische Grundschulstoff der Grundschule mit Übergang in die Sekundarstufe I nicht als gesichert vorausgesetzt werden darf. Einige Schülerinnen und Schüler weisen hier massive Rückstände auf; zugleich entwickeln sich die mathematischen Basiskompetenzen über die Schuljahre hinweg auch noch weiter (Ennemoser et al., 2011; Gebhardt et al., 2013; Krajewski & Ennemoser, 2010). Dennoch werden diese Umstände von Kerncurricula und Bildungsstandards weitestgehend ignoriert. Dies ist problematisch, gehört eine mathematische Grundbildung doch zur Ausbildungsreife und entscheidet somit über die berufliche Integration eines Individuums. Ein zentrales Ergebnis von PISA ist, dass ein bedenklicher Anteil von 18 % der 15-jährigen Schülerinnen und Schüler in Deutschland nicht über die zweite Kompetenzstufe hinauszukommt (Bloem, 2012, S. 2). Gleichzeitig ist wenig darüber bekannt, welche Wirkfaktoren in welchem Maße die Kompetenzentwicklung beeinflussen.

Zur Erklärung des Zustandekommens von Schulleistungen wurden in der Vergangenheit verschiedene Modelle entwickelt, welche im Kind liegende Faktoren, aber auch Merkmale außerhalb des Kindes berücksichtigen. Kretschmann (2007, S. 12) systematisiert Bedingungen auf drei Ebenen:

Ebene I	Interne Bedingungen: Ressourcen, Eigenschaften, Verhaltensweisen, Kompetenzen
Ebene IIa	Externe Bedingungen IIa: Häusliches, außerschulisches Umfeld
Ebene IIb	Externe Bedingungen IIb: Schule

Insbesondere Modelle, welche mehrere Ebenen berücksichtigen, können wichtige Erkenntnisse zur Entstehung und Verfestigung von Rechenschwäche liefern. Gemeinhin werden Faktoren, die im Kind liegen, gegenüber externen Faktoren als einflussreichere Bedingungsfaktoren erachtet (Blumenthal, 2011, S. 22).

Ausgehend von den verschiedenen, vorgestellten Modellen (siehe Tabelle 4.1, S. 56) wird als Zusammenfassung des Theorieteils ein Arbeitsmodell aufgestellt (siehe Abbildung 5.1). Die dargebotenen Ebenen des Modells werden in den Kapiteln 4.1 und 4.2 näher betrachtet und der Forschungsstand zu ebendiesen aufgezeigt. In dem Modell ist die Integration dieser drei Ebenen I, IIa und IIb zu erkennen, wobei die Ebene I interne Bedingungen darstellt, das heißt im Kind liegende Aspekte (konstituelle Determinante, individuelle Lernvoraussetzungen). Auf Ebene IIa und IIb werden externe Bedingungen dargestellt, gegliedert nach den Gesichtspunkten des familiären Hintergrunds (Ebene IIa: soziale Herkunft, Migrationshintergrund) und schulischer Bedingungen (Ebene IIb: Schulform, Leistungsheterogenität).

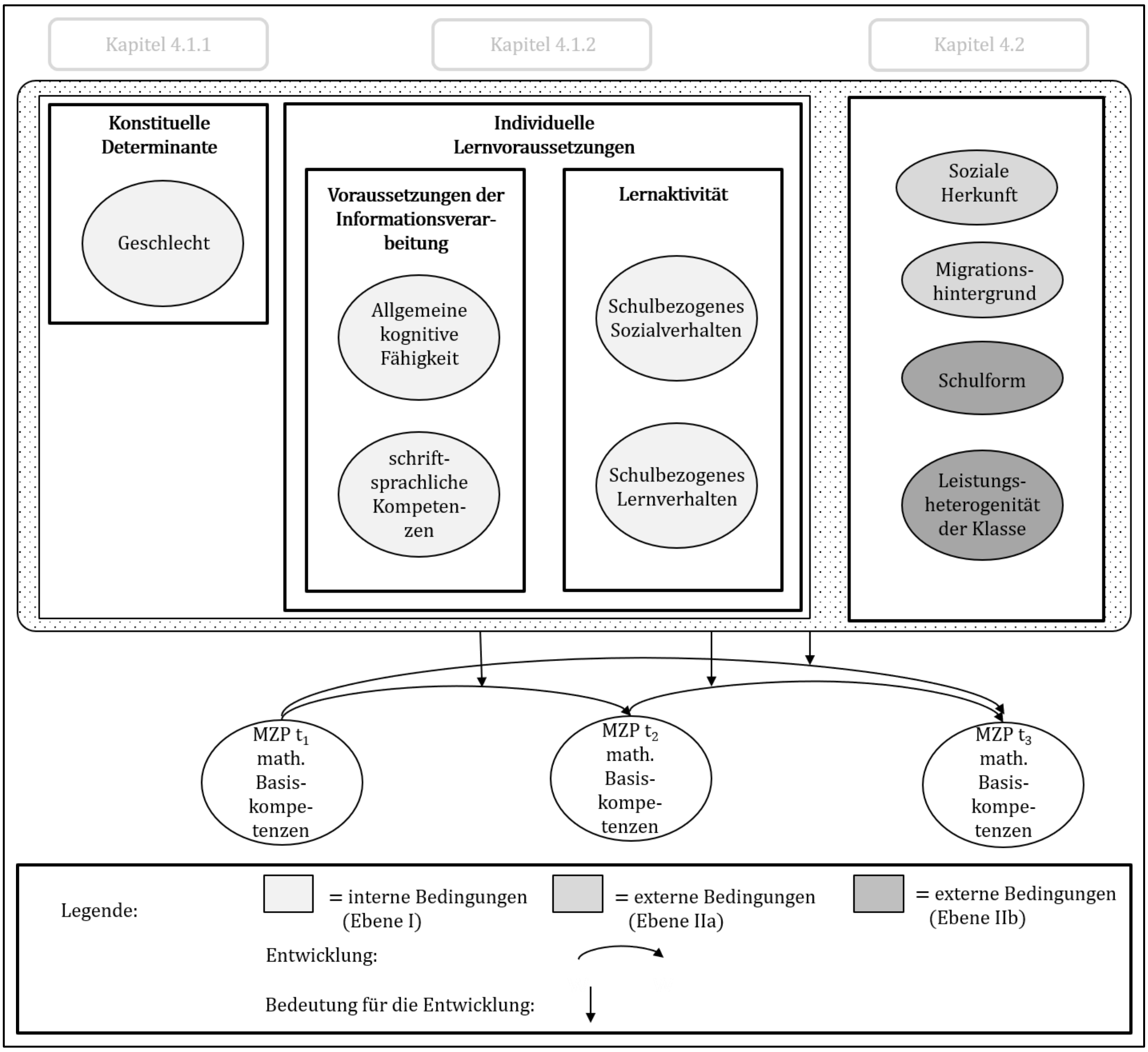


Abbildung 5.1: **Arbeitsmodell „Mathematische Basiskompetenzen im Kontext von Bedingungsfaktoren"**

Bereits zu Schuleintritt zeichnen sich Schülerinnen und Schüler durch eine große Heterogenität hinsichtlich ihres *Ausgangsniveaus* und des sich anschließenden mathematischen Kompetenzerwerbs aus (Deutscher, 2012; Deutscher & Selter, 2013; Grüßing, 2002; Hasemann & Gasteiger, 2014; Schmidt & Weiser, 1982; Selter, 1995). Die Einführung der Inklusion in Deutschland durch die Ratifizierung des Übereinkommens über die Rechte von Menschen mit Behinderung führt dazu, dass sich Schülerinnen und Schüler in Bezug auf ihre individuellen Lernvoraussetzungen und Lernleistungen stark voneinander unterscheiden (Wilbert, 2014, S. 282). Ebenso divergieren die mathematischen Leistungen (Weberschock & Grube, 2006, S. 291). Allein die Betrachtung mathematischer Leistungen von Schülerinnen und Schülern an Förderschulen weisen auf eine große Leistungsheterogenität innerhalb dieser Gruppe in einer Jahrgangsstufe hin (Gebhardt et al., 2013, S. 137 f.). Der Beitrag von längsschnittlich angelegten Studien ist das Abbilden allgemeiner Entwicklungsverläufe, wobei sie Aussagen über Veränderungen und die Stabilität von Leistungen und Unterschieden innerhalb dieser zu treffen vermögen (Helmke & Schrader, 2007, S. 293). Interessant ist dabei die Frage, wie die weitere Entwicklung verläuft: Entwickeln sich die Leistungen von Schülerinnen und Schülern mit unterschiedlichem Ausgangsniveau parallel oder ist gar ein Schereneffekt zu beobachten? Studien weisen dabei darauf hin, dass sich die mathematischen Kompetenzen langsamer bei Schülerinnen und Schülern entwickeln, deren Ausgangsniveau im Vergleich zu ihren Mitschülerinnen und Mitschülern als niedrig zu bezeichnen ist (Kohli et al., 2015; Shin et al., 2013). Über die Stabilität von Rechenleistungen gibt es bislang wenige Erkenntnisse (Schuchardt, 2008, S. 20). Studien legen nahe, dass sich diese mit fortschreitender Schulzeit stabilisieren (Ise & Schulte-Körne, 2013, S. 275; Mazzocco & Myers, 2003; Shalev et al., 1998): „Die bedeutendsten Prädiktoren schulischer Fertigkeiten sind die Ausprägungen der entsprechenden Vorläuferfertigkeiten zu früheren Zeitpunkten“ (Grube & Hasselhorn, 2006, S. 100).

Es gilt als gesichert, dass Schulleistungen sowohl von individuellen Persönlichkeitsmerkmalen als auch von dem Einfluss der Umwelt abhängen (Helmke & Schrader, 2010, S. 90). In Anlehnung an Arbeiten von Zielinski können diese auf interner und externer Bedingungsebene systematisiert werden (Kretschmann, 2007, S. 12). Dabei erweisen sich die *internen Bedingungsfaktoren* als einflussreicher als die externen (Blumenthal, 2011, S. 22).

Erste Leistungsdisparitäten hinsichtlich des *Geschlechts* werden durch Untersuchungen im vorschulischen Bereich aufgezeigt, wobei Jungen über besser ausgebildete mathematische Basiskompetenzen verfügen; dieser Vorteil der Jungen setzt sich mit Schuleintritt fort (Krajewski, 2008c, S. 200 f.). Eines der zentralen Ergebnisse groß angelegter Bildungsstudien wie PISA 2012 ist die Erkenntnis, dass Jungen verhältnismäßig häufiger zur Spitzengruppe in Mathematik zählen als Mädchen (Sälzer et al., 2013, S. 77). Ein ähnliches Bild liefern die Ergebnisse der IGLU-Studie, wobei Mädchen die unteren Kompetenzstufen dominieren, während bei den höheren Kompetenzstufen Jungen das Feld anführen; in den mittleren Kompetenzstufen gestaltet sich die Verteilung hinsichtlich des Geschlechts ausgeglichener (Bos et al., 2004, S. 131–134). Dabei zeigen sich diese Differenzen nicht nur in konkreten Leistungstests, sondern auch hinsichtlich des mathematischen Selbstkonzepts zeigen Jungen ein stärkeres Profil (Bos et al., 2012a, S. 21 f.). In Abhängigkeit von dem zu messenden Aspekt zeigen sich verschiedene Stärken bei den jeweiligen Geschlechtern; die Stärke von Mädchen liegt beispielsweise beim Einsatz von Standardprozeduren, während Jungen geschickter eigene Lösungswege finden (Fennema et al., 1998; Walther et al., 2008; Winkelmann et al., 2008).

Als einen der zentralen Prädiktoren von Lernleistungen wird der Faktor Intelligenz (als Stellvertreter für *kognitive Leistungsfähigkeit*) erachtet (Grube, 2009, S. 182; Grube & Hasselhorn, 2006, S. 88), dem ein hoher Erklärungsanteil für Leistungsunterschiede zukommt (bei Schrader und Helmke, 2001, S. 13533, 25 %). Dieser starke Zusammenhang lässt sich auch auf das Fach Mathematik übertragen. So weisen Arbeiten von beispielsweise Moser Opitz (2013) auf hohe Korrelationen hin. Bei gleichzeitiger Berücksichtigung des Vorwissens schmälert sich die Bedeutung der Intelligenz, kann sie doch fehlendes Wissen nicht kompensieren (Stern, 2004, S. 45). Vielmehr ist Intelligenz dann von Vorteil, „wenn sie in bereichsspezifisches Wissen umgesetzt wird“ (Gruber & Stamouli, 2015, S. 37).

Neben kognitiven Persönlichkeitsmerkmalen kommt dem *Lernverhalten* für die schulische Leistungsfähigkeit eine entscheidende Rolle zu, wobei insbesondere eine mangelnde Konzentration und Ausdauer sowie mangelnde Selbstständigkeit und Sorgfalt zu schlechteren Lernerfolgen führen (Kastner & Petermann, 2010, S. 258); insbesondere Schülerinnen und Schüler mit Lernstörungen weisen Kennzeichen unzureichenden Lernverhaltens auf (Lauth, Brunstein et al., 2014, S. 22). Die Studie von Lohbeck und Kollegen weist darauf hin, dass in erster Linie die Konzentration in hohem Maße mit der Mathematikleistung korreliert (Lohbeck et al., 2015, S. 10).

Mangelnde *soziale Kompetenzen* verschärfen sich auf schulischer Ebene zu nachfolgenden vier Folgeerscheinungen: (1) erschwerte Anpassung an das schulische Umfeld, (2) Akzeptanzprobleme bei Mitschülerinnen und Mitschülern sowie Lehrkräften, (3) geringe Integration in den Klassenverband sowie (4) wenig positives Feedback seitens der Lehrkräfte, woraus Schulunlust, eine geringe Anstrengungsbereitschaft und folglich schulische Misserfolge resultieren können (Petermann & Wiedebusch, 2016). Dementsprechend führt ein angepasstes Sozialverhalten zu besseren schulischen Erfolgen. Diese Annahme kann durch Denham (2006) gestützt werden: In dieser Studie zeigt sich ein bereits im Kindergartenalter gut ausgebildetes Sozialverhalten sowohl für die Anpassung an den schulischen Alltag sowie auch für die Schulleistung vorteilhaft. Auch Lohbeck, F. Petermann und U. Petermann (2015) kommen in ihrer Untersuchung mit Grundschülerinnen und -schülern in vierten Klassen zu dem Schluss, dass das Sozialverhalten mit den Noten in den Fächern Deutsch und Mathematik korreliert, wobei insbesondere die Skala der Kooperation signifikant mit der Mathematiknote korreliert ($r = .38, p < .001$).

Lesekompetenz ist als ein Teilbereich sprachlicher Fähigkeiten zu fassen, welche wiederum die schulische Entwicklung maßgeblich beeinflussen – ist Sprache doch Lerngegenstand und Medium zugleich (Weinert et al., 2008, S. 92 f. Zöller & Roos, 2013, S. 94). Wurden bislang Schwierigkeiten im Lesen, Rechnen und kombinierte Schwierigkeiten isoliert voneinander betrachtet, gilt es zukünftig, diese Forschungsbereiche nicht weiter getrennt voneinander abzuhandeln: Es ist zu erwarten, dass ein jeder Forschungsbereich gewinnbringende Forschungserkenntnisse für die jeweils anderen Forschungsbereiche generiert (Mann Koepke & Miller, 2013, S. 485). Jordan und Hanich (2003) schlussfolgern, dass gut ausgebildete Lesekompetenzen eine kompensatorische Wirkung bei isolierter Rechenstörung haben; so beobachten sie ein besseres Abschneiden in mathematischen

Leistungstests dieser Gruppe gegenüber derjenigen mit kombinierten Schwierigkeiten (siehe auch Jordan & Hanich, 2000). Forschungserkenntnisse weisen hinsichtlich dieses Zusammenhangs auf eine Bedeutung des Arbeitsgedächtnisses hin (beispielsweise Schuchardt & Mähler, 2010).

Neben internen Kontextmerkmalen gilt es in der Leistungsbetrachtung auch *externe Kontextmerkmale* zu betrachten.

Die *soziale Herkunft* ist insbesondere in Deutschland eng mit Schulleistungen verbunden (Baumert & Schümer, 2001, S. 351 ff.). In Anlehnung an Bourdieu (1983) differenziert sich die soziale Herkunft in soziales sowie kulturelles Kapital der Familie und die sozioökonomische Stellung der Eltern. Zentrale Ergebnisse von PISA und IGLU beruhen auf dem geringeren Bildungserfolg von Kindern aus sozial benachteiligten Schichten, welche seltener anspruchsvollere Bildungsgänge besuchen als ihre Altersgenossen (Nold, 2010, S. 139). Bildungsgewinner sind Kinder aus Familien des höchsten Bildungsstatus': Ditton und Krüsken (2009) weisen hier einen mittleren linearen Zusammenhang ($r = .51$) zwischen dem sozioökonomischen Status und dem Bildungsstatus der Eltern nach. Es zeigt sich weiterhin ein Zusammenhang zwischen sozioökonomischer Stellung der Familie und dem Besuch einer spezifischen Schulform im Anschluss an die Grundschule, wobei Schülerinnen und Schüler aus Familien geringer sozioökonomischer Stellung vermehrt Schulen mit niedrigem Bildungsgang besuchen (Nold, 2010).

Hinsichtlich des *Migrationshintergrunds* zeigt sich, dass Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund an Schulformen, deren Besuch mit einem höheren Risiko des Scheiterns verbunden ist, wie der Haupt- oder Förderschule, überrepräsentiert sind (Gold, 2011, S. 89). Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund besuchen bei gleicher Leistung seltener ein Gymnasium als ihre Mitschülerinnen und -schüler ohne Migrationshintergrund (Haberzettl, 2016, S. 77). Ein vorliegender Migrationshintergrund weist dabei Zusammenhänge zu einer möglichen Bildungsbenachteiligung auf (Nold, 2010, S. 141). Im internationalen Vergleich zeigen deutsche Schülerinnen und Schüler höhere Leistungsdivergenzen in Mathematik und in den Naturwissenschaften auf, wenn die Bedingung eines vorliegenden beziehungsweise nicht vorliegenden Migrationshintergrunds betrachtet wird (Wendt, Schwippert et al., 2016, S. 321). Gleichwohl gelang es im Zeitraum von 2007 bis 2011 diese Leistungsdisparitäten zu verringern (Wendt, Schwippert et al., 2016, S. 329). Gleichzeitig liegen Befunde vor, die keine Leistungsdisparitäten für die Mathematikleistung und den Migrationshintergrund nahelegen (Dummert et al., 2014, S. 124).

Die deutsche Schullandschaft gestaltet sich sehr vielfältig. So etablieren sich in den letzten Jahren neben dem bisherigen dreigliedrigen Schulsystem und Förderschulen in Anschluss an die Grundschule weitere *Schulformen*, welche sich von einer frühen Separierung der Schülerschaft abwenden, um sozialer Benachteiligung entgegenzuwirken und Durchlässigkeit und Anschlussfähigkeit zu gewährleisten (Ditton et al., 2005). In Abhängigkeit von der gewählten Schulform in Anschluss an die Primarstufe divergieren die Schülerleistungen (Baumert et al., 2006; Ehlert et al., 2013; Krajewski & Ennemoser, 2010). Dabei ist problematisch, dass die Zuweisung zu einer Schulform nicht nur auf den gezeigten Leistungen in der Grundschule beruht, sondern ebenso latente Variablen, wie die soziale Herkunft, Einfluss nehmen (Fend, 2008). Denn auch unter Kontrolle der Leistungen in Deutsch und Mathematik haben Schülerinnen und Schüler, die aus Familien niedriger sozialer Herkunft stammen, eine ungleich geringere Chance des Besuchs eines Gymnasiums (Ehmke et al., 2005). Zudem ist unabhängig vom schulischen Leistungsniveau ein Schereneffekt zu beobachten, wobei Schulleistungen in Abhängigkeit von der Schulform mit zunehmender Anzahl an Schuljahren auseinanderdriften (Becker et al., 2006).

Ausgehend davon, dass die Oberschule Gefahr läuft, die Hauptschule als neue Risikoschule abzulösen (Beyerlein, 2004; Brenner, 2006), ist den durch Baumert, Stanat und Watermann (2006) identifizierten Kompositionseffekten der Schülerschaft zu entnehmen, dass allein der sozialen Herkunft wegen Schülerinnen und Schüler an Oberschulen schwierigere Ausgangsbedingungen mitbringen als Schülerinnen und Schüler an Integrierten Gesamtschulen. Auch liegt die Leistungsentwicklung im Fach Mathematik von Klasse 7 bis 10 bei Schülerinnen und Schülern an Hauptschulen unterhalb derjenigen an Integrierten Gesamtschulen (Baumert et al., 2006). Zudem gibt es für das Bundesland Niedersachsen keine aktuellen Studien zur Kompetenzentwicklung von Schülerinnen und Schülern an Integrierten Gesamtschulen und Oberschulen.

Nicht zuletzt durch die Ratifizierung des Übereinkmmens über die Rechte von Menschen mit Behinderung sehen sich Lehrkräfte einer größeren *Leistungsheterogenität der Klassen* gegenüber (Wilbert, 2014). Die deutsche Schullandschaft hat auf Länderebene Umstrukturierungen erfahren, wobei teilweise eine längere gemeinsame Grundschulzeit diskutiert wurde wie auch die Einführung von Schulformen, welche sich vom bisherigen, stark separierenden dreigliedrigen Schulsystem abkehren. Innerhalb dieser Entwicklungen sind Diskussionen hinsichtlich der Bedeutung von Hetero- und Homogenisierungen der Schülerschaft entfacht. Dabei werden durch die Gegner einer Heterogenisierung Gefahren in der Leistungsheterogenität einer Klasse ins Feld geführt, während Befürworter deren Vorteile akzentuieren. Ihre Position wird durch Studien unterstützt, welche besagen, dass eine Leistungsstreuung keinen Nachteil darstellt (Gröhlich et al., 2009; Hattie, 2013; Lehmann, 2006b).

Es stellt sich nun die Frage, welche Bedeutung die verschiedenen Faktoren für die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in der Jahrgangsstufe 5 haben. Dieser Frage wird im sich anschließenden empirischen Teil der vorliegenden Arbeit nachgegangen.

6 Forschungsziel und Fragestellung

Nachdem in der theoretischen Grundlegung der Arbeit zunächst mathematische Basiskompetenzen definiert und ihre Entwicklung beschrieben (Kapitel 2), Schwierigkeiten im Rechnen näher betrachtet (Kapitel 3) und Bedingungen mathematischen Lernens (Kapitel 4) vorgestellt wurden, eröffnet der empirische Teil der Arbeit mit einer kurzen Theoriezusammenfassung (Kapitel 6.1) und der Fragestellung (Kapitel 6.2).

6.1 Theoriezusammenfassung

Bereits 1998 führten Baumert und Köller an, dass die Bundesrepublik Deutschland eine „Tradition der dauerhaften Beobachtung von Erträgen institutionalisierter Bildungsprozesse" (Baumert & Köller, 1998, S. 12) missen lässt. Hier zeigen sich die groß angelegten Bildungsstudien als passendes Puzzlestück. Aber während PISA eine bestimmte Kohorte betrachtet, gilt nach wie vor, dass insbesondere Veränderungen von Schülerleistungen keine gut untersuchte Größe in der Kompetenzdiagnostik darstellt (Hülür, Wilhelm & Robitzsch, 2011, S. 173). „Schließlich verlangen viele angewandte Fragestellungen nicht nur die Einschätzung von Leistungsvergleichen zwischen [Schülerinnen und Schülern], sondern auch die Beurteilung des Lernfortschritts von einzelnen [Schülerinnen und Schülern]" (Hülür et al., 2011, S. 173). Gegenüber dem Erkenntnisstand im vorschulischen sowie Primarschulbereich ist über die Kompetenzentwicklung mathematischer Basiskompetenzen bisher wenig bekannt (Ehlert et al., 2013; Moser Opitz, 2005, 2009). Die bisherigen Ergebnisse einschlägiger Studien zeigen auf, dass mathematische Basiskompetenzen einen wichtigen Beitrag zur mathematischen Kompetenzentwicklung leisten (Ennemoser et al., 2015, S. 46; Landerl & Kölle, 2009, S. 547; Schneider et al., 2013, S. 53). Dabei nehmen sie hinsichtlich der mathematischen Kompetenzentwicklung in der Sekundarstufe eine wichtige Rolle ein (Bos et al., 2007; Stern, 2003), da sie im Sinne eines kumulativen Lernprozesses ein sicheres Fundament darstellen. Gemeinhin wird angenommen, dass mit Verlassen der Grundschule die *mathematischen Basiskompetenzen* ausreichend gefestigt sind und deren Erwerb abgeschlossen ist (Ehlert et al., 2013). Es zeigt sich jedoch, dass einige Schülerinnen und Schüler der beginnenden Sekundarstufe den Basisstoff aus der Grundschule nicht mit ausreichender Sicherheit beherrschen (Ehlert et al., 2013; Ennemoser et al., 2011; Gebhardt et al., 2013; Krajewski & Ennemoser, 2010; Mittelberg, 2004). Die Studienlage über die mathematische Kompetenzentwicklung im Anschluss an die Transition ist uneinig: Teilweise werden Leistungsrückgänge in Anschluss an die Transition berichtet (Damme et al., 2002). Gleichzeitig zeigt sich im weiteren Verlauf eine Weiterentwicklung der mathematischen Basiskompetenzen auch innerhalb der Sekundarstufe I (Krajewski & Ennemoser, 2010).

Kompetenzen werden durch individuelle Persönlichkeitsmerkmale wie Faktoren der Umwelt beeinflusst (Helmke & Schrader, 2010, S. 90). Der Theorieteil der vorliegenden Arbeit identifizierte relevante Faktoren für die Ausprägung mathematischer Basiskompetenzen auf Ebene interner und externer Bedingungsfaktoren:

INTERNE BEDINGUNGSFAKTOREN	EXTERNE BEDINGUNGSFAKTOREN
• Geschlecht	• Soziale Herkunft
• Kognitive Leistungsfähigkeit	• Migrationshintergrund
• Lesekompetenz	• Schulform
• Lernverhalten	• Leistungsheterogenität der Klasse
• Sozialverhalten	

Für die hier aufgeführten Variablen ist unklar, inwiefern die berichteten Einflussfaktoren über querschnittliche Zusammenhänge hinaus die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen beeinflussen (Schneider et al., 2013, S. 55).

6.2 Fragestellung und resultierende theoretische Hypothesen und explorative Fragen

Aus dem dargelegten Forschungsstand ergibt sich eine übergeordnete Fragestellung für das vorliegende Forschungsvorhaben:

Kasten 6.1: Übergeordnete Fragestellung der empirischen Studie

Wie entwickeln sich mathematische Basiskompetenzen zu Beginn der Sekundarstufe I und welche Variablen sind potentielle Einflussfaktoren?

Daraus leiten sich wiederum drei Fragestellungen ab:

Kasten 6.2: Fragestellungen der empirischen Studie

1. Wie entwickeln sich die mathematischen Basiskompetenzen zu Beginn der Sekundarstufe I allgemein?
2. Gibt es Zusammenhänge zwischen ausgewählten Variablen als potentielle Einflussfaktoren und den mathematischen Basiskompetenzen zu Beginn der fünften Klasse?
3. Wie entwickeln sich die mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit von ausgewählten Variablen* zu Beginn der Sekundarstufe I?

*Variablen: (a) Geschlecht, (b) Kognitive Leistungsfähigkeit, (c) Lesekompetenz, (d) Lernverhalten, (e) Sozialverhalten, (f) Soziale Herkunft, (g) Migrationshintergrund, (h) Schulform, (i) Leistungsheterogenität der Klasse

Nachfolgend werden die theoretischen Hypothesen und explorativen Fragen zu den Forschungsfragen 1, 2 und 3 dargestellt. Die Ableitung hin zu statistischen Vorhersagen und statistischen Hypothesen erfolgt in Kapitel 8, nachdem die Methodik der Untersuchung in Kapitel 7 ausführlich vorgestellt wurde.

Kasten 6.3: Ableitung theoretischer Hypothesen zu Forschungsfrage 1

Frage *1*:	Wie entwickeln sich mathematische Basiskompetenzen zu Beginn der Sekundarstufe I *allgemein*?
Theoretische Hypothese *1a*	Die mathematischen Basiskompetenzen entwickeln sich innerhalb der fünften Jahrgangsstufe positiv.
Theoretische Hypothese *1b*	Die *einzelnen Grundrechenarten* (subsummiert als mathematische Basiskompetenzen, siehe Kasten 2.1) entwickeln sich innerhalb der fünften Jahrgangsstufe positiv.
Theoretische Hypothese *1c*	Die mathematischen Basiskompetenzen entwickeln sich *in Abhängigkeit* vom *Ausgangsniveau* unterschiedlich positiv, wobei sich Schülerinnen und Schüler mit höherem Ausgangsniveau stärker entwickeln.

Aus der dargelegten Theoriezusammenfassung (siehe Kapitel 5, S. 111) ergibt sich, dass es für einige zu untersuchende Variablen eine gute Studienlage mit eindeutigen Befunden gibt, die zu begründeten Vorannahmen für die vorliegende Untersuchung führen (beispielsweise der Zusammenhang zwischen mathematischen Basiskompetenzen und der Lesekompetenz). Gleichzeitig sollen aber auch Variablen untersucht werden, zu denen die Forschungsliteratur uneinheitlich ist (beispielsweise Geschlecht) beziehungsweise erst wenige Erkenntnisse vorliegen. Diese Variablen werden mittels explorativer Fragen untersucht.

Kasten 6.4: Ableitung theoretischer Hypothesen und explorativer Fragen zu Forschungsfrage 2

Frage *2*:	Gibt es Zusammenhänge zwischen ausgewählten Variablen als potentielle Einflussfaktoren und den mathematischen Basiskompetenzen zu Beginn der fünften Klasse?
Explorative Frage *2a, g, h, i*	Gibt es einen Zusammenhang zwischen mathematischen Basiskompetenzen und der Variable [Variable]?
Theoretische Hypothese *2b–f*	Es gibt einen positiven Zusammenhang zwischen mathematischen Basiskompetenzen und der Variable [Variable].

Variable: (a) Geschlecht, (b) Kognitive Leistungsfähigkeit, (c) Lesekompetenz, (d) Lernverhalten, (e) Sozialverhalten, (f) Soziale Herkunft, (g) Migrationshintergrund, (h) Schulform, (i) Leistungsheterogenität der Klasse

Die dritte Forschungsfrage verfolgt ein ausschließlich exploratives Vorgehen. Da es sich bei der Studienlage hinsichtlich der Bedeutung ausgewählter Variablen für mathematische Leistungen vornehmlich um querschnittlich angelegte, empirische Studien handelt (Schneider et al., 2013, S. 55), können auf dieser Forschungsliteratur basierend keine hypothetischen Annahmen über ihre Bedeutung für die Entwicklungen getroffen werden.

Laut Döring und Bortz (2016, S. 612) handelt es sich dann um einen Forschungsgegenstand, „zu dem wenige theoretische Vorannahmen sowie wenige frühere Studien vorliegen. Es geht also um die Beantwortung offener Forschungsfragen und nicht um die Prüfung von theoretisch abgeleiteten Hypothesen zum untersuchten Phänomen“. Die explorativen Fragen für die dritte Forschungsfrage werden nach folgendem Schema formuliert.

Kasten 6.5: Ableitung explorativer Fragen zu Forschungsfrage 3

Frage *3*:	Wie entwickeln sich die mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit von ausgewählten Variablen* zu Beginn der Sekundarstufe I?
Explorative Frage *3a–i*	Wie entwickeln sich die mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit von der Ausprägung der Variable [Variable]?

Variable: (a) Geschlecht, (b) kognitive Leistungsfähigkeit, (c) Lesekompetenz, (d) Lernverhalten, (e) Sozialverhalten, (f) soziale Herkunft, (g) Migrationshintergrund, (h) Schulform, (i) Leistungsheterogenität der Klasse

7 Methodik

7.1 Forschungsdesign

Das Forschungsinteresse der vorliegenden Arbeit basiert auf der Untersuchung der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe. Laut Rost ist Entwicklung „als (relativ stabile) Veränderung über die Zeit definiert“ (Rost, 2013b, S. 147). Es wird zwischen zwei grundsätzlichen Fragen entwicklungspsychologischer Forschung unterschieden:

- Statusbezogen: Wo in der Entwicklung steht eine Person?
- Veränderungsbezogen: Haben sich Personen in einem bestimmten Zeitabschnitt verändert? (Quaiser-Pohl & Rindermann, 2010, S. 49)

Im Kontext der Entwicklungsstudien wird zwischen Quer- und Längsschnittanalysen unterschieden. Längsschnittstudien untersuchen dieselbe Stichprobe zu mehreren Messzeitpunkten (Rost, 2013b, S. 147). „Mit geeigneten statistischen Verfahren [wird] die mittlere Veränderung über alle [Schülerinnen und Schüler] hinweg [untersucht, es ergibt sich ein mittlerer] Entwicklungsverlauf“ (Rost, 2013b, S. 148). Dieses Design bietet die Möglichkeit, Fragen der differenziellen Entwicklung nachzugehen, indem die Entwicklung von identifizierten Subgruppen betrachtet wird (Rost, 2013b, S. 148). Somit werden Unterschiede in Veränderungen beobachtbar (Schmiedek & Lindenberger, 2008, S. 100). Nach Rost (2013b, S. 148) konstituieren schon zwei zeitlich unterschiedliche Messungen derselben Stichprobe eine Längsschnittuntersuchung.

Die vorliegende Untersuchung ist als Längsschnitt konzipiert. Dafür werden Schülerinnen und Schüler der fünften Jahrgangsstufe über mehrere Messzeitpunkte hinweg in ihrer Entwicklung in den mathematischen Basiskompetenzen unter Einsatz standardisierter Testverfahren untersucht. Tabelle 7.1 gibt einen Überblick darüber, welche Variablen zu welchem Messzeitpunkt erhoben werden.

Die mathematische Basiskompetenz wird in allen Messzeitpunkten erhoben, um Aussagen über die Entwicklung der Schülerinnen und Schüler in der interessierenden Domäne treffen zu können. Dabei wird der Messzeitpunkt t_{1b} nicht als selbstständiger, interessierender Zeitpunkt innerhalb der Entwicklung behandelt. Er dient dazu, die Subgruppe der Schülerinnen und Schüler mit schwachen mathematischen Basiskompetenzen zu Beginn der Klasse 5 abzusichern, um Schülerinnen und Schüler zu identifizieren, die nicht nur zufällig schwache Leistungen im ersten Messzeitpunkt zeigen. Somit soll der Regressionseffekt verringert werden (Bühner & Ziegler, 2009, S. 705 f.). „Die individuellen Messwerte einer Gruppe, die beim Anfangstest [hier Messzeitpunkt t_{1a}] in einer Dimension in die Extrembereiche fallen, neigen bei einer zweiten Testung dazu, in dieser Dimension zum Mittelwert der gesamten Gruppe zu regredieren“ (Rost, 2013b, S. 119).

Tabelle 7.1: Forschungsdesign

MESSZEITPUNKT T1		MESSZEITPUNKT T2	MESSZEITPUNKT T3
Messzeitpunkt t_{1a} Schuljahrsbeginn September 2014	*Messzeitpunkt t_{1b}* 4 Wochen nach Transition Oktober 2014	Schulhalbjahr Januar 2015	Schuljahrsende Juli 2015
$\overrightarrow{P_{1a}}$, $\overrightarrow{Q_{1a}}$, $\overrightarrow{R_{1a}}$, $\overrightarrow{S_{1a}}$, $\overrightarrow{T_{1a}}$, $\overrightarrow{Y_{1a}}$	$\overrightarrow{P_{1b}}$, Q_{1b} $\vec{U}$, $\overrightarrow{V_{1b}}$	$\overrightarrow{P_2}$	$\overrightarrow{P_3}$, $\overrightarrow{W_3}$ $\overrightarrow{X_3}$

Legende:

$\vec{P}$ =	math. Kompetenz	$\vec{S}$ =	Kognitive Leistungsfähigkeit	$\vec{V}$ =	Sozialverhalten	$\vec{Y}$ =	Leistungsheterogenität der Klasse
$\vec{Q}$ =	mathem. Ausgangsniveau	$\vec{T}$ =	Lesekompetenz	$\vec{W}$ =	Soziale Herkunft		
$\vec{R}$ =	Geschlecht	$\vec{U}$ =	Lernverhalten	$\vec{X}$ =	Migrationshintergrund		

Weiterhin werden weitere Variablen individueller Lernvoraussetzungen in Messzeitpunkt t_{1a} erhoben, wie die kognitive Leistungsfähigkeit und die Lesekompetenz. Die Erhebung des Sozial- und Lernverhaltens erfolgt in Messzeitpunkt t_{1b}. Die Lehrkräfte sind hier dazu angehalten, aus der Retrospektive das Lern- und Sozialverhalten der letzten vier Wochen zu beurteilen (Petermann & Petermann, 2013, S. 8), somit sind die Ergebnisse zum Lern- und Sozialverhalten inhaltlich vor dem Messzeitpunkt t_{1b} zu verorten und können somit Aussagen über die weitere Entwicklung ab Messzeitpunkt t_{1a} tätigen. Die Erhebung der sozialen Herkunft, die als stabiles Merkmal zu bezeichnen ist, erfolgt zum letzten Testzeitpunkt, um Positionseffekte innerhalb der Untersuchung zu vermeiden (Bortz & Döring, 2006, S. 550) und die jeweiligen Erhebungszeitpunkte hinsichtlich der zu erhebenden Variablen nicht zu überfrachten.

7.2 Erhebungsinstrumente

Dem Forschungsvorhaben der Arbeit entsprechend gilt es, die in Tabelle 7.1 angeführten Variablen zu messen. Dabei ist es das Ziel, „die Ausprägung eines Merkmals, die bei einem bestimmten Objekt (oder einer Person) zu einem bestimmten Zeitpunkt gegeben ist, zu ermitteln“ (Sedlmeier, Renkewitz & Sedlmeier, 2013, S. 53). Zur Messung ebendieser werden standardisierte Testverfahren eingesetzt (einzige Ausnahme bildet der Steckbrief zur Erfassung familiärer Hintergründe). Nach Rost (2013b, S. 170) ermöglichen standardisierte Testverfahren „unter möglichst konstanten Bedingungen interindividuell unterschiedliches Verhalten in bestimmten, genau definierten Bereichen möglichst zuverlässig und möglichst gültig [zu erfassen] und eine[ ] möglichst objektive[ ] Auswertung und einheitliche[ ] Interpretation“ zu gewähren. Unter Benennung zentraler Testparameter werden nachfolgend die Erhebungsinstrumente vorgestellt.

7.2.1 Heidelberger Rechentest 1–4 (HRT 1–4)

Der Heidelberger Rechentest 1–4 (HRT 1–4) von Haffner, Baro, Parzer und Resch (2005) ist ein standardisiertes Messinstrument zur Erfassung der von Lehrplänen unabhängigen mathematischen Basiskompetenzen von Ende Klasse 1 bis zu den ersten sechs Wochen der fünften Jahrgangsstufe. „Der erfolgreiche Aufbau komplexerer mathematischer Kompetenzen setzt neben der Entwicklung eines kardinalen Zahlbegriffes, der die Bedeutung der Zahl als Mengen- oder Größenangabe abbildet, ein handlungs- und aufgabenorientiertes Verständnis für Rechenoperationen voraus“ (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005, S. 11). Es wird im Testverfahren zwischen zwei inhaltlichen Schwerpunkten unterschieden: (1) Rechenoperationen und (2) logische Zahlenverarbeitung, Mengenerfassung und räumlich-visuelle Fähigkeiten. Die Testautoren fassen unter mathematischen Basiskompetenzen des Schwerpunkts „Rechenoperationen“, die die Voraussetzung zur Ausbildung komplexen mathematischen Wissens bilden, nachfolgende, in den Untertests ermittelte Aspekte:

Tabelle 7.2: **Zusammenschau der Untertests des inhaltlichen Schwerpunkts Rechenoperationen des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer, Wu & Resch, 2005, S. 14)**

Schwerpunkt	Kürzel	Untertest	Messinhalt	Itemanzahl	Zeit (Min.)
Rechenoperationen	RA	Addition	Grundrechnen-Plus	40	2
	RS	Subtraktion	Grundrechnen-Minus	40	2
	RM	Multiplikation	Grundrechnen-Mal	40	2
	RD	Division	Grundrechnen-Geteilt	40	2
	EG	Ergänzungsaufgaben	Rechenleistung bei variablen Gleichungsaufgaben	40	2
	GK	Größer-Kleiner-Aufgaben	Größenvergleiche, Überblicksrechnen, Ungleichungen	40	2

Die Autoren berichten von einer engen Korrelation der oben dargestellten grundlegenden Kompetenzen mit der weiteren Entwicklung mathematischer Kenntnisse. Hieraus ergebe sich durch eine frühe individuelle Diagnostik der dargestellten Basiskompetenzen die Möglchkeit, Leistungen im Fach Mathematik vorherzusagen und einen spezifischen Förderbedarf abzuleiten (Haffner, Baro, Parzer, Wu et al., 2005, S. 13).

Es handelt sich beim HRT 1–4 um einen Speedtest, bei welchem unter begrenzter Zeitbedingung eine fest definierte Anzahl an Aufgaben gestellt wird. Die Bedeutung der Speedkomponente zeigt sich in der Annahme, „dass Kinder mit ineffektiven, umständlichen oder unsicheren Lösungsstrategien weniger Aufgaben pro Zeiteinheit lösen können als geschickte, kompetente und geübte Rechner“ (Haffner, Baro, Parzer, Wu et al., 2005, S. 13), somit ist die Information über richtig gelöste Aufgaben pro Subtest ein geeigneter

Indikator für die jeweils abgebildete Kompetenz. Dabei gibt die Geschwindigkeit Hinweise auf die Fehleranfälligkeit beim fortgeschrittenen Rechnen (Grube, 2006, S. 167). Mit Rückbezug auf mögliche Schwierigkeiten im Rechnen (Kapitel 3.2) ist also bei schwachen Testresultaten zu mutmaßen, dass diese Schülerinnen und Schüler angesichts limitierter Zeitvorgaben möglicherweise ungeeignete Strategien zur Aufgabenbewältigung auswählen und anwenden.

Der Einsatz des Testverfahrens ist sowohl als Einzel- (40 bis 45 Minuten) wie auch als Gruppentestung (50 bis 60 Minuten) möglich (Haffner, Baro, Parzer, Wu et al., 2005, S. 17). Zur Auswertung werden Schablonen genutzt. Die Ermittlung der Rohwertpunkte, die wiederum in T-Werte und Prozentränge umgewandelt werden können, erfolgt durch das Summieren richtig gelöster Items je Untertest (Ausnahme bildet der Untertest Größer-Kleiner-Vergleich: Rate-Korrektur).

Die Eichstichprobe besteht aus 3 075 Schülerinnen und Schülern an Grundschulen sowie 159 Schülerinnen und Schülern an Sprachheilschulen und weiteren 120 Schülerinnen und Schülern an Förderschulen. Die Testgütekriterien können als erfüllt bewertet werden (*Retest-Reliabilität*: a) Untertests $r = .69$ bis $r = .89$, b) Skalenwerte $r = .87$ bis $r = .93$, *kriteriumsbezogene Validität*: Korrelation mit a) Mathematiknote $r = -.67$, b) DEMAT 4 $r = .72$; Haffner, Baro, Parzer, Wu et al., 2005, S. 10).

In der hier durchgeführten Untersuchung wird der HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) im Gruppensetting eingesetzt.

7.2.2 Grundintelligenztest Skala 2 – Revision (CFT 20–R)

Zur Erfassung der allgemeinen kognitiven Leistungsfähigkeit wird der Grundintelligenztest Skala 2 (CFT 20–R) eingesetzt (Weiß, 2006). Dabei handelt es sich um eine Weiterentwicklung des CFT 20. Der Entwicklung des CFT 20 liegen zwei Ziele zugrunde:

- Die valide Erfassung der grundlegenden geistigen Leistungsfähigkeit anhand eines ökonomischen psychologischen Testverfahrens und
- ein Testverfahren, das ungeachtet des soziokulturellen, erziehungsspezifischen und ethnischen Hintergrunds die kognitive Leistungsfähigkeit zu erfassen vermag (Weiß, 2006, S. 11).

Das Verfahren kann bei Menschen zwischen 8;5 und 60 Jahren eingesetzt werden. Der CFT 20–R besteht aus zwei Teilen mit 56 (Teil 1) beziehungsweise 45 (Teil 2) Items, wobei ein alleiniger Einsatz des ersten Testteils im Sinne einer Kurzform möglich ist. Zur höheren Validität und Reliabilität wird der Einsatz beider Teile empfohlen. Bei den jeweiligen Subtests der beiden Testteile handelt es sich um Reihenfortsetzen, Klassifikationen, Matrizen und Topologien. Das Verfahren kann sowohl als Einzel- wie auch Gruppenverfahren eingesetzt werden. Die Testdauer des ersten Teils beträgt inklusive Instruktionen 35 bis 40 Minuten. Für spezielle Zielgruppen, wie Personen mit sprachlichen Defiziten, psychischen Auffälligkeiten oder einem Migrationshintergrund empfiehlt sich eine verlängerte Testzeit um eine Minute je Subtest. IQ-Normen liegen unter Berücksichtigung des Alters jeweils für die Lang- sowie Kurzform (mit und auch ohne Zeitverlängerung) vor. Zur Interpretation der IQ-Werte siehe Kapitel 7.3.

Normiert wurde das Verfahren im Jahr 2003 mit 4 400 Schülerinnen und Schülern unterschiedlicher Schularten. Für die Reliabilität wird ein Wert von $r = .96$ für den Gesamttest ermittelt (Teil 1: $r = .92$, Teil 2: $r = .91$), die Messgenauigkeit kann also als hoch bewertet werden (Weiß, 2006, S. 16). Die Validität bestätigt dem Verfahren eine Gültigkeit von $r = .78$ bis $r = .83$ für die Konstruktvalidität und für die externe Validität $r = .60$ bis $r = .75$ (Weiß, 2006, S. 16). Die Objektivität kann anhand der manualisierten Durchführung, Auswertung und Interpretation als gegeben erachtet werden.

In der vorliegenden Untersuchung wird die Kurzform des CFT 20–R als Gruppenverfahren mit verlängerter Testzeit eingesetzt.

7.2.3 Salzburger Lese-Screening 1–4 (SLS 1–4)

Das Salzburger Lese-Screening 1–4 (SLS 1–4) von Mayringer und Wimmer (2008) dient der Erfassung basaler Lesefertigkeiten, wobei das Hauptaugenmerk die Lesegeschwindigkeit darstellt, während die Lesegenauigkeit indirekt erfasst wird (Mayringer & Wimmer, 2008, S. 5). Es wird angenommen, dass der Aspekt der Lesegeschwindigkeit ein wichtiger Garant für Lesekompetenz ist, so bildet sie eine der Grundlagen für automatisiertes und routiniertes Lesen, welches erst ein sicheres inhaltliches Verständnis ermöglicht (Gailberger, 2011, S. 32, 2013, S. 65; Nix, 2011, S. 67). Der Lesetest liegt zum Zeitpunkt der Studiendurchführung in zwei Versionen vor. Die erste Version (Lese-Screening 1–4; Mayringer & Wimmer, 2008) adressiert Schülerinnen und Schüler der Klassen 1 bis 4, wobei diese auch noch in höheren Klassenstufen bei Verdacht auf Leseschwäche eingesetzt werden kann. Die zweite Version (Salzburger Lesescreening 5–8; Auer, Gruber, Wimmer & Mayringer, 2011) dient der Erfassung basaler Lesefertigkeiten in den Klassenstufen 5 bis 8; hier ist der Einsatz ab Ende der fünften Klassenstufe angezeigt. In der vorliegenden Studie wird aufgrund des Referenzrahmens des Anfangs der fünften Klassenstufe das Salzburger Lese-Screening 1–4 gewählt. Das Verfahren liegt in Paralleltestversionen vor und eignet sich zum Einsatz in Gruppen und Einzelsettings. Unter Zeitbegrenzung gilt es einen Pool von Sätzen hinsichtlich ihrer inhaltlichen Korrektheit zu bewerten (beispielsweise „Hamster können lesen.“). Die interessierende Größe ist dabei die Anzahl richtig bewerteter Sätze innerhalb von drei Minuten. Die Durchführungsdauer beträgt inklusive der Bearbeitungszeit 15 Minuten. Angelehnt an IQ-Werte können die ermittelten Rohwerte in Lesequotient-Werte (LQ) übersetzt werden (siehe Tabelle 7.3). „Der LQ zeigt an, wie weit die Lesefertigkeit vom Durchschnitt der Normierungsstichprobe abweicht“ (Mayringer & Wimmer, 2008, S. 5).

Normiert wurde das SLS 1–4 von der zweiten bis zur vierten Klasse jeweils zu Mitte und Ende eines jeweiligen Schuljahrs. Die Paralleltest-Reliabilität beläuft sich auf $r \geq .90$ und wird somit als hoch eingeschätzt (Mayringer & Wimmer, 2008, S. 5; Weise, 1975, S. 219). Die Validität beträgt für alle Klassenstufe etwa $r = .80$ und kann somit ebenso als hoch eingestuft werden (Mayringer & Wimmer, 2008, S. 5; Weise, 1975, S. 219). Die Objektivität kann mittels einer hohen Standardisierung in Durchführung, Auswertung und

Interpretation als gegeben erachtet werden. Basierend auf den referierten Testgütekriterien ist das Salzburger Lesescreening 1–4 als ein geeignetes Testinstrument zu bezeichnen, das den Ansprüchen an wissenschaftliche Güte standhält.

Tabelle 7.3: Interpretation des LQ-Werts (Mayringer & Wimmer, 2008, S. 22)

LQ-Wert	Interpretation
≤ 69	Sehr schwach
$70 - 79$	Schwach
$80 - 89$	Unterdurchschnittlich
$90 - 109$	Durchschnittlich
$110 - 119$	Überdurchschnittlich
$120 - 129$	Gut
≥ 130	Sehr gut

Am 13. Oktober 2014 wurde durch den Hogrefe Verlag das Salzburger Lesescreening 2–9 (SLS 2–9) von Wimmer und Mayringer (2014) veröffentlicht. Dabei handelt es sich um ein Verfahren, das auf den Vorgängerversionen SLS 1–4 und SLS 5–8 beruht, wobei unter anderem sowohl neue Items wie auch neue Normen vorliegen. Da das Datum der Veröffentlichung hinter dem des Studienbeginns liegt, kann dieses Verfahren in der vorliegenden Untersuchung nicht eingesetzt werden.

Hier wird das SLS 1–4 (Mayringer & Wimmer, 2008) als Gruppenverfahren eingesetzt.

7.2.4 Lehrereinschätzliste für das Sozial- und Lernverhalten (LSL)

Zur Ermittlung des Sozial- und Lernverhaltens wird als Ratingverfahren die Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (LSL; Petermann & Petermann, 2013) eingesetzt. Kanning (2005, S. 47) schlägt zur Analyse des Sozialverhaltens zwei Zugänge vor: (1) Verhaltensbeobachtung und (2) Verhaltensbeschreibung. Die Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten von Petermann und Petermann (2013) ist dem Bereich der Verhaltensbeschreibung zuzuordnen, wobei das sichtbare Verhalten eines Menschen im Fokus steht (Kanning, 2005, S. 47). Sie besteht aus zwei Testteilen. Teil 1 erfasst das schulbezogene Sozialverhalten und Teil 2 das schulbezogene Lernverhalten. Jeder der Teile besteht aus mehreren Skalen. Teil 1 erfasst das schulbezogene Sozialverhalten mittels der Skalen *Kooperation*, *Selbstwahrnehmung*, *Selbstkontrolle*, *Einfühlungsvermögen und Hilfsbereitschaft*, *angemessene Selbstbehauptung* wie auch *Sozialkontakt*. Teil 2 ermittelt das schulbezogene Lernverhalten über die Skalen *Anstrengungsbereitschaft und Ausdauer*, *Konzentration*, *Selbstständigkeit beim Lernen* sowie *Sorgfalt beim Lernen*. Die Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten wird durch Lehrkräfte ausgefüllt und dient der Beurteilung des schulischen Sozial- und Lernverhaltens bei Schülerinnen und Schülern im Alter von 6 bis 19 Jahren. Insgesamt umfasst das Ratingverfahren 50 Items, welche auf einer 3-stufigen Skala durch die Lehrkraft zu bewerten sind. Die Bearbeitungsdauer je Bogen erstreckt sich auf ungefähr fünf Minuten, für die Auswertung bedarf es zwei Minuten. Zur Interpretation der Ergebnisse werden die Rohwerte in T-Werte und Prozentränge normiert. Ein Prozentrang ≤ 10 weist auf eine starke Verhaltensabweichung hin; ein Prozentrang zwischen 10 und 20 legt ein risikobehaftetes Verhalten nahe (Petermann & Petermann, 2013, S. 22). Die Normierung des Verfahrens erfolgte anhand einer

Stichprobe von 1 480 Schülerinnen und Schülern an Grund-, Haupt-, Real-, Gesamt- und Förderschulen in drei Bundesländern. Eine Faktorenanalyse attestiert der Lehrereinschätzliste, dass diese auf die beiden Ausgangsbereiche Sozial- und Lernverhalten lädt (Petermann & Petermann, 2013, S. 7), was die Betrachtung der beiden Aspekte *schulisches Sozialverhalten* und *schulisches Lernverhalten* getrennt voneinander erlaubt. Die Reliabilität beläuft sich auf ein Cronbachs α von $.82 \leq \alpha_c \leq .95$ und ist somit als mittel bis hoch zu bewerten (Petermann & Petermann, 2013, S. 7; vgl. Weise, 1975, S. 119). Die Validitätsprüfung liefert die Erkenntnis, dass die Ergebnisse der Lehrereinschätzliste mit dem Notendurchschnitt im Schulzeugnis sowie der Deutsch- und Mathematiknote korrelieren, wobei sich ein besonders hoher Zusammenhang bei Gesamt- und Hauptschülerinnen und -schülern ergibt (Petermann & Petermann, 2013, S. 7).

In der vorliegenden Untersuchung wird die jeweilige Lehrkraft gebeten, für jede einzelne Schülerin beziehungsweise jeden Schüler die LSL (Petermann & Petermann, 2013) auszufüllen.

7.2.5 Steckbrief zur Erfassung familiärer Hintergründe

Hinweise auf die soziale Herkunft liefern nach Bourdieu (1983) nachfolgende Indikatoren:

- Die sozioökonomische Stellung der Familie
- Das kulturelle Kapital der Familie
- Das soziale Kapital der Familie

Für gewöhnlich wird die sozioökonomische Stellung einer Familie mittels anerkannter Indizes ermittelt, welche unter anderem den Beruf und die aktuelle berufliche Position sowie das Einkommen erfassen (beispielsweise HISEI, ISCO-88). Paulus (2009, S. 3) weist darauf hin, dass derartige Erhebungen erstrebenswert sind, allerdings zugleich die Schwierigkeit bergen, dass sie „den Umfang der eigentlichen Erhebung erheblich vergrößern und unter Umständen mit datenschutzrechtlichen Anliegen kollidieren“. Aus diesem Grund greifen kleinere Studien häufig auf selbst gewählte Indikatoren zurück; dieses Vorgehen wird auch in der vorliegenden Untersuchung gewählt.

Zur Erfassung der sozialen Herkunft wird ein selbst konzipierter Steckbrief (siehe Anhang 1) eingesetzt, der im Vorfeld hinsichtlich seiner Verständlichkeit und Praktikabilität mit einer fünften Klasse an einer Oberschule pilotiert wurde. Basierend auf diesen Erfahrungen bedarf es nicht länger als zehn Minuten zur Beantwortung. Dieser Steckbrief wird durch die jeweilige Schülerin und den jeweiligen Schüler selbst ausgefüllt.

Angelehnt an die Auswertung bei PISA, eine Differenzierung der sozialen Herkunft nach Bourdieu (1983), werden hier Fragen zu den Bereichen *kulturelles Kapital der Familie* sowie *soziales Kapital der Familie* gestellt. Um Hinweise zur *sozioökonomischen Stellung der Familie* zu erhalten, wird die Investition in Freizeitgestaltung betrachtet.

Anhand der Vergabe von Risikopunkten soll eine Annäherung an die soziale Herkunft der Schülerinnen und Schüler gelingen.

Nachfolgend werden die erhobenen Aspekte dargestellt:

KULTURELLES KAPITAL: KULTURELLE PRAXIS DER FAMILIE UND MIGRATIONSHINTERGRUND

Bücheranzahl: Der familiäre Buchbestand wird mittels einer fünfstufigen ordinalen Antwortskala ermittelt; Abbildung 7.1 präsentiert das Item:

Abbildung 7.1: Frage zum heimischen Buchbestand als Indikator für das kulturelle Kapital

Die Bildungsforschung kennt verschiedene Zugänge zur Ermittlung der kulturellen Praxis innerhalb einer Familie. In zahlreichen Studien (beispielsweise PISA, IGLU, TIMSS) wird als Indikator zur Bestimmung der kulturellen Praxis die sogenannte Bücherfrage gestellt. Vorteile der Bücherfrage liegen in ihrer ökonomischen Administration sowie guten Messeigenschaften (Wendt, Stubbe & Schwippert, 2012, S. 176). So berichtet Paulus (2009) von guten Retest-Eigenschaften der Bücherfrage. Ebenso zeigen Ergebnisse von Berkemeyer und Iglhaut (2013, S. 10 f.), dass die Bücherfrage aufgrund signifikanter Korrelationen zwischen der Anzahl von Büchern in einem Haushalt sowie der Bildungsnähe einen guten Indikator darstellt. „Indirekt misst die Variable das inkorporierte (und institutionalisierte) Kulturkapital, da ein Zusammenhang besteht zwischen dem Bildungsniveau einer Familie und der Anzahl der Bücher, die diese besitzt (Bildungsnähe des Elternhauses)“ (Wendt, Stubbe et al., 2012, S. 177). Pagel und die Kolleginnen Schönhoff, Domenech und Hepp (2016) können mit einer Stichprobe von 715 Schülerinnen und Schülern der dritten und vierten Klasse an Berliner Grundschulen nachweisen, dass es sich bei der Bücherfrage um ein Item handelt, welches mit zunehmendem Alter der Kinder hinsichtlich der Kinder- und Elternantworten zunehmend stärker korreliert.

Lautet die Antwort im Fragebogen, dass der familiäre Buchbestand mehr als drei Regale umfasst, werden 0 Risikopunkte vergeben. Bei den übrigen Antworten werden mit abnehmender Anzahl vorhandener Bücher 0.5 Risikopunkte summiert, sodass die Antwort „Keine oder nur sehr wenige“ zu 2 Risikopunkten führt.

Der Migrationshintergrund der Schülerinnen und Schüler wird über das jeweilige Geburtsland der Eltern ermittelt. Dieser wird zwar über den mittels des hier präsentierten Steckbriefs ermittelt, zählt aber nicht in die Variable „soziale Herkunft“, da er für sich stehend als eigene Variable betrachtet wird.

SOZIALES KAPITAL

Das vorliegende Instrument nähert sich dem sozialen Kapital über Angaben zu Familienstruktur: Hier wird die Anzahl der Geschwister erfragt sowie diejenigen Personen, mit denen die Schülerin beziehungsweise der Schüler zusammenlebt. Über diese Angabe lässt sich ermitteln, ob die Eltern zusammenleben. Risikopunkte werden dann vergeben, wenn die Schülerinnen und Schüler mit zwei oder mehr Geschwistern aufwachsen, da hier ein verhältnismäßig erhöhtes Armutsrisiko besteht (Bundesministerium für Familie, Senioren, 2008, S. 14) oder die Schülerinnen und Schüler mit nur einem Elternteil aufwachsen und somit ebenso einem erhöhten Armutsrisiko ausgesetzt sind (Bundesministerium für Familie, Senioren, 2008, S. 13). Für den Bereich des sozialen Kapitals sind somit maximal 4 Risikopunkte zu erreichen.

SOZIOÖKONOMISCHE STELLUNG

In der Regel wird die soziale Herkunft von Schülerinnen und Schülern oftmals über die sozioökonomische Stellung der Familie ermittelt, „das heißt mithilfe von Daten zur relativen Position ihrer Eltern in einer sozialen Hierarchie, deren Ordnungsprinzipien in der Verfügung über finanzielle Mittel, Macht oder Prestige bestehen [...] [beziehungsweise ökonomischer] über die Berufstätigkeit“ (Baumert, Watermann & Schümer, 2003, S. 54). Weiterhin erlaubt die Feststellung des relativen Wohlstands anhand der Abfrage von Wohnverhältnissen und Gebrauchsgütern mit hohen Anschaffungskosten Schlüsse auf die sozioökonomische Stellung der Eltern zu ziehen (Baumert & Schümer, 2001, S. 332).

Betz (2006, S. 16) weist daraufhin, dass neben Gebrauchsgütern auch die Teilnahme an außerschulischen Aktivitäten Aufschluss über zur Verfügung stehende Kapitalressourcen geben kann. Für Milieus mit geringeren Kapitalressourcen ist kennzeichnend, dass „weniger Geld in außerschulische (Vereins-) Aktivitäten gesteckt werden kann, aber zugleich [ist] auch die zentrale Stellung solcher Aktivitäten für diese Milieus geringer [...], da gerade die Vereinszugehörigkeit nicht ausschließlich an hohes ökonomisches Kapital gebunden ist“ (Betz, 2006, S. 16). Die World Vision Kinderstudie in Deutschland (Jänsch & Schneekloth, 2013, S. 64) bestätigt, dass die soziale Schicht sowie das Armutserleben auf die Ausgestaltung von Freizeitaktivitäten Einfluss nehmen.

In der vorliegenden Untersuchung wird eine Annäherung an die sozioökonomische Stellung der Familie über Angaben zu Vereinszugehörigkeit und Musikunterricht, der außerhalb der Schule wahrgenommen wird, angebahnt. Keine Vereinszugehörigkeit und kein Musikunterricht außerhalb der Schule werden jeweils mit 2 Risikopunkten bewertet.

Resümierend gilt es kritisch einzuwenden, dass eine solche Operationalisierung, wie sie hier präsentiert wird, lediglich eine vage Annäherung an die sozioökonomische Stellung erlaubt.

> [So] stellen eine niedrigere gesellschaftliche Stellung und ein geringeres Einkommen der Eltern nicht per se Nachteile dar. Allerdings fällt es wohlhabenden Eltern im Vergleich zu Eltern mit knapperen finanziellen Ressourcen im Allgemeinen leichter, ihren Kindern günstige Lebens- und Lernbedingungen zu bieten (Zöller & Roos, 2013, S. 93).

Der Steckbrief wird in der vorliegenden Untersuchung durch die Schülerinnen und Schüler selbst ausgefüllt.

7.3 Operationalisierung der zu untersuchenden Variablen

Tabelle 7.4 stellt die Operationalisierung der zu untersuchenden Variablen dar. Ihr ist zu entnehmen, welche Testinstrumente für die Ermittlung mathematischer Basiskompetenzen sowie für die Ermittlung weiterer Variablen, deren Bedeutung für die Entwicklung zu untersuchen sind, eingesetzt werden. Die den explorativen Fragen zugrundeliegenden cut-off-Werte zur Gruppenbildung innerhalb der jeweiligen Variable orientieren sich an der präsentierten Einteilung.

Sowohl der Heidelberger Rechentest (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005; siehe Kapitel 7.2.1) wie auch die Lehrereinschätzliste (Petermann & Petermann, 2013; siehe Kapitel 7.2.4) zur Ermittlung des Sozial- und Lernverhaltens präsentieren Ergebnisse in standardisierten T-Werten. Bei der T-Wert-Skala entspricht der Wert $\mu = 50$ dem Populationsmittelwert, wobei es eine Standardabweichung von $\sigma = 10$ zu berücksichtigen gilt (Rost, 2013b, S. 190). T-Werte, die ≥ 10 vom Populationsmittelwert $\mu_T = 50$ abweichen, zeugen also von unter- ($T \leq 40$) beziehungsweise überdurchschnittlicher ($T \geq 60$) Leistung. Der Vorteil des T-Werts liegt unter anderem darin, dass er unterschiedliche Schwierigkeiten zwischen Subtests auf eine gleiche Schwierigkeit nivelliert, weshalb – außer in Hypothese 1b – der T-Wert für Berechnungen hinzugezogen wird.

Die Ergebnisse des CFT 20–R (Weiß, 2006; siehe Kapitel 7.2.2) werden als IQ-Skala dargestellt. Hier gilt der Wert von $\mu_{IQ} = 100$ als Populationsmittelwert, wobei eine Standardabweichung von $\sigma_{IQ} = 15$ zu berücksichtigen ist (Rost, 2013b, S. 190). IQ-Werte im CFT 20–R von $IQ \leq 85$ beziehungsweise $IQ \geq 115$ entsprechen unter- beziehungsweise überdurchschnittlichen Ergebnissen.

Die Ergebnisse des Salzburger Lese-Screenings (Mayringer & Wimmer, 2008; siehe Kapitel 7.2.3) werden in Form des Lesequotienten (LQ) präsentiert; die Skalierung des LQs entspricht der des IQs, „um ein Ergebnis im Lese-Screening direkt mit dem Intelligenzquotienten des Kindes vergleichen zu können“ (Mayringer & Wimmer, 2008, S. 13). Hier zeugt ein ermittelter Lesequotient von $LQ < 90$ von unterdurchschnittlichen beziehungsweise bei $LQ > 109$ von überdurchschnittlichen Ergebnissen (Mayringer & Wimmer, 2008, S. 22).

Tabelle 7.4: Operationalisierung der zu untersuchenden Variablen

	Variable	Operationalisierung der zu untersuchenden Variablen	
	$\vec{P}$	Mathematische Basis-kompetenzen	Summierte Rohwertpunkte der Skala *Rechenoperationen* im Heidelberger Rechentest 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005), Subtests: Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Ergänzungsaufgaben, Größer-Kleiner-Vergleich
	$\vec{Q}$	Ausgangsniveau in den mathematischen Basis-kompetenzen (A)	Gemessen am Wert im Heidelberger Rechentest 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005; Subskala Rechen-operationen) in t_{1a} und t_{1b} • Niedriges Ausgangsniveau (nA): $T_{HRT,t_{1a}} < 40 \wedge T_{HRT,t_{1b}} < 40$ • Unauffälliges Ausgangsniveau (uA): $T_{HRT,t_{1a}} \geq 40 \vee T_{HRT,t_{1b}} \geq 40$
Intern	$\vec{R}$	Geschlecht (G)	w = weiblich, m = männlich
Intern	$\vec{S}$	Kognitive Leistungsfä-higkeiten (KL)	Gemessen am Wert im Culture Fair Intelligence Test 20–R (Weiß, 2006; Teil 1) in t_1 • Niedrige kognitive Fähigkeiten (nKL): $IQ_{t_1} < 85$ • Unauffällige kognitive Fähigkeiten (uKL): $IQ_{t_1} \geq 85$
Intern	$\vec{T}$	Lesekompetenz (LK)	Gemessen am Wert im Salzburger Lese-Screening (Mayringer & Wimmer, 2008) in t_1 • Niedrige Lesekompetenz (nLK): $LK_{t_1} < 90$ • Unauffällige Lesekompetenz (uLK): $LK_{t_1} \geq 90$
Intern	$\vec{U}$	Lernverhalten (LV)	Gemessen am Wert in der Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (Petermann & Petermann, 2013) in t_1 • Niedriges Lernverhalten (nLV): $T_{LV,t_1} < 40$, Skala Lernverhalten • Unauffälliges Lernverhalten (uLV): $T_{LV,t_1} \geq 40$, Skala Lernverhalten
Intern	$\vec{V}$	Sozialverhalten (SV)	Gemessen am Wert in der Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (Petermann & Petermann, 2013) in t_1 • Niedriges Sozialverhalten (nSV): $T_{SV,t_1} < 40$, Skala Sozialverhalten • Unauffälliges Sozialverhalten (uSV): $T_{SV,t_1} \geq 40$, Skala Sozialverhalten
Extern	$\vec{W}$	Soziale Herkunft (SH)	Summierte Risikorohwerte bei Angaben zu Familiengröße, Familienform, Verfügbarkeit kultureller Güter (Selbstauskunft der Schülerinnen und Schüler) • Niedrige soziale Herkunft (nSH): $> Median$ • Hohe soziale Herkunft (hSH): $\leq Median$
Extern	$\vec{X}$	Migrationshintergrund (MH)	Geburtsland der Mutter und des Vaters (Selbstauskunft der Schülerinnen und Schüler)
Extern	$\vec{Y}$	Leistungsheterogenität der Klasse (LH)	Korrigierte Leistungsvarianz innerhalb der Klasse in den mathematischen Basiskompetenzen gemessen am T-Wert im Heidelberger Rechentest 1–4 (Subskala Rechenoperationen) in t_1 • Niedrige Leistungsheterogenität (nLH): $< Median$ • Hohe Leistungsheterogenität (hLH): $\geq Median$

Für die Beurteilung der sozialen Herkunft werden die ermittelten Risikopunkte summiert. Die soziale Herkunft wird mittels eines selbst entwickelten Steckbriefs zur Erfassung familiärer Hintergründe erhoben (siehe Kapitel 7.2.5 und Anhang 1), welcher sich in seiner Konzipierung unter anderem an den großen Schulleistungsstudien (PISA, IGLU, TIMSS) orientiert. Es werden allerdings im Sinne einer Ökonomisierung nur Ausschnitte erfasst. Dabei werden Risikopunkte summiert, wobei 10 Risikopunkte von einem maximalen Level der hier erfassten Aspekte sozialer Herkunft zeugen und 0 Risikopunkte von einer maximal hohen sozialen Herkunft. Mittels Medianhalbierung wird die Gruppe der Schülerinnen und Schüler in eine Gruppe mit *hoher* vs. *niedriger sozialer Herkunft* eingeteilt, um einen Vergleich zu ermöglichen.

Zur Beurteilung der Leistungsheterogenität mathematischer Basiskompetenzen im Messzeitpunkt t_1 wird die korrigierte Varianz der Klasse zugrunde gelegt (ermittelt durch den HRT 1–4; Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005; siehe Kapitel 7.2.1). Korrigiert meint, dass die jeweilige Schülerin oder der jeweilige Schüler aus der Berechnung der Leistungsvarianz seiner eigenen Klasse herausgenommen wird. So kann jeder Schülerin beziehungsweise jedem Schüler die jeweilige Leistungsvarianz seines Lernumfeldes, also der Klasse ohne ihn, zugeordnet werden. Mittels Medianhalbierung wird die Stichprobe in eine Gruppe von Schülerinnen und Schülern, welche in Klassen mit hoher Leistungsheterogenität lernt, sowie eine Gruppe von Schülerinnen und Schülern, die in einer Klasse mit niedriger Leistungsheterogenität lernt, unterteilt.

7.4 Stichprobenrekrutierung

Die vorliegende Untersuchung ist Teil einer übergeordneten Studie, welche zwei Zielsetzungen verfolgt:

- Das Abbilden der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe (entspricht dem hier vorliegenden Forschungsinteresse; Entwicklungsstudie)
- Die Entwicklung und Evaluation eines Programms zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen zu Beginn der fünften Jahrgangsstufe (wird in der vorliegenden Arbeit nicht verfolgt; Evaluationsstudie: siehe Käter, 2018)

Beide Zielsetzungen werden im Vorfeld durch die Landesschulbehörde Niedersachsen genehmigt (siehe Anhang 2). Die beiden angeführten Zielsetzungen machen eine Berücksichtigung und Benennung der übergeordneten Studie nachfolgend notwendig, da diese die Stichprobenrekrutierung und die letztendliche Teilnahme ausgewählter Schulen erklärt. Im Sinne dieser beiden Zielsetzungen werden im Frühjahr 2014 alle staatlichen acht Oberschulen und Integrierten Gesamtschulen innerhalb des Stadtgebiets Oldenburg kontaktiert und eine Teilnahme der jeweiligen fünften Klassenstufe erbeten; es werden keine Anreize in Form sachlichgegenständlicher oder finanzieller Belohnungen in Aussicht gestellt. Der zweiten Zielsetzung entsprechend ist eine randomisierte Unterteilung dieser Schulen zu einer Experimental- und Kontrollgruppe angezeigt, wobei sich die vorliegende Untersuchung dieser Doktorarbeit ausschließlich auf Schülerinnen und Schüler der Kontrollgruppe bezieht.; in dieser Gruppe sind vier Schulen (zwei Oberschulen und zwei

Integrierte Gesamtschulen) vertreten. Die Orientierung auf Schulebene ist als Klumpenstichprobe zu bezeichnen, wobei eine jeweilige Schule für die übergeordnete Studie randomisiert den Gruppen Experimental- oder Kontrollgruppe zugewiesen wird. Unter einer Klumpenstichprobe „ist eine Teilmenge der Grundgesamtheit [zu verstehen], die natürlich vorliegt und vollständig erhoben wird“ (Bühner & Ziegler, 2009, S. 150). Auf Grundlage der Randomisierung erhalten die Schulen Informationen über das jeweilige Vorhaben (siehe Zielsetzung der übergeordneten Studie). Eine telefonische Rückfrage nach spätestens zwei Wochen erfragt die sichere Teilnahme an der Untersuchung. Die hier interessierende Kontrollgruppe[1] erfährt mit einer Zusage von allen angefragten Schulen einen hundertprozentigen Rücklauf. Die Untersuchungsgruppe mit $N = 378$ besteht somit aus vier Schulen, welche insgesamt 15 Klassen umfassen. Durchschnittlich besuchen 25 Schülerinnen und Schülern die jeweiligen Klassen.

7.5 Durchführung der Untersuchung

Die Durchführung der Untersuchung erfolgt in zwei Phasen. Inhalt der ersten Phase ist die Pilotierung der Erhebungsinstrumente, welche in der geplanten Untersuchung zum Einsatz kommen sollen. Phase 2 ist die Hauptstudie, wobei die Schülerinnen und Schüler der Untersuchungsgruppe über mehrere Messzeitpunkte hinweg innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in ihrer Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen begleitet werden. Sowohl die Durchführung der ersten Phase als auch die der zweiten Phase erfolgt durch von der Projektleitung geschulte und begleitete Studierende, die im Rahmen der Untersuchung eine Abschlussarbeit verfassen. Die Studierenden erhalten keine finanzielle oder sachgegenständliche Vergütung.

Mitwirkende im Projekt sind auf universitärer Seite drei Doktorandinnen und Doktoranden und eine wissenschaftliche Mitarbeiterin sowie drei Studierende des Masters Sonderpädagogik (Pilotstudie) und 12 Studierende des Bachelors Sonderpädagogik (Hauptstudie) an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg. Die Projektverantwortung trägt der Schirmherr des Projekts sowie Lehrstuhlinhaber für Pädagogik und Didaktik bei Beeinträchtigung des Lernens an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg, Prof. Dr. Clemens Hillenbrand.

Einen Überblick über den zeitlichen Ablauf von Pilot- und Hauptstudie bietet Tabelle 7.5.

[1] Im weiteren Verlauf nicht mehr als *Kontrollgruppe*, sondern als *Untersuchungsgruppe* und damit assoziierten Begriffen bezeichnet, da die Experimentalgruppe der übergeordneten Studie für das Forschungsvorhaben der vorliegenden Doktorarbeit nicht von Interesse ist. Alle weiteren präsentierten Angaben und Ergebnisse beziehen sich ausschließlich auf diese Gruppe.

Tabelle 7.5: Zeitlicher Ablauf von Pilot- und Hauptstudie

Zeitlicher Ablauf	Projektverlauf	
	Pilotstudie	Hauptstudie
Februar 2014	Anwerben von Studierenden zur Umsetzung der Pilotstudie	
Frühjahr 2014	Rekrutierung einer Schule des Stadtgebiets Oldenburg zur Teilnahme an der Pilotstudie	Rekrutierung von Schulen des Stadtgebiets Oldenburg zur Teilnahme an der übergeordneten Studie
Juli 2014	Einführung der Studierenden in die diagnostischen Instrumente und deren Durchführung	Anwerben von Studierenden für die Umsetzung der Hauptstudie
	Durchführung der Pilotstudie in einer fünften Klasse ($N = 30$) an einer Oldenburger Oberschule zu Schuljahrsende	
August 2014	Reflexion und Überarbeitung der diagnostischen Instrumente	
8. September 2014		Einführung der Studierenden in die diagnostischen Instrumente und deren Durchführung
September 2014		Messzeitpunkt t_{1a}
Oktober 2014		Messzeitpunkt t_{1b}
7. November 2014		Einführung der Studierenden in SPSS
Januar 2015		Messzeitpunkt t_2
Juli 2015		Messzeitpunkt t_3
15. Juli 2015		Projektabschluss mit Lehrkräften
16. Juli 2015		Projektabschluss mit Studierenden

PILOTSTUDIE

Die Pilotstudie findet im Frühjahr 2014 statt. Hierfür werden Schülerinnen und Schüler wie auch Studierende rekrutiert, die jeweils keine finanzielle oder sachgegenständliche Vergütung erhalten. Die Studierenden befinden sich im Master of Education Sonderpädagogik an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg. Eine der Oberschulen, die bereits die Teilnahme an der Hauptstudie zugesichert hat, bietet vor den Schulferien im Sommer 2014 an, dass eine der zu dem Zeitpunkt fünften Klassen am Ende des Schuljahrs an der Pilotierung der Testinstrumente teilnimmt (hierbei handelt es sich *nicht* um eine der teilnehmenden Klassen der Hauptstudie, da die Schülerinnen und Schüler der Pilotstudie zum Zeitpunkt der Hauptstudie die sechste Klasse besuchen, also ein Schuljahr höher sind). Die Studierenden erhalten einen konkreten Handlungsplan in Form eines Manuals, nach dem sie die Untersuchungen durchführen sollen, um eine möglichst hohe Standardisierung der jeweiligen Erhebungszeitpunkte über alle Messzeitpunkte und Schulklassen hinweg zu gewähren. In einem gemeinsamen Reflexionsgespräch mit einer wissenschaftlichen Mitarbeiterin geben die Studierenden Rückmeldung über die Erhebungen. Daraufhin werden Anpassungen im Manual vorgenommen.

HAUPTSTUDIE

Bei den Studierenden handelt es sich um Studierende des Bachelors Sonderpädagogik an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg. Eine Schulung aller Studierenden zu den in der Untersuchung einzusetzenden Erhebungsinstrumenten in der Durchführung und Auswertung findet im Vorfeld statt. Weiterhin bilden die Studierenden Tandems, in denen sie die jeweiligen Testungen über das ganze fünfte Schuljahr hinweg durchführen. Einem Tandem werden jeweils zwei Schulklassen zugeordnet, deren Betreuung es übernimmt. Zur Dateneingabe werden die Studierenden in das Statistikprogramm SPSS eingeführt, wobei allen Studierenden dieselbe Datenmaske durch die Projektleitung zur Verfügung gestellt wird. Die Studierenden erhalten vor jedem Erhebungszeitpunkt die durchzuführenden Testinstrumente, was die Möglichkeit zu einem persönlichen Kontakt zwischen Projektleitung und Studierenden ermöglicht. Gleiches gilt für die Treffen zur Rückgabe und Archivierung der Testbögen. Am Ende des Untersuchungszeitraums (Juli 2015) findet mit den teilnehmenden Studierenden sowie beteiligten Lehrkräften jeweils ein Projektabschluss statt, der Möglichkeiten des Austauschs und einer Vorstellung erster Ergebnisse bietet.

7.6 Forschungsethik

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft und die Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina e.V. (2014, S. 6) formulieren „Wissenschaft braucht Freiheit – Freiheit erfordert Verantwortung!“. In diesem Sinne gilt es das vorliegende Forschungsvorhaben auch unter forschungsethischen Gesichtspunkten zu betrachten. Nachfolgend werden ausgewählte Grundsätze guter wissenschaftlicher Praxis vom Berufsverband Deutscher Psychologinnen und Psychologen (2016, S. 22–25) präsentiert, welche es im Rahmen dieser Untersuchung zu besprechen gilt.

FORSCHUNG MIT MENSCHEN (BERUFSVERBAND DEUTSCHER PSYCHOLOGINNEN UND PSYCHOLOGEN, 2016, S. 22)

Forschung darf die Würde und Integrität teilnehmender Personen nicht beeinträchtigen. Dementsprechend werden für die vorliegende Untersuchung Diagnostikinstrumente gewählt, die sich für die anvisierte Zielgruppe der Schülerinnen und Schüler als angemessen erweisen. Weiterhin wird darauf geachtet, dass die einzelnen Testzeitpunkte die Zielgruppe nicht durch das Erheben zu vieler interessierender Variablen zu stark beanspruchen. Die Erfahrungen der Pilotstudie weisen darauf hin, dass die einzelnen Testzeitpunkte nicht überladen sind. Weiterhin gewährleistet die Pseudonymisierung durch die Zuweisung von Kennziffern zu den einzelnen Schülerinnen und Schülern, dass der datenschutzrechtliche Anspruch erfüllt wird. Darüber hinaus werden die durchführenden Studierenden im Umgang mit Diagnostik und im Speziellen mit den einzusetzenden Verfahren geschult und wissen um die Gestaltung diagnostischer Situationen (Quaiser-Pohl & Rindermann, 2010, S. 60 ff.).

FÖRMLICHE BEWILLIGUNG (BERUFSVERBAND DEUTSCHER PSYCHOLOGINNEN UND PSYCHOLOGEN, 2016, S. 22)

Vor Durchführung der Untersuchung werden auf verschiedenen Ebenen Einwilligungen eingeholt. Dem Antrag wird durch die Niedersächsische Landesschulbehörde stattgegeben (siehe Anhang 2). Weiterhin willigen die Schulen einer Teilnahme ihrer fünften Klasse ein. Ein weiteres Einverständnis wird bei den Erziehungsberechtigten der Schülerinnen und Schüler eingeholt; liegt dieses nicht vor, werden die entsprechenden Schülerinnen und Schüler von der Untersuchung ausgeschlossen. Die Bewilligung wird schriftlich erfasst und archiviert. Schülerinnen und Schüler können die Teilnahme ohne Konsequenzen an den Testungen verweigern, dieses wird ihnen und den Erziehungsberechtigten transparent gemacht.

AUF AUFKLÄRUNG BASIERENDE EINWILLIGUNG IN DIE FORSCHUNG (BERUFSVERBAND DEUTSCHER PSYCHOLOGINNEN UND PSYCHOLOGEN, 2016, S. 23)

Schülerinnen und Schüler, ihre Erziehungsberechtigten, Schulpersonal sowie die Niedersächsische Landesschulbehörde werden im Vorfeld über die Motive der Untersuchung sowie die Untersuchungsdauer und das zugrundeliegende Vorgehen informiert. Eine Nichtteilnahme zieht keine Konsequenzen nach sich. Die Schülerinnen und Schüler werden darüber informiert, dass ihre Daten pseudonymisiert werden. Die durchführenden Studierenden wissen sehr gut über das Forschungsvorhaben und die Rahmenbedingungen Bescheid, sodass sie etwaigen Fragen adäquat begegnen können. Sollte dieses einmal nicht der Fall sein, ist die Projektleitung erreichbar. Zu jedem Testzeitpunkt werden die Schülerinnen und Schüler erneut über Forschungsmotive aufgeklärt.

VERZICHT AUF EINE AUF AUFKLÄRUNG BASIERENDE EINWILLIGUNG IN DIE FORSCHUNG (BERUFSVERBAND DEUTSCHER PSYCHOLOGINNEN UND PSYCHOLOGEN, 2016, S. 24)

Auf eine auf Aufklärung basierende Einwilligung wird nicht verzichtet, sondern alle Beteiligten werden über das Forschungsvorhaben informiert. Weiterhin steht die Projektleitung für etwaige Rückfragen zur Verfügung. Den Erziehungsberechtigten und allen Beteiligten stehen sowohl Telefonnummer als auch Email-Adresse der Projektleitung zur Verfügung.

ANREIZE ZUR TEILNAHME AN FORSCHUNGSVORHABEN (BERUFSVERBAND DEUTSCHER PSYCHOLOGINNEN UND PSYCHOLOGEN, 2016, S. 24)

Um die Nötigung einer Teilnahme zu vermeiden, wird auf finanzielle oder sachgegenständliche Incentives verzichtet.

TÄUSCHUNG IN DER FORSCHUNG (BERUFSVERBAND DEUTSCHER PSYCHOLOGINNEN UND PSYCHOLOGEN, 2016, S. 25)

Die Untersuchung verzichtet auf täuschungsbasierte Techniken. Alle Beteiligten werden über die Motive der Untersuchung aufgeklärt.

AUFKLÄRUNG DER FORSCHUNGSTEILNEHMERINNEN UND FORSCHUNGSTEILNEHMER (BERUFSVERBAND DEUTSCHER PSYCHOLOGINNEN UND PSYCHOLOGEN, 2016, S. 25)

Vor Beginn werden alle Beteiligten über das Forschungsvorhaben umfangreich aufgeklärt (siehe vorherige Punkte). Im Anschluss an den letzten Messzeitpunkt werden Lehrkräfte über die auf Klassenebene pseudonymisierten Forschungsergebnisse aufgeklärt, die sie wiederum in ihre Klasse transportieren. Sie erhalten ein differenziertes Profil über die Fähigkeiten ihrer eigenen Klasse und können daraus Schlussfolgerungen für ihren Unterricht ziehen.

7.7 Datenpflege und -aufbereitung

Zur Dateneingabe aller Daten in den Messzeitpunkten t_1 bis t_3 werden Scannerauswertungen genutzt, um Fehlerquellen in der Auswertung und Aufbereitung möglichst zu vermeiden. Der Heidelberger Rechentest 1–4 ist das einzige Testinstrument, welches per Hand ausgewertet werden muss. Diese Auswertung erfolgt hier durch die geschulten Studierenden, die sich im Sinne der Auswertungsobjektivität (Sedlmeier et al., 2013, S. 70) an die Vorgaben des Manuals halten. Die Studierenden werden im Anschluss an die Datenerhebung in Messzeitpunkt t_1 durch die Projektleitung darin geschult, die Daten in die SPSS-Maske zu übertragen. Für die weiteren Messzeitpunkte wird den Studierenden ein Leitfaden zur Verfügung gestellt, der sie in der Eingabe der erhobenen Daten in die SPSS-Datenmaske, die zuvor durch die Projektleitung ausgehändigte wurde, anleitet. Die Studierenden sind dazu angehalten, Dropout und Verweigerungen in einem Protokollbogen zu vermerken. Zur Überprüfung der Zuverlässigkeit der Dateneingabe überprüft die Projektleitung stichprobenartig die HRT 1–4-Bögen aller Messzeitpunkte, sodass ca. 80 % der Testbögen auf Auswertungs- und Eingabefehler überprüft werden. Einige dieser Bögen wie auch die Ergebnisse in der zusammengefügten SPSS-Datenmaske zeigen dabei auf, dass teilweise nicht alle Subtests des HRT 1–4 bearbeitet wurden. „Sogenannte *missing data* [...] tauchen praktisch in jeder Felduntersuchung auf" (Rost, 2013b, S. 195; Hervorhebungen im Original). Um mit fehlenden Daten umzugehen und einen listenweisen Fallausschluss zu vermeiden, werden Daten dann imputiert, wenn die weiteren Subtests ohne weitere Unregelmäßigkeiten bearbeitet wurden und zugleich die Schülerin beziehungsweise der Schüler auch an den übrigen Testzeitpunkten ohne augenscheinliche Unregelmäßigkeiten teilgenommen hat. Hierfür wird der Mittelwert der T-Werte über die bearbeiteten fünf Subtests des jeweiligen Messzeitpunkts gebildet, um den standardisierten durchschnittlichen T-Wert der sechs Subtests für die Subskala Rechenoperationen (T_{mT_1}-Wert; Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005, S. 18) zu erhalten, der einen Rückschluss auf einen fehlenden Rohwert in einem Subtest zulässt. Gleichzeitig wird auf diese Weise verhindert, dass ein nachträglich imputierter fehlender Wert den T_{mT_1}-Wert des Subtests Rechenoperationen verändert.

Tabelle 7.6: Überblick über imputierte Werte differenziert nach Subtest und Messzeitpunkt

Messzeitpunkt	Imputierter Subtest	Absolute Anzahl
t_{1a}	Addition	–
	Subtraktion	–
	Multiplikation	–
	Division	–
	Ergänzungsaufgaben	–
	Größer-Kleiner-Vergleich	1
t_{1b}	Addition	–
	Subtraktion	1
	Multiplikation	–
	Division	1
	Ergänzungsaufgaben	2
	Größer-Kleiner-Vergleich	3
t_2	Addition	–
	Subtraktion	–
	Multiplikation	–
	Division	3
	Ergänzungsaufgaben	2
	Größer-Kleiner-Vergleich	1
t_3	Addition	–
	Subtraktion	1
	Multiplikation	–
	Division	3
	Ergänzungsaufgaben	2
	Größer-Kleiner-Vergleich	3

Als Bedingung für diese Imputationstechnik gilt in der vorliegenden Untersuchung, dass maximal zwei Subtests fehlen. Tabelle 7.6, differenziert nach Subtest und Messzeitpunkt, gibt einen Überblick über die durchgeführte Imputation fehlender Werte für den HRT 1–4.

Insbesondere die späteren Subtests Division, Ergänzungsaufgaben sowie Größer-Kleiner-Vergleich erfordern die Imputation fehlender Rohwerte, wenn ganze Subtests nicht bearbeitet wurden, wobei die Notwendigkeit mit voranschreitendem Testzeitpunkt zunimmt.

Für die übrigen eingesetzten Erhebungsinstrumente bietet sich dieses Vorgehen nicht an, da entweder keine Subtests unbearbeitet blieben (CFT 20–R, LSL), der Test nicht auf Subtests basiert (SLS 1–4) oder fehlende Werte für den ganzen Test vorliegen (*Krankheit, Zuzug nach t_1*: CFT 20–R, LSL, Steckbrief zur Erfassung familiärer Hintergründe, *Dropout durch Lehrkraft*: LSL; siehe Abbildung 9.2).

7.8 Auswertungsstrategien

Nachfolgend werden die Auswertungsstrategien, welche für die Bearbeitung der benannten Hypothesen und explorativen Fragen notwendig sind (siehe Kapitel 6.2), näher vorgestellt. Für die statistischen Auswertungen gilt (außer in Hypothese 1b), dass als Referenzwert für die Leistungen im HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) die Normierung am Ende der Klasse 4 gewählt wird (Ausnahme: Hypothese 1b: Rohwert-Ebene). Diese konstant gehaltene Bezugsnorm ermöglicht die Untersuchung der Entwicklung über die Zeit und zugleich nivelliert der T-Wert die Subtests auf ein Schwierigkeitsniveau.

Die interessierende abhängige Variable, die mathematische Basiskompetenz, wird durch den durchschnittlichen T-Wert dargestellt (Ausnahme Hypothese 1b: Rohwertebene).

7.8.1 Varianzanalyse (mit Messwiederholung)

Hintergrund ist hier die Prüfung von Mittelwertunterschieden bei mehr als zwei Gruppen und gleichzeitig mehreren Messzeitpunkten. Dabei wird untersucht, ob Mittelwertunterschiede in einer abhängigen Variable (aV) auf eine unabhängige Variable (uV) zurückzuführen sind (Schnell, Hill & Esser, 2013, S. 447).

Das vorliegende Forschungsinteresse untersucht als einzige abhängige Variable die mathematischen Basiskompetenzen: In Hypothese 1a wird die Entwicklung der Gesamtgruppe betrachtet und in 1b der Grundrechenarten *einzeln*, es handelt sich also jeweils um eine einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung. Hypothese 1c und Fragestellung 3 hingegen betrachten jeweils die Entwicklung von zwei Gruppen im Vergleich über die Messzeitpunkte (zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit, Faktor 1: Gruppe, Faktor 2: Zeit). Die zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung generiert dabei Ergebnisse auf verschiedenen Ebenen: Innersubjekteffekt, Zwischensubjekteffekt, Interaktionseffekt. Post-hoc-Analysen ermöglichen bei einem signifikanten Ergebnis, die Struktur der Alternativhypothese zu untersuchen (Rasch, Friese, Hofmann & Naumann, 2014, S. 28).

Der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung liegen folgende Annahmen zugrunde:

- „Intervallskalenniveau der aV [abhängigen Variable]
- Normalverteilung der Messwerte in allen Teilstichproben
- Homogenität der Gruppenvarianzen
- Homogenität der Varianzen und Kovarianzen der Messwiederholung (Sphärizität)
- Balanciertheit des Designs“ (Bühner & Ziegler, 2009, S. 518)

Weiterhin empfiehlt sich für die Interpretation des Innersubjekteffekts folgendes: Damit die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler erster Art (α-Fehler) verringert wird, empfiehlt sich eine Bonferroni-korrigierte post-hoc-Analyse (Rost, 2013b, S. 255), um über die Kenntnis, dass ein Unterschied vorliegt, hinaus festzustellen, auf welchen Faktorstufen genau ein signifikanter Unterschied besteht (Backhaus, Erichson, Plinke & Weiber, 2016, S. 196). Da hier im Falle der Messwiederholung mehrere Messzeitpunkte einbezogen werden, empfiehlt sich die Bonferroni korrigierte post-hoc-Analyse, um die α-Fehler-Wahrscheinlichkeit nicht zu erhöhen. Dieses Vorgehen wird für die Hypothesen 1a und 1b gewählt, wo das Ergebnis des Innersubjekteffekts von Interesse ist.

Zum Umgang mit den Voraussetzungen der Varianzanalyse werden folgende Entscheidungen zugrunde gelegt (siehe Abbildung 7.2):

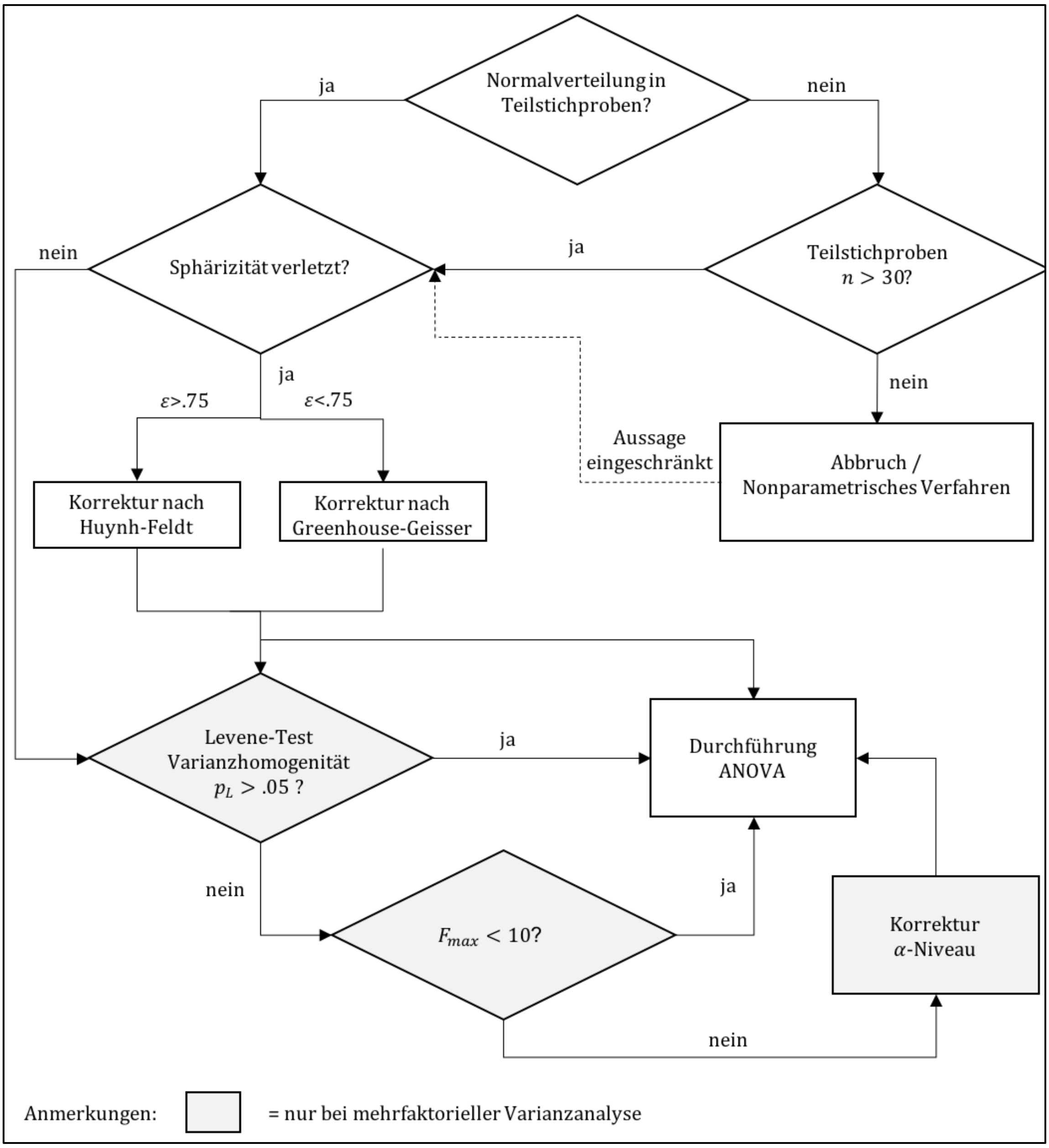


Abbildung 7.2: Entscheidungspfad zur Varianzanalyse

Zunächst werden die Teilstichproben auf *Normalverteilung* hinsichtlich des zu untersuchenden Merkmals untersucht. Liegt keine Normalverteilung des Merkmals in den Teilstichproben vor, darf dann mit der Varianzanalyse fortgefahren werden, wenn die Teilstichproben $N > 30$ sind (Bühner & Ziegler, 2009, S. 372). Ist dies nicht der Fall müsste ein Abbruch der Varianzanalyse beziehungsweise ein Rückgriff auf ein non-parametrisches Verfahren erfolgen. Da es für die Ermittlung des Interaktionseffekts, der für die Untersuchung einer möglichen Wechselwirkung von Faktoren notwendig ist, keine non-parametrische Alternative vorliegt, wird dennoch mit der Varianzanalyse fortgefahren, wobei die Aussage als eingeschränkt zu bewerten ist. Gemeinhin gilt die Varianzanalyse gegenüber der Verletzung der Normalverteilung als ein robustes Verfahren (Bühner & Ziegler, 2009, S. 372).

Als nächstes wird mit dem Mauchly-Test die Bedingung der *Sphärizität* betrachtet. Wenn $p_M < .05$ liegt eine Verletzung der Bedingung vor. Girden (1992, S. 21) schlägt vor, dass im Falle der Verletzung von Sphärizität für ein $\varepsilon < .75$ die Greenhouse-Geisser-Korrektur der Freiheitsgrade genutzt wird, andernfalls für $\varepsilon > .75$ der Huynh-Feldt-Korrekturwert.

Handelt es sich um eine mehrfaktorielle Varianzanalyse, wird mit dem Levene-Test die *Homogenität der Gruppenvarianz* ermittelt. Zeigt sich mit $p_L < .05$ eine Verletzung der Bedingung (Verzerrung der Mittelwerte), wird auf Grundlage eines sich anschließenden F_{max}-Tests entschieden, ob die α-Fehlerwahrscheinlichkeit angepasst wird. Wenn $F_{max} < 3$ bei einem Verhältnis der Gruppengrößen von maximal 9:1, darf der α-Fehler von .05 beibehalten werden, andernfalls wird die α-Fehlerwahrscheinlichkeit auf .025 korrigiert (Bühner & Ziegler, 2009, S. 519).

In der Ergebnisdarstellung wird für die einzelnen Analysen nicht explizit ausgeführt, welche Entscheidungen mit welcher Begründung getroffen werden, sondern es wird auf Abbildung 7.2 verwiesen.

7.8.2 Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson

Fragestellung 2 setzt sich mit dem Zusammenhang der einzelnen Variablen und den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} auseinander; liegt den zu untersuchenden Variablen ein Intervallskalenniveau zugrunde, wird der Korrelationskoeffizient r ermittelt.

Der Begriff Korrelation meint den Zusammenhang von Merkmalen, der durch den Korrelationskoeffizienten r ausgedrückt wird (Rasch, Friese, Hofmann & Naumann, 2010, S. 119 f.). Dieses Maß kann Werte von $r = -1$ (perfekt negativer Zusammenhang), über $r = 0$ (kein Zusammenhang) bis $r = +1$ (perfekt positiver Zusammenhang) annehmen, wobei die berichteten theoretischen Maximalmaßzahlen in der Praxis nicht auftreten (Rost, 2013b, S. 20 f.). Je nach Skalenniveau der interessierenden Variablen werden unterschiedliche Korrelationstechniken verwendet. Um den Zusammenhang zwischen zwei intervallskalierten Variablen zu ermitteln (hier: Leistung im HRT 1–4; Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005; und im SLS 1–4; Mayringer & Wimmer, 2008), wird die Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson durchgeführt. Zu den Voraussetzungen der Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson zählt ein linearer Zusammenhang. Intervallskalenniveau liegt in den zu untersuchenden Variablen vor. Weiterhin erfordert der sich anschließende t-Test, der den Korrelationskoeffizienten gegen den Wert 0 testet, Normalverteilung. Die Bedingung der Normalverteilung, welche bei einer Stichprobengröße von $N > 30$ als gegeben betrachtet wird, geht vom Grenzwerttheorem aus: „Die Verteilung von Mittelwerten aus Stichproben des Umfangs n, die derselben Grundgesamtheit entnommen wurden, geht mit wachsendem Stichprobenumfang in eine Normalverteilung über" (Bortz & Schuster, 2010, S. 86). Für die Interpretation des Zusammenhangs ist von zentraler Bedeutung, dass keine Aussagen über Kausalitätsrelationen zwischen den untersuchten Variablen angestellt werden dürfen (Bortz & Döring, 2006, S. 517; Cook & Cook, 2016, S. 193).

Nach Cohen (1988) ist der Korrelationskoeffizient r wie folgt zu interpretieren:

- $r = .10$ entspricht einem kleinen Effekt
- $r = .30$ entspricht einem mittleren Effekt
- $r = .50$ entspricht einem großen Effekt

Bei Verletzung der Voraussetzungen ist die Spearman-Korrelation angezeigt.

7.8.3 *T*-Test

Forschungsfrage 2 geht dem Zusammenhang zwischen den mathematischen Basiskompetenzen und den einzelnen Variablen nach. Sofern die zu untersuchenden Variablen dichotom angelegt sind (Geschlecht, Migrationshintergrund, Schulform), wird mittels t-Tests der Zusammenhang untersucht. In Forschungsfrage 3 wird untersucht, ob sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von der Ausprägung untersuchter Variablen unterschiedlich entwickeln. Wenn sich ein signifikanter Interaktionseffekt ergibt, wird dieses Ergebnis mittels t-Test bei verbundener Stichprobe für die einzelnen Gruppen detaillierter untersucht. Dabei werden die Unterschiede zwischen den Stufen Messzeitpunkt $t_{1a–t2}$, $t_{1a–t3}$ und $t_{2–t3}$ betrachtet. Der t-Test zählt zu den parametrischen Verfahren. Dieses Verfahren gilt als robust, so wirken sich Verletzungen einiger Voraussetzungen nur marginal auf den α-Fehler aus (Rost, 2013b, S. 210). Grundsätzlich wird zwischen t-Tests bei verbundender und unverbundener Stichprobe sowie dem t-Test für eine Stichprobe unterschieden. Von einer unverbundenen Stichprobe wird dann gesprochen, wenn die Werte von Gruppe A die Werte von Gruppe B nicht beeinflussen, sie sind also *unabhängig* voneinander (beispielsweise der Vergleich der Mittelwerte in einem standardisierten Leistungstest bei zwei Schulklassen). Hingegen meint die verbundene Stichprobe, dass durchaus eine Abhängigkeit der Messwerte vorliegt, wie im Fall der wiederholten Testung derselben Stichprobe (Rasch et al., 2014, S. 89). Im Falle des t-Tests für eine Stichprobe wird gegen einen festgelegten Populationsmittelwert getestet (Rasch et al., 2010, S. 97).

Voraussetzung für den Einsatz dieses Verfahrens sind Intervallskalenniveau der Werte der abhängigen Variable, eine Normalverteilung der Differenzwerte (nur bei abhängigen Stichproben) sowie eine Gleichverteilung der Varianzen (nur bei unabhängigen Stichproben; Sedlmeier et al., 2013, S. 399f., 404); weiterhin sollte eine Stichprobengröße je Gruppe von $N = 30$ nicht unterschritten werden sowie die beiden Gruppen bestmöglich demselben Umfang entsprechen (Rasch et al., 2010, S. 59). Prinzipiell gilt, dass die Teststärke mit Größe der Stichprobe zunimmt (Sedlmeier et al., 2013, S. 371).

Gemeinhin wird für das Signifikanzniveau ein Richtwert von $\alpha = .05$ angenommen, was einer 5-prozentigen Irrtumswahrscheinlichkeit für den Fehler erster Art entspricht (Rasch et al., 2010, S. 60). Um das Ergebnis eines t-Tests abzusichern, gilt es α- und β-Fehler mit in Betracht zu ziehen (Rasch et al., 2010, S. 70; zu α-Fehler s. Kapitel 7.8.5, zu β-Fehler s. Kapitel 7.8.6).

Bei Verletzung der Voraussetzungen ist der Einsatz des Mann-Whitney-U-Tests bei unabhängigen Stichproben und des Wilcoxon-Tests bei abhängigen Stichproben beziehungsweise bei einer Stichprobe als non-parametrische Verfahren angezeigt (Rasch et al., 2014, S. 105).

7.8.4 Effektstärke

„Ist ein Unterschied zwischen Gruppen ‚statistisch signifikant', müssen wir noch nach seiner Relevanz, nach seiner *praktischen Bedeutsamkeit* [...] fragen" (Rost, 2013b, S. 237; Hervorhebungen im Original). So schließt sich neben der Frage, ob ein Mittelwertunterschied zwischen Gruppen besteht, die Ermittlung der Stärke des Mittelwertunterschieds an, was eher selten durchgeführt wird (Schnell et al., 2013, S. 447). Zur Untersuchung und Deutung der Effektstärke kennt die Forschung verschiedene Maße und Kennwerte (beispielsweise r, Ω^2, q). Ein häufig verwendetes Maß ist d nach Cohen (1988). Mit d wird das Effektstärkenmaß des Mittelwertvergleichs von zwei unabhängigen Gruppen bezeichnet (Rost, 2013b, S. 240). Dabei schlägt Cohen (1988, S. 25 f.) nachfolgende Interpretation der Effektstärke vor:

- $d = .20$ entspricht einem kleinen Effekt
- $d = .50$ entspricht einem mittleren Effekt
- $d = .80$ entspricht einem großen Effekt

Die Ermittlung der Effektstärke erfolgt anhand der Formel $d = \frac{\mu_1 - \mu_2}{SD}$, wobei μ dem Mittelwert der Grundgesamtheit (beispielsweise zu zwei verschiedenen Messzeitpunkten) entspricht und SD für die Standardabweichung steht (Bühner & Ziegler, 2009, S. 178; Hattie, 2013, S. 10). Hattie (2013, S. 11) relativiert diese Skalierung, indem für seine Metaanalyse $d = .40$ als mittlere Effekte und $d = .60$ als große Effekte gewertet werden. In diesem Sinne entspricht $d = .40$ einem Umschlagpunkt, „ab dem Effekte einer Innovation die Lernleistung derart verbessern, dass wir in der realen Welt Unterschiede beobachten können" (Hattie, 2013, S. 21). Im Kontext der oben angeführten Varianzanalyse wird neben Cohen's d das Maß der Effektstärke η^2 verwendet: „[Es] drückt aus, wie viel Prozent der Unterschiede des Mittelwerts durch Unterschiede der unabhängigen Variablen (beispielsweise Geschlecht) erklärt werden können" (Bühner, 2011, S. 268). Zur Interpretation von η^2 gelten laut Bühner (2011, S. 268) folgende Konventionen:

- $Eta^2 = .01$ entspricht einem kleinen Effekt
- $Eta^2 = .06$ entspricht einem mittleren Effekt
- $Eta^2 = .14$ entspricht einem starken Effekt

7.8.5 α-Fehler-Adjustierung

Eine α-Fehler-Adjustierung wird jeweils für die post-hoc-Analysen zum Innersubjekteffekt in Hypothese 1a und 1b durchgeführt sowie im Falle eines signifikanten Interaktionseffekts.

Gemeinhin wird zwischen Fehlern erster und zweiter Art unterschieden. Bei Fehlern erster Art handelt es sich um den α-Fehler, dieser meint die Irrtumswahrscheinlichkeit. Wenn beispielsweise nach einer Analyse ein Unterschied zwischen zwei Gruppen angenommen wird, der jedoch in der Grundgesamtheit nicht existiert, so ist dies ein Fehler erster Art (Bühner, 2011, S. 266). Die Konvention schlägt eine Festlegung des Signifikanzniveaus mit 5 % vor. Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler erster Art steigt, wenn zu einer Hypothese mehrere Signifikanztests mit einem allgemeinen Signifikanzniveau (beispielsweise 5 %) durchgeführt werden (die sogenannteα-Fehler-Kumulierung: Rost, 2013b, S. 251). In diesem Fall ist es sinnvoll, eine α-Fehler-Adjustierung vorzunehmen, um auszuschließen, dass die Alternativhypothese fälschlicherweise angenommen wird. Hier ist beispielsweise die Korrektur nach Bonferroni angezeigt (Janssen & Laatz, 2017).

7.8.6 Poweranalyse

Die Poweranalyse wird immer dann durchgeführt, wenn ein berichtetes Ergebnis die Signifikanz verfehlt und somit die Annahme der H_0 naheliegt.

Als Fehler zweiter Art wird der sogenannte β-Fehler bezeichnet. Dieser Fehler wird dadurch spezifiziert, dass „die Nullhypothese H_0 fälschlicherweise zu Ungunsten der Alternativhypothese H_1 [beibehalten wird]" (Rost, 2013b, S. 100). In Abhängigkeit der Stichprobengröße und der a priori festgesetzten Irrtumswahrscheinlichkeit variiert die Möglichkeit für einen β-Fehler (Rost, 2013b, S. 100). Dieser Umstand macht die Untersuchung der *power* (Teststärke) notwendig, also der „Wahrscheinlichkeit, sich aufgrund des signifikanten Ergebnisses für die Alternativhypothese zu entscheiden" (Rost, 2013b, S. 247). Die Teststärke wird durch $1 - \beta$ festgelegt. Laut Rost (2013b, S. 247) wird per Konvention eine Teststärke von 80 % als angemessen bezeichnet (Rasch et al., 2010, S. 79: > 90 %): Im Vorfeld von Studien und der Durchführung von Tests empfiehlt sich eine Stichprobenplanung, um die höchstmögliche Power zu erreichen (Sedlmeier et al., 2013, S. 374). Aber auch im Nachhinein ist die Untersuchung der Testpower möglich: Legt das Ergebnis einer Signifikanztestung nahe, dass die Nullhypothese anzunehmen ist, und wurde die Testpower nicht a priori bestimmt, gilt es a posteriori die Teststärke zu berechnen (Rasch et al., 2010, S. 80).

> Man [interessiert] sich bei einem **nicht-signifikanten Ergebnis** primär dafür, ob die Teststärke ausreichend war, um den interessierenden Populationseffekt tatsächlich aufdecken zu können. Denn nur bei ausreichender Teststärke kann ein nicht-signifikantes Ergebnis als Hinweis auf die Gültigkeit der Nullhypothese interpretiert werden (Döring & Bortz, 2016, S. 808; Hervorhebungen im Original).

Poweranalysen werden in der vorliegenden Arbeit im Falle nicht signifikanter Ergebnisse mithilfe von G*Power (Faul, Erdfelder, Lang & Buchner, 2007) durchgeführt. Aufgrund des explorativen Charakters der Studie ist eine Stichprobenplanung der zu untersuchenden Teilstichproben (beispielsweise in Abhängigkeit der kognitiven Leistungsfähigkeit) a priori *nicht* möglich, da erst auf Grundlage der ermittelten Testergebnisse eine Zuweisung zu den Teilstichproben erfolgt. Daher ist eine zu niedrige Teststärke für einzelne Analysen nicht auszuschließen (Döring & Bortz, 2016, S. 810).

8 Ableitung statistischer Vorhersagen und statistischer Hypothesen

Nachfolgend werden die bereits formulierten theoretischen Hypothesen zu statischen Vorhersagen und Hypothesen abgeleitet.

FORSCHUNGSFRAGE 1

Forschungshypothese 1a und b, die davon ausgehen, dass sich die mathematischen Basiskompetenzen *insgesamt* sowie in den Subtests *Rechenoperation Addition* (RA), *Rechenoperation Subtraktion* (RS), *Rechenoperation Multiplikation* (RM) und *Rechenoperation Division* (RD) bedeutsam *positiv* über die *Zeit* (Faktor) entwickeln, werden dabei jeweils mit einer einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit unter Ermittlung der Effektstärke geprüft. Von Interesse für die Ablehnung von H_0 zugunsten der H_1 sind in beiden Fällen ein *signifikanter Innersubjekteffekt* sowie sich anschließende *post-hoc-Analysen*, die die Richtung der Entwicklung anzeigen.

Forschungshypothese 1c betrachtet als weiteren Faktor neben dem Faktor *Zeit* die angenommene *positive* Entwicklung in den mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit vom jeweiligen *Ausgangsniveaus* in den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_1 (Faktor 2: Gruppe) unter Ermittlung der Teststärke. Ein signifikanter *Zwischensubjekteffek*t bedeutet, dass ein bedeutsamer Unterschied zwischen den Gruppen besteht. Zur Ablehnung der H_0 führt ein *signifikanter Interaktionseffekt* (siehe Tabelle 8.1).

Tabelle 8.1: Ableitung statistischer Hypothesen (Forschungsfrage 1)

	Hypothese 1a	Hypothese 1b	Hypothese 1c
Statistische Vorhersage	Eine ANOVA mit Messwiederholung zeigt mit einem *signifikanten Innersubjekteffekt*, dass Schülerinnen und Schüler der fünften Jahrgangsstufe einen bedeutsamen *positiven Entwicklungsfortschritt* in den mathematischen Basiskompetenzen bei *ansteigenden mittleren T-Wert-Punkten* im Heidelberger Rechentest 1–4 in der Skala Rechenoperationen vollziehen.	Eine ANOVA mit Messwiederholung zeigt mit einem *signifikanten Innersubjekteffekt,* dass Schülerinnen und Schüler der fünften Jahrgangsstufe einen bedeutsamen *positiven Entwicklungsfortschritt* in den *Subskalen RA, RS, RM* und *RD* im Heidelberger Rechentest 1–4 bei *ansteigender Anzahl der Rohwerte* in den einzelnen Subtests vollziehen	Eine zweifaktorielle ANOVA mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe) zeigt mit einem *signifikanten Zwischensubjekteffekt,* dass Schülerinnen und Schüler der fünften Jahrgangsstufe in Abhängigkeit vom Ausgangsniveau einen unterschiedlich starken, positiven Entwicklungsfortschritt in den mathematischen Basiskompetenzen bei *ansteigenden mittleren T-Wert-Punkten* im Heidelberger Rechentest 1–4 in der Skala Rechenoperationen vollziehen.
Statistische Hypothese	Mit $i, j \in \{1, 2, 3\}$ H1a1: $\exists i > j: \mu_{t_i} > \mu_{t_j}$ *Anmerkung: i, j = Platzhalter für die Messzeitpunkte*	Mit $R \in \{RA, RS, RM, RD\}$ und $i, j \in \{1, 2, 3\}$ H1b1: $\forall R: \exists i > j: p_{R,t_i} > p_{R,t_j}$ *Anmerkung: R = Grundrechenart i, j = Platzhalter für die Messzeitpunkte, p = wahre Lösungswahrscheinlichkeit in der Grundgesamtheit, RA = Subskala Addition, RS = Subskala Subtraktion, RM = Subskala Multiplikation, RD = Subskala Division*	Mit $g \in \{nA, uA\}$ und $i \in \{1, 2, 3\}$ gilt H1c1: $\exists i, g: \mu_{i,g} \neq \mu_i + \mu_g - \mu$ *Anmerkung: nA = Gruppe mit niedrigem Ausgangsniveau, uA = Gruppe mit unauffälligem Ausgangsniveau, i = Nummer des Messzeitpunkts*

FORSCHUNGSFRAGE 2

Forschungsfrage 2 widmet sich dem Zusammenhang einzelner Faktoren mit den mathematischen Basiskompetenzen im Querschnitt in Messzeitpunkt t_{1a}. Intervallskalierte Variablen, die als mögliche Einflussfaktoren identifiziert wurden, werden mittels Korrelationsberechnung in Relation zu den mathematischen Basiskompetenzen gesetzt. Von Interesse für die Ablehnung der H_0 zugunsten von der H_1 ist ein *signifikanter, positiver Korrelationskoeffizient*. Für Hypothese 2f wird eine negative Korrelation erwartet, da hohe Werte im Steckbrief zur Erfassung familiärer Hintergründe für ein hohes, soziales Risiko sprechen.

Tabelle 8.2: Ableitung statistischer Hypothesen und explorativer Fragen (Forschungsfrage 2)

	Hypothesen 2b–e, i	Hypothese 2f
Statistische Vorhersage	Bei Schülerinnen und Schülern der fünften Jahrgangsstufe gibt es zu Schuljahrsbeginn signifikant positive Korrelation zwischen der Variable [Variable] und Ergebnissen der Subskala Rechenoperationen des Heidelberger Rechentests 1–4 in Messzeitpunkt t_{1a}. *Anmerkung zu [Variable]: (b) kognitive Leistungsfähigkeit gemessen am CFT 20-R, (c) Lesekompetenz gemessen am SLS 1–4, (d) Lernverhalten gemessen an der LSL, (e) Sozialverhalten gemessen an der LSL, (i) Leistungsheterogenität der Klasse ermittelt anhand HRT-Leistung in t_{1a}*	Bei Schülerinnen und Schülern der fünften Jahrgangsstufe gibt es zu Schuljahrsbeginn eine signifikant negative Korrelation zwischen der Variable soziale Herkunft und Ergebnissen der Subskala Rechenoperationen des Heidelberger Rechentests 1–4 in Messzeitpunkt t_{1a}. *Anmerkung: Soziale Herkunft erfasst mittels Steckbriefes zur Erfassung familiärer Hintergründe*
Statistische Hypothese	H2b–e,i$_1$: $r(HRT_{t1a}, V) > 0$	H2f$_1$: $r(HRT_{t1a}, V) < 0$

Dichotome Variablen hingegen werden mittels *t-Tests bei unverbundenen Stichproben* bearbeitet. Da gleichzeitig für die hier untersuchten dichotomen Variablen die Forschungslitolfgangeratur nicht eindeutig ist, werden hier explorative Fragen formuliert.

Von Interesse ist dabei, ob sich die Gruppenmittelwerte in den Teilstichproben (Geschlecht: weiblich / männlich, Migrationshintergrund: ja / nein, Schulform: OBS / IGS) signifikant voneinander unterscheiden ($\mu_i \neq \mu_j$; i, j = Ausprägung der Variable).

Diese explorativen Fragen ($EF_{2a,\, g–i}$) werden nach folgendem Muster formuliert:

Kasten 8.1: Statistische Vorhersagen – Ableitung explorativer Fragen für Forschungsfrage 2

> Gibt es einen statistisch bedeutsamen Unterschied zwischen den beiden Ausprägungen der [Variable] im *zweiseitigen t-Test für unabhängige Stichproben* in den mathematischen Basiskompetenzen gemessen an der Subskala Rechenoperationen des Heidelberger Rechentests 1–4 in Messzeitpunkt t_{1a}?

Anmerkung zu [Variable]: (a) Geschlecht erhoben mittels Schülerfragebogen, (g) Migrationshintergrund erhoben mittels Steckbriefes zur Erfassung familiärer Hintergründe, (h) Schulform

FORSCHUNGSFRAGE 3

In den Forschungsfragen 3a–i ist von Interesse, ob sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von der Ausprägung einer jeweiligen Variable unterschiedlich voneinander entwickeln. Dafür werden je Variable zweifaktorielle Varianzanalysen mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit gerechnet (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe). Über die Entwicklung mathematischer Kompetenzen und diese beeinflussende Faktoren gibt es bislang nur einen gering ausgeprägten Forschungsstand (Schneider et al., 2013; siehe Kapitel 2 und Kapitel 4), weshalb nachfolgend explorative Fragestellungen statt statistischer Vorhersagen und Hypothesen formuliert werden, um die dritte Forschungsfrage zu beantworten. Ein signifikanter *Innersubjekteffek*t zeigt an, dass sich die Leistungen zwischen den Messzeitpunkten voneinander unterscheiden. Ein signifikanter *Zwischensubjekteffekt* bedeutet, dass ein Unterschied zwischen den untersuchten Gruppen besteht. Ein signifikanter *Interaktionseffekt* gibt dabei Auskunft über unterschiedliche Entwicklungen.

Die einzelnen explorativen Fragen ($EF_{3a–i}$) entsprechen folgendem Muster:

Kasten 8.2: Statistische Vorhersagen – Ableitung explorativer Fragen für Forschungsfrage 3

> Ist in der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit der Interaktionseffekt signifikant und zeigt er somit eine unterschiedliche Entwicklung im Subtest Rechenoperationen des HRT 1–4 in Abhängigkeit von der Ausprägung der Variable [Variable] bei Schülerinnen und Schülern innerhalb der fünften Jahrgangsstufe an?

Anmerkung zu [Variable]: (a) Geschlecht erhoben mittels Schülerfragebogen, (b) kognitive Leistungsfähigkeit gemessen am CFT 20-R, (c) Lesekompetenz gemessen am SLS 1–4, (d) Lernverhalten gemessen an der LSL, (e) Sozialverhalten gemessen an der LSL, (f) Soziale Herkunft erhoben mittels Steckbriefes zur Erfassung familiärer Hintergründe, (g) Migrationshintergrund erhoben mittels Steckbrief zur Erfassung familiärer Hintergründe, (h) Schulform, (i) Leistungsheterogenität der Klasse ermittelt anhand HRT-Leistung in t_{1a}

9 Ergebnisse

9.1 Deskriptive Beschreibung der Stichprobe

Durch die oben beschriebene Rekrutierung der Schulen ergibt sich ein Gruppenumfang von in Frage kommenden Schülerinnen und Schülern von $N = 378$. Aufgrund zwei fehlender Genehmigungen der Erziehungsberechtigten zur Teilnahme an der Untersuchung reduziert sich die Stichprobe um zwei Schülerinnen und Schüler auf N =376. Nachfolgend wird die Stichprobe unter Berücksichtigung soziodemographischer Aspekte sowie der Lernausgangslage dargestellt.

SOZIODEMOGRAPHISCHE BESCHREIBUNG DER STICHPROBE

Die Angaben zu soziodemographischen Merkmalen der Stichprobe werden in Tabelle 9.1 zusammengefasst. Die Stichprobe setzt sich aus 202 (53.7 %) männlichen und 174 (46.3 %) weiblichen Teilnehmern zusammen. Im Schnitt beläuft sich das durchschnittliche Alter auf 10;8 Jahre, wobei die jüngste teilnehmende Person zum Zeitpunkt des ersten Messzeitpunkts 9,6 Jahre und die älteste teilnehmende Person 13;1 Jahre alt ist.

Mit 76.1 % besucht der Großteil der Schülerinnen und Schülern eine Integrierte Gesamtschule (Oberschule: 23.9 %), wobei durchschnittlich 25 Schülerinnen und Schüler in einer Klasse sind. Innerhalb der Untersuchungsgruppe gibt es Schülerinnen und Schüler mit einem sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf, wobei sich die Gruppe mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf im schulischen Lernen mit 5.6 % an der Gesamtstichprobe als der am stärksten vertretene Förderschwerpunkt herauskristallisiert. Insgesamt ergibt ein Anteil von 8.3 % von Schülerinnen und Schülern mit einem sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf an der Gesamtgruppe; damit liegt diese Gruppe über der Förderquote von 5.3 % des Landes Niedersachsen (Klemm, 2015, S. 11).

Tabelle 9.1: Soziodemographische Beschreibung der Stichprobe

Merkmal	Ausprägung	Anteil innerhalb der Untersuchungsgruppe: *n* (%)
Geschlecht	Männlich	202 (53.7)
	Weiblich	174 (46.3)
	Fehlende Angabe	0 (0)
	gesamt	376
Alter	9;0–9;9	5 (1.3)
	10;0–10;9	233 (62.0)
	11;0–11;9	116 (30.9)
	12;0–12;9	17 (4.5)
	13;0–13;9	2 (0.5)
	Ø Alter	*10;8*
	Fehlende Angabe	3 (0.8)

Fortsetzung Tabelle nächste Seite

Fortsetzung Tabelle

Merkmal	Ausprägung		Anteil innerhalb der Untersuchungsgruppe: *n* (%)
Sonderpädagogischer Unterstützungsbedarf	Lernen		21 (5.6)
	Emotional-soziale Entwicklung		7 (1.9)
	Geistige Entwicklung		2 (0.5)
	Körperlich-motorische Entwicklung		0 (0)
	Hören		1 (0.3)
	Kein Unterstützungsbedarf		317 (84.3)
	Fehlende Angabe		28 (7.4)
Besuchte Schulform	OBS		90 (23.9)
	IGS		286 (76.1)
Klassengröße	*∅ Anzahl Schülerinnen und Schülern*		25
Sprache zu Hause	Deutsch		237 (63.0)
	Deutsch und eine weitere Sprache		84 (22.3)
	Nicht Deutsch		10 (2.7)
	Fehlende Angabe		45 (12.0)
Geburtsland des Kindes ist Deutschland	Ja		318 (84.6)
	Nein		12 (3.2)
	Fehlende Angabe		2 (0.5)
Geburtsland der Eltern ist Deutschland	Mutter	Ja	234 (62.2)
		Nein	85 (22.6)
		Geburtsland unbekannt	12 (3.2)
		Fehlende Angabe	45 (12.0)
	Vater	Ja	220 (58.5)
		Nein	86 (22.9)
		Geburtsland unbekannt	24 (6.4)
		Fehlende Angabe	46 (12.2)
Anzahl Bücher	Keine oder nur sehr wenige		20 (5.3)
	Genug, um ein Regalbrett zu füllen		52 (13.8)
	Genug, um ein Regal zu füllen		82 (21.8)
	Genug, um drei Regale zu füllen		65 (17.3)
	Viel mehr als drei Regale		105 (27.9)
	Fehlende Angabe		52 (13.8)
Anzahl Geschwister	0		57 (15.2)
	1		153 (40.7)
	>2		98 (26.0)
	∅ Anzahl Geschwister		*1.3*
	Fehlende Angabe		68 (18.1)
Familienform	Paarbeziehung		255 (67.8)
	Alleinerziehend		66 (17.6)
	Fehlende Angabe		51 (13.6)
Vereinszugehörigkeit	Ja		185 (49.2)
	Nein		146 (38.3)
	Fehlende Angabe		45 (12.0)
Musikunterricht außerhalb der Schule	Ja		54 (14.4)
	Nein		277 (73.7)
	Fehlende Angabe		45 (12.0)

LERNAUSGANGSLAGE

Tabelle 9.2 stellt die Lernausgangslage der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler dar. Dezidierte Angabe zur Überprüfung auf Normalverteilung der mathematischen Basiskompetenzen in den Teilstichproben sind Anhang 3 zu entnehmen.

Abbildung 9.1 stellt die Verteilung der HRT-Leistungen zu Messzeitpunkt t_{1a} dar:

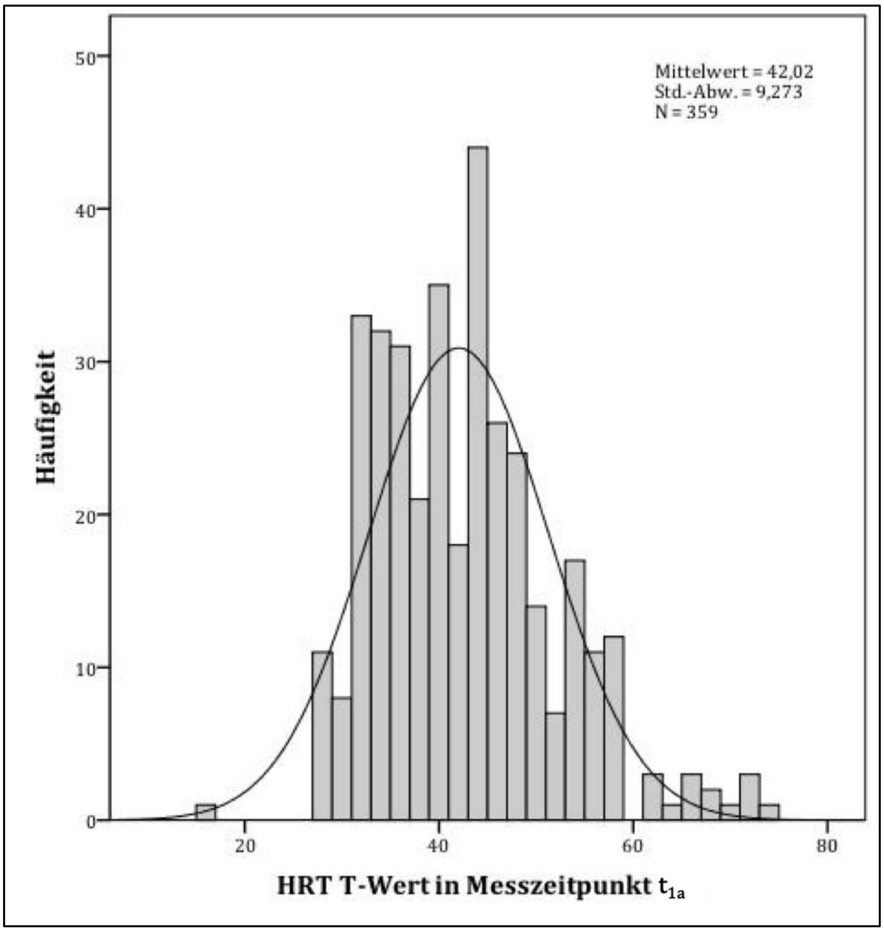


Abbildung 9.1: Verteilung der Rechenleistung in der Stichprobe in t_{1a}

Mit einem mittleren T-Wert von 42.02 schneidet die Untersuchungsgruppe zu Beginn der fünften Jahrgangsstufe (Messzeitpunkt t_{1a}) deutlich schlechter ab als die Normierungsstichprobe des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) am Ende der vierten Jahrgangsstufe und liegt somit knapp über dem festgelegten cut-off-Wert von 40 T-Wert-Punkten.

Um eine zuverlässige Einteilung der Schülerinnen und Schüler in die Gruppen *niedriges* und *unauffälliges Ausgangsniveau* zu ermöglichen, werden die mathematischen Basiskompetenzen durch die Messergebnisse in den Messzeitpunkten t_{1a} und t_{1b} repräsentiert. Zur Gruppe *niedriges Ausgangsniveau* zählen Schülerinnen und Schüler, die in beiden Messzeitpunkten t_{1a} und t_{1b} einen T-Wert kleiner 40 erzielen; Schülerinnen und Schüler, die dieser Beschreibung nicht entsprechen, werden der Gruppe *unauffälliges Ausgangsniveau* zugeordnet. Mit diesem Vorgehen soll der Regressionseffekt verringert werden. Es werden Ergebnisse aus der Subskala Rechenoperationen aus dem

Heidelberger Rechentest 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) referiert, wobei der T_{mT_1}-Wert, der den standardisierten durchschnittlichen T-Wert der sechs Subtests für die Subskala Rechenoperationen meint, den Bezugsrahmen darstellt. Klassifiziert nach den Leistungsbereichen werden die Leistungen der Schülerinnen und Schüler wie folgt verortet: Der Großteil der Schülerinnen und Schüler von 62.2 % erreicht einen durchschnittlichen oder überdurchschnittlichen T-Wert von ≥ 40. Mit 29.3 % der Schülerinnen und Schülern kristallisiert sich eine Risikogruppe heraus, welche zu Beginn der Untersuchung über unterdurchschnittliche mathematische Basiskompetenzen in den Messzeitpunkten t_{1a} und t_{1b} verfügt. Der Shapiro-Wilk-Test auf Normalverteilung zeigt an, dass die mathematische Basiskompetenz innerhalb der Stichprobe nicht normalverteilt ist ($p_{S-W} <$ .001).

Die kognitiven Fähigkeiten werden durch den CFT 20–R (Weiß, 2006) ermittelt. Der durchschnittliche IQ-Wert beläuft sich auf 96.46 IQ-Punkten bei einer Standardabweichung von SD: 14.78 (fehlende Werte 8.0 %). Hinsichtlich der Normalverteilung ist diese innerhalb der Stichprobe mit $p_{S-W} = .57$ als gegeben zu erachten.

Die Lesekompetenz wird in Form des Lesequotienten angegeben, der mittels des Salzburger Lesescreenings 1–4 (Mayringer & Wimmer, 2008) erhoben wird. Hier ergibt sich ein durchschnittlicher Lesequotient von 87.29 (SD: 17.103, fehlende Werte: 8.5 %). Der Großteil der Schülerinnen und Schüler bewegt sich mit 55.6 % im Bereich der unterdurchschnittlichen Leseleistungen. Die Bedingung der Normalverteilung wird verletzt ($p_{S-W} < .001$). Untersucht man die kombinierte Häufigkeit von Schwierigkeiten im Lesen und im Rechnen, ergibt sich nur für den Messzeitpunkt t_{1a} folgendes Bild:

- keine Schwierigkeiten: 32.3 % ($t_{1a_{HRT}} \geq 40 \wedge t_{1a_{SLS}} \geq 90$),
- Schwierigkeiten im Lesen: 20.5 % ($t_{1a_{HRT}} \geq 40 \wedge t_{1a_{SLS}} < 90$),
- Schwierigkeiten im Rechnen: 8.0 % ($t_{1a_{HRT}} < 40 \wedge t_{1a_{SLS}} \geq 90$),
- kombinierte Schwierigkeiten: 30.1 % ($t_{1a_{HRT}} < 40 \wedge t_{1a_{SLS}} < 90$)

Abweichungen der Prozentangaben in der Gruppe von Schülerinnen und Schüler mit kombinierten Schwierigkeiten und nur mit Schwierigkeiten im Rechnen von den oben berichteten Gruppen mit niedrigem vs. unauffälligem Ausangsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen erklären sich über den beziehungsweise die betrachteten Messzeitpunkte (Messzeitpunkt t_{1a} beziehungsweise Messzeitpunkte t_{1a} und t_{1b} *gemeinsam*).

Hinsichtlich des Sozial- und Lernverhaltens, welches mittels der Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (Petermann & Petermann, 2013) erhoben wird, ergibt sich für keine der Subskalen des Lern- beziehungsweise Sozialverhaltens eine Normalverteilung. Die Ergebnisse für die einzelnen Subtests sind Tabelle 9.2 zu entnehmen.

Tabelle 9.2: Beschreibung der Lernvoraussetzungen der Stichprobe

Merkmal		Ausprägung	Anteil innerhalb der Untersuchungsgruppe: *n* (%)
Mathematische Basiskompetenz		$T_{t_{1a} \wedge t_{1b}} < 40$	110 (29.3)
		$T_{t_{1a} / t_{1b}} \geq 40$	234 (62.2)
		$T_{t_{1a} \wedge t_{1b}}$ fehlend	32 (8.5)
		$\emptyset\ T_{t_{1a} \wedge t_{1b}}$	*43.25*
Kognitive Fähigkeiten		$IQ \leq 70$	15 (4.0)
		$71 < IQ < 84$	51 (13.6)
		$85 < IQ < 100$	156 (41.5)
		$101 < IQ < 114$	89 (23.7)
		$115 < IQ < 129$	28 (7.4)
		$IQ \geq 130$	7 (1.9)
		IQ fehlend	30 (8.0)
		$\emptyset\ IQ$	*96.46*
Lesekompetenz		$LQ < 90$	209 (55.6)
		$90 < LQ < 109$	96 (25.5)
		$LQ \geq 110$	39 (10.4)
		LQ fehlend	32 (8.5)
		$\emptyset\ LQ$	*87.29*
Sozialverhalten	Kooperation	$T < 40$	31 (8.2)
		$40 < T < 60$	149 (39.7)
		$T > 60$	0 (0)
		T fehlend	196 (52.1)
		$\emptyset\ T$	*49.01*
	Selbstwahrnehmung	$T < 40$	22 (5.9)
		$40 < T < 60$	121 (32.2)
		$T > 60$	37 (9.8)
		T fehlend	196 (52.1)
		$\emptyset\ T$	*51.52*
	Selbstkontrolle	$T < 40$	21 (5.6)
		$40 < T < 60$	134 (35.6)
		$T > 60$	25 (6.6)
		T fehlend	196 (52.1)
		$\emptyset\ T$	*50.52*
	Einfühlungsvermögen	$T < 40$	37 (9.8)
		$40 < T < 60$	143 (38.0)
		$T > 60$	0 (0)
		T fehlend	196 (52.1)
		$\emptyset\ T$	*49.12*

Fortsetzung Tabelle nächste Seite

Fortsetzung Tabelle

Merkmal		Ausprägung	Anteil innerhalb der Untersuchungsgruppe: n (%)
Sozialverhalten	Angemessene Selbstbehauptung	$T < 40$	27 (7.2)
		$40 < T < 60$	154 (40.7)
		$T > 60$	0 (0)
		T fehlend	196 (52.1)
		$\emptyset\ T$	*49.66*
	Sozialkontakt	$T < 40$	20 (5.3)
		$40 < T < 60$	132 (35.1)
		$T > 60$	28 (7.4)
		T fehlend	196 (52.1)
		$\emptyset\ T$	*50.18*
Lernverhalten	Anstrengungsbereitschaft	$T < 40$	25 (6.6)
		$40 < T < 60$	130 (34.6)
		$T > 60$	25 (6.6)
		T fehlend	196 (52.1)
		$\emptyset\ T$	*50.19*
	Konzentration	$T < 40$	30 (8.0)
		$40 < T < 60$	121 (32.2)
		$T > 60$	29 (7.7)
		T fehlend	196 (52.1)
		$\emptyset\ T$	*50.91*
	Selbstständigkeit	$T < 40$	45 (12.0)
		$40 < T < 60$	135 (35.9)
		$T > 60$	0 (0)
		T fehlend	196 (52.1)
		$\emptyset\ T$	*46.42*
	Sorgfalt beim Lernen	$T < 40$	27 (7.2)
		$40 < T < 60$	153 (40.7)
		$T > 60$	0 (0)
		T fehlend	196 (52.1)
		$\emptyset\ T$	*46.29*

DARSTELLUNG DROPOUT

Eine Schwierigkeit für längsschnittlich angelegte Studien ist die Stichprobenmortalität. Das heißt, dass die Probandenanzahl über die Messzeitpunkte hinweg einen Verlust zu verzeichnen hat (Köller, 2015, S. 338). Nachfolgend werden die Dropout-Raten für die vorliegende Untersuchung in Abbildung 9.2 dargestellt, wobei diese nach Messzeitpunkt gesondert betrachtet und Dropout-Gründe differenziert berücksichtigt werden. Die jeweils betroffenen Variablen werden angeführt. Von den eingangs 378 potentiellen Teilnehmerinnen und Teilnehmern wurde für zwei Personen die Teilnahme durch die Erziehungsberechtigten verwehrt, woraus sich eine Stichprobe von 376 Schülerinnen und Schülern ergibt, die in die Erhebungen mit einbezogen werden und somit der Untersuchungsgruppe zugewiesen werden. In den einzelnen Messzeitpunkten ergibt sich aus verschiedenen Gründen ein Dropout, hier dargestellt in Relation zur Anzahl aller potentiellen

Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Untersuchungsgruppe ($N = 376$). Die Gründe für den Dropout werden durch die jeweils betreuenden Studierenden vermerkt.

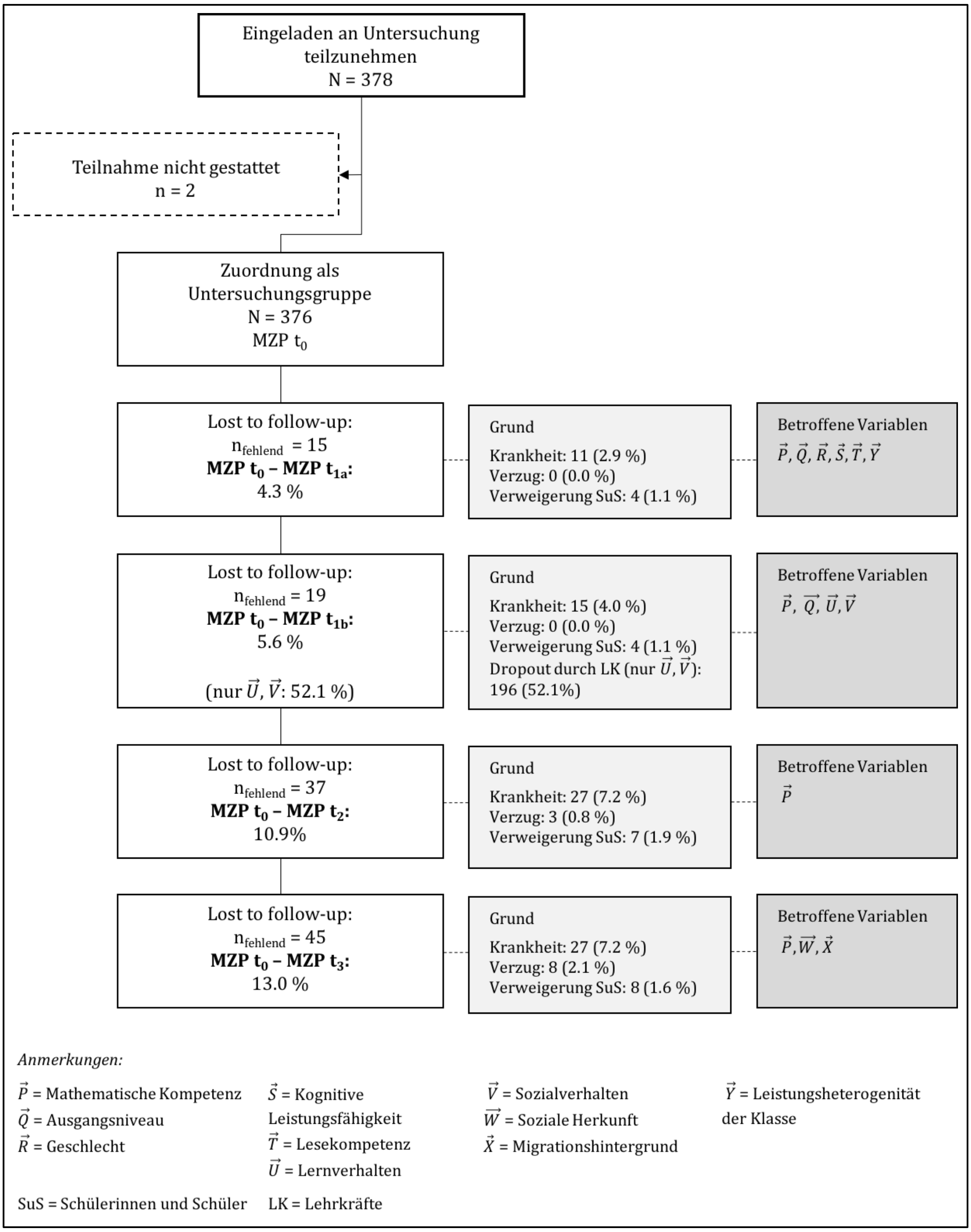


Abbildung 9.2: Darstellung des Dropouts

Zu erkennen ist, dass die Dropout-Quote mit Anzahl der Messzeitpunkte steigt, sodass zum Zeitpunkt der letzten Erhebung eine Dropout-Quote von 13.0 % zu verzeichnen ist. In allen Messzeitpunkten ist als vornehmlicher Grund *Krankheit* zu nennen. Weiterhin ist eine hohe Dropoutquote (52.1 %) für die Variablen Sozial- und Lernverhalten zu benennen, die daraus resultiert, dass sich sechs Lehrkräfte angesichts einer durch das Manual vorgegebenen begrenzten Beobachtungszeit von vier Wochen nicht dazu in der Lage sahen, ihre am Anfang der Jahrgangsstufe 5 noch neuen Schülerinnen und Schüler hinsichtlich ihres Lern- und Sozialverhaltens mit der LSL (Petermann & Petermann, 2013) einzuschätzen. Weiterhin bedingt ein Lehrerwechsel, dass eine weitere Lehrkraft keine Aussage mithilfe der LSL (Petermann & Petermann, 2013) für eine ganze Klassen tätigen konnte.

9.2 Fragestellung 1: Allgemeine Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangstufe

Der erste Hypothesenblock betrachtet den Zuwachs mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe. Zunächst wird in Hypothese 1a die allgemeine Entwicklung der gesamten Untersuchungsgruppe *gemeinsam* betrachtet. Dabei liefert eine einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit das Ergebnis, inwiefern sich die mathematischen Basiskompetenzen für *alle* Schülerinnen und Schüler gemeinsam entwickeln. Hypothese H1b betrachtet die Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe, indem für jede Rechenart eine einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit berechnet wird. So können Rückschlüsse auf die Lösungshäufigkeit über die Messzeitpunkte hinweg gezogen werden. In Hypothese 1c wird anhand des Ausgangsniveaus in Messzeitpunkt t_1 die Entwicklung von Schülerinnen und Schülern mit niedrigem Ausgangsniveau im Vergleich zu ihren Mitschülerinnen und Mitschülern betrachtet.

ERGEBNISSE HYPOTHESE 1A

Hypothese 1a untersucht den Entwicklungsverlauf aller teilnehmenden Schülerinnen und Schüler. Als intervallskaliertes Merkmal für die mathematischen Basiskompetenzen dient als Referenz die Subskala Rechenoperationen des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005), die über alle drei Messzeitpunkte betrachtet wird.

Eine einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit soll feststellen, ob zwischen den Messzeitpunkten in den mathematischen Basiskompetenzen ein statistisch relevanter Unterschied besteht. Hierfür gilt es, die Voraussetzungen der Varianzanalyse zu überprüfen.

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist verletzt ($p_M = .045, \varepsilon = .98$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Die nachfolgende Tabelle präsentiert die zentralen Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung:

Tabelle 9.3: **Zentrale Kennwerte der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit – Allgemeine Entwicklung (Hypothese 1a)**

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen			Innersubjekteffekt$_{H-F}$		
Zeit	N	M	SD	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_C)
t_{1a}	289	42.27	9.30	159.60	<.001	.36 *(1.49)*
t_2		46.09	10.21			
t_3		47.81	10.50			

Anmerkungen: Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit); Ergebnisse des Innersubjekteffekts (p, η^2, d)

Die Ergebnisse der ANOVA mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit gibt an, dass der *Innersubjekteffekt* mit $p_{H-F} < .001$ signifikant ist ($F_{H-F}(1.97, 567.75) = 159.60$, ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .36$). Somit ist die durchschnittliche Leistung in der Subskala Rechenoperationen des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) in Abhängigkeit von den Messzeitpunkten signifikant verschieden, wobei ein großer Effekt zu erkennen ist. Der nachfolgende Bonferroni-korrigierte post-hoc-Test bildet ab, zwischen welchen Messzeitpunkten signifikante Unterschiede liegen, da die Varianzanalyse als „Omnibusverfahren“ zunächst nur mitteilt, ob überhaupt Unterschiede ausgemacht werden können (Backhaus et al., 2016, S. 196).

Tabelle 9.4: **Bonferroni-korrigierte post-hoc-Analyse für mittlere Differenz der T-Werte zwischen den Messzeitpunkten t_{1a}–t_3 (Hypothese 1a)**

		MZPj	
		t_2	t_3
MZPi	t_{1a}	3.81*** ($d_C = .78$)	5.54*** ($d_C = 1.03$)
	t_2	–	1.72*** ($d_C = .32$)

Anmerkungen: *** mittlere Differenz ist auf dem .001-Niveau signifikant, Veränderung von MZPi auf MZPj

Die durchschnittliche Leistung im standardisierten Testverfahren HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) ist somit zwischen allen paarweise untersuchten Messzeitpunkten auf dem .001-Signifikanzniveau voneinander unterschiedlich.

Abbildung 9.3 stellt die Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen aller teilnehmenden Schülerinnen und Schüler innerhalb der fünften Jahrgangsstufe dar. Zu erkennen ist, dass die Leistungen durchschnittlich mit jedem Messzeitpunkt ansteigen, wobei ein durchschnittlicher Zuwachs von Messzeitpunkt t_{1a} zu t_3 von 5.54 T-Wert-Punkten zu erkennen ist, was einem starken Effekt (hier: $d_C = 1.03$) entspricht (siehe Tabelle 9.4). Zwischen den Messzeitpunkten t_{1a} und t_2 verbessern sich die Schülerinnen und Schüler im Mittel um einen mittleren Effekt ($d_C = .78$). Die Entwicklung von Messzeitpunkt t_2 zu t_3 entspricht einem kleinen Effekt ($d_C = .32$).

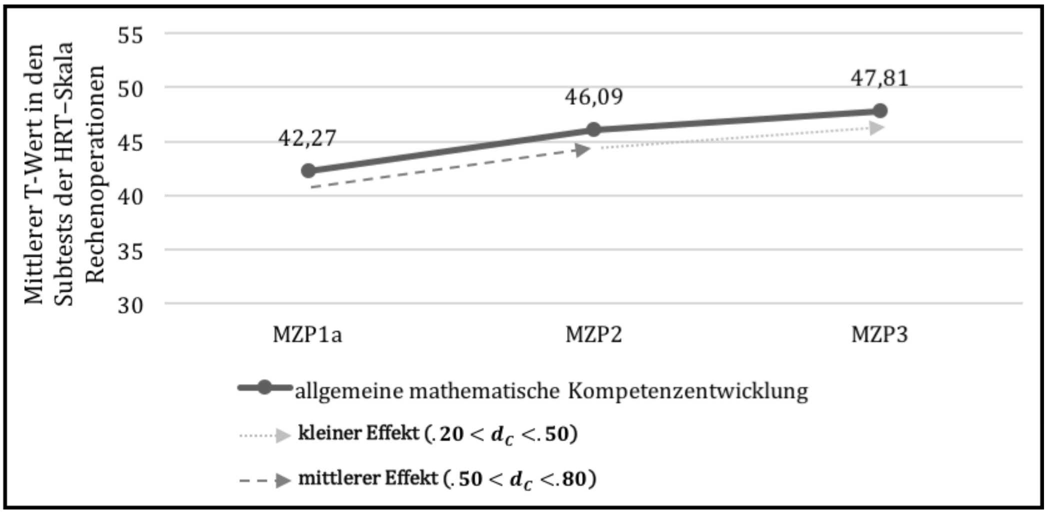


Abbildung 9.3: Allgemeine Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen in der fünften Jahrgangsstufe

ERGEBNISSE HYPOTHESE 1B

Hypothese 1b beschäftigt sich mit der Entwicklung in den vier Grundrechenarten Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division gemessen an den Resultaten im HRT 1–4. Zur Bearbeitung dieser Annahmen wird eine einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit auf Basis der durchschnittlich erreichten Rohwertpunkte eingesetzt. Anhang 5 stellt diese Entwicklung dar.

Deskriptiv betrachtet ist dabei zu erkennen, dass in den Testzeitpunkte t_{1a} bis t_3 innerhalb einer jeden Grundrechenart mit jedem Messzeitpunkt mehr Aufgaben in den Subtests gelöst werden. Zugleich ergibt sich ein Ranking von hoher zu niedriger Lösungswahrscheinlichkeit der Grundrechenarten in folgender Reihenfolge: Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division.

<u>Addition</u>

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist nicht verletzt ($p_M = .82$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Die Ergebnisse der ANOVA mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (siehe Tabelle 9.5) zeigen für den *Innersubjekteffekt* an, dass dieser mit $p < .001$ signifikant ist ($F(2, 576) = 46.07$, ${\eta_p}^2 = .14$), somit ist ein statistisch signifikanter Unterschied zwischen den Messzeitpunkten nachgewiesen, wobei die Leistungen signifikant ansteigen.

Tabelle 9.5 fasst die Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit für die Grundrechenart Addition zusammen.

Tabelle 9.5: Zentrale Kennwerte der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit – Addition (Hypothese 1b)

	Aufgaben der Addition			Innersubjekteffekt		
Zeit	N	M	SD	F	p $(1-\beta)$	${\eta_2}^2$ (d_C)
t_{1a}	289	27.05	4.74	46.07	<.001	.14 *(.80)*
t_2		27.62	4.95			
t_3		28.82	4.97			

Anmerkungen: Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit); Ergebnisse des Innersubjekteffekts (p, η^2, d)

Die zentrale Aussage von Tabelle 9.6 ist, dass für die Rechenart Addition alle Messzeitpunkte auf dem .01-Signifikanzniveau unterschiedlich voneinander sind.

Tabelle 9.6: Bonferroni-korrigierte post-hoc-Analyse für mittlere Differenz der T-Werte zwischen den Messzeitpunkten t_{1a}–t_3 – Addition (Hypothese 1b)

		MZPj	
		t_2	t_3
MZPi	t_{1a}	0.56** ($d_C = .18$)	1.77** ($d_C = .57$)
	t_2	–	1.20** ($d_C = .37$)

Anmerkungen: ** mittlere Differenz ist auf dem .01-Niveau signifikant, Veränderung von MZPi auf MZPj

Subtraktion

Die einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit für die Aufgaben der *Subtraktion* über die drei Messzeitpunkte hinweg ergibt folgende Resultate.

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der einfaktoriellen Varianzanalyse.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist verletzt ($p_M = .04, \varepsilon = .98$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Für den *Innersubjekteffekt* ergibt sich mit $p_{H-F} < .001$ ein signifikanter Haupteffekt, mit $F_{H-F}(1.97, 563.79) = 23.85$ und ${\eta_p}^2_{H-F} = .08$ (siehe Tabelle 9.7).

Tabelle 9.7: Zentrale Kennwerte der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit – Subtraktion (Hypothese 1b)

	Aufgaben der Subtraktion			Innersubjekteffekt$_{\mathrm{H-F}}$		
Zeit	N	M	SD	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_C)
t1a	289	25.48	5.71	23.85	<.001	.08 *(.57)*
t2		26.38	5.88			
t3		27.00	5.79			

Anmerkungen: Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit); Ergebnisse des Innersubjekteffekts (p, η^2, d)

Die Ergebnisse in Tabelle 9.8 zeigen auf, dass es zwischen allen Messzeitpunkten zu signifikanten Leistungsunterschieden auf dem .01-Signifikanzniveau in den Aufgaben der Subtraktion kommt. Die zentralen Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit werden für die Grundrechenart Subtraktion in Tabelle 9.7 dargestellt.

Tabelle 9.8: Bonferroni-korrigierte post-hoc-Analyse für mittlere Differenz der T-Werte zwischen Messzeitpunkten t1a–t3 – Subtraktion (Hypothese 1b)

		MZPj	
		t2	t3
MZPi	t1a	0.90** ($d_C = .26$)	1.52** ($d_C = .37$)
	t2	–	0.63** ($d_C = .16$)

Anmerkungen: ** mittlere Differenz ist auf dem .01-Niveau signifikant, Veränderung von MZPi auf MZPj

Multiplikation

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit für die Grundrechenart der Multiplikation:

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist verletzt ($p_M < .001, \varepsilon = .95$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar. Tabelle 9.9 gibt die zentralen Kennwerte der durchgeführten Varianzanalyse wider:

Tabelle 9.9: Zentrale Kennwerte der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit – Multiplikation (Hypothese 1b)

	Aufgaben der Multiplikation			Innersubjekteffekt$_{\mathrm{H-F}}$		
Zeit	N	M	SD	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_C)
t1a	289	20.70	5.96	14.50	<.001	.05 *(.45)*
t2		21.50	5.87			
t3		22.11	6.41			

Anmerkungen: Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit); Ergebnisse des Innersubjekteffekts (p, η^2, d)

Für den *Innersubjekteffekt* zeigt sich folgendes Ergebnis: Mit $p_{H-F} < .001$ ergibt sich ein signifikanter Haupteffekt ($F_{H-F}(1.90, 548.15) = 14.50$, ${\eta_p}^2_{H-F} = .05$). Der Bonferroni-korrigierte post-hoc-Test ergibt, dass sich die Messzeitpunkte wie in Tabelle 9.10 dargestellt signifikant voneinander unterscheiden. Demnach unterscheiden sich alle Messzeitpunkte signifikant voneinander.

Tabelle 9.10: **Bonferroni-korrigierte post-hoc-Analyse für mittlere Differenz der T-Werte zwischen den Messzeitpunkten t_{1a}–t_3 – Multiplikation (Hypothese 1b)**

		MZPj	
		t_2	t_3
MZPi	t_{1a}	0.80** ($d_C = .19$)	1.41** ($d_C = .30$)
	t_2	–	0.61* ($d_C = .15$)

Anmerkungen: ** mittlere Differenz ist auf dem .01-Niveau signifikant, * mittlere Differenz ist auf dem .05-Niveau signifikant, Veränderung von MZPi auf MZPj

<u>Division</u>

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist nicht verletzt ($p_M = .34$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar. Für den *Innersubjekteffekt* ergibt sich mit $p < .001$ ein signifikantes Ergebnis ($F(2, 576) = 43.20$, ${\eta_p}^2 = .13$; siehe Tabelle 9.11).

Tabelle 9.11: **Zentrale Kennwerte der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit – Division (Hypothese 1b)**

	Aufgaben der Division			Innersubjekteffekt		
Zeit	N	M	SD	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_C)
t_{1a}	289	18.87	7.68	43.20	<.001	.13 *(.77)*
t_2		21.11	7.50			
t_3		21.60	7.82			

Anmerkungen: Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit); Ergebnisse des Innersubjekteffekts (p, η^2, d)

In Tabelle 9.12 werden die Ergebnisse des Bonferroni-korrigierten post-hoc-Tests dargestellt. Für alle Testzeitpunkte gilt, dass sie sich auf dem .01-Signifikanzniveau unterscheiden.

Tabelle 9.12: **Bonferroni-korrigierte post-hoc-Analyse mittlere Differenz der T-Werte zwischen den Messzeitpunkten t_{1a}–t_3 – Division (Hypothese 1b)**

		MZPj	
		t_2	t_3
MZPi	t_{1a}	2.25** ($d_C = .43$)	2.74** ($d_C = .52$)
	t_2	–	0.49 ($d_C = .10$)

Anmerkungen: ** mittlere Differenz ist auf dem .01-Niveau signifikant, Veränderung von MZPi auf MZPj

ERGEBNISSE HYPOTHESE 1C

Hypothese 1c geht davon aus, dass die Entwicklung interindividueller Leistungen in den mathematischen Basiskompetenzen von Messzeitpunkt t_{1a} bis einschließlich t_3 in Abhängigkeit vom Ausgangsniveau in t_1 verschieden ist (für die Einteilung der Gruppen siehe Kapitel 7.3 und Kapitel 9.1).

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist verletzt ($p_M < .001, \varepsilon = .90$)
- Homogenität der Gruppenvarianz ist verletzt ($p_{L_{t2 \wedge t3}} < .001, F_{max_{t1a}} = 2.23$, $F_{max_{t2}} = 2.02, F_{max_{t3}} = 0.20$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Anhang 6 zeigt die Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe über die Messzeitpunkte t_{1a}, t_2 und t_3 differenziert nach dem in t_{1a} und t_{1b} ermittelten Ausgangsniveau. Es zeigt sich, dass beide untersuchten Gruppen (cut-off: $T_{HRT} = 40$) mit jedem Messzeitpunkt einen durchschnittlich höheren T-Wert erreichen, sodass die durchschnittliche Differenz zwischen den Messzeitpunkten t_{1a} und t_3 für die Schülerinnen und Schüler mit niedrigem Ausgangsniveau 5.12 T-Wert-Punkte und für die gemeinsame Gruppe aus Schülerinnen und Schülern mit durchschnittlichem und hohem Ausgangsniveau 5.90 T-Wert-Punkte beträgt. Deskriptiv betrachtet vollziehen Schülerinnen und Schüler mit durchschnittlichem oder hohem Ausgangsniveau einen parallelen Leistungszuwachs von t_{1a} zu t_2 zu t_3.

Tabelle 9.13 fasst die relevanten Kennwerte für die zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit zusammen.

Tabelle 9.13: Zentrale Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Hypothese 1c)

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen						Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung			
	Gruppe 1: nA			Gruppe 2: uA						
Zeit	n	M	SD	n	M	SD	Effekt:	F	p $(1-\beta)$	η_p^2 (d_C)
t_{1a}	85	33.28	2.99	191	46.44	8.06	Innersubj.$_{H-F}$	128.03	<.001	.32 *(1.37)*
t_2		36.60	4.38		50.64	8.83	Zw.subj.	229.68	<.001	.46 *(1.85)*
t_3		38.40	5.10		52.34	9.14	Interaktion.$_{H-F}$	0.94	.39 *(63 %)*	.003 *(0.11)*

Anmerkungen: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe (niedriges Ausgangsniveau, *nA* vs. unauffälliges Ausgangsniveau, *uA*), Innersubj. = Innersubjekteffekt, Zw.subj. = Zwischensubjekteffekt, Interaktion. = Interaktionseffekt, H-F = Huynh-Feld-Korrektur

Der *Interaktionseffekt* ist mit $p_{H-F} = .39$ ($F_{H-F}(2, 548) = .94, {\eta_p}^2_{H-F} = .003$) nicht signifikant. Die Entwicklung innerhalb der fünften Jahrgangsstufe ist in Abhängigkeit von der

Gruppenzugehörigkeit nicht signifikant unterschiedlich. Die Teststärke ist mit 63 % nicht als ausreichend zu beurteilen, um die Alternativhypothese zu verwerfen.

Der *Innersubjekteffekt* wird mit $p_{H-F} < .001$ ($F_{H-F}(2{,}548) = 128.03$, ${\eta_p}^2_{H-F} = .32$) signifikant, was darauf hinweist, dass sich beide Gruppen *gemeinsam* signifikant positiv entwickeln.

Für den *Zwischensubjekteffekt* ist zu berichten, dass mit $p < .001$, $F(1{,}274) = 229.68$ und ${\eta_p}^2 = .46$ ein signifikanter Unterschied zwischen den untersuchten Gruppen besteht.

9.3 Fragestellung 2: Zusammenhang zwischen ausgewählten Variablen als potentielle Einflussfaktoren und den mathematischen Basiskompetenzen

Die Fragestellung danach, ob es Zusammenhänge zwischen ausgewählten Variablen und den mathematischen Basiskompetenzen gibt, wird bearbeitet, indem Korrelationen zwischen der jeweiligen intervallskalierten Variable und den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} berechnet werden. Da die mathematischen Basiskompetenzen in t_{1a} nicht normalverteilt sind, wird die Rangkorrelation nach Spearman berechnet.

Tabelle 9.14: Zusammenhangsprüfung (Fragestellung 2)

	Variable	Zentrale Ergebnisse	HRT_{t1a}
H2b	Kognitive Leistungsfähigkeit	Korrelation nach Spearman	.30**
		Signifikanz	$< .001$
		N	337
H2c	Lesekompetenz	Korrelation nach Spearman	.42**
		Signifikanz	$< .001$
		N	341
H2d	Lernverhalten	Korrelation nach Spearman	.34**
		Signifikanz	$< .001$
		N	175
H2e	Sozialverhalten	Korrelation nach Spearman	.13
		Signifikanz $(1-\beta)$	.09 (*50 %*)
		N	175
H2f	Soziale Herkunft	Korrelation nach Spearman	.17**
		Signifikanz	$< .01$
		N	300
H2i	Leistungsheterogenität	Korrelation nach Spearman	–.001
		Signifikanz $(1-\beta)$	.99 (*99 %*)
		N	357

Anmerkungen: ** Korrelation auf dem .01-Niveau signifikant, * Korrelation auf dem .05-Niveau signifikant

Demnach korrelieren querschnittlich betrachtet folgende Variablen signifikant mit den mathematischen Basiskompetenzen in t_{1a}:

- Kognitive Leistungsfähigkeit,
- Lesekompetenz,
- Lernverhalten und
- soziale Herkunft

Für das Sozialverhalten wird keine Korrelation mit den mathematischen Basiskompetenzen in t_{1a} nachgewiesen, allerdings ist hier die Teststärke mit 50 % als unzureichend zu bezeichnen. Anders zeigt es sich für den Zusammenhang zwischen mathematischer Basiskompetenz und der Leistungsheterogenität: Auch hier zeigt sich kein signifikanter Zusammenhang, wobei die Teststärke von 99 % davon zeugt, dass mit großer Wahrscheinlichkeit kein Fehler zweiter Art begangen wird, wenn die H_1 verworfen wird.

Für die Untersuchung dichotomer Variablen (H2a: Geschlecht, H2f: Migrationshintergrund, H2h: Schulform) wird der zweiseitige *t*-Test bei unabhängigen Stichproben durchgeführt. Die Ermittlung der Effektstärke d_C erfolgt nach Borenstein (2009, S. 228 f.). Da die Voraussetzung der Normalverteilung verletzt ist (siehe Anhang 4), wird, obwohl laut Bortz und Schuster (2010, S. 122) der *t*-Test als ein robustes Verfahren dem gegenüber gilt, zur Absicherung der Mann-Whitney-*U*-Test bei unabhängigen Stichproben durchführt.

Tabelle 9.15: Ergebnis des zweiseitigen t-Tests bei unabhängigen Stichproben (Fragestellung 2)

	Variable	t	p $(1-\beta)$	d_C
EF2a	Geschlecht	0.76	.45 (*57 %*)	.08
EF2f	Migrationshintergrund	1.34	.18 (*52 %*)	.17
EF2h	Schulform	2.54**	.01	.31

Anmerkung: ** auf dem .01-Niveau signifikant, EF = explorative Frage

Der zur Absicherung durchgeführte Mann-Whitney-*U*-Test bei unabhängigen Stichproben liefert dasselbe Ergebnis. Demnach bestehen in Abhängigkeit vom Geschlecht und vom Migrationshintergrund keine statistisch bedeutsamen Unterschiede zwischen den untersuchten Gruppen, wohl aber zwischen den beiden untersuchten Schulformen. Es ist eine unzureichende Teststärke von 57 % (Geschlecht) beziehungsweise 52 % (Migrationshintergrund) zu berichten.

9.4 Fragestellung 3: Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in Abhängigkeit von ausgewählten Variablen

Fragestellung 3 untersucht mit ihren explorativen Fragen 3a bis 3i, wie sich die mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit von der Ausprägung einzelner Variablen entwickeln. Die explorativen Fragen, die einen Erkenntnisgewinn darüber anstreben, wie sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von der Ausprägung der jeweiligen Variable entwickeln, werden mithilfe zweifaktorieller Varianzanalysen mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit und sich anschließender Ermittlung der Effektstärke bearbeitet.

Es wird für jede explorative Frage 3a–i der Vollständigkeit wegen der jeweilige Innersubjekteffekt berichtet, obwohl dieser inhaltlich mit dem Innersubjekteffekt in Hypothese 1a identisch ist.

EXPLORATIVE FRAGE 3A: GESCHLECHT

Die *explorative Frage 3a* betrachtet die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen unter Berücksichtigung des Geschlechts.

Es zeigt sich, dass Mädchen (w) und Jungen (m) auf einem ähnlichen Niveau in Messzeitpunkt t_{1a} starten, wobei sich deskriptiv betrachtet bis zum Ende des Schuljahrs zu Messzeitpunkt t_3 ein leichter Schereneffekt zu Gunsten der Jungen ergibt ($\Delta_m(t_{1a}, t_3) = 5.8$, $\Delta_w(t_{1a}, t_3) = 5.21$; siehe Anhang 7).

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist verletzt ($p_M = .048, \varepsilon = .98$)
- Homogenität der Gruppenvarianz ist nicht verletzt ($p_{L_{t1 \wedge t2 \wedge t3}} > .05$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Für den *Interaktionseffekt* gilt es zu berichten, dass keine statistisch signifikante Interaktion zwischen dem Faktor Zeit (Messzeitpunkt) und dem Geschlecht mit $p_{H-F} = .58$ ($F_{H-F}(1.96, 562.21) = 0.54$, ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .002$) vorliegt (siehe Tabelle 9.16). Schülerinnen und Schüler entwickeln sich demnach nicht unterschiedlich. Relativierend sei die nicht ausreichende Teststärke ($1 - \beta = .72$) angeführt, die darauf hindeutet, dass möglicherweise zu Unrecht von einer gleichen Entwicklung der beiden Gruppen ausgegangen werden würde.

Der Haupteffekt *Innersubjekteffekt* gibt für beide Gruppen zusammen an, dass sich die durchschnittliche mathematische Basiskompetenz statistisch signifikant zwischen den untersuchten Messzeitpunkten unterscheidet ($F_{H-F}(1.96, 568.01) = 156.64$, $p_{H-F} < .001$, ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .35$).

Der Haupteffekt *Zwischensubjekteffekt* ergibt, dass hier kein signifikanter Effekt der Gruppe vorliegt ($F(1, 287) = .26, p = .61, {\eta_p}^2 = .001$). Die Zugehörigkeit zu einer jeweiligen Gruppe (hier: männlich, weiblich) ergibt keinen signifikanten Unterschied in der mathematischen Basiskompetenz in den Messzeitpunkten. Hier liegt mit $1 - \beta = .66$ keine ausreichende Teststärke vor, um von einer Gleichheit der Gruppen auszugehen.

Tabelle 9.16 präsentiert die zentralen Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit.

Tabelle 9.16: Zentrale Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Explorative Frage 3a)

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen						Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung			
	Gruppe 1: w			Gruppe 2: m						
Zeit	n	M	SD	n	M	SD	Effekt:	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_C)
t_{1a}		42.07	8.90		42.44	9.65	Innersubj.$_{\text{H-F}}$	156.64	<.001	.35 (*1.47*)
t_2	131	45.87	9.76	158	46.27	10.60	Zw.subj.	0.26	.61 (66 %)	.001 (0.06)
t_3		47.28	10.39		48.24	10.61	Interaktion.$_{\text{H-F}}$	0.54	.58 (72 %)	.002 (*0.09*)

Anmerkungen: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe (weiblich, *w* vs. männlich, *m*), Innersubj. = Innersubjekteffekt, Zw.subj. = Zwischensubjekteffekt, Interaktion. = Interaktionseffekt, H-F = Huynh-Feld-Korrektur

EXPLORATIVE FRAGE 3B: KOGNITIVE LEISTUNGSFÄHIGKEIT

Die *explorative Frage 3b* untersucht die Entwicklung mathematischer Basiskompetenz unter Berücksichtigung der kognitiven Leistungsfähigkeit.

Für den Vergleich von Schülerinnen und Schülern mit niedriger beziehungsweise unauffälliger kognitiver Leistungsfähigkeit wird ein cut-off-Wert von $IQ = 85$ gewählt.

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist nicht verletzt ($p_M = .30$)
- Homogenität der Gruppenvarianz ist verletzt ($p_{L_{t2}} = .02$, $p_{L_{t3}} = .01$, $F_{max_{t2}} = 1.89$, $F_{max_{t3}} = 1.90$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Anhang 8 illustriert die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in Abhängigkeit von der Ausprägung der kognitiven Leistungsfähigkeit. Die beiden Gruppen zeigen im ersten Messzeitpunkt ein unterschiedliches Ausgangsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen, wobei im zeitlichen Verlauf die Schülerinnen und Schüler mit unauffälliger kognitiver Leistungsfähigkeit deskriptiv betrachtet ein höheres Steigungsmaß (Δ_{t_{1a},t_3}: + 5.93 T-Wert-Punkte) zeigen als Schülerinnen und Schüler mit niedriger kognitiver Leistungsfähigkeit (Δ_{t_{1a},t_3}: + 4.08 T-Wert-Punkte).

Tabelle 9.17 präsentiert die zentralen Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung (Explorative Frage 3b).

Tabelle 9.17: **Zentrale Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Explorative Frage 3b)**

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen						Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung			
	Gruppe 1: nkL			Gruppe 2: ukL						
Zeit	n	M	SD	n	M	SD	Effekt:	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_C)
t_{1a}	48	38.00	6.81	224	42.89	8.93	Innersubj.	76.32	<.001	.22 (*1.06*)
t_2		40.88	7.23		46.90	9.91	Zw.subj.	17.54	<.001	.06 (*0.51*)
t_3		42.08	7.53		48.86	10.36	Interaktion.	2.60	.08 (*19 %*)	.01 (*0.20*)

Anmerkungen: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe (niedrige kognitive Leistungsfähigkeit, *nkL* vs. unauffällige kognitive Leistungsfähigkeit, *ukL*), Innersubj. = Innersubjekteffekt, Zw.subj. = Zwischensubjekteffekt, Interaktion. = Interaktionseffekt

Der *Interaktionseffekt* ist mit $p = .08$ nicht signifikant und verweist auf keinen statistisch relevanten Unterschied zwischen dem Faktor Zeit und der kognitiven Leistungsfähigkeit ($F(2, 540) = 2.60, {\eta_p}^2 = .01$). Somit entwickeln sich die beiden Gruppen in Abhängigkeit von der kognitiven Leistungsfähigkeit von Messzeitpunkt t_{1a}, über t_2 zu t_3 nicht signifikant unterschiedlich voneinander. Einschränkend sei auf die unzureichende Teststärke von 19 % verwiesen.

Für den *Innersubjekteffekt* ergibt sich für beide Gruppen zusammen, dass sich die mathematische Basiskompetenz in Abhängigkeit vom Messzeitpunkt mit $p < .001$ unterscheidet ($F(2, 540) = 76.32, {\eta_p}^2 = .22$).

Mit $p < .001$ zeigt die Analyse des *Zwischensubjekteffekts*, dass ein signifikanter Haupteffekt unabhängig vom Messzeitpunkt besteht ($F(1, 270) = 17.54, {\eta_p}^2 = .06, d_C = .51$). Die Mittelwerte in den mathematischen Basiskompetenzen beider Gruppen unterscheiden sich signifikant in den Messzeitpunkten zugunsten der Gruppe mit unauffälliger kognitiver Leistungsfähigkeit voneinander (siehe Anhang 8).

EXPLORATIVE FRAGE 3C: LESEKOMPETENZ

Der Bedeutung der Lesekompetenz für die Entwicklung mathematischer Basiskompetenz geht die *explorative Frage 3c* nach. Für die Varianzanalyse werden die Gruppen mit niedriger Lesekompetenz und unauffälliger Lesekompetenz hinsichtlich ihrer Leistungen im HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) in den einzelnen Messzeitpunkten verglichen; als cut-off-Wert gilt LQ < 90.

Anhang 9 zeugt davon, dass beide Gruppen auf einem unterschiedlichen Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen starten und sich bis zu Messzeitpunkt t_3 parallel zueinander entwickeln. Die Gruppe mit unauffälliger Lesekompetenz verzeichnet über das ganze Schuljahr einen durchschnittlichen Leistungszuwachs von 5.72 T-Wert-Punkten, während sich die Gruppe der Schülerinnen und Schüler mit durchschnittlich 5.45 T-Wert-Punkte verbessert.

Eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit gibt Aufschluss darüber, ob sich die Gruppen signifikant unterschiedlich voneinander entwickeln.

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist nicht verletzt ($p_M = .10$)
- Homogenität der Gruppenvarianz ist nicht verletzt ($p_{L_{t1 \wedge t2 \wedge t3}} > .05$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Hinsichtlich des *Interaktionseffekts* ist dieser mit $p = .80$ nicht signifikant (F$(540, 297) = 0.21$, ${\eta_p}^2 = .001$). Es darf keine wechselseitige Abhängigkeit der Faktoren Zeit und Gruppenzugehörigkeit für die Entwicklung mathematischer Basiskompetenz angenommen werden. Mit einer Teststärke von 85 % kann angenommen werden, dass für den Interaktionseffekt die H_0 nicht fälschlicherweise abgelehnt wird. Wegen des nicht signifikanten Interaktionseffekts wird mit der Untersuchung der Haupteffekte fortgefahren.

Der *Innersubjekteffekt* zeigt für beide Gruppen gemeinsam, dass ein signifikanter Unterschied in Abhängigkeit vom Messzeitpunkt besteht ($p < .001$, $F(2, 540) = 152.87$), ${\eta_p}^2 = .36$).

Für den *Zwischensubjekteffek*t gilt, dass ein signifikanter Haupteffekt unabhängig vom Messzeitpunkt besteht ($F(1, 270) = 53.76$, ${\eta_p}^2 = .17$ ($d_C = .91$), $p < .001$). Leseschwache Schülerinnen und Schüler zeigen signifikant schlechtere Leistungen in den mathematischen Basiskompetenzen in den Messzeitpunkten als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler.

Tabelle 9.18 stellt die zentralen Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung dar.

Tabelle 9.18: Zentrale Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Explorative Frage 3c)

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen						Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung			
	Gruppe 1: nLK			Gruppe 2: uLK						
Zeit	n	M	SD	n	M	SD	Effekt:	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_C)
t_{1a}	158	39.15	6.54	114	46.96	7.57	Innersubj.	152.87	<.001	.36 (*1.50*)
t_2		43.04	8.84		50.68	10.22	Zw.subj.	53.76	<.001	.17 (*0.91*)
t_3		44.60	9.46		52.68	10.14	Interaktion.	0.21	.80 (*85 %*)	.001 (*0.06*)

Anmerkungen: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe (niedrige Lesekompetenz, *nLK* vs. unauffällige Lesekompetenz, *uLK*), Innersubj. = Innersubjekteffekt, Zw.subj. = Zwischensubjekteffekt, Interaktion. = Interaktionseffekt

EXPLORATIVE FRAGE 3D: LERNVERHALTEN

Die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen unter Berücksichtigung des Lernverhaltens wird durch die *explorative Frage 3d* untersucht.

Die Entwicklung mathematischer Basiskompetenz innerhalb der fünften Jahrgangsstufe differenziert nach dem Niveau im Lernverhalten ist Anhang 10 zu entnehmen.

Es ist zu erkennen, dass Schülerinnen und Schüler mit einem T-Wert < 40 im Messzeitpunkt t_1 im Lernverhalten auf einem niedrigeren Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen starten als ihre Altersgenossen mit unauffälligem Lernverhalten. Beide Gruppen verzeichnen im Verlauf des fünften Schuljahrs einen Leistungszuwachs, wobei die Gruppe mit niedrigem T-Wert im Lernverhalten einen Leistungszuwachs Δ_{t_{1a},t_3} von durchschnittlich + 3.63 T-Wert-Punkten zeigt, während die Gruppe der Schülerinnen und Schüler mit unauffälligem Lernverhalten einen Zuwachs Δ_{t_{1a},t_3} um durchschnittlich + 6.15 T-Wert-Punkten erzielt.

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist nicht verletzt ($p_M = .09$)
- Homogenität der Gruppenvarianz ist verletzt ($p_{L_{t2}} = .04$, $F_{max_{t2}} = 2.58$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Die zentralen Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse werden in nachfolgender Tabelle 9.19 präsentiert:

Tabelle 9.19: Zentrale Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Explorative Frage 3d)

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen						Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung			
	Gruppe 1: nLV			Gruppe 2: uLV						
Zeit	n	M	SD	n	M	SD	Effekt:	F	p ($1-\beta$)	${\eta_p}^2$ (d_C)
t_{1a}	19	37.16	7.30	117	43.40	9.16	Innersubj.	32.42	<.001	.20 (*1.00*)
t_2		39.68	6.40		47.19	10.27	Zw.subj.	10.78	<.001	.07 (*0.55*)
t_3		40.79	7.50		49.45	10.42	Interaktion.	1.97	.14 (*58 %*)	.01 (*0.24*)

Anmerkungen: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe (niedriges Lernverhalten, *nLV* vs. unauffälliges Lernverhalten, *uLV*), Innersubj. = Innersubjekteffekt, Zw.subj. = Zwischensubjekteffekt, Interaktion. = Interaktionseffekt

Der *Interaktionseffekt* ist mit $p = .14$ nicht signifikant ($F(2, 268) = 1.97$, ${\eta_p}^2 = .01$). Es besteht keine wechselseitige Abhängigkeit von Messzeitpunkt und Gruppenzugehörigkeit (hier: Niveau des Lernverhaltens) für die Entwicklung mathematischer Basiskompetenz. Die Gruppen entwickeln sich demnach nicht verschieden. Einschränkend hierfür sei auf die niedrige Teststärke von 58 % verwiesen. Mit der Analyse der Haupteffekte wird fortgefahren.

Für beide untersuchten Gruppen gemeinsam berichtet der *Innersubjekteffekt*, dass dieser mit $p < .001$ signifikant ist $(F(2, 268) = 32.42), {\eta_p}^2 = .20)$, somit besteht ein signifikanter Unterschied in Abhängigkeit vom Messzeitpunkt.

Die Untersuchung des *Zwischensubjekteffekts* ergibt einen signifikanten Haupteffekt $(F(1, 134) = 10.78, {\eta_p}^2 = .07, p < .001)$. Beide Gruppen unterscheiden sich in ihrer mathematischen Basiskompetenz demnach signifikant innerhalb der Messzeitpunkte.

Unter Berücksichtigung des nicht signifikanten Interaktionseffekts und des signifikanten Zwischensubjekteffekts verläuft die Entwicklung somit auf einem unterschiedlichen Leistungsniveau in den Messzeitpunkten und zugleich parallel.

EXPLORATIVE FRAGE 3E: SOZIALVERHALTEN

Die *explorative Frage 3e* betrachtet die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen unter der Perspektive des Sozialverhaltens.

Eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit soll Aufschluss darüber geben, wie sich die Gruppen je nach Ausprägung des Sozialverhaltens in ihren mathematischen Basiskompetenzen entwickeln. Die Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen vollzieht sich für die beiden Gruppen wie durch Anhang 11 dargestellt.

Zu erkennen ist, dass Schülerinnen und Schüler mit einem auffällig niedrigen Wert (cutoff: $T_{SV} = 40$) in der Skala Sozialverhalten in allen drei dargestellten Messzeitpunkten deskriptiv betrachtet eine niedrigere Performanz in den mathematischen Basiskompetenzen zeigen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler, wobei die Gruppe mit niedrigem Wert im Sozialverhalten einen durchschnittlichen Leistungszuwachs von + 3.73 T-Wert-Punkten erzielt, während die Gruppe mit unauffälligem Sozialverhalten einen durchschnittlichen Leistungszuwachs von + 5.89 T-Wert-Punkten verzeichnet.

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist nicht verletzt $(p_M = .05)$
- Homogenität der Gruppenvarianz kann aufgrund der zu kleinen Teilstichprobe $(N = 11$ gegenüber $N = 125)$ nicht beurteilt werden. Da es kein non-parametrisches Alternativverfahren zur zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung gibt, wird trotz der Verletzung der Homogenität der Gruppenvarianzen mit der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung fortgefahren, zumal Bortz (2005, S. 286 f.) von mindestens zehn Probanden je Gruppe ausgeht.

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Die zentralen Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse werden in nachfolgender Tabelle dargestellt:

Tabelle 9.20: Zentrale Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Explorative Frage 3e)

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen						Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung			
	Gruppe 1: nSV			Gruppe 2: uSV						
Zeit	n	M	SD	n	M	SD	Effekt:	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_C)
t_{1a}	11	41.18	6.65	125	42.65	9.47	Innersubj.	8.88	<.001	.06 (*0.51*)
t_2		43.00	5.35		46.42	10.43	Zw.subj.	0.93	.34 (*54 %*)	.01 (*0.20*)
t_3		44.91	6.75		48.54	10.72	Interaktion.	1.54	.24 (*64 %*)	.01 (*0.20*)

Anmerkungen: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe (niedriges Sozialverhalten, *nSV* vs. unauffälliges Sozialverhalten, *uSV*), Innersubj. = Innersubjekteffekt, Zw.subj. = Zwischensubjekteffekt, Interaktion. = Interaktionseffekt

Für den *Interaktionseffekt* ergibt die Analyse, dass dieser mit $p = .24$ nicht signifikant ist ($F(2, 268) = 1.54, {\eta_p}^2 = .01$). Es besteht folglich keine wechselseitige Abhängigkeit der Faktoren Zeit und Gruppenzugehörigkeit. Einschränkend ist hier die Teststärke von 64 %.

Für den *Innersubjekteffekt* für beide Gruppen zusammen ergibt sich mit $p < .001$ ein signifikanter Effekt ($F(2, 268) = 8.88$), ${\eta_p}^2 = .06$). Die Performanz im HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) unterscheidet sich in Abhängigkeit vom Messzeitpunkt signifikant.

Der *Zwischensubjekteffekt* zeigt an, dass hier mit $p = .34$ kein signifikanter Effekt vorliegt ($F(1, 134) = 0.93$), ${\eta_p}^2 = .01$). Die mittleren T-Werte in den mathematischen Basiskompetenzen beider Gruppen unterscheiden sich demnach in den Messzeitpunkten t_{1a}, t_2 und t_3 nicht signifikant voneinander. Einschränkend sei auch an dieser Stelle auf die niedrige Teststärke von 54 % hingewiesen.

Schülerinnen und Schüler mit auffälligem Sozialverhalten entwickeln sich nicht signifikant unterschiedlich von ihren Mitschülerinnen und Mitschülern im Vergleich von t_1 über t_2 zu t_3, wobei sich auch ihre Leistungen im Messzeitpunkt nicht voneinander unterscheiden.

EXPLORATIVE FRAGE 3F: SOZIALE HERKUNFT

Zur Beurteilung der sozialen Herkunft wird der Steckbrief zur Erfassung familiärer Hintergründe (siehe Kapitel 7.2.5) betrachtet. Die Angaben zu Familienstruktur, kulturellem Kapital und sozioökonomischer Stellung werden durch die Vergabe von Risikopunkten bewertet. Daraus ergibt sich ein Risikopunktespektrum von 0 bis 10, wobei 10 Risikopunkte für niedrige soziale Herkunft stehen. Der Median liegt für die untersuchte Stichprobe bei 4.5, sodass Schülerinnen und Schülern mit einem Risikopunktespektrum von 0 bis 4.5 eine hohe soziale Herkunft zugewiesen wird, während ein Risikopunktespektrum von > 4.5 für eine niedrige soziale Herkunft in der vorliegenden Stichprobe steht.

Um zu überprüfen, ob sich Schülerinnen und Schüler der vorliegenden Stichprobe mit hohem sozialen Risiko anders in den mathematischen Basiskompetenzen innerhalb des fünften Schuljahrs entwickeln als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler, wird eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit berechnet.

Anhang 12 beschreibt die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in Abhängigkeit von der sozialen Herkunft. Es wird ersichtlich, dass Schülerinnen und Schüler niedriger sozialer Herkunft auf einem niedrigeren Ausgangsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} starten als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler. Im Verlauf bis Messzeitpunkt t_3 entwickeln sich die beiden Gruppen parallel zueinander.

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist verletzt ($p_M = .049, \varepsilon = .98$)
- Homogenität der Gruppenvarianz ist nicht verletzt ($p_{L_{t1 \wedge t2 \wedge t3}} > .05$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Für den *Interaktionseffekt* ist zu berichten, dass dieser mit $p_{H-F} = .08$ nicht signifikant ist ($F_{H-F}(1.98, 532.10) = 2.56$, ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .01$). Demnach besteht keine wechselseitige Abhängigkeit zwischen dem Faktor soziale Herkunft und dem Faktor Zeit. Schülerinnen und Schüler mit niedriger sozialer Herkunft unterscheiden sich nicht in ihrer Entwicklung in den mathematischen Basiskompetenzen. Einschränkend sei auf eine nicht ausreichende Teststärke für den Interaktionseffekt von 57 % verwiesen.

Die zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit ergibt für den I*nnersubjekteffekt*, dass dieser mit $p_{H-F} < .001$ signifikant ist ($F_{H-F}(1.98, 532.10) = 145.81$, ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .35$). Für beide Gruppen gemeinsam gilt, dass sich die Performanz in den mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit vom Faktor Zeit signifikant voneinander unterscheidet, wobei eine Leistungszunahme zu verzeichnen ist.

Der Zwischensubjekteffekt weist mit $p = .002$ darauf hin ($F(1, 269) = 5.09$, ${\eta_p}^2 = .03$), dass sich die durchschnittlich erreichten T-Wert-Punkte der beiden Gruppen innerhalb der Messzeitpunkte signifikant voneinander unterscheiden.

In Tabelle 9.21 werden die zentralen Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung dargestellt.

Tabelle 9.21: Zentrale Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Explorative Frage 3f)

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen						Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung			
	Gruppe 1: nSH			Gruppe 2: hSH						
Zeit	n	M	SD	n	M	SD	Effekt:	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_C)
t_{1a}	122	40.33	8.30	149	43.72	9.63	Innersubj.$_{H-F}$	145.81	$< .001$	.35 (*1.47*)
t_2		43.71	9.09		47.95	10.40	Zw.subj.	5.09	.002	.03 (*0.35*)
t_3		46.18	9.63		48.92	10.80	Interaktion.$_{H-F}$	2.56	.08 (*57 %*)	.01 (*0.20*)

Anmerkungen: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe (niedrige soziale Herkunft, *nSH* vs. hohe soziale Herkunft, *hSH*), Innersubj. = Innersubjekteffekt, Zw.subj. = Zwischensubjekteffekt, Interaktion. = Interaktionseffekt, H-F = Huynh-Feld-Korrektur

EXPLORATIVE FRAGE 3G: MIGRATIONSHINTERGRUND

Der Einfluss des Migrationshintergrunds auf die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe ist in der *explorativen Frage 3g* von Interesse.

Anhang 13 stellt die Entwicklung der mittleren T-Wert-Punkte im Subtest des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) in Abhängigkeit vom Migrationshintergrund dar. Die beiden Gruppen starten auf unterschiedlichem Leistungsniveau in Messzeitpunkt t_{1a}, dabei zeigen Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund ein niedrigeres Level. Zu Messzeitpunkt t_3 nähert sich die Gruppe von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund ihren Mitschülerinnen und -schülern leicht an.

Eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit untersucht, ob sich die beiden Gruppen unterschiedlich innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln.

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist nicht verletzt ($p_M = .71$)
- Homogenität der Gruppenvarianz ist verletzt ($p_{L_{t2}} = .04$, $F_{max_{t2}} = 1.15$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Für die zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung ergeben sich nachfolgende zentrale Ergebnisse:

Tabelle 9.22: Zentrale Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Explorative Frage 3g)

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen						Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung			
	Gruppe 1: MG			Gruppe 2: kMG						
Zeit	n	M	SD	n	M	SD	Effekt:	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_c)
t_{1a}	85	41.91	8.99	177	43.40	9.50	Innersubj.	124.52	<.001	.32 (*1.37*)
t_2		45.14	9.29		47.37	10.62	Zw.subj.	1.49	.22 (*52 %*)	.01 (*0.20*)
t_3		47.79	10.14		48.67	10.76	Interaktion.	1.77	.11 (*61 %*)	.01 (*0.20*)

Anmerkungen: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe (kein Migrationshintergrund, *kMH* vs. Migrationshintergrund, *MH*), Innersubj. = Innersubjekteffekt, Zw.subj. = Zwischensubjekteffekt, Interaktion. = Interaktionseffekt

Der *Interaktionseffekt* ist mit $p = .11$ nicht signifikant ($F(2{,}520) = 1.77, \eta^2 = .01$). Schülerinnen und Schüler entwickeln sich in Abhängigkeit vom Migrationshintergrund nicht unterschiedlich voneinander.

Für den *Innersubjekteffekt* ist für beide Gruppen gemeinsam zu berichten, dass diese sich in Abhängigkeit vom Messzeitpunkt signifikant verbessern ($p < .001$, $F(2{,}520) = 124.52, {\eta_p}^2 = .32$).

Der *Zwischensubjekteffekt* wird mit $p = .22$ nicht signifikant ($F(1{,}260) = 1.49$, ${\eta_p}^2 = .01$). Es liegt kein signifikanter Unterschied zwischen den beiden untersuchten Gruppen in den jeweiligen Messzeitpunkt t_{1a} bis t_3 vor.

EXPLORATIVE FRAGE 3H: SCHULFORM

Die *explorative Frage 3h* untersucht, ob sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von der besuchten Schulform unterschiedlich in den mathematischen Basiskompetenzen in der fünften Jahrgangsstufe entwickeln.

Um der Frage nach einer möglicherweise unterschiedlichen Entwicklung in Abhängigkeit von der Schulform nachzugehen, wird eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit durchgeführt.

Abbildung 9.4 (hier im Text angeführt, da sich die beiden Gruppen augenscheinlich nicht parallel entwickeln) zeigt die Entwicklung im Subtest Rechenoperationen im HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) über drei Messzeitpunkte in Abhängigkeit von der besuchten Schulform.

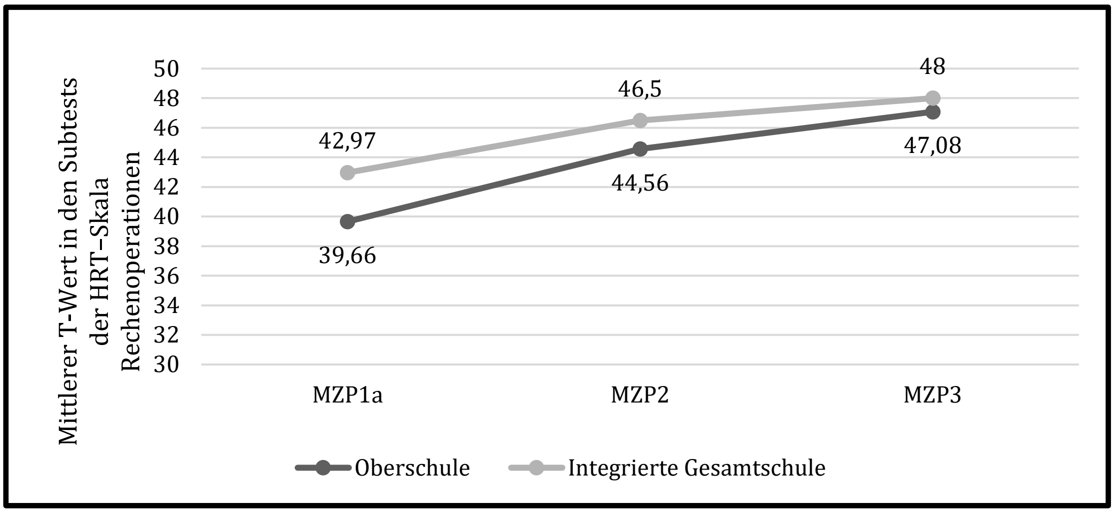


Abbildung 9.4: Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in Abhängigkeit von der besuchten Schulform

Es zeigt sich augenscheinlich (siehe Abbildung 9.4), dass Schülerinnen und Schüler der Oberschulen auf einem niedrigeren Niveau in Messzeitpunkt t_{1a} starten, sich aber im Zeitverlauf der Gruppe der Schülerinnen und Schüler an Integrierten Gesamtschulen annähern, wobei auch hier auf niedrigerem Niveau. Für die Schülerinnen und Schüler an Oberschulen ergibt sich eine Steigung von durchschnittlich $\Delta_{OBS}(t_{1a}, t_3) = 7.42$ T-Wert-Punkten, Schülerinnen und Schüler an Integrierten Gesamtschulen erzielen eine durchschnittliche Leistungssteigerung von $\Delta_{IGS}(t_{1a}, t_3) = 5.03$ T-Wert-Punkten.

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist nicht verletzt ($p_M = .06$)
- Homogenität der Gruppenvarianz ist nicht verletzt ($p_{L_{t1 \wedge t2 \wedge t3}} > .05$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Für den *Interaktionseffekt* ergibt sich mit $p < .01$ eine signifikante Interaktion zwischen dem Faktor Messzeitpunkt und Schulform ($F(2, 574) = 4.87$, ${\eta_p}^2 = .02$), woraus zu schlussfolgern ist, dass sich die Schülerinnen und Schüler in der vorliegenden Untersuchung in Abhängigkeit von der besuchten Schulform signifikant unterschiedlich voneinander entwickeln. Tabelle 9.23 liefert detaillierte Ergebnisse für den signifikanten Interaktionseffekt. Es wird dargestellt, wie sich die beiden untersuchten Teilstichproben zwischen den Messzeitpunkten entwickeln. Inferenzstatistisch abgesichert wird das Ergebnis mit einem t-Test bei verbundener Stichprobe. Demnach unterscheiden sich die jeweiligen Ergebnisse in allen einzelnen Messzeitpunkten innerhalb der jeweiligen Schulform signifikant voneinander. Dieses Ergebnis wird durch den Wilcoxon-Test für abhängige Stichproben bestätigt (Normalverteilung in den Teilstichproben verletzt, siehe Anhang 4).

Tabelle 9.23: Bonferroni-korrigiere post-hoc-Analyse für mittlere Differenz der T-Werte zwischen den Messzeitpunkten t_{1a}–t_3 (Explorative Frage 3h)

		MZPj	
		2	3
MZPi	1a	4.90** (d_C = 1.00) 3.53** (d_C = .53)	7.42** (d_C = 1.41) 5.03** (d_C = .73)
	2	–	2.52** (d_C = .53) 1.50** (d_C = .20)

Anmerkungen: Bonferroni-korrigiertes α-Niveau von .017, ** mittlere Differenz ist auf dem .01-Niveau signifikant, Veränderung von MZPi auf MZPj, Oberschule (n = 61), Integrierte Gesamtschule (n = 228)

Der *Innersubjekteffekt* zeigt mit $p < .001$, ${\eta_p}^2 = .32$ und $F(2{,}574) = 135.62$ an, dass sich die beiden untersuchten Gruppen *gemeinsam* signifikant positiv innerhalb der fünften Jahrgangsstufe entwickeln.

Der nicht signifikante Zwischensubjekteffekt ($p = .13$, ${\eta_p}^2 = .01$, $F(1{,}287) = 2.26$) gibt an, dass die Gruppen zwar in den Messzeitpunkten nicht verschieden voneinander sind, der signifikante Interaktionseffekt zeigt aber eine unterschiedliche Entwicklung an. Es ist eine geringe Effektstärke von 51 % zu berichten.

Nachfolgende Ergebnisse liefert die zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung:

Tabelle 9.24: Zentrale Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Explorative Frage 3h)

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen						Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung			
	Gruppe 1: OBS			Gruppe 2: IGS						
Zeit	n	M	SD	n	M	SD	Effekt:	F	p $(1-\beta)$	${\eta_p}^2$ (d_C)
t_{1a}	61	39.66	7.57	228	42.97	9.61	Innersubj.	135.62	<.001	.43 *(1.74)*
t_2		44.56	8.31		46.50	10.64	Zw.subj.	2.26	.13 *(51 %)*	.01 *(0.20)*
t_3		47.08	8.75		48.00	10.93	Interaktion.	4.87	.01	.02 *(0.29)*

Anmerkungen: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe (Oberschule, *OBS* vs. Integrierte Gesamtschule, *IGS*), Innersubj. = Innersubjekteffekt, Zw.subj. = Zwischensubjekteffekt, Interaktion. = Interaktionseffekt

EXPLORATIVE FRAGE 3I: LEISTUNGSHETEROGENITÄT DER KLASSE

Die *explorative Frage 3i* untersucht den Einfluss der Leistungsheterogenität der Klasse auf die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen. Hierfür wird die Leistungsheterogenität ermittelt, indem die korrigierte Leistungsvarianz der Klasse in Messzeitpunkt t_{1a} betrachtet wird. Dieses bedeutet, dass die jeweilige Schülerin beziehungsweise der jeweilige Schüler ausgenommen ist und nur die Leistungsvarianz der übrigen Klasse betrachtet wird. Der Median liegt in der vorliegenden Stichprobe bei 89.65, dieser Wert liegt demnach als cut-off-Wert der sich anschließenden Medianhalbierung zugrunde.

Anhang 14 stellt den Verlauf der beiden Gruppen innerhalb der fünften Klasse dar. Es zeigt sich, dass beide Gruppen auf einem ähnlichen Ausgangsniveau in Messzeitpunkt t_{1a} starten und im Verlauf des Schuljahrs die Leistungen der mathematischen Basiskompetenzen leicht auseinandergehen, wobei Schülerinnen und Schüler, die Klassen niedriger Leistungsheterogenität besuchen, einen durchschnittlich höheren T-Wert in Messzeitpunkt t_3 erzielen.

Nachfolgendes gilt für die Voraussetzungen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung.

- Normalverteilung ist verletzt (siehe Anhang 4)
- Sphärizität ist verletzt ($p_M = .049, \varepsilon = .98$)
- Homogenität der Gruppenvarianz ist nicht verletzt ($p_{L_{t1 \wedge t2 \wedge t3}} > .05$)

Abbildung 7.2 (siehe S. 140) stellt den Umgang mit den Voraussetzungen dar.

Nachfolgend werden die zentralen Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit dargestellt.

Tabelle 9.25: Zentrale Kennwerte der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Explorative Frage 3i)

	T-Wert HRT 1–4 Subskala Rechenoperationen						Ergebnisse der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung			
	Gruppe 1: nLH			Gruppe 2: hLH						
Zeit	n	M	SD	n	M	SD	Effekt:	F	p $(1-\beta)$	$\eta_p{}^2$ (d_C)
t_{1a}	141	42.62	9.27	146	41.95	9.42	Innersubj.$_{H-F}$	157.29	$< .001$	.36 (*1.50*)
t_2		46.69	9.90		45.47	10.59	Zw.subj.	1.09	.30 (53 %)	.004 (0.*13*)
t_3		48.62	10.43		46.99	10.60	Interaktion.$_{H-F}$	1.12	.33 (65 %)	.004 (*0.13*)

Anmerkungen: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf Faktor 1 (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe (niedrige Leistungsheterogenität, *nLH* vs. hohe Leistungsheterogenität, *hLH*), Innersubj. = Innersubjekteffekt, Zw.subj. = Zwischensubjekteffekt, Interaktion. = Interaktionseffekt, H-F = Huynh-Feld-Korrektur

Der *Interaktionseffekt* zeigt mit $p_{H-F} = .33$ keine wechselseite Abhängigkeit von Messzeitpunkt und Gruppenzugehörigkeit für die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen an ($F_{H-F}(1.98, 564.07) = 1.12$, ${\eta_p}^2{}_{F-H} = .004$). Schülerinnen und Schüler aus Klassen mit niedriger und hoher Leistungsheterogenität entwickeln sich gleich. Die Teststärke ist mit 65 % als niedrig zu bezeichnen.

Die Überprüfung des *Innersubjekteffekts* ergibt, dass dieser mit $p_{H-F} < .001$ signifikant ist ($F_{H-F}(1.97, 564.07) = 157.29$), ${\eta_p}^2{}_{F-H} = .36$).

Für den *Zwischensubjekteffekt* gilt, dass der Haupteffekt mit $p = .30$ keine Signifikanz erzielt ($F(1, 285) = 1.09, \eta_p{}^2 = .004$) und somit kein Unterschied zwischen den Gruppen in den Messzeitpunkten besteht. Auch hier ist dieses Ergebnis unter Berücksichtigung der niedrigen Teststärke von 65 % zu betrachten.

Zur Visualisierung der Ergebnisse der explorativen Fragestellungen stellen nachfolgende Abbildung 9.5 und Abbildung 9.6 die Entwicklung ausgewählter, untersuchter Gruppen *gemeinsam* dar. Die Darstellung einer jeweiligen Variable beruht darauf, dass für diese mittels der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit nachgewiesen werden konnte, dass der Zwischensubjekteffekt signifikant ist (zutreffend für: kognitive Leistungsfähigkeit, Lesekompetenz, Lernerhalten, soziale Herkunft, ungeklärt: Sozialverhalten). Für eine bessere Übersicht erfolgt die Darstellung getrennt nach risikohaften beziehungsweise unauffälligen Werten. Die rote Linie markiert dabei jeweils die gemittelte Entwicklung der Gesamtgruppe. Es ist ausdrücklich zu betonen, dass es sich bei der Darstellung *nicht* um disjunkte Gruppen handelt. Zu erkennen ist, dass sich Schülerinnen und Schüler mit schwach ausgebildetem Lernverhalten in Messzeitpunkt t_{1a} auf dem niedrigsten Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln (siehe Abbildung 9.5). Betrachtet man die Entwicklung bei unauffälliger Ausprägung der jeweiligen Variable, entwickeln sich Schülerinnen und Schüler mit unauffälliger Lesekompetenz auf dem verhältnismäßig höchsten Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe (siehe Abbildung 9.6).

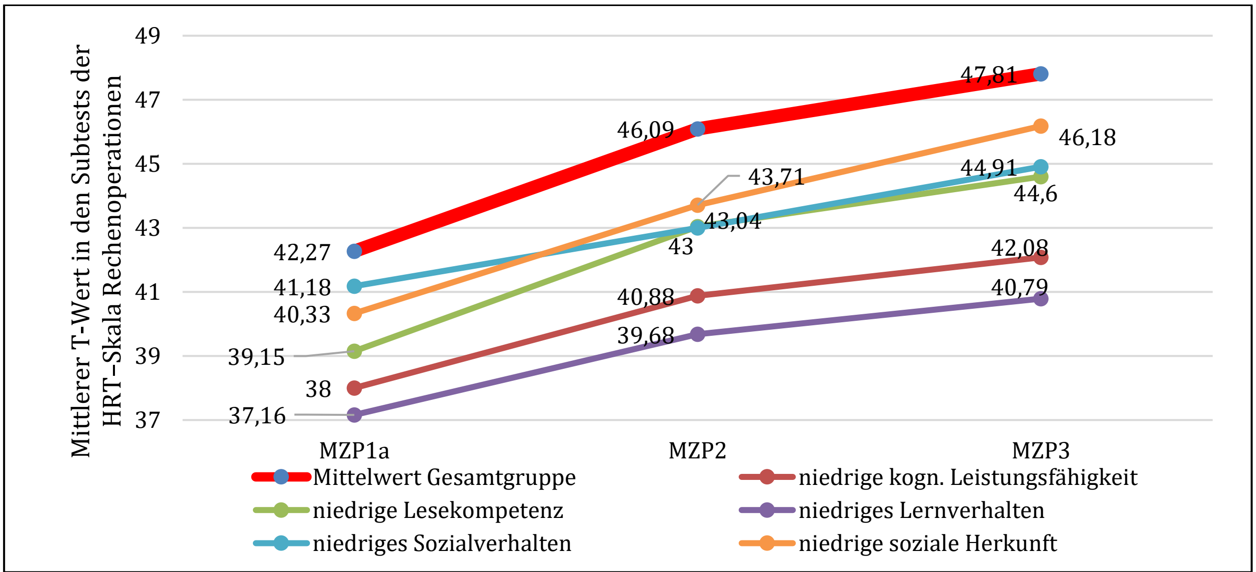


Abbildung 9.5: **Entwicklung bei risikohafter Ausprägung der jeweiligen Variablen (keine disjunkten Gruppen)**

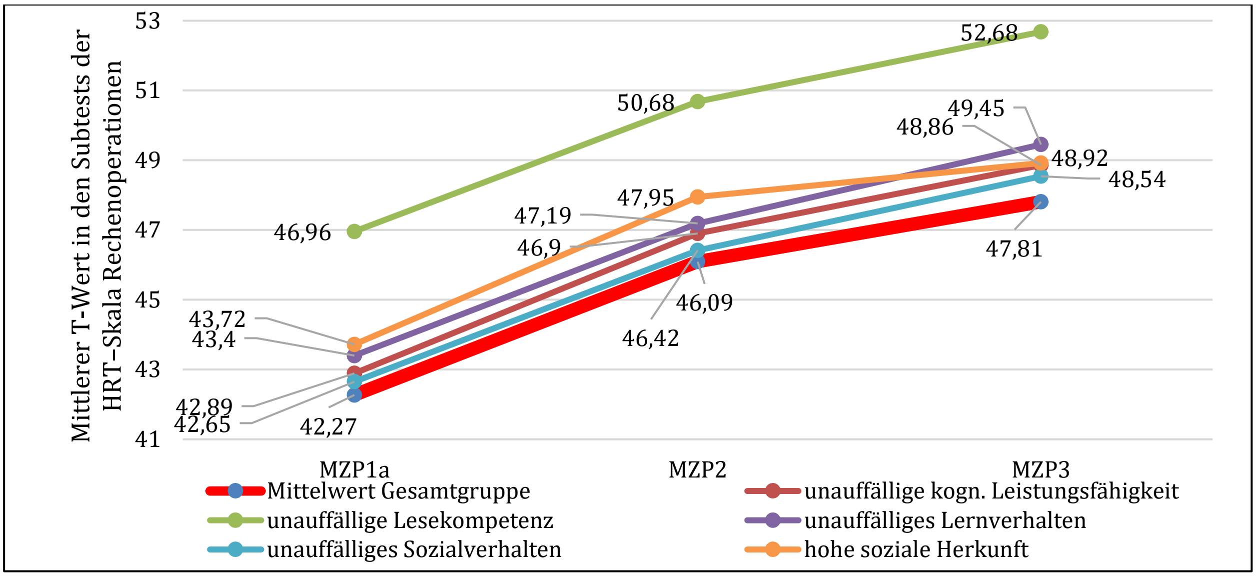


Abbildung 9.6: **Entwicklung bei unauffälliger Ausprägung der jeweiligen Einflussfaktoren (keine disjunkten Gruppen)**

10 Zusammenfassung, Interpretation und Diskussion der Ergebnisse

Tabelle 10.1 gibt einen Überblick über die zentralen, empirischen Ergebnisse der durchgeführten Untersuchung. Systematisiert nach der jeweiligen Forschungsfrage werden zur besseren Übersicht die jeweilige Hypothesenbezeichnung beziehungsweise Bezeichnung der explorativen Frage sowie als Stichwort die interessierende Variable präsentiert.

Wiederholend werden die durchgeführten Auswertungsstrategien sowie das notwendige Ergebnis, um H_0 zugunsten der H_1 zu verwerfen, dargestellt – sofern aufgrund eines ausreichenden Forschungsstandes im Vorfeld Annahmen formuliert werden konnten

Die Spalte ‚Ergebnisse' präsentiert die zentralen Ergebnisse der jeweiligen Analyse. Hier wird farbig markiert, inwiefern es sich bei dem berichteten Ergebnis um einen kleinen, mittleren oder großen Effekt nach Cohen (1988) handelt. Signifikante Ergebnisse werden mit (*) (signifikant auf dem .05-Niveau) beziehungsweise (**) (signifikant auf dem .01-Niveau) markiert. Im Falle eines nicht signifikanten Ergebnisses (n. s.) wird der ermittelte β-Fehler in Klammern hinter dem jeweiligen Ergebnis angegeben.

Sofern im Vorfeld begründete Vorannahmen über ein zu erwartendes Ergebnis formuliert werden konnten (siehe Forschungsfrage 1 und zum Teil Forschungsfrage 2), stellt die rechte Spalte ‚Hypothese' dar, ob die statistische beziehungsweise theoretische Hypothese H_0 zugunsten der H_1 verworfen wird. Liefert der β-Fehler das Resultat, dass weder die H_0 ($\alpha > .05$) noch die H_1 ($1 - \beta < .80$) mit hinreichend geringer Irrtumswahrscheinlichkeit abgelehnt werden dürfen, wird dieses Ergebnis mit (?) markiert.

Tabelle 10.1: Zusammenschau der empirischen Ergebnisse

Forschungsfrage 1	Wie entwickeln sich die mathematischen Basiskompetenzen zu Beginn der Sekundarstufe I allgemein (Messzeitpunkte t_{1a}, t_2, t_3)?					
Hypothesenblock / Hypothese		**Auswertungsstrategie**	**Relevant für H_1**	**Ergebnisse**	**Hypothese**	
					statis-tisch	**theore-tisch**
H1a	Entwicklung gesamt	Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit	Innersubjekteffekt	Innersubjekteffekt: s.** in allen MZP	ja	ja
H1b	Grundrechenart Längsschnitt	Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit	Innersubjekteffekt	*Addition* Innersubjekteffekt: s.** in allen MZP *Subtraktion* Innersubjekteffekt: s.** in allen MZP *Multiplikation* Innersubjekteffekt: s.** in allen MZP *Division* Innersubjekteffekt: s.** in allen MZP	ja	ja
H1c	Ausgangsniveau	Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe)	Interaktionseffekt	Interaktionseffekt: n. s. ($1-\beta=.63$) Innersubjekteffekt: s.** Zwischensubjekteffekt: s.**	(?)	(?)

Anmerkung: H = Hypothese, n. s. = nicht signifikant, s.* = signifikant auf dem .05-Niveau, s.** = signifikant auf dem .01-Niveau, (?) = Ergebnis hinsichtlich des β-Fehlers nicht eindeutig, großer Effekt, mittlerer Effekt, kleiner Effekt nach Cohen (1988), ja = Hypothese H_0 wird zugunsten von H_1 verworfen, nein = Hypothese H_0 wird beibehalten

Fortsetzung Tabelle nächste Seite

Fortsetzung Tabelle

Forschungsfrage 2		Gibt es Zusammenhänge zwischen ausgewählten Variablen als potentielle Einflussfaktoren und den mathematischen Basiskompetenzen zu Beginn der fünften Klasse (Messzeitpunkt t_{1a})?				
Hypothesenblock / Hypothese		**Auswertungsstrategie**	**Relevant für H_1**	**Ergebnisse**	**Hypothese**	
					statistisch	**theoretisch**
H2b	Kogn. Leistungsf.	Spearman Korrelation zwischen HRT_{t1a} und der Variable[1] [1]Kognitive Leistungsfähigkeit, Lesekompetenz, Lernverhalten, Sozialverhalten, Soziale Herkunft, Leistungsheterogenität der Klasse	$r_s \neq 0$*	$r_s = .30$**	ja	ja
H2c	Lesekompetenz			$r_s = .42$**	ja	ja
H2d	Lernverhalten			$r_s = .34$**	ja	ja
H2e	Sozialverhalten			$r_s = .13$ $(1-\beta = .50)$	(?)	(?)
H2f	Soziale Herkunft			$r_s = .17$**	ja	ja
H2i	Leistungsheterogenität der Klasse			$r_s = -.001$ $(1-\beta = .99)$	ja	ja
Explorative Frage		**Auswertungsstrategie**		**Ergebnisse**		
EF_{2a}	Geschlecht	*t*-Test, Mann-Whitney-*U*-Test, Zusammenhangsprüfung für Ausprägung der Variable[2] in HRT_{t1a} [2]Geschlecht, Migrationshintergrund, Schulform		$t = 0.76$, $(1-\beta = .57)$	$Gruppe_1$=$Gruppe_2$	
EF_{2g}	Migrationshintergrund			$t = 1.34$, $(1-\beta = .52)$	(?)	
EF_{2h}	Schulform			$t = 2.54$*	IGS>OBS	

Anmerkung: H = Hypothese, EF = explorative Frage, n. s. = nicht signifikant, s.* = signifikant auf dem .05-Niveau, s.** = signifikant auf dem .01-Niveau, (?) = Ergebnis hinsichtlich des β-Fehlers nicht eindeutig, großer Effekt, mittlerer Effekt, kleiner Effekt nach Cohen (1988), ja = Hypothese H_0 wird zugunsten von H_1 verworfen, nein = Hypothese H_0 wird beibehalten

Fortsetzung Tabelle nächste Seite

Fortsetzung Tabelle

Forschungsfrage 3		Wie entwickeln sich die mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit von ausgewählten Variablen zu Beginn der Sekundarstufe I (Messzeitpunkte t_{1a}, t_2, t_3)?	
Explorative Frage		**Auswertungsstrategie**	**Ergebnisse**
EF3a	Geschlecht	Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe)	Interaktionseffekt: n. s. $(1-\beta = .66)$ (?) Innersubjekteffekt: s.** Zwischensubjekteffekt: n. s. $(1-\beta = .72)$ (?)
EF3b	Kogn. Leistungsfähigkeit		Interaktionseffekt: n. s. $(1-\beta = .18)$ (?) Innersubjekteffekt: s.** Zwischensubjekteffekt: s.**
EF3c	Lesekompetenz		Interaktionseffekt: n. s. $(1-\beta = .85)$ Innersubjekteffekt: s.** Zwischensubjekteffekt: s.**
EF3d	Lernverhalten		Interaktionseffekt: n. s. $(1-\beta = .58)$ (?) Innersubjekteffekt: s.** Zwischensubjekteffekt: s.**

Anmerkung: EF = Explorative Frage, n. s. = nicht signifikant, s.* = signifikant auf dem .05-Niveau, s.** = signifikant auf dem .01-Niveau, (?) = Ergebnis hinsichtlich des β-Fehlers nicht eindeutig, großer Effekt, mittlerer Effekt, kleiner Effekt nach Cohen (1988)

Fortsetzung Tabelle nächste Seite

Fortsetzung Tabelle

Forschungsfrage 3		Wie entwickeln sich die mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit von ausgewählten Variablen zu Beginn der Sekundarstufe I (Messzeitpunkte t_{1a}, t_2, t_3)?	
Explorative Frage		**Auswertungsstrategie**	**Ergebnisse**
EF3e	Sozialverhalten	Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe)	Interaktionseffekt: n. s. $(1-\beta = .64)$ (?) Innersubjekteffekt: s.** Zwischensubjekteffekt: n. s. $(1-\beta = .54)$ (?)
EF3f	Soziale Herkunft		Interaktionseffekt: n. s. $(1-\beta = .57)$ (?) Innersubjekteffekt: s.** Zwischensubjekteffekt: s.*
EF3g	Migrationshintergrund		Interaktionseffekt: n. s. $(1-\beta = .61)$ (?) Innersubjekteffekt: s.** Zwischensubjekteffekt: n. s. $(1-\beta = .52)$ (?)
EF3h	Schulform		Interaktionseffekt: s.** Innersubjekteffekt: s** Zwischensubjekteffekt: n. s. $(1-\beta = .51)$ (?)
EF3i	Leistungsheterogenität der Klasse		Interaktionseffekt: n. s. $(1-\beta = .65)$ (?) Innersubjekteffekt: s.** Zwischensubjekteffekt: n. s. $(1-\beta = .53)$ (?)

Anmerkung: EF = Explorative Frage, n. s. = nicht signifikant, s.* = signifikant auf dem .05-Niveau, s.** = signifikant auf dem .01-Niveau, (?) = Ergebnis hinsichtlich des β-Fehlers nicht eindeutig, großer Effekt, mittlerer Effekt, kleiner Effekt nach Cohen (1988)

Insgesamt entwickeln sich die untersuchten, mathematischen Basiskompetenzen positiv innerhalb der fünften Jahrgangsstufe. Betrachtet man die vier Grundrechenarten getrennt voneinander, entwickelt sich die Rechenart der Addition stärker als die übrigen.

Für Schülerinnen und Schüler mit einem niedrigen Ausgangsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen zu Beginn des Schuljahres ergibt sich, dass sie sich parallel zu ihren Mitschülerinnen und Mitschülern auf einem stark niedrigeren Nivau in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln.

Querschnittlich betrachtet kann für den Beginn der Klassenstufe 5 ein statistisch bedeutsamer Zusammenhang der mathematischen Basiskompetenzen mit den nachfolgenden Variablen ermittelt werden:

- Kognitive Leistungsfähigkeit
- Lesekompetenz
- Lernverhalten
- Soziale Herkunft
- Migrationshintergrund
- Schulform

Abbildung 10.1 stellt einen Rückbezug auf das formulierte Arbeitsmodell (siehe Abbildung 5.1) dar. Hier werden die berichteten, statistischen Ergebnisse der durchgeführten zweifaktoriellen Varianzanalysen mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit der Untersuchung auf eine inhaltliche Ebene übersetzt. Farbig markiert wird jeweils ein statistisch signifikanter Zwischensubjekteffekt beziehungsweise statistisch signifikanter Interaktionseffekt (.05-Signifikanzniveau). Die Farbabstufung liefert dabei Hinweise auf die berichtete Effektstärke *d* nach Cohen (1988). Ersichtlich ist, dass sich die mathematischen Basiskompetenzen von Anfang bis Ende der Jahrgangsstufe 5 mit einem starken Effekt entwickeln. Während von Schuljahresanfang bis Schulhalbjahr von einer Entwicklung mit mittlerem Effekt zu sprechen ist, ist der Effekt von Schulhalbjahr bis Schuljahresende als klein zu bezeichnen. Die Ausprägung der Variablen kognitive Leistungsfähigkeit, schriftsprachliche Kompetenz, schulbezogenes Lernverhalten, soziale Herkunft und Migrationshintergrund bedingen, dass sich Schülerinnen und Schüler auf einem unterschiedlichen Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln. Für schriftsprachliche Kompetenzen ist dabei von einem großen Effekt zu berichten sowie für die kognitive Leistungsfähigkeit und das schulbezogene Lernverhalten von einem mittleren Effekt. Die jeweils besuchte Schulform führt mit einem kleinen Effekt dazu, dass sich Schülerinnen und Schüler im Zeitverlauf unterschiedlich stark entwickeln.

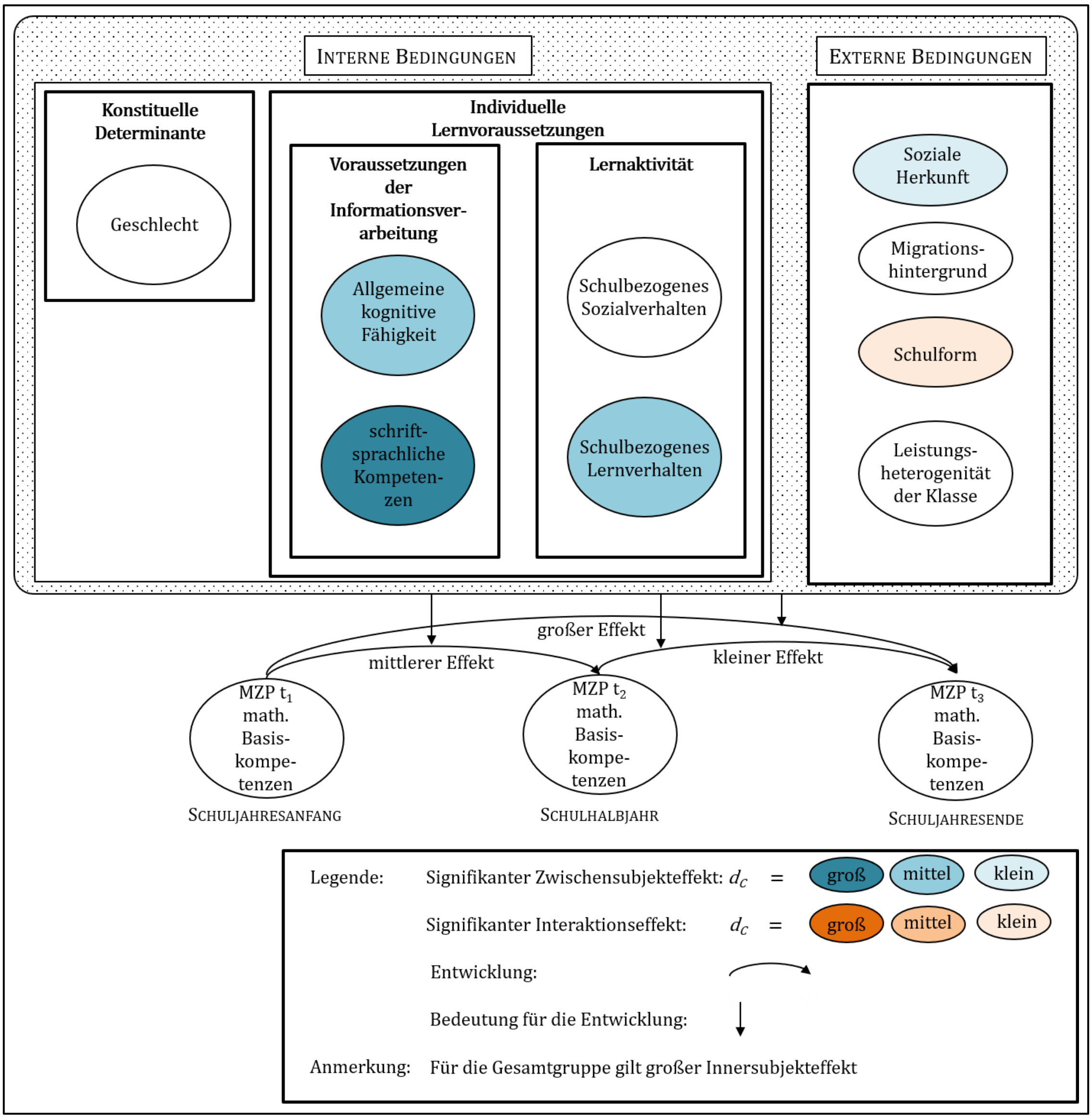


Abbildung 10.1: **Die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen im Kontext der untersuchten Bedingungsfaktoren – Ergebniszusammenschau der durchgeführten zweifaktoriellen Varianzanalysen mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Explorative Frage 3)**

Für die nachfolgende Zusammenfassung, Interpretation und Diskussion der Ergebnisse gilt folgendes: Da der ermittelte Innersubjekteffekt für die untersuchten Teilstichproben inhaltlich identisch mit Hypothese 1a ist (Innersubjekteffekt der *Gesamtstichprobe*), wird in der Ergebnisdiskussion von Hypothese 1c und Hypothese 3a–i der Innersubjekteffekt nicht weiter behandelt und auf das Ergebnis für den Innersubjekteffekt in Hypothese 1a verwiesen.

10.1 Allgemeine Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen

Der erste Hypothesenblock betrachtet den allgemeinen Zuwachs mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe.

HYPOTHESE 1A: ALLGEMEINE ENTWICKLUNG

Die *Hypothese 1a* nimmt an, dass auf Ebene der Gesamtgruppe ein Lernzuwachs in den mathematischen Basiskompetenzen zwischen den Messzeitpunkten t_{1a} bis t_3 (vom Schuljahrsbeginn bis zum Schuljahrsende) stattfindet. Der Innersubjekteffekt (siehe Tabelle 9.3, S. 157, und Tabelle 9.4, S. 157) ergibt mit $p_{H-F} < .001$ ($F_{H-F}(1.97{,}567.75) = 159.60$, ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .36$) einen signifikanten Effekt. Eine Bonferroni-korrigierte post-hoc-Analyse zeigt an, dass zwischen den Messzeitpunkten $t_{1a,2}$, $t_{2,3}$ sowie $t_{1a,3}$ statistisch signifikante Unterschiede zu verzeichnen sind, die einer positiven Entwicklung über alle drei Messzeitpunkte hinweg entsprechen. Eine Überführung von η^2 in Cohen's d ergibt mit $d_C = 1.49$ einen großen Effekt. *Die Nullhypothese wird zugunsten der Alternativhypothese verworfen*.

Dieses berichtete Resultat bestätigt die Annahme, dass nicht davon ausgegangen werden kann, dass der Erwerb relevanter mathematischer Konzepte mit Verlassen der Grundschule abgeschlossen ist (Ehlert et al., 2013), sondern sich die Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen auch in der Sekundarstufe I fortsetzt (Ennemoser et al., 2011; Gebhardt et al., 2013; PALMA-Untersuchung: vom Hofe et al., 2009; hier: großer, *signifikanter* Innersubjekteffekt; siehe Tabelle 9.3). Die Bonferroni-korrigierte post-hoc-Analyse (siehe Tabelle 9.4) zeigt zudem an, dass zwischen den Messzeitpunkten t_{1a} und t_2 (Schuljahrsbeginn und Schulhalbjahr) mit einem durchschnittlichen Leistungszuwachs von 3.81 T-Wert-Punkten ($d_C = .78, p < .001$) eine größere Leistungsentwicklung stattfindet als zwischen den Messzeitpunkten t_2 und t_3 (Schulhalbjahr und Schuljahresende; Leistungszuwachs hier von durchschnittlich 1.72 T-Wert-Punkten; $d_C = .32, p < .001$). Dieses Ergebnis bricht mit anderen Studienergebnissen, die darauf verweisen, dass sich in Anschluss an die sensible Phase der Transition (Ditton & Krüsken, 2006) Leistungsstagnation und Leistungseinbrüche abzeichnen (Damme et al., 2002; McGee et al., 2003). Das Resultat kann optimistisch stimmen, da es einen Hinweis dazu liefert, dass eine methodische Vernetzung auf Schulebene über die Transition hinaus für Schülerinnen und Schüler gewinnbringend sein könnte (Reiss, 2009a; Ufer, 2009). Weiterhin stellt es die bisherige unterrichtliche Konzeption in Frage: Innerhalb eines fortschreitenden Curriculums, das auf hierarchischen, mathematischen Aspekten basiert, findet der Aspekt der notwendigen Voraussetzungen für die Kompetenzentwicklung zu wenig Beachtung (Humbach, 2008, 2009).

Ein wichtiges Ergebnis sind die verhältnismäßig schwachen Leistungen der Untersuchungsgruppe über alle Messzeitpunkte hinweg. Mit einem mittleren T-Wert von 42.27 in Messzeitpunkt t_{1a} liegt die Untersuchungsgruppe deutlich unter den Werten der Normierungsstichprobe des Heidelberger Rechentests 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005; Normierung Ende der vierten Klassenstufe). Diesen Vorsprung der

Normierungsstichprobe holen die hier untersuchten Schülerinnen und Schüler bis zum Ende der fünften Klassenstufe im Durchschnitt *nicht* auf (Messzeitpunkt t_3: durchschnittlich 47.81 T-Wert-Punkte; siehe Tabelle 9.3). Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Normierungsstichprobe am Ende der vierten Klasse alle Schülerinnen und Schüler *vor* der Transition umfasst. Das bedeutet, dass gleichwohl Schülerinnen und Schüler, die später ein Gymnasium oder auch andere Schulformen besuchen, vorhanden sind. Dahingegen bedeutet die Ausdifferenzierung in verschiedene Schulformen im Anschluss an die Transition, dass ein Teil der leistungsstarken Schülerinnen und Schüler eine Schulform wählen, die ausschließlich den gymnasialen Zweig anbietet, während die hier untersuchten Schulformen nur bedingt diesen Zweig bedienen (Oberschule = nein, Integrierte Gesamtschule = ja)

Kritisch ist anzumerken, dass entsprechend des Studiendesigns lediglich der Zeitraum *nach* dem Schulwechsel in der vorliegenden Untersuchung betrachtet wird, es können also keine Aussagen darüber getätigt werden, wie die Entwicklung ab dem unmittelbaren Ende der Jahrgangsstufe 4 bis hinein in die Jahrgangsstufe 5 verläuft.

HYPOTHESE 1B: DIFFERENZIERUNG NACH GRUNDRECHENART

Hypothese 1b spezifiziert die Entwicklung der mathematischen Basiskompetenz gemessen am HRT 1–4 durch eine Differenzierung zwischen den Grundrechenarten. Dabei wird die Annahme untersucht, dass sich die einzelnen Grundrechenarten über die drei Messzeitpunkte t_{1a}, über t_2 bis t_3 (Schuljahrsbeginn, über Schulhalbjahr bis Schuljahrsende) jeweils positiv entwickeln.

Für alle vier Grundrechenarten ergibt sich jeweils ein signifikanter Innersubjekteffekt über die drei untersuchten Messzeitpunkte:

- Addition: $p < .001$, $F(2{,}576) = 46.07$, ${\eta_p}^2 = .14$, $(d_C = .80)$
- Subtraktion: $p_{H-F} < .001$, $F_{H-F}(1.97{,}563.79) = 23.85$, ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .08$, $(d_C = .57)$
- Multiplikation: $p_{H-F} < .001$, $F_{H-F}(1.90{,}548.15) = 14.50$, ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .05$, $(d_C = .45)$
- Division: $p < .001$, $F(2{,}576) = 43.20$, ${\eta_p}^2 = .13$, $(d_C = .77)$

Die Lösungshäufigkeit für Aufgaben der Addition zeigt dabei einen großen Innersubjekteffekt, während die der Subtraktion, Multiplikation und Division einem mittleren Effekt entsprechen (siehe Tabelle 9.5, Tabelle 9.7, Tabelle 9.9, Tabelle 9.11). *Die Nullhypothese wird zugunsten der Alternativhypothese verworfen.*

Diese tendenziell positive Entwicklung innerhalb der Grundrechenarten geht mit den Befunden von Cawley und Kollegen (2001) sowie Gebhardt und Kollegen (2013) einher. Offen bleibt an dieser Stelle, wie sich diese Tendenz über das fünfte Schuljahr hinaus verhält. Weiterhin kristallisiert sich die Grundrechenart Multiplikation als problematisch heraus, so zeichnet sich hier ein niedrigerer Innersubjekteffekt als bei den anderen untersuchten Grundrechenarten ab.

Besonders stechen die hohen Effektstärken (Innersubjekteffekt) für die Addition und Division heraus. Schülerinnen und Schüler lösen zu Beginn der fünften Jahrgangsstufe Aufgaben der Division am seltensten innerhalb der Zeitvorgabe richtig, was die Annahme zulässt, dass hier das stärkste Entwicklungspotential nach oben vorhanden ist. Hier gelingt ein schneller Faktenabruf und der Einsatz effektiver und sicherer Lösungsstrategien (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005, S. 13) zu Beginn der fünften Jahrgangstufe also weniger gut. Es bietet sich die Interpretationsmöglichkeit an, dass die Grundrechenart der Division derart komplex ist, dass es hier mehr interner Prozesse als in den übrigen Grundrechenarten bedarf, was wiederum zu einem erhöhten Zeitbedarf führt.

Einen anderen Erklärungsansatz bietet das unterrichtliche Vorgehen: Gleichwohl stellt sich die Frage nach der starken Entwicklung in der Addition und ob das unterrichtliche Vorgehen in der Untersuchungsgruppe vor allem Aufgaben der Addition und Division fokussierte. Für die Rechenoperationen der schriftlichen Addition, Subtraktion und Multiplikation gilt, dass Schülerinnen und Schüler diese mit Verlassen der Grundschule automatisiert durchführen können sollen. Die schriftliche Division hingegen wird in der Grundschule nur noch in Ansätzen behandelt (Niedersächsisches Kultusministerium, 2006, S. 19). Wenngleich es sich um schriftliche Rechenverfahren handelt, die in der vorliegenden Untersuchung nicht Gegenstand waren, legt die intensivere Beschäftigung mit den drei Grundrechenarten Addition, Subtraktion und Multiplikation in der Grundschule nahe, dass implizit auch vermehrt das Kopfrechnen sowie halbschriftliches Rechnen mitgeübt wird. Die Bonferroni-korrigierte post-hoc-Analyse für den Innersubjekteffekt der Division zeigt mit $d_C = .43$ für die Entwicklung zwischen den Messzeitpunkten t_{1a} und t_2 die im Vergleich zu den übrigen Grundrechenarten stärkste Entwicklung: Grund hierfür könnte die oben berichtete Auslagerung der schriftlichen Division an den Beginn der Sekundarstufe I sein, womit auch eine vermehrte Auseinandersetzung mit Kopfrechenaufgaben einhergeht.

Weiterhin werden Additionsaufgaben vor Subtraktions-, Multiplikations- und Divisionsaufgaben durchschnittlich häufiger richtig gelöst (in dieser Reihenfolge): Dieses Ergebnis stützt die Annahme über einen besser ausgebildeten Faktenabruf in den Strichrechenarten (Cawley et al., 2001).

HYPOTHESE 1C: AUSGANGSNIVEAU

Hypothese 1c betrachtet die Entwicklung in Abhängigkeit vom jeweiligen Ausgangsniveau in Messzeitpunkt t_1 unmittelbar nach der Transition in die Sekundarstufe I. Es wird die Annahme untersucht, ob sich die mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit vom Ausgangsniveau in Messzeitpunkt t_1 (cut-off-Wert $T_{HRT,t_{1a}} < 40 \wedge T_{HRT,t_{1b}} < 40$ beziehungsweise $T_{HRT,t_{1a}} \geq 40 \vee T_{HRT,t_{1b}} \geq 40$) unterschiedlich positiv innerhalb der fünften Jahrgangsstufe entwickeln. Es wird davon ausgegangen, dass sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit vom jeweiligen Ausgangsniveau verschieden voneinander entwickeln, wobei Schülerinnen und Schüler mit höherem Ausgangsniveau eine stärkere Entwicklung als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler zeigen sollten. Es ergibt sich für die zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit kein signifikanter Interaktionseffekt ($p_{H-F} = .39$, $F_{H-F}(2,548) = .94$, ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .003$; $d_C = .11$), was dafür spricht, dass die Entwicklung über die untersuchten Messzeitpunkte t_{1a} bis t_3 in Abhängigkeit von der Gruppenzugehörigkeit und Messzeitpunkten nicht divergierend verläuft. Allerdings ist die Teststärke mit 63 % als nicht ausreichend zu bezeichnen (Rost, 2013b, S. 247). Demnach herrscht hier eine Wahrscheinlichkeit von 37 % dafür vor, dass eine kleine Effektgröße durch die vorliegende Studie nicht aufgedeckt werden kann (Ellis, 2010, S. 76). Die Ergebnisse legen nahe, dass weder die H_0 ($\alpha > .05$) noch die H_1 ($1 - \beta < .80$) mit hinreichend geringer Irrtumswahrscheinlichkeit abgelehnt werden können. *Das Ergebnis bleibt daher nicht eindeutig.*

Gleichwohl weist ein signifikanter Innersubjekteffekt für die Gesamtgruppe in *Hypothese 1a* (siehe Tabelle 9.3, S. 157, und Tabelle 9.4, S. 157) darauf hin, dass sich die beiden untersuchten Gruppen *gemeinsam* positiv innerhalb der fünften Jahrgangsstufe entwickeln. Der signifikante Zwischensubjekteffekt zeigt an, dass sich die Gruppen stark signifikant innerhalb der untersuchten Messzeitpunkte t_{1a}, t_2 und t_3 voneinander unterscheiden (${\eta_p}^2 = .46$, $d_C = 1.85$), womit nach Hatties (2013, S. 21) Auffassung hier ein Effekt vorliegt, der „in der realen Welt Unterschiede“ erkennen lässt.

Einhergehend mit der Konzeption des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer, Wu et al., 2005) als Speedtest, ist zu erwarten, dass die jeweilige Ausprägung der Lernausgangslage in Messzeitpunkt t_1 darüber entscheidet, wie gut eine jeweilige Schülerin, ein jeweiliger Schüler relevante Informationen selektiert, die Aufmerksamkeit fokussiert und das Arbeitsgedächtnis entlastet (Hasselhorn & Gold, 2013; Weberschock & Grube, 2006). Die Konzeption des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer, Wu et al., 2005) als Speedtest spricht dafür, dass Schülerinnen und Schüler, welche viele Aufgaben unter Zeitdruck richtig lösen, sich der schnellsten Rechenstrategie, nämlich der des automatischen Faktenabrufs, bedienen (Grube, 2006; Koponen et al., 2007; Moser Opitz & Ramseier, 2012). Weiterhin werden die Subtests des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer, Wu et al., 2005) mit steigender Itemanzahl schwieriger, indem Aufgaben im höheren Zahlenraum gestellt werden. Greifen Schülerinnen und Schüler hier auf zählende Rechenstrategien zurück, potenziert sich die Fehleranfälligkeit (Moser Opitz, 2005; Padberg & Benz, 2011). Für die hier untersuchte *Hypothese 1c* ist daraus zu schlussfolgern, dass sich Schülerinnen und Schüler mit höherem Ausgangsniveau geeigneterer Rechenstrategien bedienen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler, was dazu führt, dass sich die Gruppe auf einem höheren Leistungsniveau entwickelt (*signifikanter* Zwischensubjekteffekt).

Zwar ist hier in beiden untersuchten Gruppen kein Leistungsrückgang (Damme et al., 2002; McGee et al., 2003) *nach* der Transition (ab Messzeitpunkt t_{1a}) festzustellen, doch zeichnet sich ein Vorteil (großer, *signifikanter* Zwischensubjekteffekt: ${\eta_p}^2 = .46$, $d_C = 1.85$) für diejenigen Schülerinnen und Schüler mit unauffälligem Ausgangsniveau ab, die hier – zwar bei gleichem Leistungszuwachs – im Laufe des Schuljahrs permanent Leistungen auf durchschnittlich höherem Niveau zeigen.

Das Matthäusprinzip – „Wer hat, dem wird gegeben“ – zeigt sich hier nicht (kein signifikanter Interaktionseffekt). Demnach ist die Entwicklung mathematischer

Basiskompetenzen in Abhängigkeit vom Ausgangsniveau und Zeit als relativ stabil (Helmke, 1997; Schmiedek & Lindenberger, 2008, S. 56; Weinert, 2012) zu bezeichnen, entgegen anderer Untersuchungen, die divergierende Leistungsentwicklungen zeigen (vgl. Kohli et al., 2015; Shin et al., 2013). Gleichzeitig entspricht die jeweilige Entwicklung beider Gruppen aber auch keinem Ausgleich des Leistungsgefälles wie bei Ditton und Krüsken (2009, S. 33).

Darüber hinaus ist problematisch, dass es der Gruppe von Schülerinnen und Schülern mit niedrigem Ausgangsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen im Messzeitpunkt t_1 bis zum Ende des Schuljahrs trotz der positiven Lernentwicklung im Durchschnitt nicht gelingt, den cut-off-Wert von 40 T-Wert-Punkten zu überschreiten (durchschnittlicher T-Wert von 38.40 in Messzeitpunkt t_3 für die Schülerinnen und Schüler mit niedrigem Ausgangsniveau). Dieser Gruppe sind in der vorliegenden Untersuchung 29.3 % der untersuchten Schülerinnen und Schüler zuzuzählen. Im Sinne eines kumulativen Lernprozesses fehlt dieser Schülergruppe eine wichtige Lernvoraussetzung, um aufbauend auf ein tragfähiges Verständnis der Grundschulmathematik dem Unterricht in der Sekundarstufe I zu folgen (Ehlert et al., 2013; Freesemann, 2014; Gebhardt et al., 2013; vom Hofe et al., 2009; Humbach, 2008, 2009; Mittelberg, 2004; Moser Opitz, 2013).

Offen bleibt an dieser Stelle, wo genau die Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler mit niedrigem Ausgangsniveau liegen: Die möglichen Schwierigkeiten sind vielfältig und können von einem fehlenden Mengen- und Größenverständnis, über unzureichende Einsichten in das Zahlensystem bis hin zu einem fehlerhaften Operationsverständnis reichen (Jacobs & Petermann, 2012; Lambert, 2015; siehe Kapitel 3.2).

Ausgehend von diesem Ergebnis präsentiert Kapitel 10.4 Schlussfolgerungen für Schule und Unterricht.

10.2 Zusammenhang der ausgewählten Variablen mit mathematischen Basiskompetenzen und ihre Bedeutung für die Entwicklung

Nachfolgend werden die Ergebnisse zur Bearbeitung der zweiten Forschungsfrage (2a–i) sowie der explorativen Fragen (3a–i) für jede Variable aspektgeleitet betrachtet. Das bedeutet, dass Forschungsfrage 2 und 3 für eine jeweilige Variable gemeinsam abgehandelt werden.

GESCHLECHT

<u>Explorative Frage 2a: Querschnitt</u>

Hypothese 2a überprüft, ob es einen bedeutsamen Unterschied zwischen männlichen und weiblichen Studienteilnehmerinnen und -teilnehmern hinsichtlich der mathematischen Basiskompetenzen in t_{1a} gibt. Der zweiseitige t-Test für unabhängige Stichproben legt *keinen* statistisch bedeutsamen Unterschied zwischen den beiden Gruppen nahe ($t = .76$, $p_t = .45$, $d_C = .08$). Das bedeutet, dass Jungen und Mädchen keine voneinander unterschiedlichen Leistungen in Messzeitpunkte t_{1a} in den mathematischen Basiskompetenzen zeigen.

Eingeschränkt ist dieses Ergebnis durch die niedrige Teststärke von 57 %, was darauf hinweist, dass die vorliegende Untersuchung einen kleinen Effekt mit einer Wahrscheinlichkeit von 43 % nicht aufzudecken vermag.

Die Forschungsliteratur zur Bedeutung des Geschlechts für mathematische Leistungen ist uneinheitlich (Landerl & Kaufmann, 2008; Schneider et al., 2013). Mit dem hier berichteten Ergebnis können die Schlussfolgerungen anderer Studien (Kaufmann, Graf, Krinzinger, Delazer & Willmes, 2008; Krajewski, 2008b; Wendt, Bos et al., 2012), die unterschiedliche Leistungen in Abhängigkeit vom Geschlecht nahelegen, nicht repliziert werden (hier: *kein* statistisch bedeutsamer Unterschied zwischen den Geschlechtern). Darüber hinaus weist die Forschung darauf hin, dass Jungen häufiger zur Spitzengruppe in mathematischen Leistungstests zählen als Mädchen (Bos et al., 2004; Sälzer et al., 2013), wozu an dieser Stelle mittels der eingesetzten Auswertungsstrategie keine Aussage getätigt werden kann. In der vorliegenden Untersuchung werden „lediglich" die mittleren T-Werte betrachtet, dabei werden verschiedene Verteilungen auf Niveaustufen durch den jeweiligen Mittelwert nivelliert. Weiterhin werden in der vorliegenden Untersuchung das mathematische Selbstkonzept sowie allgemeine und fachspezifische motivationale und volitionale Aspekte nicht überprüft, welche sich spezifisch für das Fach Mathematik zwischen den Geschlechtern unterscheiden können (Lupatsch & Hadjar, 2011; Niklas & Schneider, 2012a; Quenzel & Hurrelmann, 2010).

Weniger überraschend ist das hier rezipierte Ergebnis vor dem Hintergrund, dass das eingesetzte Erhebungsinstrument, der HRT 1–4, basale Rechenoperationen untersucht, welche „Grundlagen und Voraussetzungen für die Entwicklung komplexeren mathematischen Wissens" (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005, S. 13) darstellen. Der Einsatz dieser Standardprozeduren ist eine Stärke von Mädchen (Walther et al., 2008). So weist die Studienlage darauf hin, dass das sichere und systematische Abarbeiten bekannter Routinen und Verfahren zu den Stärken von Mädchen zählen, während beispielsweise das Lösen anspruchsvoller Aufgaben mit eigenem Lösungsweg eine Herausforderung darstellt (Fennema et al., 1998; Walther et al., 2008; Winkelmann et al., 2008). Es wäre also angezeigt, neben den mathematischen Basiskompetenzen mittels anderer standardisierter Testverfahren zu prüfen, ob Schülerinnen die Anwendung dieser mathematischen Basiskompetenzen auch in anspruchsvolleren, anwendungsbezogenen Kontexten gelingt.

<u>Explorative Frage 3a: Längsschnitt</u>

Die Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen innerhalb des fünften Schuljahrs wird durch die *explorative Frage 3a* in Abhängigkeit vom Geschlecht untersucht.

Der Interaktionseffekt ist mit $p_{H-F} = .58$, $F(1.98{,}468.01) = 0.54$ und ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .002$ nicht signifikant. Das bedeutet, dass sich Mädchen und Jungen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe nicht unterschiedlich voneinander in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln.

Weiterhin ist auch der Zwischensubjekteffekt nicht signifikant ($p = .61$, $F(1{,}287) = .26$, ${\eta_p}^2 = .001$). Innerhalb der Messzeitpunkte gibt es keinen statistisch signifikanten

Unterschied in Abhängigkeit vom Geschlecht. Relativierend sei auf die unzureichende Teststärke sowohl für den Zwischensubjekteffekt ($1-\beta = .66$) als auch für den Interaktionseffekt ($1-\beta = .72$) verwiesen. Eine Studienreplikation mit größerer Stichprobe kann hier Aufschluss darüber geben, ob entweder der Zwischensubjekt- oder der Interaktionseffekt signifikant werden wird.

Studienergebnisse, die nahelegen, Jungen erzielen bessere mathematische Leistungen als Mädchen (Bos et al., 2004, 2012a; Lehmann, 2006a; Walther et al., 2008), können hier nicht bestätigt werden (*kein* signifikanter Zwischensubjekteffekt). Mädchen und Jungen unterscheiden sich in der vorliegenden Studie in den einzelnen Messzeitpunkten t_{1a}, t_2 und t_3 nicht voneinander und zeigen keine unterschiedliche Entwicklung (*kein* signifikanter Interaktionseffekt).

KOGNITIVE LEISTUNGSFÄHIGKEIT

Hypothese 2b: Querschnitt

Hypothese 2b untersucht den Zusammenhang der mathematischen Basiskompetenz in Messzeitpunkt t_{1a} mit der kognitiven Leistungsfähigkeit. *Hypothese 2b* nimmt an, dass die kognitive Leistungsfähigkeit positiv mit den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} korreliert. Eine signifikante Korrelation mit den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkten t_{1a} spricht dafür, dass hohe kognitive Leistungsfähigkeit mit gut ausgeprägten mathematischen Basiskompetenzen einhergeht ($r_s(335) = .30$, $p < .001$). Demnach zeigen Schülerinnen und Schüler mit hoher kognitiver Leistungsfähigkeit auch gut ausgebildete mathematische Basiskompetenzen (vice versa). *Die Nullhypothese wird zugunsten der Alternativhypothese verworfen.*

Dieses Ergebnis bestätigt die Annahme von Pressley, Borkowski und Schneider (1989), dass gute Informationsverarbeiter über eine bessere Kapazität des Kurzzeitgedächtnisses verfügen. Die Aufgaben des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) werden ohne Platz für schriftliche Rechenverfahren präsentiert, was die Schülerinnen und Schüler dazu veranlasst, die Aufgaben im Kopf zu lösen. Diese Kompetenz erfordert einen schnellen und sicheren Faktenabruf, wie zugleich im Falle von mehrstelligen Aufgaben auch die Aufrechterhaltung von Zwischenergebnissen im Kurzzeitgedächtnis. Viele richtig gelöste Aufgaben unter begrenzter Zeitvorgabe sprechen also dafür, dass effektive und sichere Lösungsstrategien genutzt werden (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005, S. 13). Das berichtete Ergebnis stützt darüber hinaus die Annahme, „dass die allgemeine kognitive Leistungsfähigkeit [...] eine wichtige Einflusskomponente beim Erwerb schulischer Basiskompetenzen darstellt, indem sie einen kontinuierlichen kumulativen Wissensaufbau unterstützt" (Grube & Hasselhorn, 2006, S. 101).

Explorative Frage 3b: Längsschnitt

Die *explorative Frage 3b* betrachtet die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe unter der Perspektive kognitiver Leistungsfähigkeit. Dabei wird untersucht, ob sich Schülerinnen und Schüler mit niedriger kognitiver Leistungsfähigkeit (cut-off-Wert: $IQ_{t_1} = 85$) anders über die untersuchten Messzeitpunkte

t_{1a}, t_2 und t_3 in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler. Es ergibt sich folgendes Bild: Der Interaktionseffekt wird mit $p = .08$, $F(2{,}540) = 2.60$ und ${\eta_p}^2 = .01$ knapp *nicht* signifikant. Das bedeutet, dass sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von der kognitiven Leistungsfähigkeit nicht unterschiedlich voneinander im Zeitverlauf entwickeln. Die ungenügende Teststärke von 18 % zeigt an, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 82 % durch die vorliegende Untersuchung ein kleiner Effekt nicht aufgedeckt werden kann. Es bedarf einer Studienreplikation mit einer größeren Stichprobe, um die Teststärke zu verbessern. Ungeachtet dessen, dass weder der α- noch der β-Fehler mit ausreichender Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden können, handelt es sich mit ${\eta_p}^2 = .01$ ($d_C = 0.20$) um einen kleinen (*nicht* signifikanten) Interaktionseffekt.

Gleichwohl weist der signifikante Zwischensubjekteffekt ($p < .001$, $F(1, 270) = 17.54$, ${\eta_p}^2 = .06$) darauf hin, dass sich die Gruppen in den untersuchten Messzeitpunkten t_{1a}, t_2 und t_3 signifikant voneinander unterscheiden (*signifikanter* Zwischensubjekteffekt) und sich parallel (*kein* signifikanter Interaktionseffekt) zueinander auf unterschiedlichem Leistungsniveau positiv (*signifikanter* Innersubjekteffekt der Gesamtgruppe) entwickeln. Dabei unterscheiden sich die Gruppen laut Cohen (1988, S. 25 f.) mit einem mittleren Effekt (${\eta_p}^2 = .06$; $d_C = 0.51$). Hattie (2013, S. 11) bezeichnet ihn als eine Effektstärke, die in der realen Welt Unterschiede beobachtbar macht.

Dem *nicht* signifikanten Interaktionseffekt folgend (Einschränkung: unzureichende Teststärke) herrscht hier nicht das Matthäusprinzip vor (Weinert, 2012). Während Schülerinnen und Schüler mit unauffälliger kognitiver Leistungsfähigkeit also denselben Lernzuwachs in den mathematischen Basiskompetenzen zeigen wie ihre Mitschülerinnen und Mitschüler mit niedriger, kognitiver Leistungsfähigkeit (*kein* signifikanter Interaktionseffekt), weist der signifikante Zwischensubjekteffekt darauf hin, dass sich Schülerinnen und Schüler mit höherer kognitiver Leistungsfähigkeit auf einem höheren Leistungsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln: Es liegen demnach stabile Leistungsentwicklungen vor.

Die Bedeutung der Intelligenz für eine Rechenschwäche ist angesichts strenger Diagnosekriterien stark umstritten (Ehlert et al., 2012; Hasselhorn & Schuchardt, 2006): Demnach wird angezweifelt, ob sich rechenschwache Schülerinnen und Schüler mit zugleich schwachen kognitiven Leistungen unterschiedlich von ihren „nur" rechenschwachen Mitschülerinnen und Mitschüler entwickeln. Diesbezüglich kann auf Grundlage der berichteten Ergebnisse kein Rückschluss gezogen werden. Dafür bedarf es weiterer Detailuntersuchungen bezüglich der kognitiven Leistungsfähigkeit, die sich speziell der Gruppe von *Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwierigkeiten* widmen.

Wohl aber zeichnet sich hier für die Gesamtgruppe der Schülerinnen und Schüler (rechenschwach und *nicht* rechenschwach *gemeinsam*) keine voneinander verschiedene Entwicklung in Abhängigkeit von der kognitiven Leistungsfähigkeit ab (*kein* signifikanter Interaktionseffekt). In Relation zu den übrigen untersuchten Variablen, die einen signifikanten Zwischensubjekteffekt nachweisen, führt eine niedrige kognitive Leistungsfähigkeit zu den zweitniedrigsten, mittleren T-Werten in allen drei Messzeitpunkten; nur die Gruppe mit niedrigem Lernverhalten (nicht disjunkt gegenüber Schülerinnen und Schülern mit niedriger, kognitiver Leistungsfähigkeit) weist noch niedrigere, mittlere T-Werte im HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) auf (siehe Abbildung 9.5).

Auch wenn sich die beiden untersuchten Gruppen nicht unterschiedlich voneinander entwickeln (*kein* signifikanter Interaktionseffekt), ergeben sich weiterführende Fragen für die Forschung: So deutet die immerhin parallele Entwicklung auf verschiedenen Niveaus (*signifikanter* Zwischensubjekteffekt) darauf hin, dass – ohne dass die Ergebnisse hier auf eine kausale Wirkrichtung hinweisen können – eine mögliche „Einflussnahme auf den Erwerb schulischer Fertigkeiten durch geeignete Maßnahmen (kognitiver oder auch sozial-emotionaler Natur) zur Unterstützung des Wissenserwerbs" (Grube & Hasselhorn, 2006, S. 101 f.) in Betracht gezogen werden sollte.

LESEKOMPETENZ

Hypothese 2c: Querschnitt

Hypothese 2c untersucht die Annahme, dass zu Beginn der fünften Jahrgangsstufe (Messzeitpunkt t_{1a}) ein positiver, signifikanter Zusammenhang zwischen den mathematischen Basiskompetenzen und der Lesekompetenz vorherrscht. Die Bearbeitung von *Hypothese 2c* bestätigt einen bedeutsamen, mittleren positiven Zusammenhang zwischen der Lesekompetenz und den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} ($r_s(339) = .42, p < .001$). Demnach stehen die beiden untersuchten Variablen in einem positiven Verhältnis zueinander: Hohe Leistungen in den mathematischen Basiskompetenzen legen hohe Lesekompetenz nahe (resp. schwache Leistungen in den mathematischen Basiskompetenzen eine niedrige Lesekompetenz). *Die Nullhypothese wird zugunsten der Alternativhypothese verworfen.*

Dieses Ergebnis bestätigt frühere Studien, die berichten, dass Schwierigkeiten im Rechnen häufig mit Schwierigkeiten im schriftsprachlichen Bereich einhergehen (von Aster et al., 2007; Berg, 2008; Hasselhorn & Schuchardt, 2006; Hecht et al., 2001; Helmke, 1997; Koponen et al., 2007; Krajewski, 2013; Lewis et al., 1994). Gleichwohl darf nicht von einem kausalen Zusammenhang zwischen der Lesekompetenz und den mathematischen Basiskompetenzen ausgegangen werden, sondern womöglich zeichnen sich Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten in beiden Domänen durch ein eigenes Leistungsprofil aus (Moser Opitz, 2013).

Offen bleibt an dieser Stelle, ob bei Auspartialisierung der kognitiven Leistungsfähigkeit dieser Zusammenhang zwischen der Lesekompetenz und den mathematischen Basiskompetenzen bestehen bleibt und somit von einem globalen Zusammenhang die Rede ist (vgl. Grube & Hasselhorn, 2006). Die Forschungsliteratur berichtet, dass Schwierigkeiten im Lesen und Rechnen häufiger in Kombination auftreten als isoliert (von Aster et al., 2007; Dirks et al., 2008; Moll & Landerl, 2011). Für die vorliegende Stichprobe sind für den Messzeitpunkt t_{1a} folgende Prävalenzraten für die verschiedenen Ausprägungen der Faktoren *mathematische Basiskompetenzen* und *Lesekompetenz* zu berichten:

- Keine Schwierigkeiten: 32.3 %,
- Schwierigkeiten im Lesen: 20.5 %,
- Schwierigkeiten im Rechnen: 8.0 %,
- Kombinierte Schwierigkeiten: 30.1 % (siehe Kapitel 9.1)

Was dieses Ergebnis für Schule und Unterricht für Konsequenzen hat, wird in Kapitel 10.4 „Weiterführende Überlegungen für Schule, Unterricht, Diagnostik und Förderung“ erörtert.

<u>Explorative Frage 3c: Längsschnitt</u>

Für die *explorative Frage 3c* zur Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in Abhängigkeit von der Lesekompetenz lässt sich feststellen, dass die Entwicklung je nach Ausprägung der Lesekompetenz (cut-off-Wert: $LQ = 90$) nicht verschieden in den Messzeitpunkten t_{1a}, t_2 und t_3 voneinander verläuft (*kein* signifikanter Interaktionseffekt: $p = .80$, $F(540, 297) = 0.21$, ${\eta_p}^2 = .001$). Prinzipiell wäre das Nachweisen eines vorhandenen Interaktionseffekts aufgrund der ausreichend großen Stichprobe möglich gewesen ($1 - \beta = .85$). Wohl aber weist der signifikante Innersubjekteffekt für die Gesamtgruppe darauf hin, dass im Zeitverlauf eine positive Entwicklung für beide Gruppen gemeinsam zu verzeichnen ist (siehe Tabelle 9.3, S. 157, und Tabelle 9.4, S. 157).

Mit $p < .001$ und $d = .91$ ($F(1, 270) = 53.76$) zeigt der Zwischensubjekteffekt einen bedeutsamen Effekt. Die beiden untersuchten Gruppen unterscheiden sich demnach stark in den einzelnen Messzeitpunkten t_{1a} bis t_3 voneinander. Das bedeutet (wie bereits oben anhand der Korrelationsergebnisse für Messzeitpunkt t_{1a} berichtet), dass Schülerinnen und Schüler mit hoher Lesekompetenz tendenziell hohe Leistungen in den mathematischen Basiskompetenzen aufweisen. Der Vergleich zu Entwicklungen aller anderen untersuchten Subgruppen mit unauffälliger Ausprägung in der jeweiligen Variable (*signifikanter* Zwischensubjekteffekt: jeweils unauffällige Ausprägung in den untersuchten Merkmalen *kognitive Leistungsfähigkeit*, *schriftsprachliche Kompetenzen*, *schulbezogenes Lernverhalten*, *soziale Herkunft*, *Migrationshintergrund*; siehe Abbildung 9.5) zeigt, dass die nicht disjunkte Gruppe mit unauffälliger Lesekompetenz einen Leistungsverlauf auf dem höchsten Niveau aller untersuchten Gruppen vollzieht. Dies stützt die Annahme, dass es sich dabei um Schülerinnen und Schüler mit grundsätzlich hohem Fähigkeitsprofil handelt (hohe Leistungen im Rechnen korrelieren mit hohen Leistungen im Lesen).

Gemäß der Forschungstradition mit Fokus auf den Zusammenhang schriftsprachlicher Leistungen und Rechenleistungen sind tiefergehende Analysen angezeigt, die Schülerinnen und Schüler (1) ohne Schwierigkeiten in beiden Bereichen, (2) mit Schwierigkeiten im schriftsprachlichen Bereich, (3) mit Schwierigkeiten im Rechnen und mit (4) kombinierten Schwierigkeiten in ihrer Entwicklung betrachten. Dabei gilt es zu prüfen, ob sich Annahmen über Kompensationsmöglichkeiten schwacher mathematischer Basiskompetenzen durch eine unauffällige Lesekompetenz replizieren lassen (Jordan & Hanich, 2003; Jordan et al., 2003). Zur Bearbeitung dieser Annahme bedarf es weiterführender Analysen.

LERNVERHALTEN

Hypothese 2d: Querschnitt

Hypothese 2d untersucht die Annahme, ob das untersuchte Lernverhalten mit den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_1 positiv korreliert. Hinsichtlich des Lernverhaltens ergibt sich in der Bearbeitung der *Hypothese 2d* ein bedeutsam positiver, mittlerer Zusammenhang zwischen dem Lernverhalten und der mathematischen Basiskompetenz in Messzeitpunkt t_{1a} ($r_s(173) = .34, p < .001$). Das bedeutet, dass gut ausgebildete mathematische Basiskompetenzen mit einem gut ausgebildeten Lernverhalten in Messzeitpunkt t_1 einhergehen (vice versa). *Die Nullhypothese wird zugunsten der Alternativhypothese verworfen.*

Querschnittlich betrachtet zeigen Yen und Kollegen (2004, S. 164), dass mathematische Kompetenz mit Kompetenzmotivierung ($r = .34$), Einstellung zum Lernen ($r = .24$), Aufmerksamkeit und Ausdauer ($r = .28$) sowie Strategien und Flexibilität ($r = .16$) auf schwachem bis mittlerem Niveau korrelieren. Ebenso Weber und Kollegen (2015, S. 823) ermitteln im Querschnitt schwache bis mittlere, lineare Zusammenhänge der Subskalen Ausdauer, Selbstständigkeit beim Lernen und Lernverhalten der LSL 1–4 (Petermann & Petermann, 2013) mit der Mathematiknote. Das hier berichtete Ergebnis einer bedeutsamen, mittleren Korrelation schließt sich somit früheren Forschungen an.

Gleichwohl fordern Yen und Kollegen (2004, S. 166), dass angesichts des statistisch relevanten Zusammenhangs auch das Lernverhalten in Betracht gezogen werden soll, wenn das Zustandekommen schulischer Leistungen untersucht wird. Einhergehend mit dem Übergang in die Sekundarstufe I stellt sich zudem die Herausforderung an Schülerinnen und Schüler, sich gemäß ihrer neuen Rolle auf eine höhere Selbstständigkeit im Arbeitsverhalten einzustellen (Griebel & Niesel, 2011, S. 209). „Das Erlernen von Inhalten und [die Lernfähigkeit] greifen dabei wie zwei Zahnräder ineinander“ (Ziegler & Stöger, 2009, S. 27). Für weitere Ausführungen siehe Kapitel 10.4 „Weiterführende Überlegungen für Schule, Unterricht, Diagnostik und Förderung“.

Explorative Frage 3d: Längsschnitt

Die *explorative Frage 3d* untersucht, wie sich die mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit von der Ausprägung des Lernverhaltens innerhalb der fünften Jahrgangsstufe entwickeln. Die zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit liefert hinsichtlich der Entwicklung bei niedrigem beziehungsweise unauffälligem Lernverhalten folgende Ergebnisse (cut-off-Wert: $T_{LV,t_1} = 40$):

Der Interaktionseffekt wird in der vorliegenden Untersuchung mit $p = .14$ ($F(2, 268) = 1.97, {\eta_p}^2 = .01; d_C = .20$) nicht signifikant. Die beiden untersuchten Gruppen (niedriges Lernverhalten vs. unauffälliges Lernverhalten) verzeichnen demnach innerhalb des fünften Schuljahrs *keine* voneinander verschiedene Entwicklung in den mathematischen Basiskompetenzen. Bei Berücksichtigung des nicht signifikanten Ergebnisses, zeigt sich mit ${\eta_p}^2 = .01$ ($d_C = .20$) ein kleiner Interaktionseffekt für die Entwicklung in Abhängigkeit von den Faktoren Zeit und Lernverhalten. Die Teststärkenberechnung mittels G*Power gibt mit 58 % an, dass ein Fehler zweiter Art nicht ausgeschlossen werden kann. Eine Studienreplikation mit größerer Stichprobe ist angezeigt. Angesichts des hohen Dropouts (52.1 %; siehe Kapitel 9.1, Abbildung 9.2) für die Ergebnisse der Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (Petermann & Petermann, 2013) bedingt durch das nicht Bearbeiten seitens einiger Lehrkräfte gilt es in einer Replikation die Erhebung des Lernverhaltens durch Einschätzung der Schülerinnen und Schüler zu berücksichtigen. Inzwischen liegt für diesen Zweck die Schülereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (Petermann et al., 2014) vor, welche zum Zeitpunkt der Studiendurchführung noch nicht veröffentlicht war (siehe Kapitel 10.3 Methodenkritische Reflexion).

Der signifikante Zwischensubjekteffekt liefert das Ergebnis, dass sich die beiden Gruppen innerhalb der Messzeitpunkte signifikant und zugleich deutlich voneinander unterscheiden ($F(1, 134) = 10.78, \eta_p{}^2 = .07$, $(d_C = .57), p < .001$). Dabei entspricht die ermittelte Effektstärke für den Zwischensubjekteffekt einem mittleren Effekt. Demnach unterscheiden sich die Leistungen innerhalb der Messzeitpunkte im Mittel um 7.47 T-Wert-Punkte. Die Leistungsentwicklung verläuft dabei zwar parallel, aber auf einem unterschiedlichen Leistungsniveau. Schülerinnen und Schüler mit unauffälligem Lernverhalten entwickeln sich auf höherem Niveau.

Der signifikante Innersubjekteffekt der Gesamtgruppe und die sich anschließende Bonferroni-korrigierte post-hoc-Analyse (siehe Tabelle 9.3, S. 157, und Tabelle 9.4, S. 157) weisen darauf hin, dass sich die Schülerinnen und Schüler in beiden Gruppen *gemeinsam* positiv innerhalb der fünften Jahrgangsstufe entwickeln.

Dieses Ergebnis zeigt, dass Schülerinnen und Schüler mit unauffälligem Lernverhalten höhere Leistungen in den mathematischen Basiskompetenzen verzeichnen, wobei die Entwicklung in den beiden untersuchten Gruppen als stabil zu bezeichnen ist. Insbesondere im Vergleich zu anderen als bedeutsam identifizierten Variablen, die einen signifikanten Zwischensubjekteffekt verzeichnen (*kognitive Leistungsfähigkeit*, *Lesekompetenz*, *Sozialverhalten*, *soziale Herkunft*, *Schulform)* zeigt sich ein risikohafter Wert im Lernverhalten als diejenige Variable, welche in allen drei Messzeitpunkten zu den niedrigsten durchschnittlichen T-Werten führt (siehe Abbildung 9.5). Vor diesem Hintergrund bedarf es weiterer Untersuchungen, die abklären, ob eine kombinierte Förderung des Lernverhaltens und der mathematischen Basiskompetenzen eine verstärkte Leistungsentwicklung bedingen; hierzu könnten qualitative, ergänzende Forschungszugänge einen Mehrwert an Informationsgehalt darstellen. Auf Grundlage der hier berichteten Ergebnisse sind keine Aussagen über die Kausalitätsbeziehung (Cook & Cook, 2016, S. 193) zwischen den beiden Variablen zu treffen.

SOZIALVERHALTEN

Hypothese 2e: Querschnitt

Untersucht man den Zusammenhang des Sozialverhaltens mit den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a}, so zeigt sich für die vorliegende Untersuchung, dass es keinen statistisch bedeutsamen Zusammenhang zwischen den beiden untersuchten

Variablen gibt ($r_S(153) = .13$, $p = .09$), wobei das festgelegte α-Niveau von .05 knapp überschritten wird. Dieses bedeutet, dass ein auffällig niedriges Sozialverhalten hier nicht mit auffällig niedrigen mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} bedeutsam einhergeht.

Vor dem Hintergrund, dass lediglich eine Teststärke von 50 % erreicht wird, legt das Ergebnis nahe, dass weder H_0 ($\alpha > .05$) noch H_1 ($1 - \beta < .80$) mit hinreichend geringer Irrtumswahrscheinlichkeit abgelehnt werden können. Es kann nicht mit ausreichender Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden, dass gut ausgebildete mathematische Basiskompetenzen mit einem gut ausgebildeten Sozialverhalten einhergeht (vice versa). *Das Ergebnis bleibt daher nicht eindeutig.*

Es wird gemeinhin angenommen, dass Lernprobleme und Verhaltensschwierigkeiten einander bedingen (Linderkamp & Grünke, 2007, S. 16). Studien mit jüngeren Kindern (Übergang in die Grundschule, Grundschulalter; Blair, Ursache, Greenberg & Vernon-Feagans, 2015; Normandeau & Guay, 1998), die auf geringere akademische Kompetenzen bei niedrigen, sozialen Kompetenzen hinweisen (Lohbeck et al., 2015; Raver & Knitze, 2002), können für den Beginn der Sekundarstufe hier nicht repliziert werden. In der vorliegenden Untersuchung zeigt sich nicht, dass niedrige, soziale Kompetenzen mit niedrigen mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} einhergehen. Auch ungeachtet dessen, dass die Korrelation nicht signifikant ist, wäre hier mit $r_s = .13$ lediglich von einem kleinen Zusammenhang auszugehen. Das hier berichtete Ergebnis passt zu den Anmerkungen der Autoren der Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernerhalten. So berichten Petermann und Petermann (2013, S. 18), dass das Lernverhalten prinzipiell höher mit der Mathematiknote korreliert als das Sozialverhalten. Weiterhin belaufen sich in der Normierungsstudie des Instruments die Korrelationen des Sozialverhaltens mit der Mathematiknote lediglich zwischen $r = .07$ und $r = .21$ für Schülerinnen und Schüler an Hauptschulen beziehungsweise von $r = .03$. und $r = .13$ für Schülerinnen und Schüler an Realschulen. Diese bereits im Manual berichteten, niedrigen Zusammenhänge stellen Fragen an das eingesetzte Diagnostikinstrument, welches entgegen des (wenn auch geringen, Endlich et al., 2014) Forschungsstandes in seiner Normierung bereits keinen nennenswerten Zusammenhang zwischen Schulleistung und Sozialverhalten nachweisen kann (Petermann & Petermann, 2013, S. 18). Gleichzeitig ist zu berücksichtigen, dass das schulische Sozialverhalten für schulische Leistungen in der hier untersuchten Altersgruppe womöglich keine Relevanz mehr hat.

Wie bereits in der Diskussion der Ergebnisse unter Berücksichtigung des Lernverhaltens thematisiert, könnte die Schülereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (Petermann et al., 2014) eine Alternative zur Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (Petermann & Petermann, 2013) darstellen, um den hohen Dropout in einer Folgestudie zu verringern und somit die Teststärke zu erhöhen (Döring & Bortz, 2016, S. 810). Allerdings gilt auch hier, dass nur niedrige Korrelationen zwischen Sozialverhalten und Schulleistung ausgemacht werden können: Dem Testverfahren attestieren Lohbeck und Kollegen (2014, S. 719) daher eine geringe Inhaltsvalidität. Dieser Umstand stellt die Eignung dieses vermeintlich alternativen Verfahrens für eine Studienreplikation in Frage (siehe Kapitel 10.3 Methodenkritische Reflexion).

Explorative Frage 3e: Längsschnitt

Die *explorative Frage 3e* untersucht, wie sich die mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit vom Sozialverhalten innerhalb der fünften Jahrgangsstufe (Messzeitpunkte t_{1a}, t_2, t_3) entwickeln. Zur Untersuchung einer möglicherweise divergierenden Leistungsentwicklung in den mathematischen Basiskompetenzen in Abhängigkeit der Ausprägung des Sozialverhaltens (cut-off-Wert: $T_{SV,t_1} = 40$) ergibt die zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe), dass sich die beiden untersuchten Gruppen in ihrem Leistungszuwachs in den mathematischen Basiskompetenzen nicht signifikant voneinander unterscheiden (*nicht* signifikanter Interaktionseffekt: $p = .24$, $F(2{,}268) = 1.54$, ${\eta_p}^2 = .01$, $d_C = .20$). Ungeachtet dessen, dass hier zwar nicht von einem signifikanten Unterschied in der Entwicklung ausgegangen werden darf (*kein* signifikanter Interaktionseffekt), zeigt sich laut Cohen (1988, S. 25 f.) mit $d_C = .20$ ein kleiner Effekt für die wechselseitige Abhängigkeit der Faktoren Zeit und Sozialverhalten. Die Teststärke ist hier mit 64 % nicht ausreichend.

Der signifikante Innersubjekteffekt der Gesamtgruppe (siehe Tabelle 9.3, S. 157, und Tabelle 9.4, S. 157) zeigt für die beiden Gruppen gemeinsam eine positive Entwicklung in den mathematischen Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe, wobei zwischen den beiden untersuchten Gruppen kein nennenswerter Unterschied innerhalb der Messzeitpunkte ausgemacht werden kann (*kein* signifikanter Zwischensubjekteffekt). Allerdings ist die Teststärke auch hier mit 54 % als niedrig einzustufen.

Rein deskriptiv lässt die Begutachtung der beiden Leistungskurven (siehe Anhang 11) eine parallele Entwicklung erkennen. Der nicht bestätigte signifikante Interaktionseffekt und ein nicht signifikanter Zwischensubjekteffekt legen eine gleiche Entwicklung der beiden untersuchten Teilstichproben nahe. Ob sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von dem Sozialverhalten tatsächlich gleich entwickeln, wie die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung es vermuten lassen (kein signifikanter Interaktionseffekt), gilt es in einer Studie mit mehr Schülerinnen und Schülern in den einzelnen Teilstichproben zu überprüfen, um die Teststärke zu verbessern. Dieses würde auch dazu führen, dass das Risiko einer Verzerrung der Mittelwerte verringert würde (Bühner & Ziegler, 2009, S. 519).

SOZIALE HERKUNFT

Hypothese 2f: Querschnitt

Hypothese 2f überprüft, ob es einen signifikanten, positiven Zusammenhang zwischen den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} und der sozialen Herkunft gibt. Für den untersuchten Zusammenhang zwischen der sozialen Herkunft und den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} ergibt sich mit $r_S(298) = -.17$ eine signifikante Korrelaton auf dem .01-Signifikanzniveau. Demnach korreliert die ermittelte soziale Herkunft negativ mit den mathematischen Basiskompetenzen. Die Richtung des

Zusammenhangs ergibt sich dabei aus der Erfassung der sozialen Herkunft mittels der Zuweisung von Risikopunkten. Demnach entspricht ein höherer Wert im Steckbrief zur Erfassung familiärer Hintergründe einem höheren sozialen Risiko. Das berichtete Ergebnis zeigt, dass eine hohe soziale Herkunft mit höher ausgebildeten mathematischen Basiskompetenzen einhergehen (vice versa). *Die Nullhypothese wird zugunsten der Alternativhypothese verworfen.*

Dieses Ergebnis geht mit Forschungsbefunden einher, die Leistungsunterschiede in Abhängigkeit von der sozialen Herkunft feststellen, wobei eine niedrige soziale Herkunft mit niedrigeren Leistungen einhergeht (Ehmke & Jude, 2010; Ehmke et al., 2006; Niklas & Schneider, 2012b; Stubbe et al., 2016, 2012; Wendt, Bos et al., 2012). Demzufolge stützt die vorliegenden Untersuchung die Annahme, dass in Deutschland in Abhängigkeit von der sozialen Herkunft unterschiedliche Schulleistungen im Fach Mathematik erzielt werden (Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, 2002; Walter, 2006).

Zur Erfassung der sozialen Herkunft wurde hier nicht der Weg einer komplexen Indexbildung (Nold, 2010, S. 140) gewählt, sondern die Operationalisierung anhand von Einzelmerkmalen, was als eher grobe Erfassung gilt (Prediger et al., 2015, S. 99). Diesbezüglich finden sich weitere methodenkritische Ausführungen in Kapitel 10.3.2.

<u>Explorative Frage 3f: Längsschnitt</u>

Die *explorative Frage 3f* setzt sich damit auseinander, ob sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von der ermittelten sozialen Herkunft unterschiedlich in den mathematischen Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe entwickeln. Hierfür liefert die zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit folgendes Ergebnis: Da der Interaktionseffekt mit $p_{H-F} = .08$ nicht signifikant wird, ist zu schlussfolgern, dass sich die beiden gebildeten Gruppen (cut-off-Wert: $\tilde{x} = 4.5$) nicht unterschiedlich voneinander innerhalb der fünften Jahrgangsstufe entwickeln. Das bedeutet, dass Schülerinnen und Schüler beider untersuchten Gruppen den gleichen Lernzuwachs in den mathematischen Basiskompetenzen über die untersuchten Messzeitpunkte t_{1a}, t_2 und t_3 zeigen.

Ignoriert man den Umstand, dass das festgelegte α-Niveau von .05 mit $p_{H-F} = .08$ knapp überschritten wird, ergibt sich mit $d_C = 0.20$ ein – wenn auch nicht signifikanter – kleiner Effekt der Interaktion der Faktoren Zeit und soziale Herkunft. Eine Einschränkung erfährt der nicht signifikante Interaktionseffekt durch eine geringe Teststärke von 57 %.

Der signifikante Innersubjekteffekt für die Gesamtgruppe (siehe Tabelle 9.3, S. 157, und Tabelle 9.4, S. 157) zeigt für die beiden hier untersuchten Gruppen gemeinsam an, dass sie sich innerhalb der fünften Jahrgangsstufe positiv in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln ($p_{H-F} < .001$, $F_{H-F}(1.98, 532.10) = 145.81$, ${\eta_p}^2_{H-F} = .35$).

Mit einem signifikanten Zwischensubjekteffekt ($p = .002$, $F(1, 269) = 5.09$, ${\eta_p}^2 = .03$) zeigt sich eine parallele Entwicklung in den mathematischen Basiskompetenzen beider Untersuchungsgruppen auf unterschiedlichem Leistungsniveau. Dabei ist die Gruppe der

Schülerinnen und Schüler mit besser gestellter sozialer Herkunft überlegen. Eine stärkere Entwicklung (größerer Leistungszuwachs), wie Ditton und Krüsken (2009, S. 57) sie seitens der Schülerinnen und Schüler an Grundschulen aus Familien mit besser gestelltem sozialen Status berichten, kann in der vorliegenden Untersuchung nicht bestätigt werden. Wohl aber zeigt sich ein Nachteil bei Schülerinnen und Schülern niedriger sozialer Herkunft, die sich auf einem verhältnismäßig niedrigeren Leistungsniveau parallel zu ihren Mitschülerinnen und Mitschülern entwickeln. Es bedarf weiterer Detailanalysen, um zu eruieren, inwiefern die einzelnen, ermittelten Strukturmerkmale (Familienform, Anzahl der Geschwister, Einbindung in (Musik-)Vereinen, Anzahl kultureller Güter), dafür verantwortlich sind, dass Schülerinnen und Schüler sich auf unterschiedlichem Leistungsniveau entwickeln.

Weiterführende Implikationen für Schule und Unterricht finden sich in Kapitel 10.4.

MIGRATIONSHINTERGRUND

Explorative Frage 2g: Querschnitt

Die *explorative Frage 2g* prüft, ob es einen statistisch bedeutsamen Zusammenhang zwischen den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} und dem Migrationshintergrund gibt. Ein zweiseitiger t-Test zeigt an, dass sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit vom Migrationshintergrund nicht signifikant in ihren mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} voneinander unterscheiden ($t = 1.34$, $p = .18$, $d_C = .17$). Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund erzielen in Messzeitpunkt t_{1a} keine signifikant verschiedenen Leistungen in den mathematischen Basiskompetenzen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler. Ein Zusammenhang zwischen den beiden Variablen kann in der vorliegenden Untersuchung nicht nachgewiesen werden. Eine Einschränkung erfährt diese Feststellung durch eine niedrige Teststärke von 52 %.

Das berichtete Ergebnis geht mit der Studie von Dummert und Kollegen (2014) einher, die – ebenfalls gemessen mit dem HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) – keinen Unterschied zwischen Schülerinnen und Schülern mit beziehungsweise ohne Migrationshintergrund ausmachen. PISA 2000 attestiert Deutschland hohe soziale Disparitäten (Baumert & Schümer, 2001; Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, 2002; Walter, 2006), jedoch zeigt ein Vergleich der jüngeren PISA-Erhebungen, dass sich die Disparitäten verringern, was insbesondere daran liegt, dass Schülerinnen und Schüler im untersten Kompetenzbereich verhältnismäßig bessere Leistungen erzielen (Wendt, Schwippert et al., 2016, S. 329).

Explorative Frage 3g: Längsschnitt

Die *explorative Frage 3g* untersucht, ob sich Schülerinnen und Schüler mit beziehungsweise ohne Migrationshintergrund innerhalb des fünften Schuljahrs unterschiedlich voneinander in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln. Es wird eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit gerechnet (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Ausprägung Migrationshintergrund). Ein nicht signifikanter Interaktionseffekt ($p = .11$, $F(2{,}520) = 1.77$, $\eta^2 = .01$) weist darauf hin, dass sich die beiden untersuchten Gruppen in Abhängigkeit des Faktors Zeit nicht unterschiedlich voneinander entwickeln. Das bedeutet, dass Schülerinnen und Schüler unabhängig davon, ob ein Migrationshintergrund vorliegt, die gleiche Leistungsentwicklung in den mathematischen Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe zeigen. Dieses Ergebnis wird allerdings durch eine unzureichende Teststärke von 62 % relativiert. Der signifikante Innersubjekteffekt für die Gesamtgruppe und die sich anschließende post-hoc-Analyse (siehe Tabelle 9.3, S. 157, und Tabelle 9.4, S. 157) für diesen zeigt für beide Gruppen gemeinsam eine positive Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe. Gleichwohl weist der nicht signifikante Zwischensubjekteffekt darauf hin, dass sich die beiden untersuchten Gruppen innerhalb der untersuchten Messzeitpunkte nicht signifikant voneinander unterscheiden ($p = .22$, $F(1{,}260) = 1.49$, ${\eta_p}^2 = .01$). Zwischen den beiden untersuchten Gruppen, Schülerinnen und Schüler mit beziehungsweise ohne Migrationshintergrund, gibt es in der Entwicklung in den mathematischen Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe keinen Unterschied. Auch hier verweist die geringe Teststärke von 51 % darauf, dass die Aussagekraft für den Zwischensubjekteffekt eingeschränkt ist.

Die hier berichteten Ergebnisse der explorativen Frage 2f (Querschnitt) und 3f (Längsschnitt) erfahren Einschränkungen dahingehend, dass nur Schülerinnen und Schüler an Oberschulen und Integrierten Gesamtschulen an der Untersuchung teilnahmen. Demnach fehlen diejenigen Schülerinnen und Schüler, die nach der Transition ein Gymnasium besuchen, in der vorliegenden Stichprobe. Dabei weist der Forschungsstand darauf hin, dass Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund institutionell diskriminiert werden, wenn es um die Transition in die weiterführende Schulform geht (Haberzettl, 2016). Hier vollzieht sich die Zuweisung schulischer Differenzierung nicht nur auf Grundlage des meritokratischen Prinzips, was vor diesem Hintergrund eine Ausdifferenzierung des Schulsystems in verschiedene Schularten legitimieren würde, sondern weitere latente Kriterien wie beispielsweise die soziale Herkunft und die Nationalität wirken ein (Fend, 2008; Trautmann & Wischer, 2011). Somit handelt es sich durch die Nichtbeachtung von Gymnasiasten um eine selektierte Stichprobe (Stichwort *Klumpeneffekt* als primäre Stichprobeneinheit). An dieser Stelle kann demzufolge nicht kontrolliert werden, inwiefern auch in der vorliegenden Untersuchung das Prinzip der sozialen Disparität greift, welches durch das Schulsystem selbst produziert wird (siehe Kapitel 4.2.1.2).

SCHULFORM

Explorative Frage 2h: Querschnitt

Die *explorative Frage 2h* untersucht, ob es einen statistisch relevanten Zusammenhang zwischen der besuchten Schulform (Oberschule beziehungsweise Integrierte Gesamtschule) und den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} gibt. Es wird ein zweiseitiger *t*-Test für unabhängige Stichproben durchgeführt. Dieser ergibt, dass sich die Schülerinnen und Schüler der jeweils besuchten Schulform signifikant in ihren mathematischen Basiskompetenzen unterscheiden. Schülerinnen und Schüler an Integrierten Gesamtschulen erzielen in Messzeitpunkt t_{1a} im Mittel einen höheren T-Wert im HRT 1–4

(Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005; Ergebnis t-Test: $t = 2.54$, $p_t = .01$, $d_C = .31$; der Mann-Whitney-U-Test bestätigt das Ergebnis des t-Tests). Das bedeutet, dass im ersten Messzeitpunkt t_{1a} Schülerinnen und Schüler an Integrierten Gesamtschulen im Mittel über besser ausgebildete mathematische Basiskompetenzen verfügen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler an Oberschulen. Dieses Ergebnis ist mit der Komposition der Schülerschaft der beiden Schulformen stimmig: Die Schulformen Integrierte Gesamtschule und Oberschule unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Bildungsabschlüsse (Abitur: ja / nein). Damit ergibt sich, dass Integrierte Gesamtschulen auch von Schülerinnen und Schülern besucht werden, die ein späteres Abitur an derselben Schule erwerben werden und im Sinne des meritokratischen Prinzips (Forell & Bellenberg, 2012) höhere Leistungen erzielen, was wiederum zu einem höheren mittleren T-Wert in im HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) in Messzeitpunkt t_{1a} führen könnte. Besorgniserregend ist, dass Schülerinnen und Schüler an der Schulform Oberschule zu Beginn der fünften Klasse im Durchschnitt den cut-off-Wert von $T_{HRT,t1a} = 40$ nicht überschreiten, es kommt also zu einer Homogenisierung am unteren Leistungsende (Trautmann & Wischer, 2011). Speziell für die Stadt Oldenburg ist als Beobachtung zu benennen, „dass Eltern für ihre Kinder möglichst das Gymnasium bzw. die Integrierte Gesamtschule wählen, um ihren Kindern vermeintlich bessere Zukunftschancen zu eröffnen. Dieses Wahlverhalten ergibt sich auch aus einem zunehmenden Imageproblem der Oberschulen […]“ (Bührmann, Feller, Kähler, Ramien & Schläfke, 2017, S. 6).

<u>Explorative Frage 3h: Längsschnitt</u>

Um zu untersuchen, wie sich Schülerinnen und Schüler an Oberschulen beziehungsweise Integrierten Gesamtschulen in den mathematischen Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangstufe entwickeln, wird eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit gerechnet (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Schulform). Diese liefert da Ergebnis, dass sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von der Schulform unterschiedlich voneinander entwickeln (signifikanter Interaktionseffekt: $p < .01$, $F(2, 574) = 4.87$, ${\eta_p}^2 = .02$). Demnach starten die Schülerinnen und Schüler an Oberschulen auf einem niedrigeren Leistungsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a}, zeigen dann aber eine stärkere Entwicklung (mittlerer Interaktionseffekt) als ihre Altersgenossen an den Integrierten Gesamtschulen. Dennoch werden Schülerinnen und Schüler an den Integrierten Gesamtschulen nicht überholt.

Wie bereits berichtet, werden die jeweiligen Schulformen von einer unterschiedlichen Schülerschaft angewählt, was dazu führen kann, dass diejenigen leistungsstarken Schülerinnen und Schüler, von denen einige später ein Abitur erreichen könnten, zu Beginn der Jahrgangsstufe 5 im Durchschnitt auf einem höheren Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen starten als Schülerinnen und Schüler an Oberschulen, die mit Anwahl dieser Schulform das Ziel eines möglichen Abiturs vermutlich nicht primär anvisieren. Allerdings verweisen der signifikante Interaktionseffekt, der signifikante Innersubjekteffekt ($p < .001$, ${\eta_p}^2 = .43$, $F(2{,}574) = 135.62$) sowie die deskriptive Betrachtung der Leistungsverläufe (siehe Abbildung 9.4) für den beobachteten Zeitraum nicht auf einen Schereneffekt, da die Leistungen nicht auseinanderdriften. Während in anderen Studien mit Gymnasien, Real- und Hauptschulen sowie Oberschulen die Leistungen gemäß eines Schereneffekts auseinandergehen, wobei Schülerinnen und Schüler an Gymnasien am stärksten profitieren (Baumert et al., 2006), ist hier ein erfreulicher, verstärkter Leistungszuwachs um durchschnittlich 7.42 T-Wert-Punkte ($d_C = 1.41$, siehe Tabelle 9.23) zwischen Messzeitpunkt t_{1a} und t_3 von Schülerinnen und Schülern der Schulform Oberschule festzustellen. Der Interaktionseffekt ist mit $d_C = .26$ zwar als klein, aber als statistisch bedeutsam zu bezeichnen. Dieses überraschende Ergebnis erfordert es, die Ebene des konkreten Unterrichts zu betrachten. Da diese in der vorliegenden Untersuchung nicht kontrolliert wurde, erlaubt ein Blick in die Kerncurricula der beiden Schulformen eine Annäherung und mögliche Schlussfolgerungen: Während das Kerncurriculum für die Oberschule in Niedersachsen einen Kompetenzaufbau beschreibt, der direkt an den in der Grundschule begonnen Prozess anknüpft (Niedersächsisches Kultusministerium, 2013a, S. 10), fehlt dem Kerncurriculum für die Integrierte Gesamtschule in Niedersachsen eine solch explizit genannte Anknüpfung (Niedersächsisches Kultusministerium, 2012). Es ist anzunehmen, dass der Mathematikunterricht zu Beginn der Sekundarstufe I an der Schulform Oberschule verstärkt Konzepte der Grundschule vermittelt und sichert. Ähnliche Beobachtungen machen auch Ehlert und Kollegen (2013, S. 259) für den Vergleich von Hauptschulen und Gesamtschulen.

Einschränkend ist für beide explorativen Fragen 2h und 3h ist zu formulieren, dass die untersuchten Schulformen nur durch je zwei Schulen repräsentiert werden. Daher sind keine verallgemeinernden Schlüsse für die untersuchten Schulformen zu ziehen. Ein möglicher Klumpeneffekt kann demnach nicht ausgeschlossen werden. Hinsichtlich der Entwicklung der mathematischen Basiskompetenzen zeigt sich in der vorliegenden Untersuchung nicht, dass sich die Oberschule als neue Restschule (Beyerlein, 2004; Brenner, 2006) kristallisiert. Vielmehr wäre hier das unterrichtliche Vorgehen, welches in der vorliegenden Untersuchung nicht überprüft wurde, von Interesse. Es ist an dieser Stelle lediglich zu mutmaßen, dass die Mathematiklehrkräfte dieser Schulform innerhalb der fünften Klasse systematisch den Lernstoff der Grundschulmathematik aufgearbeitet haben, was dazu führt, dass Schülerinnen und Schüler an den hier untersuchten Oberschulen einen stärkeren Lernzuwachs in den mathematischen Basiskompetenzen verzeichnen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler an Integrierten Gesamtschulen. Hier stellt sich die Frage nach der Entwicklung der Schülerinnen und Schüler auf Ebene der Einzelschule beziehungsweise -klasse und inwiefern die Schulqualität für die berichteten Ergebnisse verantwortlich ist (siehe methodenkritisches Kapitel 10.3.1 Forschungsdesign).

LEISTUNGSHETEROGENITÄT

Explorative Frage 2i: Querschnitt

Der Frage danach, ob es einen Zusammenhang zwischen der Leistungsheterogenität der besuchten Klasse in den mathematischen Basiskompetenzen und den mathematischen Basiskompetenzen der jeweiligen Schülerinnen und Schüler in Messzeitpunkt t_{1a} gibt, geht die *explorative Frage 2i* nach. Die Spearman-Korrelation ergibt für den Zusammenhang, dass dieser mit $r_s(355) = -.001$ kaum relevant ist und mit $p = .99$ auch nicht signifikant. Demnach gibt es keinen Zusammenhang zwischen den beiden untersuchten Variablen im Querschnitt. Die ermittelte Teststärke von 99 % legt nahe, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler zweiter Art gering ist.

Der Messzeitpunkt t_{1a} findet direkt nach der Transition in die weiterführende Schule statt. Demnach kann nicht geschlussfolgert werden, dass Schülerinnen und Schüler mit hohen (resp. niedrigen) Leistungen in den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a} überhäufig eine Klasse mit niedriger beziehungsweise hoher Leistungsheterogenität besuchen. Offen ist an dieser Stelle, inwiefern auf der höheren Strukturebene *Schule* (resp. Stadtteil etc.) der ganze Jahrgang als eher heterogen oder homogen zu bewerten ist.

<u>Explorative Frage 3i: Längsschnitt</u>

Die *explorative Frage 3i* geht der Überlegung nach, ob sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von der Leistungsheterogenität (gemessen an den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a}) der Klasse, die sie besuchen, in den mathematischen Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe unterschiedlich voneinander entwickeln. Hierfür wird eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit gerechnet (Faktor 1: Zeit, Faktor 2: Gruppe). Die Gruppeneinteilung erfolgt mittels Medianhalbierung.

Für den Interaktionseffekt ist zu berichten, dass dieser mit $p_{H-F} = .33$, $F_{H-F}(2, 1.96) = 1.12$, ${\eta_p}^2{}_{H-F} = .004$ *nicht* signifikant wird. Das bedeutet, dass sich die beiden untersuchten Gruppen also nicht verschieden voneinander entwickeln. Relativierend für den Interaktionseffekt sei hier die niedrige Teststärke angeführt (65 %).

Der signifikante Innersubjekteffekt für die Gesamtgruppe und die sich anschließende post-hoc-Analyse (siehe Tabelle 9.3, S. 157, und Tabelle 9.4, S. 157) zeugt davon, dass sich beide Gruppen gemeinsam positiv entwickeln.

Da der Zwischensubjekteffekt *nicht* signifikant ist ($p = .30$, ($F(1, 285) = 1.09$, ${\eta_p}^2 = .004$, $1 - \beta = .53$), ist zu schlussfolgern, dass sich die beiden untersuchten Gruppen weder in ihrer Entwicklung voneinander unterscheiden (*kein* signifikanter Interaktionseffekt) noch innerhalb der einzelnen Messzeitpunkte (*kein* signifikanter Zwischensubjekteffekt). Schülerinnen und Schüler, die in Klassen mit einer hohen Leistungsheterogenität oder einer niedrigen Leistungsheterogenität in den mathematischen Basiskompetenzen lernen, entwickeln sich innerhalb der fünften Jahrgangsstufe auf demselben Niveau. Dieses Ergebnis relativiert Erwartungen, dass Schülerinnen und Schüler in leistungsheterogenen Gruppen schlechter lernen würden. Gleichwohl präsentiert sich hier das Spannungsfeld von Egalisierung und Qualifizierung, was auf der konkreten Ebene des Unterrichts die Notwendigkeit der Differenzierung verdeutlicht. „Wird Adaptivität also als Ertrag von Unterricht definiert, ist diese erreicht, wenn alle Kinder […] von schulischen Lerngelegenheiten profitieren“ (Hardy et al., 2011, S. 820). Im Sinne des Angebot-Nutzungs-Modells (Helmke, 2012) kann hier geschlussfolgert werden, dass die Schülerinnen und Schüler der vorliegenden Untersuchungsstichprobe unter Berücksichtigung der Klassenkomposition gleichermaßen vom Unterricht profitieren.

Es bedarf an dieser Stelle weiterer Detailanalysen, die sich auf leistungsstarke und leistungsschwache Schülerinnen und Schüler beziehen, um zu überprüfen, inwiefern diese von einer heterogenen beziehungsweise homogenen Klassenkomposition profitieren (Gröhlich et al., 2009). Über alle Schülerinnen und Schüler (unabhängig von der besuchten Schulform) gemittelt kann in der vorliegenden Untersuchung geschlussfolgert werden, dass die Klassenkomposition ermittelt auf Grundlage der mathematischen Basiskompetenzen (Messzeitpunkte t_{1a}) für die weitere Entwicklung dieser innerhalb der fünften Jahrgangsstufe unerheblich ist. Weiterhin ist von Interesse, ob sich im Sinne der Egalisierung die Leistungsstreuungen im Entwicklungsverlauf verringern (Hardy et al., 2011, S. 820; siehe auch methodenkritisches Kapitel 10.3.3 Stichprobe).

10.3 Methodenkritische Reflexion

10.3.1 Forschungsdesign

Die Stärke längsschnittlich angelegter Studien ist, dass sie vermögen, Kompetenzentwicklungen abzuzeichnen (Köller & Baumert, 2012, S. 645). Dabei ist anzunehmen, dass die interne Validität längsschnittlich angelegter Studien höher ist als bei querschnittlich angelegten Studien (Bortz & Döring, 2006, S. 519). Hinsichtlich des Forschungsdesigns ist anzuführen, dass längsschnittlich angelegte Untersuchungen mit spezifischen Schwierigkeiten zu kämpfen haben.

STICHPROBENMORTALITÄT

Einerseits zeigt sich die Schwierigkeit, dass Probanden der Stichprobe im Laufe der Zeit wegbrechen – die sogenannte Stichprobenmortalität (Schmiedek & Lindenberger, 2008, S. 101). So zeigt sich auch in der vorliegenden Untersuchung, dass innerhalb der einzelnen Messzeitpunkte Studienteilnehmerinnen und -teilnehmer nicht an den Untersuchungen teilnehmen (siehe Abbildung 9.2). Gründe dafür liegen in der vorliegenden Untersuchung vornehmlich in Erkrankungen (2.9 % – 7.2 %), Verzug (0 % – 2.1 %) sowie Verweigerungstendenzen seitens der Schülerinnen und Schüler (1.1 % – 1.9 %). Hinsichtlich der gezeigten Verweigerungstendenzen gilt es im Sinne der Forschungsethik (siehe Kapitel 7.6) die einzelnen Testungen so zu organisieren, dass die Testsituation für die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler nicht überfordernd und belastend sind. Diesem Umstand wurde durch eine vorherige Pilotierung der Instrumente entsprochen (siehe Kapitel 7.5). Für die Dropout-Quote der LSL (Petermann & Petermann, 2013) und die Vermeidung dieser in zukünftigen Studien siehe Kapitel 10.3.2.

UMGANG MIT TESTINSTRUMENTEN IM ZEITVERLAUF

Weiterhin zeigt sich im zeitlichen Verlauf von Längsschnittstudien, dass die Passung der Messinstrumente und ihre Vergleichbarkeit reflektiert werden müssen (Bortz & Döring, 2006, S. 566). Da der HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) auch zu Beginn der Klasse 5 noch eingesetzt werden kann, legitimiert sich sein Einsatz für diesen Messzeitpunkt. Seine Passung für den weiteren Verlauf der Studie wird unter dem Gesichtspunkt Erhebungsinstrumente (siehe Kapitel 10.3.2) diskutiert.

Bortz und Döring (2006, S. 566) verweisen darauf, dass die wiederholte Testung zu Übeeffekten führen kann. Dieser Aspekt ist für die Erhebung der mathematischen Basiskompetenzen für das allgemeine Erhebungssetting nicht von der Hand zu weisen (bekannte Instruktionen, eine Vorahnung darüber, welche Aufgabenformate gefordert werden), was dazu führen kann, dass die Schülerinnen und Schüler weniger Aufregung empfinden. Angesichts der hohen Itemanzahl ist auszuschließen, dass sich die Schülerinnen und Schüler an die einzelnen Aufgaben erinnern. Der wiederholte Einsatz des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) ist daher als unbedenklich zu bewerten.

ERFASSTE VARIABLEN

Angesichts der Fülle der Variablen, welche in der vorliegenden Untersuchung innerhalb der fünften Jahrgangsstufe erfasst wurden, wurden nicht alle Variablen zu Beginn der Untersuchung (Messzeitpunkt t_1) erhoben (soziale Herkunft, Migrationshintergrund). Dieses Vorgehen legitimiert sich vor dem Hintergrund, dass die Schülerinnen und Schüler nicht überlastet werden sollten und dass es sich bei den zu späteren Messzeitpunkten erhobenen Variablen um stabile Merkmale handelt.

In der vorliegenden Untersuchung wurden zahlreiche und zugleich zentrale Variablen erfasst, die vor dem Hintergrund der Machbarkeit und der Forschungsethik nicht um weitere Variablen ergänzt wurden. Aus diesem Zusammenhang stellt sich das Problem der multiplen Determiniertheit und der kurzschlüssigen Interpretation (Helmke & Schrader, 2010; Rauin, 2004).

In der vorliegenden Untersuchung wurde nur ein Ausschnitt relevanter Faktoren erfasst; differenzierte Erfassungen des *Arbeitsgedächtnisses* (siehe Kapitel 4.1.2.1), *emotional-motivationaler Aspekte* sowie *des akademischen Selbstkonzepts* (siehe Kapitel 4.1.2.4) konnten nicht berücksichtigt werden; die Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten von Petermann und Petermann (2013) erfasst ausgewählte Aspekte dieser eher oberflächlich und subsummiert sie unter Lernverhalten. Gleichzeitig bietet die LSL von Petermann und Petermann (2013) eine ökonomische Erfassung von Lern- und Sozialverhalten und ist zugleich ein standardisiertes, aktuell normiertes und evaluiertes Instrument, was auf alternative Verfahren wie das Leipziger Kompetenz-Screening (Hartmann & Methner, 2015b) oder das Lern- und Arbeitsverhaltensinventar (Keller & Thiel, 1998) nur bedingt zutrifft. Angesichts der großen Stichprobe ist keine ökonomische Erfassung des Arbeitsgedächtnisses beispielsweise mittels der AGTB (Hasselhorn, Schumann-Hengsteler, Gronauer, Grube, Mähler, Schmid, Seitz-Stein & Zoelch, 2012) möglich, da diese ein Gruppensetting erfordert. Weiterhin wurde auch kein echtes *Vorwissen* mangels geeigneter Diagnostik erfasst, welches vorschulische Fähigkeiten berücksichtigt (Krajewski & Ennemoser, 2010). Außer Acht gelassen wurde ebenso die Bedeutung der *Familiensprache,* welche im engen Zusammenhang mit einem vorliegenden Migrationshintergrund steht. Möglicherweise würden Detailanalysen Unterschiede innerhalb der Gruppe *Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund* in Abhängigkeit von der jeweiligen Familiensprache (Bos et al., 2012a; Paetsch et al., 2015; Prediger et al., 2015) nahelegen.

Das hier berichtete Ergebnis der verhältnismäßig positiveren Entwicklung der Schülerinnen und Schüler an den untersuchten Oberschulen wirft die Frage nach der Bedeutsamkeit der Einzelschule und somit der *Schulqualität* auf.

> Wer über Schulqualität spricht, macht zumindest eine wichtige Unterstellung: er nimmt an, daß es auf der Ebene der einzelnen Schule Vorgänge gibt, die positive oder negative Auswirkungen haben, welche nicht so sehr vom einzelnen Lehrer oder vom Schulsystem insgesamt ausgehen und welche nur auf dieser Ebene erreichbar sind (Fend, 1988, S. 537).

Unabhängig davon, welche Schulform besucht wird, sollte als ein wichtiger Einflussfaktor die Schulqualität selbst in Betracht gezogen werden. Die Güte einer Schule bemisst sich dabei an der Führung der Schule wie auch am Grad der kooperativen und integrativen Organisation des Kollegiums, einer humanen und verantwortungsbewussten Lehrerschaft in Umgang mit Schülerinnen und Schülern sowie eines reichhaltigen Schullebens (Fend, 2008, S. 181). Doch vor diesem Hintergrund ist nicht zu pauschalisieren, *was* genau gute Schulen tun, vielmehr scheint es eine Frage der Haltung zu sein, aus der konkretes Handeln entspringt:

> Das Gemeinsame liegt darin, dass sie auf die aktive Bearbeitung von Aufgaben ausgerichtet sind, die sich aus dem Kontext, in dem sie tätig sind, ergeben. Sie wollen also keine andere Schülerschaft haben oder in einem anderen Umfeld tätig sein, sondern sie nehmen die Herausforderungen an, die sich aus den realen Handlungsbedingungen ergeben. Standhalten statt Flucht scheint ihr Motto zu sein (Fend, 2008, S. 206).

Daraus ergibt sich die Überlegung, dass die hier untersuchten Oberschulen der Problematik, dass ihre Schülerschaft die Schule mit ungenügenden mathematischen Kenntnissen betritt, aktiv begegnen. Sie kamen womöglich der Forderung von Gaidoschik (2008, S. 292) nach, „erst einmal am mathematischen Grundverständnis, am ‚Stoff' der Grundschule [zu arbeiten] und das [nachzuholen], was in den ersten Schuljahren versäumt wurde".

Davon ausgehend stellt sich als weitere, zukünftige Forschungsfrage: Wie entwickeln sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von der Qualität ihrer besuchten Schule?

UNTERSUCHTER ZEITRAUM

Der gewählte Untersuchungszeitraum liefert wichtige Erkenntnisse darüber, wie sich Schülerinnen und Schüler in den mathematischen Basiskompetenzen in Anschluss an die Transition in die Sekundarstufe I entwickeln. Eine Studienreplikation, welche auch den Zeitraum vor der Transition in die Sekundarstufe I berücksichtigt, würde wertvolle Ergebnisse liefern: Somit ist beispielsweise auf Grundlage der berichteten Ergebnisse nicht auszuschließen, dass auch in der vorliegenden Stichprobe Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund im Übergang an weiterführende Schulen ungeachtet ihrer tatsächlichen Leistung benachteiligt wurden.

Zusätzlich ließe sich dann tatsächlich beurteilen, inwiefern die Transition für Teilstichproben, wie Schülerinnen und Schüler mit auffälligem Sozialverhalten (Beelmann, 2006; Griebel & Niesel, 2011), eine sensible Phase mit Leistungsrückgängen (Damme et al., 2002) darstellt.

10.3.2 Erhebungsinstrumente

HEIDELBERGER RECHENTEST 1–4

Zur Erhebung der mathematischen Basiskompetenzen wurde der HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) eingesetzt. Das Instrument erwies sich als zielweisend, eignet es sich in ökonomischer Weise zur Erfassung der mathematischen Basiskompetenzen im Klassensetting. Die Speed-Komponente misst latent, inwiefern Schülerinnen und Schüler sinnvolle Rechenstrategien einsetzen. Obwohl das Instrument bis einschließlich zu Beginn der fünften Klasse laut Manual eingesetzt werden kann, war eine weitere Erfassung der mathematischen Basiskompetenzen mit diesem Instrument vor dem Hintergrund unproblematisch, dass keine Schülerin und kein Schüler innerhalb der Untersuchung alle Items eines Subtests löste und somit keine Deckeneffekte erzielt wurden.

Darüber hinaus stellt sich die Frage, wie sicher Schülerinnen und Schüler aufbauend auf tragfähig ausgebildete mathematische Basiskompetenzen *Aufgaben höheren Aufgabenverständnisses* (Sachaufgaben, komplexe arithmetische Aufgaben) lösen. Hier könnte insbesondere die Gruppe von Schülerinnen und Schülern mit Schwierigkeiten im einfachen Rechnen, für die aufwändige Lösungsstrategien eine Überforderung darstellen, sowie von Schülerinnen und Schülern mit geringer Arbeitsgedächtniskapazität überfordert sein (Grube, 2006, S. 167). Somit bedarf es weiterer Untersuchungen mit einerseits spezifischen Diagnoseinstrumenten, die anders als der hier eingesetzte HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) klare Rückschlüsse auf die Aufgabenziehung und Schwierigkeit der Items erlauben (der HRT 1–4 wird zwar innerhalb eines jeden Subtests schwieriger, dem Anwender bleibt jedoch verborgen, welche weiteren Schwierigkeitsindizes neben einem höheren Zahlenraum angewandt werden).

Weiterhin ergeben sich zusätzliche Forschungsfragen aus dem Umstand, dass mittels des HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) in ökonomischer Weise unter Beachtung der Parameter Lösungszeit und Lösungsgüte die mathematische Basiskompetenzen erhoben werden, und sich damit die von Grube (2006, S. 166) nachfolgend geschilderte Problematik ergibt:

> [Es] stellt sich das Problem, dass erstens Kinder sowohl mit als auch ohne Schwierigkeiten im einfachen Rechnen zu hohen Lösungsgüten kommen können (wobei die schlechten Rechner unter Anwendung von Zählstrategien mehr Zeit benötigen sollten als gute Rechner) und zweitens in beiden Probandengruppen sehr hohe Lösungszeiten vorkommen können (einige Kinder mit sehr guten Rechenleistungen, z. B. ‚Perfektionisten' nach Siegler, 1988, könnten sehr viel Zeit zur Lösung der einfachen Aufgaben aufwenden).

Vertiefende Erkenntnisse bietet die qualitative Forschung mit der Verbalisierung von Denkprozessen und Fehleranalysen (Kaufmann & Wessolowski, 2015; Prediger & Wittmann, 2009; Scherer & Moser Opitz, 2010; Spiegel & Selter, 2003). Diese Herangehensweise ermöglicht es, „Schlüsse zu ziehen, ob die betroffenen Inhalte [von der Schülerin beziehungsweise dem Schüler] wirklich auf verständige Art und Weise verinnerlicht sind oder er doch nur Schematismen auswendig gelernt hat und inhaltsleer reproduziert" (Wehrmann, 2011, S. 245)

Darüber hinaus erweist sich der Einsatz eines Verfahrens zur Gruppentestung zwar als ökonomisch, gleichzeitig bleibt allerdings verborgen, welche Denkprozesse (Strategieeinsatz, metakognitive Strategien) einer jeweiligen Aufgabenlösung zugrunde liegen; hier erfährt die quantitative Forschung ihre klare Grenze. Abhilfe kann auch hier das Verbalisieren von Denkprozessen und Fehleranalysen leisten (Kaufmann & Wessolowski, 2015; Prediger & Wittmann, 2009; Scherer & Moser Opitz, 2010; Spiegel & Selter, 2003). Angesichts der großen Stichprobe von $N = 376$ erscheint ein solches Vorgehen für alle Schülerinnen und Schüler nicht machbar. Qualitative Erhebungen mit einer geringeneren Anzahl von Schülerinnen und Schülern würden wichtige Erkenntnisse liefern und sollten in einer Studienreplikation zusätzlich berücksichtigt werden. Ergänzend sollte in einer Studienreplikation in Betracht gezogen werden, ob Instrumente des curriculum-basierten Messens einen Mehrwert darstellen (Hosp, Hosp & Howell, 2007; Klauer, 2011; Voß & Hartke, 2014; Wallace, Espin, McMaster & Deno, 2007; Walter, 2009).

Vor dem Hintergrund, dass die Normierung Ende Klasse 4 als Referenzwert gilt, sind die besonders schwachen Leistungen der Schülerinnen und Schüler in der vorliegenden Untersuchung insofern zu erklären, als dass in der Normierungsstichprobe auch Schülerinnen und Schüler vertreten waren, die später eine Schulform besuchen, die ausschließlich den Gymnasialzweig anbietet. Eine eigene Normierung für die Schularten Oberschule oder Integrierte Gesamtschule liegt nicht vor.

Weiterhin wird für das Instrument mit einer Retestreliabilität von $r_{tt} = .93$ eine hohe Messgenauigkeit berichtet. Allerdings ist angesichts von Veränderungsmessungen in Frage zu stellen, inwiefern die klassische Testtheorie hier den geeignete Rahmen bietet (Knopp & Hartke, 2010; Rost, 2004; Strathmann & Klauer, 2010; Waldmann & Petermann, 2014).

CULTURE FAIR TEST 20–R

Die kognitive Leistungsfähigkeit wurde in der vorliegenden Untersuchung mit dem CFT 20–R (Weiß, 2006) erhoben, wobei der erste Testteil mit verlängerter Testzeit zum Einsatz kam. Auch hier zeigt sich das Verfahren als zielführend. Angesichts dessen, dass andere Intelligenzmodelle eine Mehrdimensionalität des Konstrukts vorschlagen (Jäger, 1982, 1984; Kubinger & Jäger, 2003; Süß, 2003), wären bei Einsatz eines Verfahrens basierend auf einem mehrdimensionalen Intelligenzbegriff differenzierte Analysen möglich. Darüber hinaus sollte angesichts der identifizierten Bedeutung des Arbeitsgedächtnisses (Alloway, Gathercole, Adams, Willis et al., 2005; Mähler, 2016; Noel, Seron & Trovarelli, 2004; Schuchardt et al., 2006) in einer Studienreplikation auch dieses erfasst werden. Allerdings stellt sich die Frage, inwiefern das Arbeitsgedächtnis in einer derart großen Stichprobe ökonomisch und zugleich umfassend erfasst werden kann; Instrumente, die ein Einzelsetting erfordern wie zum Beispiel die AGTB (Hasselhorn, Schumann-Hengsteler, Gronauer, Grube, Mähler, Schmid, Seitz-Stein & Zoelch, 2012) scheinen hier eher ungeeignet.

SALZBURGER LESESCREENING 1–4

Zur Erfassung der Lesekompetenz wurde das Salzburger Lesescreening 1–4 (Mayringer & Wimmer, 2008) eingesetzt. Das Verfahren zeigt sich als zielweisend, erlaubt es auch einen Einsatz zu Beginn der Klasse 5 bei schwachen Leserinnen und Lesern. Da es sich bei den Schülerinnen und Schülern der Stichprobe um eher schwache Leserinnen und Leser handelt (55.6 % gehören hier zur Risikogruppe), scheint die Wahl geeignet. Das Pendant, das Salzburger Lesescreening 5–9 (Auer et al., 2011), eignet sich erst ab Ende Klasse 5 und kam deshalb nicht in Frage. Seit Oktober 2014 (nach Messzeitpunkt t_{1a}) liegt das Salzburger Lesescreening 2–9 (Wimmer & Mayringer, 2014) vor. Dieses wäre in einer Studienreplikation zu berücksichtigen.

LEHREREINSCHÄTZLISTE FÜR SOZIAL- UND LERNVERHALTEN

Zur Erhebung des Sozial- und Lernverhaltens wurde die LSL von Petermann und Petermann (2013) eingesetzt. Wie bereits berichtet, wurde dieses Instruments für die Hälfte der Schülerinnen und Schüler durch die jeweiligen Lehrkräfte nicht ausgefüllt, was die Aussagekraft dieser zwei Variablen einschränkt. Zur ökonomischen Erfassung des Lern- und Sozialverhaltens ist die LSL (Petermann & Petermann, 2013) das einzige deutschsprachige Instrument, dass Aussagen zur Güte tätigt und einer aktuellen Normierung entspricht (dieses trifft nur bedingt auf die deutschen Pendants LAVI, Keller & Thiel, 1998, und LKS ,Hartmann & Methner, 2015b, zu).

Zwar erfasst die LSL (Petermann & Petermann, 2013) das Lern- und Sozialverhalten mittels zehn Skalen. Allerdings weisen Sparfeldt und Kollegen (2012, S. 156) nach, dass diese überdifferenziert sind und eine Skalenbildung nur auf den Ebenen Sozialverhalten und Lernverhalten zulässig ist. Sparfeldt und Kollegen (2012) bilden selbst in ihrer Untersuchung zum Vergleich 10 Globalitems auf Grundlage der 50 LSL-Items. Es zeigt sich, dass für beide Versionen der Informationsgehalt gleich ist. Hinsichtlich des für die vorliegende Untersuchung hohen Dropouts (52 %) für die LSL, welcher nach Rückfrage unter anderem durch die zu hohe Arbeitsbelastung der Lehrkräfte begründet wurde, stellt sich an das Instrument der LSL generell die Frage, ob angesichts der Überdifferenzierung der Skalen nicht eine noch ökonomischere Variante nach dem Vorbild von Sparfeldt und Kollegen (2012) möglich ist, um die Belastung zu reduzieren.

In einer Studienreplikation sollte zudem überdacht werden, ob nicht besser die Schülereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (Petermann et al., 2014) durchgeführt wird. Dieses Instrument, das zum Zeitpunkt der Studiendurchführung noch nicht vorlag, erfasst das Sozial- und Lernverhalten aus Perspektive der Schülerinnen und Schüler. Jedoch wird hier durch die Autoren eingeräumt, dass das hier ermittelte Lern- und Sozialverhalten – entgegen des Forschungsstands – nicht zwangsläufig mit den fachlichen Leistungen korrelieren, was mit einer unzureichenden Inhaltsvalidität erklärt wird (Lohbeck, Nitkowski et al., 2014, S. 719): „Eine zukünftige Aufgabe muss es deshalb sein, gute theoretische Konzepte für das schulische Sozial- und Lernverhalten zu entwickeln, um das Sozial- und Lernverhalten auch inhaltlich valide erfassen und operationalisieren zu können." Einschränkend muss weiterhin hinzugefügt werden, dass Korrelationen nur mit den jeweiligen Fachnoten untersucht wurden (Hülür et al., 2011, S. 183; Lohbeck, Nitkowski et al., 2014; Petermann & Petermann, 2013).

STECKBRIEF ZUR ERFASSUNG FAMILIÄRER HINTERGRÜNDE

Zur Erfassung familiärer Kontextmerkmale wurde ein Steckbrief entwickelt, der es ermöglicht, das mögliche Vorhandensein eines Migrationshintergrunds zu erfassen. Auch Aspekte der sozialen Herkunft werden näherungsweise erfasst. Auf eine aufwendige Ermittlung der sozialen Herkunft mittels komplexer Indexbildung (Nold, 2010, S. 140) wurde an dieser Stelle verzichtet, sondern es wurden Einzelmerkmale als sich nähernde Indikatoren erfasst, was als eher grobe Erfassung gilt (Prediger et al., 2015, S. 99). Dieses Vorgehen legitimiert sich darüber – trotz begründeter Kritik (Bittlingmayer, 2017; Rutkowski & Rutkowski, 2013, 2010) –, dass mithilfe des hier entwickelten Steckbriefs die Schülerinnen und Schüler selbst befragt werden können. Andernfalls erfordert die Indexbildung, dass die Eltern befragt werden, was die Gefahr eines hohen Dropouts birgt (Kreienbrock et al., 2012, S. 222). So verzeichnen schriftliche Befragungen (wie eine Elternbefragung sie darstellen würde) oftmals einen Dropout von 20 bis 40 %. Weiterhin ergibt sich daraus die Gefahr eines systematischen Dropouts für bestimmte Zielgruppen (so geschehen bei Zöller & Roos, 2013). Da Schülerinnen und Schüler keine validen Äußerungen über das Familieneinkommen machen können, empfiehlt sich eine Annäherung über das Abfragen des Vorhandenseins von Gütern und Aktivitäten, wie getätigte Urlaubsreisen (Bruno et al., 2013; Stubbe & Goy, 2013). Kritisch sei allerdings anzumerken, dass das bloße Abfragen des Vorhandenseins von Besitztümern als Indikator für die ökonomische Stellung der Familie noch keinen Aufschluss über die Motive liefert. Jemand, der seinem Kind keinen Musikunterricht finanziert, muss nicht vordergründig finanzielle Gründe dafür anführen, sondern womöglich ist das Kind schlichtweg nicht interessiert. Gleichzeitig zeigt sich der Einsatz von Indikatoren, wie die Frage nach dem häuslichen Buchbestand, je nach Forschungsfrage als zielführend (Stubbe & Goy, 2013, S. 220).

Es stellt sich für weiterführende Forschung die Frage, ob die Anwendung eines komplexen Index' zu ähnlichen Ergebnissen oder gar noch höheren Zusammenhängen führt. Weiterhin bedarf es einer Absicherung des hier eingesetzten Steckbriefs hinsichtlich seiner externen Validität mit bewährten Indizes.

10.3.3 Stichprobe

REKRUTIERTE SCHULEN

Für die Stichprobenrekrutierung der übergeordneten Studie mit zwei Zielstellungen (hier Entwicklungsstudie: Pitters, 2018, Evaluationsstudie: Käter, 2018) wurden alle relevanten Oberschulen und Integrierten Gesamtschulen im Stadtgebiet Oldenburg angeschrieben. Hier findet also eine Begrenzung auf eine bestimmte Stadt statt. Aus der Randomisierung auf Schulebene für die übergeordnete Studie ergibt sich, dass hinsichtlich der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler in beiden Teilstudien ein Ungleichgewicht zwischen Oberschulen und Integrativen Gesamtschulen festzustellen ist. Weiterhin werden die beiden untersuchten Schulformen nur durch jeweils zwei Einzelschulen repräsentiert.

Somit ist der Vergleich der beiden Schulformen für die vorliegende Untersuchung nur bedingt interpretierbar. Daraus resultiert die Gefahr von Kompositions- und Schuleffekten (Lüdtke & Köller, 2010). Das hier berichtete Ergebnis, dass sich die Schülerinnen und Schüler der Oberschulen stärker entwickeln, wäre zusätzlich vor dem Hintergrund von Unterrichts- (Helmke, 2015) und Schulqualität zu betrachten (Fend, 1988, 2008). Für eine Studienreplikation ist auf eine größere Fallzahl auf Schulebene zu achten, wobei Ober- und Integrierte Gesamtschulen gleichermaßen zu berücksichtigen sind. Weiterhin ist kritisch anzumerken, dass – gemäß dem Thema der vorliegenden Dissertation – keine Schülerinnen und Schüler an Gymnasien in die Untersuchungen einbezogen wurden. Dieses erweist sich vor dem Hintergrund externer Bedingungsfaktoren insofern als problematisch, als dass das meritokratische Prinzip im Übergang in die Sekundarstufe nur bedingt greift, weisen Forschungsergebnisse doch darauf hin, dass auch die soziale Herkunft als latenter Faktor in Deutschland mit darüber bestimmt, welche Schulform eine Schülerin beziehungsweise ein Schüler in Anschluss an die Grundschule zukünftig besucht (Fend, 2008; Trautmann & Wischer, 2011). Möchte man tatsächlich Aussagen darüber tätigen, inwiefern die Ausprägung der sozialen Herkunft oder des Migrationshintergrunds die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen beeinflussen, muss der Effekt der sozialen Disparität, der durch das Schulsystem selbst produziert wird, umgangen werden, indem alle Schülerinnen und Schüler eines Jahrgangs unabhängig der besuchten Schulform einbezogen werden.

STICHPROBENGRÖßE

Die Studienergebnisse liefern teilweise nicht eindeutige Ergebnisse, die es erlauben weder H_0 noch H_1 mit ausreichender Wahrscheinlichkeit abzulehnen. Eine zu geringe Teststärke schränkt somit die Generalisierbarkeit (Rost, 2013b, S. 265) der berichteten Befunde teilweise ein. Die Stichprobengröße ist beispielsweise für die Untersuchung der Aspekte Lern- und Sozialverhalten durch den berichteten Dropout problematisch. Hier zeigt sich, dass die Stichproben in den Teilstichproben zu klein sind, um Aussagen darüber treffen zu können, inwiefern das Lern- oder Sozialverhalten mit dem Faktor Zeit interagiert. Bühner und Ziegler (2009, S. 374) verweisen auf die Bedeutung einer sorgfältigen Stichprobenplanung, wenn es darum geht, dass im Falle erwartbarer Varianzheterogenität die Gruppengröße dementsprechend berücksichtigt werden sollte. Laut einer Poweranalyse mit G*Power bedarf es einer Stichprobengröße von 38 Probanden (Gruppe 1: $n = 19$, Gruppe 2: $n = 19$), um bei einer Teststärke von 80 % einen mittleren Interaktionseffekt zu ermitteln. Damit kleine Effekte, wie sie hier berichtet werden, statistisch bedeutsam sind, bedarf es größerer Stichproben (Döring & Bortz, 2016, S. 810).

Der Vorwurf einer nicht sorgfältigen Stichprobenplanung wird an dieser Stelle zurückgewiesen, da a priori keine zuverlässigen Annahmen zum Vorliegen interner Bedingungsfaktoren getroffen werden konnten. Hier bedarf es folglich einer Studienreplikation mit einer größeren Stichprobe.

10.3.4 Auswertungsstrategie

DURCHGEFÜHRTE AUSWERTUNGSSTRATEGIEN

Zur Bearbeitung der zentralen Fragestellungen wurden sowohl (statistische) Hypothesen abgeleitet als auch explorative Fragestellungen entwickelt. Angesichts des zum Teil widersprüchlichen beziehungsweise als wenig ausgeprägt zu bezeichnenden Forschungsstandes für die Bedeutung einzelner Variablen (Forschungsfrage 2: Geschlecht, Migrationshintergrund, Schulform, Forschungsfrage 3: alle untersuchten Variablen) zeigt sich dieses Vorgehen als zielführend.

Für die Bearbeitung der ersten Forschungsfrage wurden einfaktorielle beziehungsweise zweifaktorielle Varianzanalysen mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit gerechnet. Dieses Verfahren ist als zielführend zu bewerten, so gibt die einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit Auskunft über die Entwicklung. Die zweifaktorielle Varianzanalyse wiederum berichtet zusätzlich, inwiefern Interaktionen zwischen den beiden untersuchten Faktoren vorliegen. Eine Stärke der Bearbeitung von Forschungsfrage 1c ist, dass die Gruppe von Schülerinnen und Schüler mit niedrigem Ausgangsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen anhand der beiden Messzeitpunkte t_{1a} und t_{1b} identifiziert wurde. Durch dieses Vorgehen kann der Regressionseffekt verringert werden (Bühner & Ziegler, 2009, S. 705 f. Rost, 2013b, S. 119).

Forschungsfrage 2 beschäftigt sich mit dem querschnittlichen Zusammenhang zwischen den untersuchten Variablen und den mathematischen Basiskompetenzen in Messzeitpunkt t_{1a}, um zu überprüfen, ob sich wissenschaftlich begründete Vorannahmen auch in der vorliegenden Untersuchung bestätigen lassen. Für intervallskalierte Variablen wurde hier als Strategie die Spearman-Korrelation gewählt, da die Bedingung der Normalverteilung in den Teilstichproben verletzt ist. Für dichotome Variablen wurde die Frage nach einem möglichen Zusammenhang mittels zweiseitigem *t*-Test – da keine begründeten Vorannahmen über die Richtung vorlagen – und einer Absicherung mit dem Mann-Whitney-*U*-Test bei fehlender Normalverteilung der mathematischen Basiskompetenzen in den Teilstichproben bearbeitet. Auch hier erweist sich das Vorgehen als zielführend.

Die explorative Forschungsfrage 3 fragt nach der Entwicklung in Abhängigkeit von einzelnen Variablen und der Zeit. Hier wurden je Variable zweifaktorielle Varianzanalysen mit Messwiederholung auf dem Faktor Zeit gerechnet. Als Einschränkung ist anzuführen, dass in den Teilstichproben die Anzahl an Probanden teilweise zu gering ist, um einen Interaktionseffekt (und teilweise auch Zwischensubjekteffekt) nachzuweisen. Wie bereits berichtet (siehe Kapitel 10.3.3) war es nicht möglich die Stichprobengröße auf Grundlage der benötigten Teilstichprobengröße zu planen, da keine begründeten Vorannahmen über das Vorhandensein der Ausprägung der jeweiligen Variablen in der vorliegenden Stichprobe vorlagen.

Es ist anzuführen, dass es sich bei den untersuchten Teilstichproben nicht um disjunkte Gruppen handelt. Weiterhin ist für die Varianzanalysen mit Messwiederholung einschränkend zu benennen, dass die Größe der untersuchten Stichproben variieren, da

Fälle, für die nicht in jedem Messzeitpunkt ein Wert angeführt ist, von der Analyse ausgeschlossen werden.

Alternative Auswertungsstrategien

In der empirischen Bildungsforschung werden Fragestellungen, wie sie hier gestellt wurden, alternativ auch mittels multivariater Verfahren, wie Regressionsanalysen oder Strukturgleichungsmodellen, bearbeitet (Reinecke, 2014). Diese Verfahren wurden bewusst nicht gewählt. Kritisch ist anzumerken, dass solche Verfahren hinsichtlich ihrer internen Validität stets eingeschränkt sind (Bortz & Döring, 2006, S. 523; Rost, 2013b) und die Beurteilung der Güte sich als schwierig erweist:

> In der Regel werden für die Beurteilung der Güte eines solchen Modells eine Reihe von Indizes berechnet, die angeben, wie gut die beobachteten Zusammenhänge der Variablen durch das Modell wiedergegeben werden. Leider sind häufig sehr viele vollkommen verschiedene Modelle mit den gleichen Daten verträglich (Schnell et al., 2013, S. 452; siehe auch Rauin, 2004, S. 42).

Ein derartiges Modell darf erst dann als bestätigt angesehen werden, wenn dieses mithilfe unterschiedlicher Datensätze zu vergleichbaren Lösungen führt; hier beobachtet Rauin (2004, S. 42) einen eklatanten Mangel – auch im Bereich der empirischen Pädagogik – an Replikationsstudien.

Als weitere Analysemethode für gruppierte Daten, wie sie hier vorliegen, bieten sich Mehrebenenanalysen an, um der Frage nachzugehen, inwiefern kausale Wirkungen auf mehreren Ebenen bestehen. So lassen sich diese auf Ebene des Individuums, der Familie sowie der Schule ausmachen. „Die Werte vieler Variablen sind für die Personen / Messungen innerhalb der Gruppen oft deutlich ähnlicher als für Personen / Messungen zwischen den Gruppen. Die Gruppenzugehörigkeit kann also wichtige Zusatzinformationen liefern“ (Sedlmeier et al., 2013, S. 693). Derartige Analysen würden die Frage nach Kompositionseffekten und Zusammenhängen der Schulform mit der sozialen Herkunft oder dem Migrationshintergrund (Baumert et al., 2006; Ehmke et al., 2005; Nold, 2010) beantworten können, die in der vorliegenden Untersuchung nicht thematisiert wurden. Allerdings gilt als Bedingung für den Einsatz von Mehrebenenanalysen die *30/30-Faustregel*. Diese besagt beispielsweise für die Berücksichtigung von zwei Ebenen, dass es mindestens 30 Einheiten auf Ebene 2 bedarf mit einer jeweiligen Gruppenstärke von 30 (Sedlmeier et al., 2013, S. 701); somit erfordern Mehrebenenanalysen sehr große Stichproben, wodurch diese für die vorliegende Studie nicht in Fragen kommen.

10.4 Weiterführende Überlegungen für Schule, Unterricht, Diagnostik und Förderung

Nachfolgende Ausführungen liefern konkrete Schlussfolgerungen der Studie auf Ebene von Schule, Unterricht, Diagnose und Förderung.

> Sodann aber muß die Art der Einwirkung der Art der psychischen Differenzierung angepaßt werden. ‚Der Unterricht soll individualisieren!' Diese Forderung ist alt, aber noch immer unerfüllt, namentlich im Kollektivunterricht. Erst jetzt beginnen wir die hierfür maßgebenden psychologischen Gesichtspunkte einzusehen (Stern, 1921, S. 9).

SCHÜLERINNEN UND SCHÜLER MIT NIEDRIGEM AUSGANGSNIVEAU ZU BEGINN DER SEKUNDARSTUFE I

Auf unterrichtlicher Ebene deutet das berichtete Ergebnis der parallelen Entwicklung auf unterschiedlichem Niveau (siehe Kapitel 10.2 – Hypothese 1c: Ausgangsniveau; *kein* signifikanter Interaktionseffekt, *signifikanter* Zwischensubjekteffekt) darauf hin, dass dringender Handlungsbedarf besteht, Schulleistungen sorgfältig zu überwachen und bei Leistungsrückständen und -stagnation zu intervenieren (Hakkarainen et al., 2012, S. 14). Dabei sieht sich der schulische Unterricht dem Spannungsfeld von Egalisierung und Qualifizierung gegenüber (Schrader et al., 2008, S. 21)

Zwar kennzeichnet sich die Entwicklung der Schülerinnen und Schüler mit niedrigem Ausgangsniveau in den mathematischen Basiskompetenzen hier nicht durch Leistungsstagnation und -rückgang, doch kann die Entwicklung dieser Gruppe auf niedrigerem Leistungsniveau auf Lücken vorheriger Lerninhalte hinweisen (Kay & Yeo, 2003), die dazu führen, dass diese Schülerinnen und Schüler aufgrund eines fehlenden Fundaments weniger vom Unterricht profitieren. Diesem gilt es auf unterrichtlicher Ebene zu begegnen, indem Lernentwicklungen überwacht werden (Merdian, 2011, S. 215) und Förderpläne erstellt und mittels wirksamer Förderung (Hillenbrand, 2015) umgesetzt werden. Gleichzeitig bedarf es auf Schul- und Schulverwaltungsebene geeigneter Konzepte, Lernschwierigkeiten entgegen der wait-to-fail-Tradition präventiv zu begegnen (Fuchs, Mock, Morgan & Young, 2003; Huber & Grosche, 2012; Kuhl & Hecht, 2014), um im Falle des tatsächlichen Auftretens, Förderung zu initiieren (Hartke & Diehl, 2013, S. 43). Als Beispiel sei hier das Response-to-Intervention-Modell (Huber & Grosche, 2013; Universität Rostock, 2013; Vaughn, Wanzek, Murray & Roberts, 2012) genannt. Ein solches Rahmenkonzept zur Identifizierung von Schülerinnen und Schülern mit Risiko gilt es dabei mit Schuleintritt zu implementieren, um zu verhindern, dass sich anfängliche Schwierigkeiten zu einer Rechenstörung manifestieren (Schwenck & Schneider, 2003, S. 266; Wehrmann, 2011, S. 246). Lambert (2015, S. 63 f.) führt als Hindernis für eine Adaption des Response-to-Intervention-Modells in das deutsche Schulsystem an, dass hierzulande anders als in den USA keine Strukturen über systematische und sukzessive Fördermaßnahmen und -bausteine bestehen. Weiterhin wird in den USA das traditionelle Diskrepanz-Kriterium dem Response-to-Intervention Kriterium („Erst wenn ein Kind nach intensiven und kontinuierlichen Fördermaßnahmen keine oder nur geringe Lernfortschritte zeigt, wird es als rechenschwach eingestuft", Lambert, 2015, S. 62) gleichgesetzt. Dieser Umstand weist auf die Notwendigkeit von Ressourcen hinsichtlich der Lehreraus- und -weiterbildung, des Lehr- und Lernmaterials sowie der benötigten Zeit hin (Blumenthal & Mahlau, 2017; Zwack-Stier & Börner, 2003). „Wer als Bildungspolitiker Individualisierung fordert, muss auch bereit sein, dafür zu sorgen, dass sie gelingen kann“ (Helmke, 2015, S. 263, siehe hierzu beispielsweise Förderstrategien der Kultusministerkonferenz, 2010, S. 2, für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler).

Zudem bedarf es geeigneter Diagnoseinstrumente. Hier stellen sich zwei zentrale Fragen:

1. Inwiefern sind bisherige Diagnoseinstrumente dazu in der Lage, mathematische Basiskompetenzen (siehe Arbeitsdefinition Kasten 2.1, S. 9) in der Sekundarstufe I zu erfassen, um frühestmöglich Förderung zu initiieren?
2. Inwiefern sind bisherige Diagnoseinstrumente sensibel gegenüber Veränderungen?

„Sowohl im Regelunterricht als auch im sonderpädagogischen Unterricht muss [...] vermehrt darauf Gewicht gelegt werden, die für den mathematischen Lernprozess zentralen Inhalte immer wieder zu versichern, dass die Schülerinnen und Schüler diese auch verstanden haben“ (Moser Opitz, 2005, S. 124 f.). Eine Möglichkeit bieten in diesem Kontext curriculumbasierte Messverfahren, welche hochfrequentiert eingesetzt werden, änderungssensibel sind und ökonomisch in den Unterricht integriert werden können (Fuchs, 2004; Klauer, 2011; Rensing, Käter, Käter & Hillenbrand, 2016; Voß & Hartke, 2014; Wallace et al., 2007; Walter, 2009).

Grundsätzlich zeigt sich, dass Lerninhalte der Grundschule mit Verlassen ebendieser nicht als gegeben vorausgesetzt werden dürfen (Ehlert et al., 2013; Gebhardt et al., 2013; Moser Opitz, 2005). Dabei sind diese Lerninhalte (Leitideen) im Sinne eines Spiralcurriculums die sichere Basis für ein späteres Weiterlernen (Moser Opitz, 2005). Für den Bereich der Lehrerbildung bedeutet dieses eine Notwendigkeit der Vernetzung zwischen den unterschiedlichen Bildungssektoren – hier: Vernetzung von Primar- und Sekundarstufenbereich (Krauthausen, 2003, S. 126):

> Eine [Grundschullehrkraft] kann ihren Unterricht nur dann wohl überlegt und gezielt an solchen fundamentalen Ideen ausrichten, wenn sie gelernt hat, über den Zaun ihres eigentlichen Arbeitsgebiets der Grundschule hinauszuschauen. Denn sie muss wissen, wohin die Ideen einmal führen sollen, um sie entsprechend sinnvoll grundzulegen […] [Stichwort:] Spiralprinzip).

Ungeachtet dessen, dass die Didaktik der Mathematik sich durch die Formulierung von Leitideen bereits einem Spiralcurriculum verpflichtet und somit bereits behandelte Lerninhalte wiederholend dem Entwicklungsstand der Schülerinnen und Schüler entsprechend kontextualisiert (Benz et al., 2015, S. 37), scheint der Begriff Entwicklungsstand ein sehr dehnbarer. So sind die Leistungen von Schülerinnen und Schülern einer Klasse als sehr heterogen zu bezeichnen (Wilbert, 2014, S. 283), woraus zu schließen ist, dass es möglicherweise eine Gruppe von Risikoschülerinnen und -schülern gibt, die angesichts unsicherer mathematischer Basiskompetenzen durch eine Neukontextualisierung überfordert ist. Dieser Umstand verdeutlicht die Notwendigkeit einer adaptiven Förderung (Ehlert & Fritz, 2016; Wellenreuther, 2010) orientiert am tatsächlichen Lernstand von Schülerinnen und Schülern:

> Häufig liegen die Schwierigkeiten des Kindes [in den Vorläuferkompetenzen] und das Ansetzen am Schulstoff würde in dieser Situation nicht zielführend sein. Basis-numerische Kompetenzen sind für den Aufbau von arithmetischem Verständnis und stabilen Rechenfertigkeiten unabdingbar (Pixner & Kaufmann, 2011, S. 200).

Zugleich wird anhand der berichteten Ergebnisse deutlich, dass es eine Risikogruppe von Schülerinnen und Schülern gibt, die mit 29.3 % der Gesamtstichprobe weder in Messzeitpunkt t_{1a} noch in t_{1b} unauffällige Werte (cut-off-Wert: $T_{HRT,t1} > 40$) im HRT 1–4 (Haffner, Baro, Parzer & Resch, 2005) erzielt. Dieses Ergebnis zeigt, dass es eine beachtliche Gruppe von Schülerinnen und Schüler gibt, die die Regelstandards (Auffassung KMK: „Regelstandards [...], in denen Kompetenzen beschrieben werden, die Schüler und Schülerinnen am Ende eines Schulabschnitts erworben haben sollen“, Reiss, 2004, S. 639) nicht erreichen (siehe Kapitel 2.7). Dieser Befund geht einher mit den Forderungen des IQB, nicht nur Regel- sondern auch Mindeststandards – „ein definiertes Minimum an Kompetenzen, das alle Schülerinnen und Schüler bis zu einem bestimmten Bildungsabschnitt erreicht haben sollten“ (Pant et al., 2012, S. 54) – zu definieren. Somit würden nicht nur Aussagen dazu getätigt werden, ob die Regelstandards als „durchschnittliche Kompetenzen“ (Kultusministerkonferenz, 2005a, S. 9) am Ende der Klasse 4 vorliegen, sondern ob wenigstens Mindeststandards erreicht wurden (hier: $T_{HRT} < 40$), die im Verständnis mathematischer Basiskompetenzen am Ende der Primarstufe als Bildungsminimum mit entsprechender Unterstützung eine erfolgreiche Integration in die Sekundarstufe I erlauben (Pant et al., 2012, S. 54). Bei Unterschreiten dieser Standards darf eine solche Feststellung allerdings nicht zu einer ‚pädagogischen Ohnmacht‘ führen, sondern es resultiert die Notwendigkeit, entsprechende Unterstützungsangebote zu formulieren und durchzuführen.

> Mindeststandards sollen kein Synonym für die Note ‚ausreichend‘ in allen Fächern sein, sie sind kein Ziel des Unterrichts, sondern vielmehr eine eher politisch zu wertende Festlegung darüber, welches Niveau keinesfalls unterschritten werden darf. [...] Mindeststandards nehmen alle in die Pflicht, nämlich Schülerinnen und Schüler, ihre Eltern und Lehrkräfte, die Schulverwaltung und die Bildungspolitik (Reiss, 2009b, S. 196).

Gleichsam ist die Ermittlung eines Standards nicht mit einem zeitlich stabilen Merkmal zu verwechseln. Hier bedarf es eines zusätzlich dynamischen Verständnisses, um Zuschreibungen zu verhindern und Entwicklung nicht zu verkennen. Definierte (Bildungs-) Standards erfahren also weiterhin dahingehend eine Einschränkung, als dass sie „lediglich“ bilanzierende Aussagen darüber tätigen, ob zu einem bestimmten Zeitpunkt ein festgelegtes Leistungsniveau erreicht wird (Pant et al., 2012, S. 50). Aus praktischer Sicht werden zwar Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten identifiziert, allerdings eröffnen sich hier noch keine unmittelbaren Anhaltspunkte für eine gezielte Unterstützung dieser Schülerinnen und Schüler. Hierfür bedarf es geeigneter Entwicklungsmodelle, die es erlauben, Förderung und Unterricht adaptiv an den tatsächlichen Entwicklungsstand der Schülerin oder des Schülers durchzuführen (Ehlert & Fritz, 2016; Wellenreuther, 2010). Hier ist die Forschung aufgefordert, geeignete Entwicklungsmodelle zu identifizieren.

UMGANG MIT KOMBINIERTEN SCHWIERIGKEITEN

Schriftsprachliche Schwierigkeiten

Die vorliegende Untersuchung berichtet, dass der Anteil von Schülerinnen und Schülern mit Schwierigkeiten sowohl im Lesen wie auch im Rechnen mit 30.1 % nicht zu vernachlässigen ist. Hier zeigt sich ein dringender Handlungsbedarf. Dem gegenüber stehen 32.3 % der untersuchten Schülerinnen und Schüler ohne Schwierigkeiten, 20.5 % mit isolierten Schwierigkeiten im Lesen und 8.0 % der Schülerinnen und Schüler mit isolierten Schwierigkeiten im Rechnen (siehe Kapitel 10.2 – Hypothese 2c). Für die Diagnostik von Schulleistungen bedeutet dieses, dass bei Verdacht auf Schwierigkeiten in einem der beiden Bereiche (Schriftsprache, Rechnen), unbedingt auch der bislang jeweils nicht beachtete Bereich betrachtet werden sollte (Hakkarainen et al., 2012, S. 14). „Eine differenzierte Früherkennung, Diagnostik und Intervention ist nur möglich, wenn wir in der Lage sind, einerseits spezifische Risikofaktoren für isolierte Störungen zu identifizieren und andererseits überlappende Risikofaktoren zur Erklärung kombinierter Störungen zu erfassen" (Moll & Landerl, 2011). Um schulischen Minderleistungen vorzubeugen, gilt es daher, geeignete Screeningverfahren zur Erfassung der schriftsprachlichen Leistungen sowie Rechenleistungen einzusetzen (Hartke & Diehl, 2013; Pixner & Kaufmann, 2011). Hartke und Diehl (2013, S. 43) fordern die Schulverwaltungen und Schulen dazu auf, „Verantwortung für die Lernfortschritte aller [Schülerinnen und Schüler] einer Schule zu übernehmen". Während bei den beiden Autoren die Rede von einem innerschulischen qualifizierenden Fördersystem für 25 % der Schülerinnen und Schüler ist, zeugt die hier ermittelte Prävalenz (kombinierter) Schwierigkeiten von einem größeren Unterstützungsbedarf. Gleichzeitig relativieren Thomas, Schulte-Körne und Hasselhorn (2015, S. 447) die Prognose für Schülerinnen und Schüler mit kombinierten Schwierigkeiten: „Selbst wenn eine Intervention zum Lesen und Schreiben und zum Rechnen durchgeführt wird, ist der Rückstand zu den schulischen Lernzielen oftmals so groß, dass eine Angleichung kaum gelingt." Diese – vielleicht auch zu – pessimistische Haltung sollte aber nicht zu einer pädagogischen Ohnmacht führen, sondern zeigt die besondere Herausforderung in der Förderung von Schülerinnen und Schülern mit kombinierten Schwierigkeiten. Im Auftrag der Inklusion gilt es, *allen* Schülerinnen und Schülern Teilhabe zu gewähren (UNESCO, 2005, S. 13). Vaughn, Wanzek, Murray und Roberts (2012, S. 7) formulieren für die Unterstützung von Schülerinnen und Schülern mit kombinierten Schwierigkeiten vier Prinzipien:

(1) Überprüfung, ob Schülerinnen und Schüler responsiv auf die Förderung reagieren. Dabei ist die Integration von Stützstrategien der kognitiven Verarbeitung zu berücksichtigen, um oftmals eingeschränkten, exekutiven und selbstregulierenden Fähigkeiten zu begegnen.

(2) Differenzierung in der Vermittlung hin zu expliziter und systematischer Unterweisung.

(3) Berücksichtigung angemessener Instruktionszeit, um dem Bedarf an zusätzlicher Unterweisung, Übung und Feedback zu begegnen.

(4) Überprüfung, ob die Lernumgebung hinsichtlich der Gruppengrößen passend ist.

Schwierigkeiten im Lernverhalten

Die vorliegende Untersuchung stellt Schülerinnen und Schüler mit schwachem Lernverhalten als besondere Risikogruppe heraus. Mathematische Basiskompetenzen und

Lernverhalten korrelieren querschnittlich betrachtet miteinander (siehe Kapitel 10.2 – Hypothese 2d). Im Längsschnitt entwickelt sich die Gruppe mit risikohaftem Lernverhalten im Vergleich zu den übrigen untersuchten Teilstichproben auf dem niedrigsten Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen (siehe Abbildung 9.5).

Die erkannte Risikogruppe bedarf also besonderer Unterstützung. Auf Grundlage dieses Ergebnisses ist zu vermuten, dass zusätzlich zur Förderung mathematischer Kompetenzen auch eine Förderung des Lernverhaltens unterstützend wirken könnte. Hierfür bedarf es weiterführender Untersuchungen, welche eine kombinierte Förderung berücksichtigen.

Realisiert ist eine solche, kombinierte Förderung im „Trainingshandbuch selbstreguliertes Lernen“ (Ziegler & Stöger, 2009) speziell zur Förderung mathematischer Kompetenzen in Jahrgang 4. Ziel ist die Verbesserung des Lernverhaltens im schulischen und häuslichen Kontext. Kritisch anzumerken ist, dass das Manual zwar angibt, die Wirksamkeit sei durch wissenschaftliche Unterrichtsstudien belegt, die Ergebnisse dieser Studien allerdings nicht präsentiert werden.

Fachunabhängig verfolgt das „Elementare Training bei Kindern mit Lernschwierigkeiten“ (Emmer et al., 2007) zwei Zielstellungen: Die Förderung der Motivation und die Förderung der Lernfähigkeit. Die Wirksamkeit ist wissenschaftlich bestätigt (Matthes, Hofmann & Emmer, 2001). Allerdings ist die fachspezifische mathematische Kompetenzentwicklung nicht berücksichtigt worden.

BEDEUTUNG DER SOZIALEN HERKUNFT

Das berichtete Ergebnis bezüglich der Bedeutung der sozialen Herkunft stellt die Frage, inwiefern einer benachteiligenden sozialen Herkunft durch (pädagogische und strukturelle) Intervention begegnet werden kann. Einige Ansätze bieten folgende Ausführungen:

ANSATZ 1: Investitionen in frühkindliche Bildung (Stichwort Renditen der Bildung: Heckman, 2007; Spieß, 2013), um einem niedrigen Anregungsgehalt der Familie (Stichwort Home Numeracy Environment: Jörns et al., 2014; Niklas & Schneider, 2012b) zu begegnen und die unterschiedlichen Startvoraussetzungen (Aunola et al., 2004; Hasemann & Gasteiger, 2014) in der Schule einander anzunähern (Tobia et al., 2016). Dabei ist aber nicht nur die Bedeutung und Qualität frühkindlicher Bildung (Fend, 2013) zu beachten, sondern laut Wehrmann (2011, S. 245) auch die des Erstunterrichts:

> Wenn man Kindern die richtigen Voraussetzungen mitgibt, klappt es auch gut mit dem Erstunterricht und der weiteren mathematischen Entwicklung. Unterstellt ist dabei allerdings, dass die [Schülerinnen und Schüler] nach ihrer Einschulung einen ihrem Lernstand entsprechenden Mathematikunterricht genießen.

ANSATZ 2: Einkommensunabhängige (Stichwort Leistung für Bildung und Teilhabe: Guill & Wendt, 2016) und frühzeitige (Stichwort Response to Intervention: Hartke & Diehl, 2013; Huber & Grosche, 2013; Vaughn et al., 2012) Unterstützung von Schülerinnen und Schülern mit Lernschwierigkeiten. Dabei ist insbesondere Kritik am bisherigen Vorgehen der Leistung für Bildung und Teilhabe des Bundesministeriums für Arbeit und Soziales zu üben, die an restriktive Voraussetzungen geknüpft ist. So können Leistungen der Lernförderung nur dann in Anspruch genommen werden, wenn der Klassenlehrer attestiert, dass die Versetzung ernsthaft gefährdet ist. Weiterhin ist demnach nicht förderwürdig, wer seine Leistungen mit dem Ziel des Schulwechsels an eine Realschule oder ein Gymnasium verbessern möchte. „Eine strukturelle Lernförderung, die in den Schulen als den originären Trägern des schulischen Bildungs- und Erziehungsauftrags (Art. 7 Abs. 1 GG) verortet wäre, wäre sinnvoller und könnte deutlich mehr Kinder erreichen“ (Deutsches Institut für Jugendhilfe und Familienrecht, 2013, S. 18).

ANSATZ 3: Entlastung der Familien durch nachmittägliche Betreuungs- und Förderangebote durch Schulen (Stichwort effektive Unterstützung: Berkemeyer & Iglhaut, 2013)

ANSATZ 4: Gestaltung durchlässiger Bildungsgänge und übersichtliche Möglichkeiten des Erwerbs höherer, schulischer und beruflicher Abschlüsse (Fend, 2013, S. 138). „Eine Struktur, die Wechsel zwischen Bildungsgängen über eine ausgedehnte Zeitspanne hinweg zulässt, vermag sozialen Ungerechtigkeiten zu begegnen“ (Baeriswyl, 2013, S. 158).

ANSATZ 5: Objektivierte Zugänge zu weiterführenden Schulen nach Vorbild der Schweiz – das sogenannte Deutschfreiburger Übertrittsverfahren (Baeriswyl, 2013, S. 158) zur Reduzierung sozialer Herkunftseffekte bei Übergangsentscheidungen und im Sinne eines echten meritokratischen Prinzips.

11 Ausblick

Die vorliegende Arbeit verfolgt das Ziel, die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen zu Beginn der Sekundarstufe I sowie die Bedeutung einzelner Faktoren für diese zu untersuchen. Nachfolgend werden die Untersuchung hinsichtlich ihrer Relevanz für die Praxis bewertet und Forschungsdesiderata formuliert. Ein Forschungsausblick sowie ein Fazit werden präsentiert.

BEWERTUNG DER UNTERSUCHUNG UND IHRE BEDEUTUNG FÜR DIE PRAXIS

Die vorliegende Studie liefert wichtige Befunde für die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen nach der Transition in die weiterführende Schule:

Zentrales Ergebnis der vorliegenden Untersuchung ist die allgemein *positive Entwicklung* der mathematischen Basiskompetenzen zu Beginn der Sekundarstufe I innerhalb der Jahrgangsstufe 5 an Oberschulen und Integrierten Gesamtschulen in Oldenburg. Dieser Befund geht mit Ergebnissen einher, dass sich mathematische Basiskompetenzen auch in der Sekundarstufe I weiterentwickeln (beispielsweise Krajewski & Ennemoser, 2010).

Auffallend sind die insgesamt schwachen Leistungen in den mathematischen Basiskompetenzen. Im Mittel erreichen Schülerinnen und Schüler bis zum Ende der Jahrgangsstufe 5 nicht den Populationsmittelwert $\mu_T = 50$ im standardisierten Leistungstest (Normierung Ende Klasse 4). Es darf also nicht angenommen werden, dass alle Schülerinnen und Schüler mit Verlassen der Grundschule mit ausreichender Sicherheit über relevante mathematische Konzepte der Grundschule verfügen (Ehlert et al., 2013, S. 260).

Bei Betrachtung der Risikogruppe von Schülerinnen und Schülern mit niedrigem *Ausgangsniveau* in den mathematischen Basiskompetenzen zu Beginn der fünften Jahrgangsstufe überschreitet diese Gruppe den kritischen cut-off-Wert von $T_{HRT} < 40$ (Normierung Ende Klasse 4) bis zum Ende des Schuljahres nicht. Ihnen fehlen möglicherweise Grundlagen für eine erfolgreiche Integration in den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I (Pant et al., 2012, S. 54). Dieser Befund fordert konkrete Handlungen auf Ebene der Identifikation von Schülerinnen und Schülern mit schwach ausgebildeten mathematischen Basiskompetenzen sowie deren Unterstützung in Unterricht und Förderung. Es stellt sich die Frage nach geeigneter (frühzeitiger) Diagnostik mathematischer Basiskompetenzen, um Lernverläufe sensibel zu erfassen und etwaigen Lernschwierigkeiten responsiv zu begegnen. Im Sinne eines kumulativen Lernprozesses scheint es sinnlos, dem curricularen Unterrichtsstoff zu folgen; hier ist eine adaptive Förderung am tatsächlichen Entwicklungsstand der Schülerinnen und Schüler orientiert angezeigt (siehe Ehlert & Fritz, 2016; Wellenreuther, 2010).

Die Ausprägung *schriftsprachlicher Kompetenzen*, die *allgemeine kognitive Leistungsfähigkeit* und das *Lernverhalten* bedingen in einem statistisch bedeutsamen Ausmaß Unterschiede in den mathematischen Basiskompetenzen auf Ebene interner Bedingungsfaktoren. Insbesondere die *schriftsprachlichen Kompetenzen* weisen querschnittlich betrachtet den stärksten Zusammenhang mit den mathematischen Basiskompetenzen zu Beginn der fünften Jahrgangsstufe 5 auf. Zugleich entwickeln sich Schülerinnen und Schüler mit schwacher schriftsprachlicher Kompetenz auf einem stark niedrigeren Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler. Hier bedarf es auf schulischer Ebene einer besonderen Aufmerksamkeit für Schülerinnen und Schüler mit kombinierten Schwierigkeiten. Bei Schwierigkeiten in einer Domäne (im mathematischen oder schriftsprachlichen Bereich) sollte auch die jeweils andere betrachtet werden (Hakkarainen et al., 2012, S. 14), um Schülerinnen und Schüler mit schwachem Fähigkeitsprofil zu identifizieren und zu fördern.

Weiterhin kristallisiert sich die Gruppen von Schülerinnen und Schülern mit schwachem *Lernverhalten* als eine Risikogruppe heraus: Über den (querschnittlichen) Zusammenhang zwischen den mathematischen Basiskompetenzen und dem Lernverhalten hinaus zeigt sich, dass sich Schülerinnen und Schüler dieser Risikogruppe auf dem vergleichsweise niedrigsten Leistungsniveau innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln. Schülerinnen und Schüler mit risikohaftem Lernverhalten müssen durch Lehrkräfte identifiziert werden und bedürfen einer besonderen Überwachung in ihrer akademischen Kompetenzentwicklung.

Auf der Ebene externer Bedingungsfaktoren führt die *soziale Herkunft* mit schwachem Effekt dazu, dass Schülerinnen und Schüler sich auf unterschiedlichem Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen entwickeln. In Abhängigkeit der *Schulform* zeigt sich in der vorliegenden Untersuchung eine stärkere Entwicklung der Schülerinnen und Schüler an den teilnehmenden Oberschulen, die zu Schuljahresbeginn auf einem deutlich niedrigeren Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen starten. Der hier nicht beachtete Aspekt der Schulqualität (Fend, 1988, 2008) könnte wichtige Hinweise auf die berichtete stärkere Kompetenzentwicklung bei Schülerinnen und Schülern an Oberschulen liefern. Hier bedarf es in einer Studienreplikation einer Ausgewogenheit und höheren Fallzahl auf Ebene verschiedener Schulformen, um im Sinne der externen Validität aussagekräftigere Ergebnisse zu erzielen.

FORSCHUNGSDESIDERATA

Für die Entwicklung mathematischer (Basis-)Kompetenzen in der Sekundarstufe liegen bislang keine *Entwicklungsmodelle* vor. Dabei würden Entwicklungsmodelle Hinweise für Diagnostik, Unterricht und Förderung liefern. Erst mit einem hinreichend großen Grundlagenwissen zur Entwicklung lassen sich geeignete Diagnose- und Interventionsverfahren entwickeln (Grube, 2006, S. 162). Entwicklungsmodelle ermöglichen, einerseits Schülerinnen und Schüler mit etwaigen Schwierigkeiten zu identifizieren und andererseits passgenaue Angebote zu gestalten.

Damit einhergehend braucht es eine scharfe *Operationalisierung* mathematischer Basiskompetenzen. Aktuell wird für unterschiedliche Definitionen dieser dieselbe Bezeichnung gewählt, beispielsweise vorschulische, mathematische Fähigkeiten oder Stoff der Grundschulmathematik (siehe Kapitel 2.1). Daraus resultieren verschiedene Auffassungen innerhalb der Forschungsliteratur und eine Unschärfe in der Erfassung mathematischer Basiskompetenzen.

Die Formulierung von Bildungsstandards erlaubt es, bilanzierende Aussagen (Pant et al., 2012, S. 50) zu treffen. Solange durch die Kultusministerkonferenz allerdings Standards lediglich in Form von Regelstandards formuliert werden, wird die Erfassung notwendiger *Mindeststandards* verfehlt. Eine Formulierung dieser würde eine Verpflichtung aller Beteiligten – Schülerinnen und Schüler, deren Eltern, Lehrkräfte, Schulen und Bildungspolitik – bedeuten (Reiss, 2009b, S. 196). Denn bei Mindeststandards handelt es sich um ein Niveau, dass nicht unterschritten werden darf.

Als weiteres Forschungsdesiderat ist die Bezeichnung von *Schülerinnen und Schülern mit Schwierigkeiten im Rechnen* zu benennen. Hier zeigt sich eine Bewegung in der begrifflichen Erfassung von Schülerinnen und Schülern mit Schwierigkeiten im absichtsvollen schulischen Lernen. Sowohl Praxis als auch Forschung hinterfragen den Nutzen der Formulierung strenger Diskrepanzkriterien (Fritz et al., 2003, S. 453). Konkretisiert wird dieses beispielsweise im Response-to-Intervention-Ansatz: Hier findet ein Umdenken weg von *wait-to-fail* hin zu einem präventiven Mehrebenensystem statt. Dieses Umdenken, wie es in den USA vollzogen wurde, steckt in Deutschland noch in den Kinderschuhen (Lambert, 2015, S. 62): Hierfür bedarf es vermehrter Bemühungen um Strukturen systematischer und sukzessiver Fördermaßnahmen und -bausteine.

FORSCHUNGSAUSBLICK

Für einige Subgruppen lässt sich die Frage, ob sie sich auf unterschiedlichen Niveaus oder im Zeitverlauf unterschiedlich entwickeln, weder bestätigen noch dementieren. Grund hierfür ist, dass teilweise weder α- noch β-Fehler mit ausreichender Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden können. Hier bedarf es einer Studienreplikation mit größerer Stichprobe, um auch kleine Effekt aufdecken zu können (Döring & Bortz, 2016, S. 810).

Aus der vorliegenden Studie ergeben sich folgende, weitere Forschungsfragen:

Kasten 11.1: Weiterführende Forschungsfragen

- Wo genau liegen die Probleme im Rechnen bei Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwierigkeiten?
- Wie entwickeln sich die untersuchten Schülerinnen und Schüler über die fünfte Jahrgangsstufe hinaus in den mathematischen Basiskompetenzen?
- Welche Bedeutung haben nachfolgende Variablen für die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe?: Arbeitsgedächtnis, vorschulische, mathematische Fertigkeiten, (fachbezogene) Motivation, Emotion, Unterricht und seine Qualität, Lehrkraft, Schulqualität der besuchten Schule
- Welche Bedeutung hat die Qualität des Mathematikunterrichts in der Grundschule für die Qualität und Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in der Sekundarstufe I?

Fortsetzung Kasten nächste Seite

Fortsetzung Kasten

- 20 % der Schülerinnen und Schüler in Deutschland erhalten fachfremd erteilten Mathematikunterricht in der Grundschule (Wendt, Bos et al., 2016, S. 19): Entwickeln sich Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit der Ausbildung einer jeweiligen Lehrkraft zu Beginn der Sekundarstufe I unterschiedlich voneinander in den mathematischen Basiskompetenzen?
- Im Sinne des Auftrags inklusiver Bildung: Wie muss der Mathematikunterricht gestaltet werden, um einer heterogenen Schülerschaft gerecht zu werden?

Darüber hinaus lassen ergänzende, qualitative Untersuchungen ein vertiefendes Verständnis über die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen sowie Schwierigkeiten erwarten.

FAZIT

Die vorliegende Arbeit betrachtet die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in Abhängigkeit ausgewählter Faktoren. Dabei werden Erkenntnisse darüber gewonnen, inwiefern die einzelnen Faktoren eine Entwicklung auf höherem oder niedrigerem Niveau in den mathematischen Basiskompetenzen bedingen. Es wird bewusst nicht die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen bei ‚Behinderung', sondern die Entwicklung *aller* Schülerinnen und Schüler betrachtet, da es Schülerinnen und Schüler gibt, die einer Unterstützung bedürfen, aber nicht zwingend den strengen Kriterien von spezifischen Lernstörungen entsprechen. Denn „wenn inklusive Bildung das Recht auf wirksame Unterstützung beinhaltet, dann ist eine Unterstützung abseits der Zuschreibung von ‚Behinderung' zu verwirklichen, insbesondere wenn die Dynamik von Entwicklungsverläufen berücksichtig wird" (Hillenbrand, 2013, S. 361). Hieraus ergibt sich die Notwendigkeit für eine sorgfältige Überwachung von Entwicklungsverläufen bei *allen* Schülerinnen und Schülern, um ihnen eine bestmögliche Unterstützung zu gewährleisten. Erst dann kann „die (vorhandene!) Chance genutzt werden […], dass [sich] Defizite nicht [verfestigen], sondern doch noch überwunden werden" (Gaidoschik, 2008, S. 292).

Literaturverzeichnis

Ackerman, P. L., Beier, M. E. & Boyle, M. O. (2005). Working Memory and Intelligence: The Same or Different Constructs? *Psychol Bull*, *131* (1), 30–60.

Allmendinger, J. & Leibfried, S. (2003). Bildungsarmut. *Aus Politik und Zeitgeschichte*, *53*, 12–25.

Alloway, T. P. (2009). Working Memory, but not IQ, predicts Subsequent Learning in Children with Learning Difficulties. *European Journal of Psychological Assessment*, *25* (2), 92–98.

Alloway, T. P., Gathercole, S. E., Adams, A.-M. & Willis, C. (2005). Working Memory Abilities in Children with Special Educational Needs. *Educational & Child Psychology*, *22* (4), 56–68.

Alloway, T. P., Gathercole, S. E., Adams, A.-M., Willis, C., Eaglen, R. & Lamont, E. (2005). Working Memory and Phonological Awareness as Predictors of Progress towards Early Learning Goals at School Entry. *British Journal of Developmental Psychology*, *23* (3), 417–426.

Altrichter, H., Heinrich, M. & Soukup-Altrichter, K. (2011). Schulprofilierung – Annäherungen an ein Phänomen. In H. Altrichter, M. Heinrich & K. Soukup-Altrichter (Hrsg.), *Schulentwicklung durch Schulprofilierung? Zur Veränderung von Koordinierungsmechanismen im Schulsystem* (S. 11–46). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Anger, C., Plünnecke, A. & Seyda, S. (2007). Bildungsarmut – Auswirkungen, Ursachen, Maßnahmen. *Politik und Zeitgeschichte*, *28*, 39–45.

Arnbak, E. (2004). When are Poor Reading Skills a Threat to Educational Achievement? *Reading and Writing*, *17* (5), 459–482.

Artelt, C. & Neuenhaus, N. (2010). Metakognition und Leistung. In W. Bos, O. Köller & E. Klieme (Hrsg.), *Schulische Lerngelegenheiten und Kompetenzentwicklung* (S. 127–146). Münster: Waxmann.

von Aster, M. G. (2009). Neurowissenschaftliche Ergebnisse und Erklärungsansätze zu Rechenstörungen. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 197–213). Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

von Aster, M. G. (2013). Wie kommen Zahlen in den Kopf und was kann sie daran hindern? Ein Modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen. In M.G. Von Aster & J.H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern* (2. Auflage., S. 15–38). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

von Aster, M. G., Kucian, K., Schweiter, M. & Martin, E. (2005). Rechenstörungen im Kindesalter. *Monatsschrift für Kinderheilkunde*, *153* (7), 614–622.

von Aster, M. G. & Lorenz, J. H. (2013). *Rechenstörungen bei Kindern* (2. Auflage.). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

von Aster, M. G., Schweiter, M. & Weinhold Zulauf, M. (2007). Rechenstörungen bei Kindern: Vorläufer, Prävalenz und Psychische Symptome. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *39* (2), 85–96.

Auer, M., Gruber, G., Wimmer, H. & Mayringer, H. (2011). *Salzburger Lese-Screening für die Klassenstufen 5–8: SLS 5–8* (3. Auflage.). Bern: Hogrefe.

Auerbach, J. G. & Shalev, R. S. (2008). Emotional and Behavioral Characteristics Over a Six-Year Period in Youths With Persistent and Nonpersistent Dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities*, *41* (3), 263–273.

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology*, *96* (4), 699–713.

Ayres, P. & Paas, F. G. W. C. (2012). Cognitive Load Theory: New Directions and Challenges. *Applied Cognitive Psychology*, *26* (6), 827–832.

Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W. & Weiber, R. (2016). *Multivariate Analysemethoden – Eine anwendungsorientierte Einführung* (14. Auflag.). Berlin: Springer.

Baeriswyl, F. (2013). Verminderung sozialer Ungerechtigkeit bei Schulübergängen. In D. Deißner & M. Speichner (Hrsg.), *Chancen bilden: Wege zu einer gerechteren Bildung – Ein internationaler Erfahrungsaustausch* (S. 153–168). Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Baumert, J., Becker, M., Neumann, M. & Nikolova, R. (2009). Frühübergang in ein grundständiges Gymnasium – Übergang in ein privilegiertes Entwicklungsmilieu? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *12* (2), 189–215.

Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W. et al. (2003). *Internationales und nationales Rahmenkonzept für die Erfassung von naturwissenschaftlicher Kompetenz in PISA 2003*. (OECD PISA Deutschland, Hrsg.). Berlin.

Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W. et al. (2010). *Soziale Bedingungen von Schulleistungen*. (Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Hrsg.). Berlin.

Baumert, J. & Köller, O. (1998). Nationale und internationale Schulleistungsstudien. Was können sie leiten, wo sind ihre Grenzen? *Pädagogik*, *6*, 12–18.

Baumert, J. & Schümer, G. (2001). Familiäre Lebensverhältnisse, Bildungsbeteiligung und Kompetenzerwerb. In J. Baumert, E. Klieme, M. Neubrand, M. Prenzel, U. Schiefele, W. Schneider et al. (Hrsg.), *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (S. 323–410). Opladen: Leske + Budrich.

Baumert, J., Stanat, P. & Watermann, R. (2006). Schulstruktur und die Entstehung differenzieller Lern- und Entwicklungsmilieus. In J. Baumert, P. Stanat & R. Watermann (Hrsg.), *Herkunftsbedingte Disparitäten im Bildungswesen: Differenzielle Bildungsprozesse und Probleme der Verteilungsgerechtigkeit* (S. 95–188). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Baumert, J., Watermann, R. & Schümer, G. (2003). Disparitäten der Bildungsbeteiligung und des Kompetenzerwerbs. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *6* (1), 46–72.

Becherer, J., Köller, O. & Zimmermann, F. (2017). Sozialverhalten und Schulleistungen: Spielt die Beliebtheit in der Klasse eine Rolle? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *20* (3), 405–424.

Becker, M., Lüdtke, O., Trautwein, U. & Baumert, J. (2006). Leistungszuwachs in Mathematik: Evidenz für einen Schereneffekt im mehrgliedrigen Schulsystem? *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *20* (4), 233–242.

Beelmann, W. (2006). *Normative Übergänge im Kindesalter. Anpassungsprozesse beim Eintritt in den Kindergarten, in die Grundschule und in die weiterführende Schule*. Hamburg: Verlag Dr. Kovač.

Benz, C., Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung : Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Berlin [u.a.]: Springer Spektrum.

Berch, D. B. (2005). Making Sense of Number Sense: Implications for Children with Mathematical Disabilities. *Journal of learning disabilities*, *38* (4), 333–339.

Berg, D. H. (2008). Working Memory and Arithmetic Calculation in Children: The Contributory Roles of Processing Speed, Short-Term Memory, and Reading. *Journal of Experimental Child Psychology*, *99* (4), 288–308.

Berkemeyer, N. & Iglhaut, C. (2013). *Ergebnisse der Befragung der Eltern von Kindern der Klassenstufe 2 bis 4 in der Stadt Jena*. Jena.

Berufsverband Deutscher Psychologinnen und Psychologen. (2016). *Berufsethische Richtlinien des Berufsverbandes Deutscher Psychologinnen und Psychologen e. V. und der Deutschen Gesellschaft für Psychologie e. V.* Berlin.

Betz, T. (2006). *Zur Bildungsbedeutsamkeit von Familie: Informelle Bildung und Schulerfolg*. No. II. *Arbeitspapiere des Zentrums für sozialpädagogische Forschung der Universität Trier (Forschungsstelle des Fachbereichs I – Pädagogik)*. Trier.

Beyerlein, A. (2004, November 19). Experten kritisieren Modell für neue Oberschule: Run auf die Gymnasien befürchtet. *Berliner Zeitung*.

Bittlingmayer, U. H. (2017). Funktionaler Analphabetismus: Ambivalenzen der Erwachsenenbildung. In M. Rieger-Ladich & C. Grabau (Hrsg.), *Pierre Bourdieu: Pädagogische Lektüren* (S. 167–182). Wiesbaden: Springer VS.

Blair, C., Ursache, A., Greenberg, M. & Vernon-Feagans, L. (2015). Multiple Aspects of Self-Regulation uniquely predict Mathematics but not Letter-Word Knowledge in the early Elementary Grades. *Developmental Psychology*, *51* (4), 459–472.

Bloem, S. (2012). *Deutschland – Ländernotiz – Ergebnisse aus PISA 2012*. OECD.

Blumenthal, Y. (2011). *Kognitive Prädiktoren schulischer Minderleistungen – Zur Möglichkeit valider Schulleistungsprognosen in frühen Grundschulalter*. Veröffentlichte Dissertation. Philosophische Fakultät. Universität Rostock.

Blumenthal, Y. & Mahlau, K. (2017). Diagnostik und Inklusion. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, *342* (4), 340–342.

Böhme, K. & Bremerich-Vos, A. (2012). Beschreibung der im Fach Deutsch untersuchten Kompetenzen. In P. Stanat, H. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011* (S. 19–33). Münster [u.a.]: Waxmann.

Böhme, K. & Roppelt, A. (2012). Geschlechtsbezogene Disparitäten. In P. Stanat, H.A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011* (S. 173–190). Münster [u.a.]: Waxmann.

Borenstein, M. (2009). *Introduction to Meta-Analysis*. Chichester: Chichester Wiley.

Bortz, J. (2005). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler* (6. Auflage.). Berlin [u.a.]: Springer.

Bortz, J. & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler* (4. Auflage.). Berlin [u.a.]: Springer Medizin Verlag.

Bortz, J. & Schuster, C. (2010). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler* (7. Auflage.). Berlin [u.a.]: Springer-Verlag.

Bos, W., Lankes, E.-M., Prenzel, M., Schwippert, K., Valtin, R. & Walther, G. (2004). Einige Länder der Bundesrepublik Deutschland im nationalen und internationalen Vergleich, (2004).

Bos, W., Lankes, E.-M., Prenzel, M., Schwippert, K., Valtin, R. & Walther, G. (2007). Erste Ergebnisse aus IGLU : Schülerleistungen am Ende der vierten Jahrgangsstufe im internationalen Vergleich. *Sozialwissenschaftlicher Fachinformationsdienst soFid*, (1), 9–46.

Bos, W. & Scharenberg, K. (2010). Lernentwicklung in leistungshomogenen und -heterogenen Schulklassen. In W. Bos, O. Köller & E. Klieme (Hrsg.), *Schulische Lerngelegenheiten und Kompetenzentwicklung* (S. 173–194). Münster: Waxmann.

Bos, W., Wendt, H., Ünlü, A., Valtin, R., Euen, B., Kasper, D. et al. (2012a). Leistungsprofile von Viertklässlerinnen und Viertklässlern in Deutschland. In W. Bos, H. Wendt, O. Köller & C. Selter (Hrsg.), *TIMSS 2011: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 269–302). Münster: Waxmann.

Bos, W., Wendt, H., Ünlü, A., Valtin, R., Euen, B., Kasper, D. et al. (2012b). Leistungsprofile von Viertklässlerinnen und Viertklässlern in Deutschland. In W. Bos, I. Tarelli, A. Bremerich-Vos & K. Schwippert (Hrsg.), *IGLU 2011. Lesekompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 227–260). Münster [u.a.]: Waxmann.

Bourdieu, P. (1983). Ökonomisches Kapital, kulturelles Kapital, soziales Kapital. In R. Kreckel (Hrsg.), *Zur Theorie sozialer Ungleichheiten.* (Band 1976, S. 183–198). Göttingen: Schwarz.

Brandstätter, V., Schüler, J., Puca, R. M. & Lozo, L. (2000). *Motivation und Emotion*. Berlin [u.a.]: Springer.

Bremm, M. H. & Kühn, R. (1992). *Rechentest RT 9+: Beiheft mit Anleitung und Normentabellen*. Weinheim [u.a.]: Beltz.

Brenner, P. J. (2006). *Schulen in Deutschland*. Stuttgart: Kohlhammer.

Bronfenbrenner, U. (1981). *Die Ökologie der menschlichen Entwicklung: Natürliche und geplante Experimente* (1. Auflage.). Stuttgart: Klett-Cotta.

Brühwiler, C., Helmke, A. & Schrader, F.-W. (2017). Lehrer-Schüler-Interaktion. In M.K.W. Schweer (Hrsg.), *Lehrer-Schüler-Interaktion: Inhaltsfelder, Forschungsperspektiven und methodische Zugänge* (3. Auflage., S. 291–314). Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Bruno, G., Spadea, T., Picariello, R., Gruden, G., Barutta, F., Cerutti, F. et al. (2013). Early Life Socioeconomic Indicators and Risk of Type 1 Diabetes in Children and Young Adults. *The Journal of Pediatrics*, *162* (3), 600–605.

Brunstein, J. C. & Spörer, N. (2010). Selbstgesteuertes Lernen. In D.H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (4. Auflage., S. 751–579). Weinheim: Beltz.

Büchler, T. (2016). Schulstruktur und Bildungsungleichheit: Die Bedeutung von bundeslandspezifischen Unterschieden beim Übergang in die Sekundarstufe I für den Bildungserfolg. *Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie*, *68* (1), 53–87.

Büchner, P. (2008). Soziale Herkunft und Bildung. Über das Reproduktionsdilemma von Akademikerfamilien und das Aufwachsen in Bildungsarmut. In E. Liebau & J. Zirfas (Hrsg.), *Ungerechtigkeit der Bildung - Bildung der Ungerechtigkeit* (S. 133–154). Opladen [u.a.]: Verlag Barbara Budrich.

Büchner, P. & Wahl, K. (2005). Die Familie als informeller Bildungsort. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *8* (3), 356–373.

Bühner, M. (2011). *Einführung in die Test- und Fragebogenkonstruktion* (3. Auflage.). München: Pearson.

Bühner, M. & Ziegler, M. (2009). *Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler*. München: Pearson.

Bührmann, H., Feller, E., Kähler, W., Ramien, M. & Schläfke, P.-W. (2017). Schulentwicklung – Oberschulen in Oldenburg. *PaedOl*, *100*, 6–7.

Bull, R., Espy, K. A. & Wiebe, S. A. (2008). Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years. *Developmental Neuropsychology*, *33* (3), 205–228.

Bullock, M. & Ziegler, A. (1997). Entwicklung der Intelligenz und des Denkens: Ergebnisse aus dem SCHOLASTIK-Projekt. In F.E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklung im Grundschulalter* (S. 27–35). Weinheim: Beltz.

Bundesagentur für Arbeit. (2009). *Nationaler Pakt für Ausbildung und Fachkräftenachwuchs - Kriterienkatalog zur Ausbildungsreife*.

Bundesministerium für Arbeit und Soziales. (2011). *Übereinkommen der Vereinten Nationen über die Rechte von Menschen mit Behinderung*. Bonn.

Bundesministerium für Arbeit und Soziales. (2015). *Lebenslagen in Deutschland*. Bonn.

Bundesministerium für Familie, Senioren, F. und J. (2008). *Armutsrisiken von Kindern und Jugendlichen in Deutschland*. Berlin.

Busch, J., Oranu, N., Schmidt, C. & Grube, D. (2013). Rechenschwäche im Grundschulalter: Reduzierte Verfügbarkeit basalen arithmetischen Faktenwissens und Belastung des Arbeitsgedächtnisses bei Drittklässlern. *Lernen und Lernstörungen*, *2* (4), 217–227.

Bynner, J. (2004). *Participation and progression: use of British Cohort Study data in illuminating the role of basic skills and other factors. Nuffield Review of 14-19 Education and Training*. No. 9.

Bynner, J. & Parsons, S. (2006). *New Light on Literacy and Numeracy: Results of the Literacy and Numeracy Assessment in the Age 34 follow-up of the 1970 Cohort Study*. London.

Bzufka, M. W., von Aster, M. G. & Neumärkter, K.-J. (2013). Diagnostik von Rechenstörungen. In M.G. Von Aster & J.H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern* (2. Auflage., S. 79–92). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Campbell, J. & Clark, J. M. (1988). An Encoding-Complex View of Cognitive Number Processing: Comment on MCCloskey, Sokol and Goodman (1986). *Journal of Experimental Psychology: General*, *177*, 204–214.

Cattell, R. B. (1963). Theory of Fluid and Crystallized Intelligence: A Critical Experiment. *Journal of Educational Psychology*, *54*, 1–22.

Cawley, J., Parmar, R., Foley, T. E., Salmon, S. & Roy, S. (2001). Arithmetic Performance of Students: Implications for Standards and Programming. *Exceptional Children*, *67* (3), 311.

Chiappe, P. (2005). How Reading Research Can Inform Mathematics Difficulties: The Search for the Core Deficit. *Journal of Learning Disabilities*, *38* (4), 313–317.

Chinn, S. & Ashcroft, R. (2007). *Mathematics for Dyslexics Including Cyscalculia* (3. Edition.). Chicheter, West Sussex: Iley.

Christmann, U. & Groeben, N. (2013). Psychologie des Lesens. In B. Franzmann, K. Hasemann, D. Löffler & E. Schön (Hrsg.), *Handbuch Lesen* (S. 145–223). München: Saur.

Chudaske, J. (2012). *Sprache, Migration und schulfachliche Leistung Einfluss sprachlicher Kompetenz auf Lese-, Rechtschreib- und Mathematikleistungen*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. Hillsdale: N. J. L. Erlbaum Associates.

Coleman, J. S. (1988). Social Capital in the Creation of Human Capital. *American Journal of Sociology*, *94* (1988), 95–120.

Compton, D. L., DeFries, J. C. & Olson, R. K. (2001). Are RAN- and Phonological Awareness-Deficits Additive in Children with Reading Disabilities? *Dyslexia*, *7* (3), 125–149.

Cook, B. G. & Cook, L. (2016). Research Designs and Spedcial Education Research: Different Designs Address Different Questions. *Learning Disabilities Research & Practice*, *31* (4), 190–198.

Cortina, K. S. (2016). Kompetenz, Bildung und Literalität: Anmerkungen zum Unbehagen der Pädagogik mit zentralen Konzepten der empirischen Bildungsforschung. In S. Blömeke, M. Caruso, S. Reh, U. Salaschek & J. Stiller (Hrsg.), *Traditionen und Zukünfte* (S. 29–38). Opladen: Verlag Barbara Budrich.

Cummins, J. (1979). Linguistic Interdependence and the Educational Development of Bilingual Children. *Review of Educational Research*, *49* (2), 222–251.

Cummins, J. (1993). Contexts for Second Language Teaching. *Annual Review of Applied Linguistics*, *13*, 51–70.

Cummins, J. (2000). Language, Power and Pedagogy. Clevedon: Multi lingual Matters.

Damme, J. Van, Fraine, B. De, Landeghem, G. Van, Opdenakker, M.-C. & Onghena, P. (2002). Improvement : An International Journal of Research , Policy and Practice A New Study on Educational Effectiveness in Secondary Schools in Flanders : An Introduction. *School Effectiveness and School Improvement*, *13* (4), 384–397.

Dehaene, S. (1992). Varieties Of Numerical Abilities. *Cognition*, *44*, 1–42.

Denham, S. A. (2006). Social relationships and school readiness. *Early Education and Development*, *17* (1), 57–89.

DeSeCo OCDE. (2003). *Definition and Selection of Competencies*.

Desoete, A., Roeyers, H. & De Clercq, A. (2004). Children with Mathematics Learning Disabilities in Belgium. *Journal of Learning Disabilities*, *37* (1), 50–61.

Deutsche Forschungsgemeinschaft & Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina e.V. (2014). *Wissenschaftsfreiheit und Wissenschaftsverantwortung: Empfehlungen zum Umgang mit sicherheitsrelevanter Forschung*. Bonn [u.a.].

Deutscher, T. (2012). *Arithmeitsche und geometrische Fähigkeiten von Schulanfängern*. Wiesbaden: Viewewg+Teubner Verlag.

Deutscher, T. & Selter, C. (2013). Frühe mathematische Bildung _ Forschungsbefunde und Förderkonzepte. In M. Stamm & D. Edelmann (Hrsg.), *Handbuch frühkindliche Bildungsforschung* (S. 543–556). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Deutsches Institut für Jugendhilfe und Familienrecht. (2013). Bildung und Teilhabe für Kinder und Jugendliche nach SGB II, 1–23.

Dirks, E., Spyer, G., van Lieshout, E. C. D. M. & de Sonneville, L. (2008). Prevalence of Combined Reading and Arithmetic Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *41* (5), 460–473.

Ditton, H. & Krüsken, J. (2006). Der Übergang von der Grundschule in die Sekundarstufe I. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *9* (3), 348–372.

Ditton, H. & Krüsken, J. (2009). Denn wer hat, dem wird gegeben werden? Eine Längsschnittstudie zur Entwicklung schulischer Leistungen und den Effekten der sozialen Herkunft in der Grundschulzeit. *Journal für Bildungsforschung Online*, *1* (1), 33–61.

Ditton, H., Krüsken, J. & Schauenberg, M. (2005). Bildungsungleichheit — der Beitrag von Familie und Schule. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *8* (2), 285–304.

Dohmen, D. (2008). *Ende der Hauptschule - Ausweg aus der Bildungsmisere*. (Forschungsinstitut für Bildungs- und Sozialtheorie, Hrsg.). Berlin.

Döring, N. & Bortz, J. (2016). *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften*. Berlin [u.a.]: Springer.

Dornheim, D. (2009). Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten. Berlin: Logos Verlag.

Dorsch, F., Häcker, H., Stapf, K. H. & Becker-Carus, C. (2009). *Dorsch Psychologisches Wörterbuch* (15. Auflag.). Bern: Huber.

Dowker, A., Bala, S. & Lloyd, D. (2008). Linguistic Influences on Mathematical Development: How Important Is the Transparency of the Counting System? *Philosophical Psychology*, *21* (4), 523–538.

Drüke-Noe, C., Möller, G., Pallack, A., Schmidt, S., Schmidt, U., Sommer, N. et al. (2011). *Basiskompetenzen Mathematik für Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht*. Berlin: Cornelsen Verlag.

Dummert, F., Endlich, D., Schneider, W. & Schwenck, C. (2014). Entwicklung schriftsprachlicher und mathematischer Leistungen bei Kindern mit und ohne Migrationshintergrund. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *46* (3), 115–132.

Dumont, H., Maaz, K., Neumann, M. & Becker, M. (2014). Soziale Ungleichheiten beim Übergang von der Grundschule in die Sekundarstufe I: Theorie, Forschungsstand, Interventions- und Fördermöglichkeiten. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *17*, 141–165.

Duru, A. & Koklu, O. (2011). Middle School Students' Reading Comprehension of Mathematical Texts and Algebraic Equations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *42* (4), 447–468.

Edlinger, H. & Hascher, T. (2008). Von der Stimmungs- zur Unterrichtsforschung: Überlegungen zu Wirkungen von Emotionen auf schulisches Lernen und Leisten. *Unterrichtswissenschaft*, *36* (1), 55–70.

Ehlert, A. & Fritz, A. (2016). MARKO-T. Ein mathematisches Förderprogramm evaluiert an Kindern mit dem Förderschwerpunkt Lernen. In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Förderprogramme für Vor- und Grundschule* (S. 29–48). Göttingen: Hogrefe.

Ehlert, A., Fritz, A., Arndt, D. & Leutner, D. (2013). Arithmetische Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern in den Klassen 5 bis 7 der Sekundarstufe. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *34* (2), 237–263.

Ehlert, A., Schroeders, U. & Fritz-Stratmann, A. (2012). Kritik am Diskrepanzkriterium in der Diagnostik von Legasthenie und Dyskalkulie. *Lernen und Lernstörungen*, *1* (3), 169–184.

Ehm, J. H., Lonnemann, J. & Hasselhorn, M. (2017). *Wie Kinder zwischen vier und acht Jahren lernen. Entwicklungspsychologische und neurokognitive Erkenntnisse*. Stuttgart: Kohlhammer.

Ehmke, T. (2008). Welche Bedeutung haben lernförderliche Prozesse und naturwissenschaftsbezogene Einstellungen im Elternhaus für die Erklärung sozialer Disparitäten in der naturwissenschaftlichen Kompetenz? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *10*, 129–148.

Ehmke, T. & Jude, N. (2010). Soziale Herkunft und Kompetenzerwerb. In E. Klieme, C. Artelt, J. Hartig, N. Jude, O. Köller, M. Prenzel et al. (Hrsg.), *PISA 2009: Bilanz nach einem Jahrzehnt* (S. 231–254). Münster.

Ehmke, T. & Siegle, T. (2008). Einfluss elterlicher Mathematikkompetenz und familialer Prozesse auf den Kompetenzerwerb von Kindern in Mathematik. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *55*, 253–264.

Ehmke, T., Siegle, T. & Hohensee, F. (2005). Soziale Herkunft im Ländervergleich. In PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg.), *PISA 2003. Der zweite Vergleich der Länder in Deutschland* (S. 235–268). Münster [u.a.]: Waxmann.

Ehmke, T., Siegle, T. & Hohensee, F. (2006). Soziale Herkunft im Ländervergleich. In PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg.), *PISA 2003. Der zweite Vergleich der Länder in Deutschland – Was wissen und können Jugendliche?* (S. 235–268). Münster: Waxmann.

Ellis, P. D. (2010). *The Essential Guide to Effect Sizes: Statistical Power, Meta-Analysis, and the Interpretation of Research Results*. Cambridge [u.a.]: Cambridge University Press.

Emmer, A., Hofmann, B. & Matthes, G. (2007). *Elementares Training bei Kindern mit Lernschwierigkeiten*. Weinheim [u.a.]: Beltz.

Endlich, D., Dummert, F., Schneider, W. & Schwenck, C. (2014). Verhaltensprobleme bei Kindern mit umschriebener und kombinierter schulischer Minderleistung. *Kindheit und Entwicklung*, *23* (1), 61–69.

Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2013). Entwicklungsorientierte Diagnostik mathematischer Basiskompetenzen in den Klassen 5 bis 9. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen, Test und Trends N.F. Band 11* (S. 225–240). Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2015). Pädagogisch-psychologische Lernförderung im Kindergarten- und Einschulungsalter. In E. Wild & J. Möller (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (2. Auflage., S. 371–400). Berlin, Heidelberg.

Ennemoser, M., Krajewski, K. & Schmidt, S. (2011). Entwicklung und Bedeutung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen und eines basalen Konventions- und Regelwissens in den Klassen 5 bis 9. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und pädagogische Psychologie*, *43* (4), 228–242.

Ennemoser, M., Sinner, D. & Krajewski, K. (2015). Kurz- und langfristige Effekte einer entwicklungsorientierten Mathematikförderung bei Erstklässlern mit drohender Rechenschwäche. *Lernen und Lernstörungen*, *4* (1), 43–59.

Erenberg, S. R. (1995). An Investigation of the Heuristic Strategies Used by Students With and Without Learning Disabilities in Their Acquisition of the Basic Facts of Multiplication. *Learning disabilities: A Multi-disciplinary Journal*, *6* (1), 9–12.

Espin, C. A. & Deno, S. L. (1993). Performance in Reading From Content Area Text as an Indicator of Achievement. *Remedial and Special Education*, *14* (6), 47–59.

Falkai, P., Wittchen, H.-U., Döpfner, M., Gaebel, W., Maier, W., Rief, W. et al. (2015). *Diagnostische Kriterien DSM-5. Desk Reference to the Diagnostic Criteria from DSM-5*. *Diagnostische Kriterien D* (1. Auflage.). Göttingen: Hogrefe.

Faul, F., Erdfelder, E., Lang, A. & Buchner, A. (2007). G*Power 3: A Flexible Statistical Power Analysis Program for the Social, Behavioral, and Biomedical Sciences. *Behavioral Research Methods*, *39* (2), 175–191.

Feigenson, L., Dehaene, S. & Spelke, E. S. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, *8* (7), 307–314.

Fend, H. (1988). Schulqualität. Die Wiederentdeckung der Schule als pädagogische Gestaltungsebene. *Neue Sammlung*, *28* (4), 537–547.

Fend, H. (2008). *Schule gestalten: Systemsteuerung, Schulentwicklung und Unterrichtsqualität*. *Systemsteuerung, Schulentwicklung und Unterrichtsqualität*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Fend, H. (2013). Starke und schwache Instrumente zur Beförderung von Chancengleichheit im Bildungswesen. In D. Deißner & M. Speichner (Hrsg.), *Chancen bilden: Wege zu einer gerechteren Bildung – ein internationaler Erfahrungsaustausch* (S. 125–140). Wiesbaden: Springer Fachmedien. Verfügbar unter: http://link.springer.com/10.1007/978-3-531-19393-9

Fennema, E., Carpenter, T. P., Jacobs, V. R., Franke, M. L. & Levi, L. W. (1998). A Longitudinal Study of Gender Differences in Young Children's Mathematical Thinking. *Educational Researcher*, *27* (5), 6–11.

Fischbach, A., Schuchardt, K., Brandenburg, J., Klesczewski, J., Balke-Melcher, C., Schmidt, C. et al. (2013). Prävalenz von Lernschwächen und Lernstörungen: Zur Bedeutung der Diagnosekriterien. *Lernen und Lernstörungen*, *2* (2), 65–76.

Fite, G. (2002). Reading and Math: What is the Connection? A Short Review of the Literature. *Kansas Science Teacher*.

Flavell, J. H., Miller, P. H. & Miller, S. A. (2002). *Cognitive Development* (4. Auflage.). Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall.

Forell, M. & Bellenberg, G. (2012). Erhöhung der Chancengleichheit durch mehr Durchlässigkeit? *Bildungsforschung 2020 – Herausforderungen und Perspektiven*, 7–42.

Fourqurean, J. M., Meisgeier, C. H. & Swank, P. R. (1991). Correlates of postsecondary employment outcomes for young adults with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *24*, 400–405.

Freesemann, O. (2014). *Schwache Rechnerinnen und Rechner fördern*. Dortmund: Springer Spektrum.

Frenzel, A. C., Götz, T. & Pekrun, R. (2015). Emotionen. In E. Wild & J. Möller (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (S. 201–224). Berlin: Springer.

Fritz, A. & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. München: Ernst Reinhardt Verlag.

Fritz, A. & Ricken, G. (2009). Grundlagen des Förderkonzeptes „Kalkulie". In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (2. Auflage., S. 374–395). Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Fritz, A., Ricken, G. & Gerlach, M. (2007). *Kalkulie: Diagnose- und Trainingsprogramm für rechenschwache Kinder*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Fritz, A., Ricken, G. & Schmidt, S. (2003). Über Schwierigkeiten der Rechenschwäche - eine Zwischenbilanz zum Thema. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 452–468). Weinheim [u.a.]: Beltz Verlag.

Fritz, A., Ricken, G. & Schmidt, S. (2009). *Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (2. Auflage.). Weinheim [u.a]: Beltz.

Fuchs, D., Mock, D., Morgan, P. L. & Young, C. L. (2003). Responsiveness-to-Intervention: Definitions, Evidence, and Implications for the Learning Disabilities Construct. *Learning Disabilities Research & Practice*, *18* (3), 157–171.

Fuchs, L. S. (2004). The Past, Present, and Future of Curriculum-Based Measurement Research. *School Psychology Review*, *33* (2), 188–192.

Fuchs, L. S., Fuchs, D. & Prentice, K. (2004). Responsiveness to Mathematical Problem-Solving Instruction: Comparing Students at Risk of Mathematics Disability with and without Risk of Reading Disability. *Journal of learning disabilities*, *37* (4), 293–306.

Fuchs, L. S., Seethaler, P. M., Powell, S. R., Fuchs, D., Hamlett, C. L. & Fletcher, J. M. (2008). Effects of Preventative Tutoring on the Mathematical Problem Solving of Third-grade Students with Math and Reading Difficulties. *Exceptional Children*, *74* (2), 155–173.

Fuiko, R. & Wurst, E. (2003). Entwicklungsdiagnostik. In K.D. Kubinger & R.S. Jäger (Hrsg.), *Schlüsselbegriffe der psychologischen Diagnostik* (S. 119–123). Weinheim: Beltz.

Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*. *Springer series in cognitive development*. New York, NY [u.a.]: New York, NY [u.a.] : Springer.

Gaidoschik, M. (2008). „Rechenschwäche" in der Sekundarstufe: Was tun? *Journal für Mathematik-Didaktik*, *29* (3/4), 287–294.

Gailberger, S. (2011). Lesen durch Hören: Leseförderung in der Sek. I mit Hörbüchern und neuen Lesestrategien. Weinheim [u.a.]: Beltz.

Gailberger, S. (2013). *Systematische Leseförderung für schwach lesende Schüler: zur Wirkung von lektürebegleitenden Hörbüchern und Lesebewusstmachungsstrategien*. *Edition Erziehungswissenschaft*. Weinheim: Beltz Juventa.

Gallistel, C. R. & Gelman, R. (1992). Preverbal and Verbal Counting and Computation. *Cognition*, *44*, 43–74.

Galton, M., Comber, C. & Pell, T. (2002). The Consequences of Transfer for Pupils: Attitudes and Attainment. In L. Hargreaves & M. Galton (Hrsg.), *Transfer from the Primary Classroom. Twenty Years on* (S. 131–158). London: Routledge.

Garotte, A., Moser Opitz, E. & Ratz, C. (2015). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Eine Querschnittstudie. *Empirische Sonderpädagogik*, *7*, 24–40.

Gaupp, N., Zoelch, C. & Schumann-Hengsteler, R. (2004). Defizite numerischer Basiskompetenzen bei rechenschwachen Kindern der 3. und 4. Klassenstufe. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *18* (1), 31–42.

Geary, D. C. (1993). Mathematical Disabilities: Cognitive, Neuropsychological, and Genetic Components. *Psychological Bulletin*, *114* (2), 345–362.

Geary, D. C. (1994). *Children's Mathematical Development: Research and Practical Applications*. Washington D. C.: American Psychological Association.

Geary, D. C. (2000). From Infancy to Adulthood: The Development of Numerical Abilities. *European Child and Adolescent Psychiatry*, *9*, 11–16.

Geary, D. C. (2003). Learning Disabilities in Arithmetic: Problem-Solving Differences and Cognitive Deficits. In H.L. Swanson, K.R. Harris & S. Graham (Hrsg.), *Handbook of learning disabilities* (S. 199–212). New York: Guilford.

Geary, D. C. (2004). Disabilities. *Journal of learning disabilities*, *37* (1), 4–15.

Geary, D. C., Hamson, C. O. & Hoard, M. K. (2000). Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability. *Journal of experimental child psychology*, *77* (3), 236–263.

Geary, D. C. & Hoard, M. K. (2001). Numerical and Arithmetical Deficits in Learning-Disabled Children: Relation to Dyscalculia and Dyslexia. *Aphasiology*, *15* (7), 635–647.

Gebhardt, M., Oelkrug, K. & Tretter, T. (2013). Das mathematische Leistungsspektrum bei Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf in der Sekundarstufe . Ein explorativer Querschnitt der fünften bis neunten Klassenstufe in Münchner Förderschulen. *Empirische Sonderpädagogik*, (2), 130–143.

Gellert, U. (2008). Mathematikspezifische schulische Bildungssprache im Schuleingangsalter. In J. Ramseger & M. Wagener (Hrsg.), *Chancengleichheit in der Grundschule. Ursachen und Wege aus der Krise* (S. 207–211). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge: Harvard University Press.

Gerlach, M., Fritz, A. & Leutner, D. (2013). MARKO-T: Mathematik- und Rechenkonzepte im Vor- und Grundschulalter. *Mathematik- und Rechenkonzepte im Vor- und Grundschulalter*. Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J. R. et al. (2009). Assisting Students Struggling with Mathematics: Response to Intervention (RtI) for elementary and middle schools. *What Works Clearinghouse.*

Gersten, R. & Jordan, N. C. (2005). Early Screening and Intervention in Mathematics Difficulties: The Need for Action: Introduction to the Special Series. *Journal of Learning Disabilities*, *38* (4), 291–292.

Gersten, R., Jordan, N. C. & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *38* (4), 293–304.

Gerster, H.-D. & Schultz, R. (2004). *Schwierigkeiten beim Erwerb arithmetischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche - Erkennen, Beheben, Vorbeugen*. Freiburg im Breisgau.

Girden, E. R. (1992). *ANOVA: Repeated Measures*. *Sage University Papers. Quantitative Applications in the Social Sciences*. Newbury Park [u.a.]: Sage Publications.

Gogolin, I. (2009). Zweisprachigkeit und die Entwicklung bildungssprachlicher Fähigkeiten. In I. Gogolin & U. Neumann (Hrsg.), *Streitfall Zweisprachigkeit – The Bilingualism Controversy* (S. 263–280). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Gold, A. (2011). *Lernschwierigkeiten: Ursachen, Diagnostik, Intervention*. Stuttgart: Verlag W. Kohlhammer.

Gold, A. (2015). Lernschwierigkeiten. Wie man einen pädagogisch-psychologischen Dauerbrenner immer wieder aufs Neue befeuern kann. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *29* (3–4), 123–132.

Gray, E. M. (1991). An analysing of diverging approaches to simple arithmetic: Preference and its consequences. *Educational Studies in Mathematics*, *22*, 551–574.

Greabell, L. C. & Anderson, N. A. (1992). Applying Strategies From the Directed Activity to a Directed Mathematics Activity. *School Science and Mathematics*, *92* (3), 142–144.

Griebel, W. & Niesel, R. (2011). *Übergänge verstehen und begleiten. Transitionen in der Bildungslaufbahn von Kindern* (2. Auflage.). Berlin: Berlin Cornelsen.

Gröhlich, C., Scharenberg, K. & Bos, W. (2009). Wirkt sich Leistungsheterogenität in Schulklassen auf den individuellen Lernerfolg in der Sekundarstufe aus? *Journal for Educational Research Online*, *1* (1), 86–105.

Gross-Tsur, V., Manor, O. & Shalev, R. S. (1996). Developmental Dyscalculia: Prevalence and Demographic Features. *Developmental Medicine and Child Neurology*, *38*, 25–33.

Grube, D. (2006). Entwicklung des Rechnens im Grundschulalter. In D. H. Rost (Hrsg.), . Münster: Waxmann.

Grube, D. (2009). Kognitive Bedingungen der Rechenschwäche. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 181–196). Weinheim [u.a.]: Beltz Verlag.

Grube, D. & Hasselhorn, M. (2006). Längsschnittliche Analysen zur Lese-, Rechtschreib- und Mathematikleistung im Grundschulalter: zur Rolle von Vorwissen, Intelligenz, phonologischem Arbeitsgedächtnis und phonologischer Bewusstheit. *Schulische Leistung: Grundlagen, Bedingungen, Perspektiven* (S. 87–106). Münster: Waxmann.

Grube, D. & Seitz-Stein, K. (2012). Arbeitsgedächtnis und Rechnen. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses, Test und Trends N.F. Band 10* (S. 145–157). Göttingen: Hogrefe.

Gruber, H. & Stamouli, E. (2015). Intelligenz und Vorwissen. In E. Wild & J. Möller (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (2. Auflage., S. 25–44). Berlin, Heidelberg: Springer.

Grünke, M. & Grosche, M. (2014). Lernbehinderung. In G.W. Lauth, M. Grünke & J.C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 76–89). Göttingen: Hogrefe.

Grüßing, M. (2002). Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Grundschulalter. In W. Peschek (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 199–202). Hildesheim: Franzbecker.

Guill, K. & Wendt, H. (2016). Außerschulischer Nachhilfeunterricht am Ende der Grundschulzeit. In H. Wendt, W. Bos, C. Selter, O. Köller, K. Schwippert & D. Kasper (Hrsg.), *TIMSS 2015: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 247–256). Münster [u.a.]: Waxmann.

Haberzettl, S. (2016). Bildungssprache im Kontext von Mehrsprachigkeit. Eine Untersuchung von Berichtstexten ein- und mehrsprachiger Schüler. *Diskurs Kindheits- und Jugendforschung*, *1*, 61–79.

Haffner, J., Baro, K., Parzer, P. & Resch, F. (2005). *HRT 1–4. Heidelberger Rechentest. Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter*. Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Haffner, J., Baro, K., Parzer, P., Wu, H. & Resch, F. (2005). Diagnostik mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter: Der Heidelberger Rechentest HRT. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen Neue Folge Band 4* (S. 125–151). Göttingen: Hogrefe.

Hakkarainen, A., Holopainen, L. & Savolainen, H. (2012). Mathematical and Reading Difficulties as Predictors of School Achievement and Transition to Secondary Education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 1–19.

Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D. & Dick, J. (2001). Performance across Different Areas of Mathematical Cognition in Children with Learning Difficulties. *Journal of Educational Psychology*, *93* (3), 615–626.

Hardy, I., Hertel, S., Kunter, M., Klieme, E., Warwas, J., Büttner, G. et al. (2011). Adaptive Lerngelegenheiten in der Grundschule. Merkmale, methodisch-didaktische Schwerpunktsetzungen und erfolderliche Lehrerkompetenzen. *Zeitschrift für Pädagogik*, *57* (6), 819–833.

Hartke, B. & Diehl, K. (2013). *Schulische Prävention im Bereich Lernen. Problemlösungen mit dem RTI-Ansatz*. Stuttgart: Kohlhammer.

Hartmann, B. & Methner, A. (2015a). *Leipziger Kompetenz-Screening für die Schule (LKS)*. München: Ernst Reinhardt Verlag.

Hartmann, B. & Methner, A. (2015b). *Leipziger Kompetenz-Screening für die Schule - Lehrerversion (LKS-L)*. München: Ernst Reinhardt Verlag.

Hascher, T. (2010). Learning and Emotion: Perspectives for Theory and Research. *European Educational Research Journal*, *9* (1), 13–28.

Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik*. *Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II* (3. Auflage.). Berlin [u.a.]: Springer Spektrum.

Hasselhorn, M. & Gold, A. (2013). *Pädagogische Psychologie*. (M. Hasselhorn, H. Heuer & F. Rösler, Hrsg.) (3. Auflage.). Stuttgart: Kohlhammer.

Hasselhorn, M. & Grube, D. (2007). Was hat das Arbeitsgedächtnis mit dem Erwerb des Lesens, Schreibens und Rechnens zu tun? In K. Rosenberger & M. Ochoko-Stastny (Hrsg.), *Mit Sprache wachsen: Die Bedeutung der Sprache und ihrer Grundlagen für den Erwerb der Kulturtechniken* (S. 43–60). Wien: Lernen mit Pfiff.

Hasselhorn, M., Schumann-Hengsteler, R., Gronauer, J., Grube, D., Mähler, C., Schmid, I., Seitz-Stein, K & Zoelch, C. (2012). *Arbeitsgedächtnistestbatterie für Kinder von 5 bis 12 Jahren. AGTB 5-12*. Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Hasselhorn, M. & Schuchardt, K. (2006). Lernstörungen: Eine kritische Skizze zur Epidemiologie. *Kindheit und Entwicklung*, *15* (4), 208–215.

Hasselhorn, M., Schuchardt, K. & Mähler, C. (2010). Phonologisches Arbeitsgedächtnis bei Kindern mit diagnostizierter Lese- und/oder Rechtschreibstörung. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *42* (4), 211–216.

Hattie, J. A. C. (2002). Classroom Composition and Peer Effects. *International Journal of Educational Research*, *37* (5), 449–481.

Hattie, J. A. C. (2013). *Lernen sichtbar machen*. Baltmannsweiler: Schneider Hohengehren.

Hecht, S. A., Torgesen, J. K., Wagner, R. K. & Rashotte, C. A. (2001). The Relations between Phonological Processing Abilities and Emerging Individual Differences in Mathematical Computation Skills: A Longitudinal Study from Second to Fifth Grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, *79* (2), 192–227.

Heckman, J. J. (2007). The Economics, Technology and Neuroscience of Human Capability Formation. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *104*, 13250–13255.

Heinze, A. & Grüßing, M. (2009). Vom Elementarbereich in den Primarbereich: Mathematische Kompetenzen fördern. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 15–16). Münster: Waxmann.

Heinze, A., Herwartz-Emden, L. & Reiss, K. (2007). Mathematikkenntnisse und sprachliche Kompetenz bei Kindern mit Migrationshintergrund zu Beginn der Grundschulzeit. *Zeitschrift für Pädagogik*, *53*, 562–581.

Heller, K. A. (1997). Individuelle Bedingungsfaktoren für Schulleistung: Literaturüberblick. In F.E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklung im Grundschulalter* (S. 181–222). Weinheim: Beltz.

Heller, K. A. & Perleth, C. (2000). Kognitiver Fähigkeitstest für 4. bis 12. Klassen, Revision: KFT 4-12+R. Göttingen: Beltz-Test.

Helmke, A. (1993). Die Entwicklung der Lernfreude vom Kindergarten bis zur 5. Klassenstufe. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *7*, 77–86.

Helmke, A. (1997). Das Stereotyp des schlechten Schülers: Ergebnisse aus dem SCHOLASTIK-Projekt. In F.E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklung im Grundschulalter* (S. 269–279). Weinheim: Beltz.

Helmke, A. (2012). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität : Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts* (4. Auflage.). Seelze-Velber: Klett/Kallmeyer.

Helmke, A. (2015). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität: Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*. *Schule weiterentwickeln, Unterricht verbessern : Orientierungsband* (6. Auflage.). Seelze-Velber: Klett/Kallmeyer.

Helmke, A., Jäger, R. S., Balzer, L., Hosenfeld, I., Ridder, A. & Schrader, F.-W. (2001). Das Projekt MARKUS: Mathematik-Gesamterhebung Rheinland-Pfalz: Kompetenzen, Unterrichtsmerkmale, Schulkontext. In G. Kaiser, N. Knoche, D. Lind & W. Zillmer (Hrsg.), *Leistungsvergleiche im Mathematikunterricht – ein Überblick über aktuelle nationale Studien* (S. 51–93). Hildesheim: Franzbecker.

Helmke, A. & Reich, H. H. (2001). Die Bedeutung der sprachlichen Herkunft für die Schulleistung. *Empirische Pädagogik*, *15* (4), 567–600.

Helmke, A. & Schrader, F.-W. (1998). Entwicklung im Grundschulalter. Die Münchner Studie SCHOLASTIK. *Pädagogik*, *50*, 25–30.

Helmke, A. & Schrader, F.-W. (1999). Lernt man in Asien anders? Empirische Untersuchungen zum studentischen Lernverhalten in Deutschland und Vietnam. *Zeitschrift für Pädagogik*, *45*, 81–102.

Helmke, A. & Schrader, F.-W. (2001). School Achievement, Cognitive and Motivational Determinants. In N.J. Smelser & P.B. Baltes (Hrsg.), *International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences* (Band 20, S. 13552–13556). Oxford: Elsevier.

Helmke, A. & Schrader, F.-W. (2007). Entwicklung akademischer Leistungen. In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Handbuch der Entwicklungspsychologie* (S. 289–298). Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Helmke, A. & Schrader, F.-W. (2010). Determinanten der Schulleistung. In D.H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (4. Auflage., S. 90–101). Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Helmke, A. & Weinert, F. E. (1997). Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. *Psychologie des Unterrichts und der Schule*, (1966), 71–176.

Hertel, S., Jude, N. & Naumann, J. (2010). Leseförderung im Elternhaus. In O. Köller, M. Prenzel, W. Schneider & P. Stanat (Hrsg.), *PISA 2009. Bilanz nach einem Jahrzehnt* (S. 255–275). Münster: Waxmann.

Hesse, I. & Latzko, B. (2011). *Diagnostik für Lehrkräfte* (2. Auflage.). Opladen [u.a.]: Budrich.

Hillenbrand, C. (2013). Inklusive Bildung in der Schule: Probleme und Perspektiven für die Bildungsberichterstattung. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, (9), 359–368.

Hillenbrand, C. (2015). Evidenzbasierung sonderpädagogischer Praxis: Widerspruch oder Gelingensbedingung. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *66* (7), 312–324.

vom Hofe, R., Hafner, T., Blum, W. & Pekrun, R. (2009). Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen in der Sekundarstufe – Ergebnisse der Längsschnittstudie PALMA. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 125–146). Münster: Waxmann.

vom Hofe, R. & Kleine, M. (2002). Entwicklungsverläufe von Mathematikleistungen in der Sekundarstufe I. *Beiträge zum Mathematikunterricht*, 503–507.

Holodynski, M. (2007). Entwicklung der Leistungsmotivation. In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Handbuch der Entwicklungspsychologie* (S. 299–314). Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Hosp, M. K., Hosp, J. & Howell, K. W. (2007). *The ABCs of CBM. A Practical Guide to Curriculum-Based Measurement*. New York: Guilford Press.

Huber, C. & Grosche, M. (2012). Das response-to-intervention-Modell als Grundlage für einen inklusiven Paradigmenwechsel in der Sonderpädagogik. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *68* (3), 312–322.

Huber, C. & Grosche, M. (2013). Inklusive Schulentwicklung durch response-to-intervention (RTI) – Realisierungsmöglichkeiten des RTI-Konzepts im Förderbereich Lesen. *Gemeinsam leben*, (2), 79–90.

Hülür, G., Wilhelm, O. & Robitzsch, A. (2011). Multivariate Veränderungsmodelle für Schulnoten und Schülerleistungen in Deutsch und Mathematik. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *43* (4), 173–185.

Humbach, M. (2008). *Arithmetische Basiskompetenzen in der Klasse 10*. Berlin: Dr. Köster.

Humbach, M. (2009). Arithmetisches Basiswissen in der Jahrgangsstufe 10. In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), *Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I* (S. 58–72). Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Huttenlocher, J., Jordan, N. C. & Levine, S. C. (1994). A Mental Model for Early Arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, *123* (3), 284–296.

Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung (IAB). (2016). *Qualifikationsspezifische Arbeitslosenquoten*. Nürnberg.

International Labor Office (ILO). (2012). International Standard Classification of Occupations. *Isco-08*, *I*, 1–420.

Ise, E. & Schulte-Körne, G. (2013). Symptomatik, Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung. *Zeitschrift für Kinder- und Jugendpsychiatrie und Psychotherapie*, *41* (4), 271–281.

Izard, C. E. (2012). Emotion Theory and Research: Highlights, Unanswered Questions, and Emerging Issues. *Annual Review of Psychology*, *29* (6), 997–1003.

Jacobs, C. & Petermann, F. (2003). Dyskalkulie – Forschungsstand und Perspektiven. *Kindheit und Entwicklung*, *12* (4), 197–211.

Jacobs, C. & Petermann, F. (2007). *Rechenstörungen*. Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Jacobs, C. & Petermann, F. (2012). *Diagnostik von Rechenstörungen* (2. Auflage.). Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Jäger, A. O. (1982). Mehrmodale Klassifikation von Intelligenzleistungen. Experimentell kontrollierte Weiterentwicklung eines deskriptiven Intelligenzstrukturmodells. *Diagnostica*, *28*, 195–226.

Jäger, A. O. (1984). Intelligenzforschung: Konkurrierende Modelle, neue Entwicklungen, Perspektiven. *Psychologische Rundschau*, *35*, 21–35.

Jänsch, A. & Schneekloth, U. (2013). Die Freizeit: vielfältig und bunt, aber nicht für alle Kinder. In World Vision Deutschland e.V. (Hrsg.), *Kinder in Deutschland 2013. 3. World Vision Kinderstudie* (S. 135–167). Weinheim: Beltz.

Jansen, H., Mannhaupt, G., Max, H. & Skowronek, H. (1999). *Bielefelder Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten (BISC)*. Göttingen: Hogrefe.

Janssen, J. & Laatz, W. (2017). *Statistische Datenanalyse mit SPSS*. (J. Janssen & W. Laatz, Hrsg.) (9. Auflage.). Berlin [u.a.]: Springer Gabler.

Jonberg, A. & Porsch, R. (2015). Leistungsangst in der Sekundarstufe I: Welchen Einfluss hat die soziale Herkunft? In H. Wendt & W. Bos (Hrsg.), *Auf dem Weg zum Ganztagsgymnasium. Erste Ergebnisse der wissenschaftlichen Begleitforschung zum Projekt Mit Ganztag mehr Zukunft. Das neue Ganztagsgymnasium NRW.* (S. 474–492). Münster: Waxmann.

Jordan, J. A., Wylie, J. & Mulhern, G. (2015). Mathematics and Reading Difficulty Subtypes: Minor Phonological Influences on Mathematics for 5-7-Years-Old. *Frontiers in Psychology*, *6*, 1–12.

Jordan, N. C. & Hanich, L. B. (2000). Mathematical Thinking in Second-Grade Children with Different Forms of LD. *Journal of learning disabilities*, *33* (6), 567–578.

Jordan, N. C. & Hanich, L. B. (2003). Characteristics of Children with Moderate Mathematics Deficiencies: A Longitudinal Perspective. *Learning Disabilities Research and Practice*, *18* (4), 213–221.

Jordan, N. C., Hanich, L. B. & Kaplan, D. (2003). A Longitudinal Study of Mathematical Competencies in Children with Specific Mathematics Difficulties versus Children with Comorbid Mathematics and Reading Difficulties. *Child development*, *74* (3), 834–850.

Jordan, N. C., Kaplan, D. & Hanich, L. B. (2002). Achievement Growth in Children with Learning Difficulties in Mathematics: Findings of a Two-Year Longitudinal Study. *Journal of Educational Psychology*, *94* (3), 586–597.

Jörns, C., Schuchardt, K., Grube, D. & Mähler, C. (2014). Spielorientierte Förderung numerischer Kompetenzen im Vorschulalter und deren Eignung zur Prävention von Rechenschwierigkeiten Spielorientierte Förderung numerischer Kompetenzen im Vorschulalter und deren Eignung zur Prävention von Rechenschwierigkeiten. *Empirische Sonderpädagogik*, (3), 243–259.

Kaiser, R. & Kaiser, A. (2006). *Denken trainieren Lernen optimieren* (2. Auflage.). Augsburg: ZIEL.

Kanning, U. P. (2005). *Soziale Kompetenzen: Entstehung, Diagnose und Förderung*. *Praxis der Personalpsychologie*. Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Kastner, J. & Petermann, F. (2010). Entwicklungsbedingte Koordinationsstörungen und Lernverhalten. *Monatsschrift Kinderheilkunde*, *158* (5), 455–462.

Käter, C. (2018). *Die Förderung mathematischer Basiskompetenzen zu Beginn der Sekundarstufe I Evaluation und Implementation eines Trainingsprogramms*. Unveröffentlichte Dissertation. Institut für Sonder- und Rehabilitationspädagogik. Carl von Ossietzky Universität Oldenburg.

Kaufmann, L., Graf, M., Krinzinger, H., Delazer, M. & Willmes, K. (2008). *TEDI-Math. Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Kompetenzen vom Kindergarten bis zur 3. Klasse*. Bern: Hans Huber.

Kaufmann, S. & Wessolowski, S. (2015). *Rechenstörungen: Diagnose und Förderbausteine* (5. Auflage.). Seelze: Klett Kallmeyer.

Kay, J. & Yeo, D. (2003). *Dyslexia and Maths*. (D.F. Publishers, Hrsg.). London.

Keim, I. (2012). *Mehrsprachige Lebenswelten : Sprechen und Schreiben der türkischstämmigen Kinder und Jugendlichen*. *Mehrsprachige Lebenswelte*. Tübingen: Tübingen : Narr.

Keller, G. & Thiel, R.-D. (1998). *Lern- und Arbeitsverhaltensinventar (LAVI): Test zum Lern- und Arbeitsverhalten für Schüler der Klassen 5 - 10*. *Westermann-Test*. Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Klafki, W. (2007). *Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik. Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik* (6. Auflage.). Basel [u.a.]: Beltz.

Klauer, K. J. (2011). Lernverlaufsdiagnostik – Konzept, Schwierigkeiten und Möglichkeiten. *Empirische Sonderpädagogik*, (3), 207–224.

Klauer, K. J. & Lauth, G. W. (1997). Lernbehinderungen und Leistungsschwierigkeiten bei Schülern. In F.E. Weinert (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie: Pädagogische Psychologie (Bd. 3: Psychologie des Unterrichts und der Schule)* (S. 701–738). Göttingen: Hogrefe.

Klemm, K. (2015). *Inklusion in Deutschland. Daten und Fakten*. Bertelsmann Stiftung.

Klieme, E., Avenarius, H., Blum, W., Döbrich, P., Gruber, H., Prenzel, M. et al. (2007). *Bildungsforschung Band 1: Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Bildungsforschung*. Bonn: Bundesministerium für Bildung und Forschung.

Knopp, E. & Hartke, B. (2010). Das Inventar Rechenfische – Anwendung, Reliabilität und Validität eines Verfahrens zur Erfassung des Leistungsstandes von Erstklässlern in Mathematik. *Empirische Sonderpädagogik*, *2* (3), 5–25.

Kohli, N., Sullivan, A. L., Sadeh, S. & Zopluoglu, C. (2015). Longitudinal Mathematics Development of Students with Learning Disabilities and Students without Disabilities: A Comparison of Linear, Quadratic, and Piecewise Linear Mixed Effects Models. *Journal of School Psychology*, *53*, 105–120. Society for the Study of School Psychology.

Köller, O. (2010). Bildungsstandards. In D.H. Rost (Hrsg.), *Handwörterb* (4. Auflage., S. 77–83). Weinheim: Beltz.

Köller, O. (2015). Evaluation pädagogisch-psychologischer Maßnahmen. In E. Wild & J. Möller (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (2. Auflage., S. 329–342). Berlin: Springer.

Köller, O. & Baumert, J. (2002). Entwicklung von Schulleistungen. In R. Oerter & L. Montada (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie* (5. Auflage., S. 756–786). Weinheim: Beltz.

Köller, O. & Baumert, J. (2012). Schulische Leistungen und ihre Messung. In W. Schneider, U. Lindenberger & L. Montada (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie* (7. Auflage., S. 645–662). Weinheim [u.a.]: Beltz.

Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J.-E. (2007). Cognitive Predictors of Single-Digit and Procedural Calculation Skills and Their Covariation with Reading Skill. *Journal of Experimental Child Psychology*, *97* (3), 220–241.

Krack-Roberg, E., Rübenach, S., Sommer, B. & Weinmann, J. (2016). Familie, Lebensformen und Kinder. In Statistisches Bundesamt & Wissenschaftszentrum Berlin für Sozialforschung (Hrsg.), *Datenreport 2016* (S. 41–77). Bonn.

Krajewski, K. (2008a). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule* (2., korrig.). Hamburg: Verlag Dr. Kovač.

Krajewski, K. (2008b). Vorschulische Förderung bei beeinträchtigter Entwicklung mathematischer Kompetenzen. In J. Borchert, B. Hartke & P. Jogschies (Hrsg.), *Frühe Förderung entwicklungsauffälliger Kinder und Jugendlicher* (S. 122–135). Stuttgart: Kohlhammer.

Krajewski, K. (2008c). Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In F. Petermann & W. Schneider (Hrsg.), *Angewandte Entwicklungspsychologie, Enzyklopädie der Psychologie, Serie Entwicklungspsychologie* (Bd. 7., S. 275–304). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2013). Wie bekommen Zahlen einen Sinn: Ein entwicklungspsychologisches Modell der zunehmenden Verknüpfung von Zahlen und Größen. In M.G. Von Aster & J.H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern* (2. Auflage., S. 155–180). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2010). Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in der Sekundarstufe. *Empirische Sonderpädagogik*, *24* (4), 353–370.

Krajewski, K., Grüßing, M. & Koop, A. P. (2009). Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen bis zum Beginn der Grundschulzeit. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 17–34). Münster: Waxmann.

Krajewski, K., Renner, A., Nieding, G. & Schneider, W. (2008). Frühe Förderung von mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *10* (11), 91–103.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *53*, 246–262.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Exploring the Impact of Phonological Awareness, Visual-Spatial Working Memory, and Preschool Quantity-Number Competencies on Mathematics Achievement in Elementary School: Findings from a 3-Year Longitudinal Study. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103* (4), 516–531. Elsevier Inc.

Krajewski, K., Schneider, W. & Nieding, G. (2008). Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen-Kompetenz beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *55*, 118–131.

Krauthausen, G. (2003). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. (P. Scherer, Hrsg.) (2. Auflage.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Krauthausen, G. (2007). Sprache und sprachliche Anforderungen im Mathematikunterricht der Grundschule. In H. Schöler & A. Welling (Hrsg.), *Handbuch Sonderpädagogik Band 1: Sonderpädagogik der Sprache*. Göttingen: Hogrefe.

Kreienbrock, L., Pigeot, I. & Ahrens, W. (2012). *Epidemiologische Methoden* (5. Auflage.). Berlin [u.a.]: Springer Spektrum.

Kretschmann, R. (2003). Manchmal ist Rechnenlernen schwer - eine entwicklungsökologische und systemische Problemsicht. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 179–200). Weinheim, Basel, Berlin: Beltz.

Kretschmann, R. (2007). Lernschwierigkeiten, Lernstörungen und Lernbehinderung. In J. Walter & F.B. Wember (Hrsg.), *Handbuch Sonderpädagogik, Band 2: Sonderpädagogik des Lernens* (S. 4–32). Göttingen: Hogrefe.

Kubinger, K. D. & Jäger, R. S. (2003). *Schlüsselbegriffe der psychologischen Diagnostik* (1. Auflage.). Weinheim [u.a.]: Beltz PVU.

Kuhl, J. & Hecht, T. (2014). Prävention von Lernschwierigkeiten durch die Implementierung von Diagnostik und Förderung – Ein Praxisbeispiel für das erste Schuljahr. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *65* (11), 406–415.

Kuhl, J. & Kazen, M. (2003). Handlungs- und Lageorientierung: Wie lernt man, seine Gefühle zu steuern? In J. Stiensmeier-Pelster & F. Rheinberg (Hrsg.), *Diagnostik von Motivation und Selbstkonzept* (S. 201–219). Göttingen: Hogrefe.

Kuhn, J.-T., Raddatz, J., Holling, H. & Dobel, C. (2013). Dyskalkulie vs. Rechenschwäche: Basisnumerische Verarbeitung in der Grundschule. *Lernen und Lernstörungen*, *2* (4), 229–247.

Kultusministerkonferenz. (2005a). *Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz. Erläuterungen zur Konzeption und Entwicklung*. Luchterhand.

Kultusministerkonferenz. (2005b). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz – Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)*. (Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, Hrsg.). München [u.a.]: Luchterhand.

Kultusministerkonferenz. (2010). *Förderstrategie für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler*.

Kultusministerkonferenz. (2011). Inklusive Bildung von Kindern und Jugendlichen mit Behinderungen in Schulen. *Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 20.10.2011*.

Kultusministerkonferenz. (2016). *Grundstruktur des Bildungswesens in der Bundesrepublik Deutschland*. Bonn.

Lambert, K. (2015). *Rechenschwäche*. Göttingen: Hogrefe.

Landerl, K., Bevan, A. & Butterworth, B. (2004). Developmental Dyscalculia and Basic Numerical Capacities: A Study of 8-9-Year-Old Students. *Cognition*, *93* (2), 99–125.

Landerl, K., Fussenegger, B., Moll, K. & Willburger, E. (2009). Dyslexia and Dyscalculia: Two Learning Disorders with Different Cognitive Profiles. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103* (3), 309–324. Elsevier Inc.

Landerl, K. & Kaufmann, L. (2008). *Dyskalkulie*. München: Ernst Reinhardt Verlag.

Landerl, K. & Kölle, C. (2009). Typical and Atypical Development of Basic Numerical Skills in Elementary School. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103* (4), 546–565. Elsevier Inc.

Landerl, K. & Moll, K. (2010). Comorbidity of Learning Disorders: Prevalence and Familial Transmission. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines*, *51* (3), 287–294.

Lauth, G. W., Brunstein, J. C. & Grünke, M. (2014). Lernstörungen im Überblick: Arten, Klassifikation, Verbreitung und Erklärungsperspektiven. In G.W. Lauth, M. Grünke & J.C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (2. Auflage., S. 17–31). Göttingen: Hogrefe.

Lauth, G. W., Hammes-Schmitz, E. & Lebens, M. (2014). Eine empirische Bedingungsanalyse von Lernstörungen. *Empirische Sonderpädagogik*, *6* (4), 350–364.

Lauth, G. W. & Mackowiak, K. (2006). Lernstörungen. *Kindheit und Entwicklung*, *15* (4), 199–207.

Leather, C. V. & Henry, L. A. (1994). Working Memory Span and Phonological Awareness Tasks as Predictors of Early Reading Ability. *Journal of experimental child psychology*, *58*, 88–111.

Lehmann, R. H. (2006a). Mädchen und Mathematik in der gymnasialen Sekundarstufe I – Ergebnisse einer Längsschnittstudie. In I. Hosenfeld & F.-W. Schrader (Hrsg.), *Schulische Leistung. Grundlagen, Bedingungen, Perspektiven* (S. 107–120). Münster: Waxmann.

Lehmann, R. H. (2006b). Zur Bedeutung der kognitiven Heterogenität von Schulklassen für den Lernstand am Ende der Klassenstufe 4. In A. Schründer-Lenzen (Hrsg.), *Risikofaktoren kindlicher Entwicklung. Migration, Leistungsangst und Schulübergang* (S. 109–121). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Lehmann, R. H., Ivanov, S., Hunger, S. & Gänsfuß, R. (2005). *Ulme I - Untersuchung der Leistungen, Motivation und Einstellungen zu Beginn der beruflichen Ausbildung*. Hamburg.

Lehmann, R. H., Seeber, S. & Hunger, S. (2006). *Ulme II: Untersuchung von Leistungen, Motivation und Einstellungen der Schülerinnen und Schüler in den Abschlussklassen der teilqualifizierenden Berufsfachschulen*. Hamburg.

Lenze, A. & Funcke, A. (2016). *Alleinerziehende unter Druck. Rechtliche Rahmenbedingungen, finanzielle Lage und Reformbedarf*. (Bertelsmann Stiftung, Hrsg.).

Lewis, C., Hitch, G. J. & Walker, P. (1994). The Prevalence of Specific Arithmetic Difficulties and Specific Reading Difficulties in 9- to 10-year-old Boys and Girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, *35* (2), 283–292. Oxford, UK.

Lichtsteiner Müller, M. (2011). Bildungserfolg für Lernende und Studierende mit Dyslexie oder Dyskalkulie. In M. Lichtsteiner Müller (Hrsg.), *Dyslexie, Dyskalkulie* (S. 98–137). Bern: hep verlag ag.

Lind, G. (2016). Theorie und Praxis des Begriffs „Kompetenz“: Zur Notwendigkeit von Konkretisierungen. *Lehren & Lernen*, *10* (August), 16–20.

Linderkamp, F. & Grünke, M. (2007). *Lern- und Verhaltensstörungen. Genese – Diagnostik – Intervention*. *Lernstörungen*. Weinheim [u.a.]: Beltz.

Lingel, K., Neuenhaus, N., Artelt, C. & Schneider, W. (2014). Der Einfluss des metakognitiven Wissens auf die Entwicklung der Mathematikleistung am Beginn der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *35* (1), 49–77.

Linnenbrink, E. A. (2006). Emotion Research in Education: Theoretical and Methodological Perspectives on the Integration of Affect, Motivation, and Cognition. *Educational Psychology Review*, *18* (4), 307–314.

Linneweber-Lammerskitten, H. (2014). Mathematikdidaktik, Bildungsstandards und mathematische Kompetenz. In H. Linneweber-Lammerskitten (Hrsg.), *Fachdidaktik Mathematik: Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II* (S. 9–29). Seelze: Klett/Kallmeyer.

Locuniak, M. N. & Jordan, N. C. (2008). Using Kindergarten Number Sense to Predict Calculation Fluency in Second Grade. *Journal of learning disabilities*, *41* (5), 451–459.

Lohbeck, A., Nitkowski, D., Petermann, F. & Petermann, U. (2014). Erfassung von Schülerselbsteinschätzungen zum schulbezogenen Sozial- und Lernverhalten – Validierung der Schülereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (SSL). *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *17* (4), 701–722.

Lohbeck, A., Petermann, F. & Petermann, U. (2014). Geschlechtsunterschiede im selbst eingeschätzten Sozial- und Lernverhalten und in den Mathematik- und Deutschnoten von Schülern. *Zeitschrift für Soziologie der Erziehung und Sozialisation*, *34* (4), 405–421.

Lohbeck, A., Petermann, F. & Petermann, U. (2015). Selbsteinschätzungen zum Sozial- und Lernverhalten von Grundschulkindern der vierten Jahrgangsstufe. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *47* (1), 1–13.

Lorenz, J. H. (1997). *Kinder entdecken die Mathematik*. Braunschweig: Westermann.

Lorenz, J. H. (2012). *Kinder begreifen Mathematik. Frühe mathematische Bildung und Förderung*. Stuttgart: Kohlhammer.

Lorenz, J. H. (2014). Rechenschwäche. In G.W. Lauth, M. Grünke & J.C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (2. Auflage., S. 43–55). Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Lorenz, J. H. & Radatz, H. (1993). *Handbuch der Förderns im Mathematikunterricht*. Hannover: Schroedel.

Lüdemann, E. (2014). Humankapital in Deutschland – wo stehen wir? *KFW Economic Research*, *76*, 1–4.

Lüdtke, O. & Köller, O. (2010). Mehrebenenanalyse. In D.H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (S. 530–535). Weinheim: Beltz.

Lupatsch, J. & Hadjar, A. (2011). Determinanten des Geschlechtsunterschied im Schulerfolg: Ergebnisse einer quantitativen Studie aus Bern. In A. Hadjar (Hrsg.), *Geschlechtsspezifische Bildungsungleichheiten* (S. 179–202). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Maaz, K., Trautwein, U., Gresch, C., Lüdtke, O. & Watermann, R. (2009). Intercoder-Reliabilität bei der Berufscodierung nach der ISCO-88 und Validität des sozioökonomischen Status. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *12* (2), 281–301.

MacGregor, M. & Price, E. (2013). An Exploration of Aspects of Language Proficiency and Algebra Learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30* (4), 449–467.

Mackowiak, K., Lauth, G. W., Spieß, R. & Huber, A. (2008). *Förderung von Lernprozessen*. Stuttgart: Kohlhammer.

Mahlau, K., Diehl, K., Voß, S. & Hartke, B. (2011). Das Rügener Inklusionsmodell (RIM)– Konzeption einer inklusiven Grundschule. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *11*, 464–472.

Mähler, C. (2016). The Importance of Working Memory for School Achievement in Primary School Children with Intellectual and Learning Disabilities. *Developmental Disabilities*, *58* (1), 1–8.

Mähler, C., Piekny, J., von Goldammer, A., Balke-Melcher, C., Schuchardt, K. & Grube, D. (2015). Kognitive Kompetenzen als Prädiktoren für Schulleistungen im Grundschulalter. In P. Cloos, K. Koch & C. Mähler (Hrsg.), *Entwicklung und Förderung in der frühen Kindheit : interdisziplinäre Perspektiven*. Weinheim: Beltz Juventa.

Mähler, C. & Schuchardt, K. (2012). Die Bedeutung der Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses für die Differentialdiagnostik von Lernstörungen. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses, Test und Trends N.F. Band 10* (S. 59–76). Göttingen: Hogrefe.

Malecki, A. (2016). *Schulen auf einen Blick*. *Statistisches Bundesamt*. Wiesbaden.

Malmer, G. (2000). Mathematics and Dyslexia – An Overlooked Connection. *Dyslexia (Chichester, England)*, *6* (4), 223–30.

Mann Koepke, K. & Miller, B. (2013). At the Intersection of Math and Reading Disabilities: Introduction to the Special Issue. *Journal of Learning Disabilities*, *46*, 483–9.

Matthes, G. (2009). *Individuelle Lernförderung bei Lernstörungen*. Stuttgart: Kohlhammer.

Matthes, G., Hofmann, B. & Emmer, A. (2001). Brauchen wir ein spezielles Training zur Förderung des Lernverhaltens? *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *52* (9), 360–367.

Mayringer, H. & Wimmer, H. (2008). *Salzburger Lese-Screening für die Klassenstufen 1–4: SLS 1–4* (3. Auflage.). Bern: Hogrefe.

Mazzocco, M. M. M. (2001). Math Learning Disability and Math LD Subtypes: Evidence from Studies of Turner Syndrome, Fragile X Syndrome, and Neurofibromatosis Type 1. *Journal of Learning Disabilities*, *34*, 520–533.

Mazzocco, M. M. M. & Grimm, K. J. (2013). Growth in Rapid Automatized Naming from Grades K to 8 in Children with Math or Reading Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *46* (6), 517–33.

Mazzocco, M. M. M. & Myers, G. F. (2003). Complexities in Identifying and Defining Mathematics Learning Disability in the Primary School-Age Years. *Annals of Dyslexia*, *53* (1), 218–253.

Mazzocco, M. M. M. & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten Predictors of Math Learning Disability. *Learning Disabilities Research & Practice*, *20* (3), 142–155.

McGee, C., Ward, R., Gibbons, J. & Harlow, A. (2003). *Transition to Secondary School: A Literature Review*. Hamilton: Ministery of Education.

Melhuish, E. C., Phan, M. B., Sylva, K., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I. & Taggart, B. (2008). Effects of the Home Learning Environment and Preschool Center Experience upon Literacy and Numeracy Development in Early Primary School. *Journal of Social Issues*, *64* (1), 95–114.

Merdian, G. (2011). Feststellung und Förderung von Rechenfertigkeiten. In G. Schulte-Körne (Hrsg.), *Legasthenie und Dyskalkulie: Stärken erkennen – Stärken fördern* (S. 215–234). Bochum: Verlag Dr. Dieter Winkler.

Miles, E. (1992). Reading and Writing in Mathematics. In T.R. Miles & E. Miles (Hrsg.), *Dyslexia and Mathematics* (S. 58–69). New York: Routledge.

Miles, T. R., Haslum, M. N. & Wheeler, T. J. (2001). The Mathematical Abilities of Dyslexic 10-Year-Olds. *Annals of Dyslexia*, *51* (1), 299–321.

Mittelberg, A. (2004). *Rechenschwächen in der Hauptschule – Eine Studie zu den Rechenleistungen in den Klassen 7 und 8. Unveröffentlichte Dissertation*. Unveröffentlichte Dissertation. Fachbereich Erziehungswissenschaften. Universität Hannover.

Moll, K. & Landerl, K. (2011). Assoziation und Dissoziationen von Störungen des Lesens und Rechtschreibens. *Spektrum Patholinguistik*, *4* (47–74). Universitätsverlag Potsdam.

Montada, L., Lindenberger, U. & Schneider, W. (2008). Fragen, Konzepte, Perspektiven. In W. Schneider, U. Lindenberger, R. Oerter & L. Montado (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie* (6. Auflage., S. 3–48). Weinheim: Beltz.

Moritz, S. (2008). Metakognition – Psychologie. In S. Gauggel & T. Kircher (Hrsg.), *Neurologie der Schizophrenie* (S. 367–375). Heidelberg: Springer.

Moser Opitz, E. (2005). Lernschwierigkeiten Mathematik in Klasse 5 und 8: Eine empirische Untersuchung. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, *74*, 113–128.

Moser Opitz, E. (2009). Erwerb grundlegender Konzepte der Grundschulmathematik als Voraussetzung für das Mathematiklernen in der Sekundarstufe I. In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), *Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden* (S. 29–45). Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Moser Opitz, E. (2013). *Rechenschwäche / Dyskalkulie: Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern* (2. Auflage.). Bern: Haupt Verlag.

Moser Opitz, E. & Ramseier, E. (2012). Rechenschwach oder nicht rechenschwach? *Lernen und Lernstörungen*, *1* (2), 99–117.

Müller, A. G. & Stanat, P. (2006). Schulischer Erfolg von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund: Analysen zur Situation von Zuwanderern aus der ehemaligen Sowjetunion und aus der Türkei. In J. Baumert, P. Stanat & R. Watermann (Hrsg.), *Herkunftsbedingte Disparitäten im Bildungswesen: Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000* (S. 221–255). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O. & Foy, P. (2011). *The Impact of Reading Ability on TIMSS Mathematics and Science Achievement at the Fourth Grade: An Analysis by Item Reading Demands*. *IEA´s Trends in International Mathematics and Science Study and Progress in International Reading Literacy Study - TIMSS and PIRLS 2011*. Boston.

Neumann, M., Maaz, K. & Becker, M. (2013). Die Abkehr von der traditionellen Dreigliedrigkeit im Sekundarschulsystem. *Recht der Jugend und des Bildungswesens*, *3*, 274–291.

NICHD Early Child Care Research Network. (2002). Early Child Care and Children's Development Prior to School Entry: Results from the NICHD Study of Early Child Care. *American Educational Research Journal*, *39*, 133–164. Washington DC: U.S. Department of Health and Human Services.

Niedersächsisches Kultusministerium. (2006). *Kerncurriculum für die Grundschule Mathematik Niedersachsen*. Hannover.

Niedersächsisches Kultusministerium. (2012). *Kerncurriculum für die Integrierte Gesamtschule Naturwissenschaften Niedersachsen*. Hannover.

Niedersächsisches Kultusministerium. (2013a). *Kerncurriculum für die Oberschule 5–6*. Hannover.

Niedersächsisches Kultusministerium. (2013b). *Unser Schulwesen in Niedersachsen: Übersicht der Schularten*. Hannover.

Niedersächsisches Kultusministerium. (2014). *Zeugnisse in den allgemein bildenden Schulen*. Hannover.

Niklas, F. & Schneider, W. (2012a). Die Anfänge geschlechtsspezifischer Leistungsunterschiede in mathematischen und schriftsprachlichen Kompetenzen. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *44* (3), 123–138.

Niklas, F. & Schneider, W. (2012b). Einfluss von „home Numeracy Environment" auf die mathematische Kompetenzentwicklung vom Vorschulalter bis Ende des 1. Schuljahres. *Zeitschrift für Familienforschung*, *24* (2), 134–147.

Nix, D. (2011). *Förderung des Leseflüssigkeit. Theoretische Fundierung und empirische Überprüfung eines kooperativen Lautlese-Verfahrens im Deutschunterricht*. Weinheim [u.a.]: Juventa Verlag.

Noel, M. P., Seron, X. & Trovarelli, F. (2004). Working Memory as a Predictor of Addition Skills and Addition Strategies in Children. *Current Psychology of Cognition*, *22* (1), 3–25.

Nold, D. (2010). Sozioökonomischer Status von Schülerinnen und Schülern 2008. *Wirtschaft und Statistik*, *2*, 138–149.

Nolte, M. (2009). Auswirkungen von sprachlicher Verarbeitung auf die Entwicklung von Rechenschwäche. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 214–229). Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Normandeau, S. & Guay, F. (1998). Preschool Behavior and First-Grade School Achievement. The Mediational Role of Cognitive Self-Control. *Journal of Educational Psychology*, *90* (1), 111–121.

OECD. (2013a). *PISA 2012 Ergebnisse im Fokus*.

OECD. (2013b). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. *OECD Report*.

Ormrod, J. E. (2011). *Educational Psychology: Developing Learners*. Boston: Pearson.

Padberg, F. (2005). *Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung*. *Mathematik Primar- und Sekundarstufe* (3. Auflage.). Heidelberg [u.a.]: Elsevier.

Padberg, F. & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik: Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung*. *Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II* (4. Auflage.). Heidelberg: Spektrum.

Paetsch, J. (2016). *Der Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern deutscher und bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache*. Veröffentlichte Dissertation. Fachbereich Erziehungswissenschaft und Pychologie. Freie Universität Berlin.

Paetsch, J. & Felbrich, A. (2016). Longitudinale Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und elementaren mathematischen Modellierungskompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *63*, 16–33.

Paetsch, J., Felbrich, A. & Stanat, P. (2015). Der Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *29* (1), 19–29.

Pagel, L., Schönhoff, K., Domenech, F. & Heppt, B. (2016). *„Wie viele Bücher gibt es bei dir zuhause ungefähr?“ Postervortrag bei der Tagung der Gesellschaft für Empirische Bildungsforschung (GEBF)*. Berlin.

Palentien, C. (2005). Aufwachsen in Armut – Aufwachsen in Bildungsarmut. Über den Zusammenhang von Armut und Schulerfolg. *Zeitschrift für Pädagogik*, *51* (2), 154–169.

Pant, H. A., Böhme, K. & Köller, O. (2012). Das Kompetenzkonzept der Bildungsstandards und die Entwicklung von Kompetenzstufenmodellen. In P. Stanat, H.A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011* (S. 49–55). Münster, New York: Waxmann.

Parsons, S. & Bynner, J. (2005). Does Numeracy Matter More? *National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy*, 1–37.

Pauen, S., Pahnke, J. & Valentiner, I. (2007). *Erfassung kognitiver Kompetenzen im Vorschul- bis Jugendalter: Intelligenz, Sprache und schulische Fertigkeiten Empfehlungen zum Ausbau des Erhebungsinstrumentariums über Kinder im Sozioökonomischen Panel (SOEP) Expertise*. Berlin: Deutsches Institut für Bildungsforschung.

Paulus, C. (2009). *Die „Bücheraufgabe“ zur Bestimmung des kulturellen Kapitals bei Grundschülern*. Verfügbar unter: http://bildungswissenschaften.uni-saarland.de/personal/paulus/Artikel/%0ABA_Artikel.pdf

Pauly, H., Lonnemann, J., Linkersdörfer, J. & Lindberg, S. (2013). Die Rolle der Benennungsgeschwindigkeit für die Diagnose und Prognose mathematischer Fertigkeiten. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen, Test und Trends N.F. Band 11* (S. 13–24). Göttingen: Hogrefe.

Pekrun, R. (1993). Entwicklung von schulischer Aufgabenmotivation in der Sekundarstufe: Ein erwartungs-mal-wert-theoretischer Ansatz. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *7*, 87–97.

Pekrun, R. (2000). A Social-Cognitive, Control-Value Theory of Achievement Emotions. In J. Heckhausen (Hrsg.), *Motivational Psychology of Human Development* (S. 143–163). Oxford, UK: Elsevier.

Pekrun, R., Goetz, T., Titz, W. & Perry, R. P. (2002). Academic Emotions in Students’ Self-Regulated Learning and Achievement: A Program of Qualitative and Quantitative Research. *Adult Learning*, *18* (2), 19.

Petermann, F. & Wiedebusch, S. (2016). *Emotionale Kompetenzen bei Kindern* (3. Auflage.). Göttingen: Hogrefe.

Petermann, U. & Petermann, F. (2013). *Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten: LSL* (2. Auflage.). Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Petermann, U., Petermann, F. & Lohbeck, A. (2014). *SSL: Schülereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten*. *SSL*. Göttingen: Hogrefe.

Pixner, S. & Kaufmann, L. (2011). Förderung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten: Aktuelle Befunde vom Kindergarten bis zur Sekundarstufe. In G. Schulte-Körne (Hrsg.), *Legasthenie und Dyskalkulie: Stärken erkennen – Stärken fördern* (S. 199–214). Bochum: Verlag Dr. Dieter Winkler.

Pixner, S. & Kaufmann, L. (2013). Prüfungsangst, Schulleistung und Lebensqualität bei Schülern. *Lernen und Lernstörungen*, *2* (2), 111–124.

Pólya, G. (2010). *Schule des Denkens: Vom Lösen mathematischer Probleme*. Tübingen [u.a.]: Francke.

Prediger, S., Renk, N., Büchter, A., Gürsoy, E. & Benholz, C. (2013). Family Background or Language Disadvantages? Factors for Underachievement in High Stakes Tests. *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4*, 49–56.

Prediger, S., Wilhelm, N., Büchter, A., Gürsoy, E. & Benholz, C. (2015). Sprachkompetenz und Mathematikleistung – Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen 10. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *36* (1), 77–104.

Prediger, S. & Wittmann, G. (2009). Aus Fehlern lernen – (wie) ist das möglich? *Praxis der Mathematik in der Schule*, *27*, 1–8.

Prenzel, M., Baumert, J., Blum, W., Lehmann, R. H., Leutner, D., Neubrand, M. et al. (2006). *PISA 2003. Untersuchungen zur Kompetenzentwicklung im Verlauf eines Schuljahres*. Münster [u.a.]: Waxmann Verlag GmbH.

Prenzel, M., Gogolin, I. & Krüger, H.-H. (2007). Editorial: Kompetenzdiagnostik. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *Sonderheft*, 5–10.

Presse- und Informationsamt der Bundesregierung. (2016). *Bericht der Bundesregierung zur Lebensqualität in Deutschland*. Berlin.

Pressley, M., Borkwski, J. G. & Schneider, W. (1989). Good Information Processing: What it is and how Education can Promote it. *International Journal of Educational Research*, *13* (8), 857–867.

Quaiser-Pohl, C. & Rindermann, H. (2010). *Entwicklungsdiagnostik*. München [u.a.]: Ernst Reinhardt Verlag.

Quenzel, G. & Hurrelmann, K. (2010). Geschlecht und Schulerfolg: Ein soziales Stratifikationsmuster kehrt sich um. *Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie*, *62* (1), 61–91.

Radatz, H., Schipper, W., Ebeling, A. & Dröge, R. (2010). *Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schuljahr* (Neuauflage.). Hannover: Schroedel.

Raghubar, K. P., Barnes, M. A. & Hecht, S. A. (2010). Working Memory and Mathematics: A Review of Developmental, Individual Difference, and Cognitive Approaches. *Learning and Individual Differences*, *20* (2), 110–122. Elsevier Inc.

Ramm, G., Walter, O., Heidemeier, H. & Prenzel, M. (2005). Soziokulturelle Herkunft und Migration im Ländervergleich. In PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg.), *PISA 2003. Der zweite Vergleich der Länder in Deutschland – Was wissen und können Jugendliche* (S. 269–298). Münster: Waxmann.

Ramseier, E. & Brühwiler, C. (2003). Herkunft, Leistung und Bildungschancen im gegliederten Bildungssystem: Vertiefte PISA-Analyse unter Einbezug der kognitiven Grundfähigkeiten. *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften*, *25* (1), 1–34.

Rasch, B., Friese, M., Hofmann, W. & Naumann, E. (2010). *Quantitative Methoden. Band 1: Einführung in die Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler* (3. Auflage.). Berlin, Heidelberg: Springer.

Rasch, B., Friese, M., Hofmann, W. & Naumann, E. (2014). *Quantitative Methoden. Band 2: Einführung in die Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler* (4. Auflage.). Berlin [u.a.]: Springer.

Rauin, U. (2004). Die Pädagogik im Bann empirischer Mythen – Wie aus empirischen Vermutungen scheinbare pädagogische Gewissheit wird. *Pädagogische Korrespondenz*, *32*, 39–49.

Raver, C. C. & Knitze, J. (2002). Promoting the Emotional Well-Being of Children and Families: Ready to Enter: What Research Tells Policymakers About Strategies to Promote Social and Emotional School Readiness Among Three- and Four-Year-Old Children. *NCCP Mailman School of Public Health*, (1), 30.

Reinecke, J. (2014). *Strukturgleichungsmodelle in den Sozialwissenschaften* (2. Auflage.). München [u.a.]: Oldenbourg.

Reiss, K. (2004). Bildungsstandards und die Rolle der Fachdidaktik am Beispiel der Mathematik. *Zeitschrift für Pädagogik*, *50* (5), 635–649.

Reiss, K. (2009a). Mathematische Kompetenz zwischen Grundschule und Sekundarstufe: Zusammenfassung und Forschungsdesiderata. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 117–122). Münster: Waxmann.

Reiss, K. (2009b). Mindeststandards als Herausforderung für den Mathematikunterricht. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 191–199). Münster: Waxmann.

Reiss, K. & Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik: Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe*. Basel: Springer.

Reiss, K., Heinze, A. & Pekrun, R. (2007). Mathematische Kompetenz und ihre Entwicklung in der Grundschule. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *Sonderheft*, 107–127.

Reiss, K., Roppelt, A., Haag, N., Pant, H. A. & Köller, O. (2012). Kompetenzstufenmodelle im Fach Mathematik. In P. Stanat, H.A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011* (S. 72–84). Münster [u.a.]: Waxmann.

Reiss, K. & Winkelmann, H. (2008). Step by step: Ein Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik. *Grundschule*, *40* (10), 34–36.

Reiss, K. & Winkelmann, H. (2009). Kompetenzstufenmodelle für das Fach Mathematik im Primarbereich. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule* (S. 120–141). Weinheim: Beltz.

Rensing, J., Käter, C., Käter, T. & Hillenbrand, C. (2016). Konstruktion und Überprüfung eines curriculumbasierten Testverfahrens im Fach Mathematik für die vierte Klasse. *Empirische Sonderpädagogik*, (4), 346–366.

Resnick, L. B. (1984). A Developmental Theory of Number Understanding. In H. Ginsburg (Hrsg.), *The Development of Mathematical Thinking* (S. 109–151). New York: Academic Press.

Ricken, G., Fritz, A. & Balzer, L. (2011). Mathematik und Rechnen: Test zur Erfassung von Konzepten im Vorschulalter (MARKO-D) – Ein Beispiel für einen niveauorientierten Ansatz. *Empirische Sonderpädagogik*, (3), 256–271.

Ricken, G., Fritz, A. & Balzer, L. (2013). Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Diagnose: MARKO-D. Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Robinson, C. S., Menchetti, B. M. & Torgesen, J. K. (2002). Toward a Two-Factor Theory of One Type of Mathematics Disabilities. *Learning Disabilities Research and Practice*, *17* (2), 81–89.

Rolff, H.-G., Leucht, M. & Rösner, E. (2008). Sozialer und familialer Hintergrund. In E. Klieme, W. Eichler, A. Helmke, R.H. Lehmann, G. Nold, H.-G. Rolff et al. (Hrsg.), *Unterricht und Kompetenzerwerb in Deutsch und Englisch. Ergebnisse der DESI-Studie* (S. 283–300). Weinheim [u.a.]: Beltz.

Roßbach, H.-G. & Weinert, S. (2008). Einleitung: Kindliche Kompetenzen im Elementarbereich – Förderbarkeit, Bedeutung und Messung. In Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.), *Kindliche Kompetenzen im Elementarbereich – Förderbarkeit, Bedeutung und Messung* (S. 5–6). Berlin.

Rost, D. H. (2004). *Lehrbuch Testtheorie - Testkonstruktion*. Bern: Verlag Hans Huber.

Rost, D. H. (2013a). *Handbuch Intelligenz*. Weinheim [u.a.]: Beltz.

Rost, D. H. (2013b). *Interpretation und Bewertung pädagogisch-psychologischer Studien: Eine Einführung* (3. Auflage.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Rutkowski, D. & Rutkowski, L. (2013). Measuring Socioeconomic Background in PISA: One Size Might not Fit All. *Research in Comparative and International Education*, *8* (3), 259–278.

Rutkowski, L. & Rutkowski, D. (2010). Getting it 'better': The Importance of Improving Background Questionnaires in International Assessment. *Journal of Curriculum Studies*, *42* (3), 411–430.

Ryan, R. & Deci, E. (2000). Self-Determination Theory and the Facilitation of Intrinsic Motivation, Social Development, and Well-Being. *The American psychologist*, *55* (1), 68–78.

Sacher, W. (2013). „Papa, wie geht das?“ Elternhilfe bei den Hausaufgaben: unentbehrlich oder schädlich? *Grundschule*, (1), 26–28.

Sälzer, C., Reiss, K., Schiepe-Tiska, A., Prenzel, M. & Heinze, A. (2013). Zwischen Grundlagenwissen und Anwendungsbezug: Mathematische Kompetenz im internationalen Vergleich. In M. Prenzel, E. Klieme, C. Sälzer & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 47–97). Münster: Waxmann.

Sani, B. & Holzer, N. (2007). Mathematik und Sprache. In K. Rosenberger & Martina-Ochoko-Stastny (Hrsg.), *Mit Sprache wachsen: Die Bedeutung der Sprache und ihrer Grundlagen für den Erwerb der Kulturtechniken* (S. 159–174). Wien: Lernen mit Pfiff.

Scharenberg, K. (2014). Schule und Schulklasse als soziale Kontexte der Entwicklung im Jugendalter. *Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie*, *66* (1), 317–348.

Schaub, H. & Zenke, K. G. (2007). *Wörterbuch Pädagogik* (2. Auflage.). München: Deutscher Taschenbuch-Verlag.

Schaupp, H., Lenart, F. & Holzer, N. (2010). *Eggenberger Rechentest : ERT 4+*. Bern: Huber.

Schavan, A. (2008). Ende der Hauptschule – Ausweg aus der Bildungsmisere. *ifo Schnelldienst*, *61* (17), 3–20.

Schecker, H. & Parchmann, I. (2006). Modellierung naturwissenschaftlicher Kompetenz. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, *12*, 45–66.

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Schiefele, U. & Pekrun, R. (1996). Psychologische Modelle des fremdgesteuerten und selbstgesteuerten Lernens. In F.E. Weinert, N. Birbaumer & C.F. Graumann (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie: Psychologie des Lernens und der Instruktion* (S. 249–278). Göttingen [u.a.]: Verlag für Psychologie.

Schiefele, U. & Schaffner, E. (2015). Motivation. In E. Wild & J. Möller (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (2. Auflage., S. 154–175). Heidelberg: Springer.

Schipper, W. (2001). *Thesen und Empfehlungen zum schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen*. Occasional Paper 182. Verfügbar unter: https://www.ifs.phil.uni-hannover.de/fileadmin/sonderpaedagogik/DownloadsDozeten/Mangels/thesen.pdf

Schmidt, R. (1982). Die Zählfähigkeit der Schulanfänger – Ergebnisse einer Untersuchung. *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe*, *12* (10), 371–376.

Schmidt, S. & Weiser, W. (1982). Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *2*, 227–236.

Schmiedek, F. & Lindenberger, U. (2008). Methodologische Grundlagen. In W. Schneider, U. Lindenberger, R. Oerter & L. Montado (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie* (7. Auflage., S. 97–116). Weinheim [u.a.]: Beltz.

Schneider, H., Becker-Mrotzek, M., Sturm, A., Jambor-Fahlen, S., Neugebauer, U., Efing, C. et al. (2013). *Wirksamkeit von Sprachförderung*. (Mercator Institut für Sprachförderung und Deutsch als Zweitsprache, Hrsg.). Zürich.

Schneider, W. (2007). Entwicklung der Intelligenz im Kindesalter. In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Handbuch der Entwicklungspsychologie* (S. 277–299). Göttingen [u.a]: Hogrefe.

Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2013). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen*. Paderborn: Ferdinand Schöningh.

Schneider, W. & Stefanek, J. (2004). Entwicklungsveränderungen allgemeiner kognitiver Fähigkeiten und schulbezogener Fertigkeiten im Kindes- und Jugendalter: Evidenz für einen Schereneffekt. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *36* (3), 147–159.

Schnell, R., Hill, P. B. & Esser, E. (2013). *Methoden der empirischen Sozialforschung* (10. Auflag.). München: Oldenbourg Verlag.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the Fuss about Metacognition? In A.H. Schoenfeld (Hrsg.), *Cognitive Science and Mathematics Education* (S. 189–215). Hillsdale [u.a.]: Erlbaum.

Schrader, F.-W. & Helmke, A. (2009). Erklärungsansätze für Schulleistung. In K.-H. Arnold, U. Sandfuchs & J. Wiechmann (Hrsg.), *Handbuch Unterricht* (2. Auflage., S. 493–497). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Schrader, F.-W., Helmke, A. & Hosenfeld, I. (2008). Stichwort: Kompetenzentwicklung im Grundschulalter. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *11* (1), 7–29.

Schründer-Lenzen, A. (2006). *Risikofaktoren Kindlicher Entwicklung, Migration, Leistungsangst und Schulübergang*. (A. Schründer-Lenzen, Hrsg.). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Schuchardt, K. (2008). *Arbeitsgedächtnis und Lernstörungen: Differenzielle Analysen der Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses bei Kindern mit Lernstörungen*. Veröffentlichte Dissertation. Georg-August-Universität Göttingen.

Schuchardt, K., Kunze, J., Grube, D. & Hasselhorn, M. (2006). Arbeitsgedächtnisdefizite bei Kindern mit schwachen Rechen- und Schriftsprachleistungen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *20* (4), 261–268.

Schuchardt, K. & Mähler, C. (2010). Unterscheiden sich Subgruppen rechengestörter Kinder in ihrer Arbeitsgedächtniskapazität, im basalen arithmetischen Faktenwissen und in den numerischen Basiskompetenzen? *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *42* (4), 217–225.

Schuchardt, K., Piekny, J., Grube, D. & Mähler, C. (2014). Einfluss kognitiver Merkmale und häuslicher Umgebung auf die Entwicklung numerischer Kompetenzen im Vorschulalter. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *46* (1), 24–34.

Schwenck, C. & Schneider, W. (2003). Der Zusammenhang von Rechen- und Schriftsprachkompetenz im frühen Grundschulalter. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *17* (3/4), 261–267.

Secada, W. G. (1992). Race, Ethnicity, Social Class, Language, and Achievement in Mathematics. In D.A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (S. 623–660). New York: MacMillan.

Sedlmeier, P. & Renkewitz, F. (2013). *Forschungsmethoden und Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler* (2. Auflage.). München: Pearson.

Seifert, C.-B., von Wahl, D., Weise, T., Schilling, M., Woisch, A., Hoffmann, L. et al. (2016). *Bildungsstand der Bevölkerung*. (Autorengruppe Bildungsberichterstattung, Hrsg.)*Bildung in Deutschland 2016*. Bielefeld.

Selter, C. (1995). Zur Fiktivität der „Stunde Null“ im arithmetischen Anfangsunterricht. *Mathematische Unterrichtspraxis*, *2*, 11–19.

Seufert, T. (2003). Supporting Coherence Formation in Learning from Multiple Representations. *Learning and Instruction*, *13* (2), 227–237.

Shafrir, U. & Siegel, L. S. (1994). Subtypes of Learning. *Journal of learning disabilities*, (2), 123–134.

Shalev, R. S. & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental Dyscalculia. *Pediatric Neurology*, *24* (5), 337–342.

Shalev, R. S., Manor, O., Auerbach, J. G. & Gross-Tsur, V. (1998). Persistence of Developmental Dyscalculia: What Counts? *The Journal of Pediatrics*, *133* (3), 358–362.

Shin, T., Davison, M. L., Long, J. D., Chan, C. K. & Heistad, D. (2013). Exploring gains in reading and mathematics achievement among regular and exceptional students using growth curve modeling. *Learning and Individual Differences*, *23*, 92–100.

Siegler, R. S. (1987). The Perils of Averaging Data over Strategies: An Example from Children's Addition. *Journal of Experimental Psychology*, *116*, 250–264.

Simmons, F. R. & Singleton, C. (2006). The mental and written arithmetic abilities of adults with dyslexia. *Dyslexia*, *12* (2), 96–114.

Simmons, F. R. & Singleton, C. (2007). Do Weak Phonological Representations Impact on Arithmetic Development? A Review of Research into Arithmetic and Dyslexia. *Dyslexia*, *14*, 77–94.

Simmons, F. R. & Singleton, C. (2009). The Mathematical Strengths and Weaknesses of Children with Dyslexia. *Journal of Research in Special Educational Needs*, *9* (3), 154–163.

Sinner, D. (2011). *Prävention von Rechenschwäche durch ein Training mathematischer Basiskompetenzen in der ersten Klasse*. Veröffentlichte Dissertation. Fachbereich für Psychologie und Sportwissenschaft. Justus-Liebig-Universität Gießen.

Sinner, D. & Kuhl, J. (2010). Förderung mathematischer Basiskompetenzen in der Grundstufe der Schule für Lernhilfe. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *42* (4), 241–251.

Slavin, R. E. (1987). Ability Grouping and Student Achievement in Elementary Schools: A Best-Evidence Synthesis. *Review of Educational Research*, *57* (3), 293–336.

De Smedt, B. & Boets, B. (2010). Phonological Processing and Arithmetic Fact Retrieval: Evidence from Developmental Dyslexia. *Neuropsychologia*, *48* (14), 3973–3981.

Sparfeldt, J. R., Rost, D. H., Schneebusch, R. & Heise, A.-L. (2012). Lehrerbeurteiltes Schülerverhalten. Eine Evaluation der „Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten“ (LSL). *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *59* (2), 146–158.

Spearman, C. (1904). „General Intelligence“, Objectively Determined and Measured. *American Journal of Psychology*, *15*, 201–293.

Spiegel, H. & Selter, C. (2003). *Kinder & Mathematik: Was Erwachsene wissen sollten*. Seelze-Velber: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung.

Spieß, C. K. (2013). Bildungsökonomische Perspektiven frühkindlicher Bildungsforschung. In M. Stamm & D. Edelmann (Hrsg.), *Handbuch frühkindliche Bildungsforschung* (S. 121–130). Wiesbaden: Springer VS.

Spinath, B., Stiensmeier-Pelster, J., Schöne, C. & Dickhäuser, O. (2012). *SELLMO: Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation* (2. Auflage.). Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Stanat, P., Pant, H. A. & Richter, D. (2012). *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011*. (P. Stanat, H.A. Pant, K. Böhme & D. Richter, Hrsg.). Münster [u.a.]: Waxmann.

Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland. (2002). *PISA 2000 - Zentrale Handlungsfelder*.

Stanovich, K. E. (2005). The Future of a Mistake: Will Discrepancy Measurement Continue to Make the Learning Disabilities Field a Pseudoscience? *Learning Disability Quarterly*, *28* (2), 103–106.

Statistisches Bundesamt. (2014). *Bevölkerung und Erwerbstätigkeit – Bevölkerung mit Migrationshintergrund – Ergebnisse des Mikrozensus*. Wiesbaden.

Steinmayr, R. & Meißner, A. (2013). Zur Bedeutung der Intelligenz und des Fähigkeitsselbstkonzeptes bei der Vorhersage von Leistungstests und Noten in Mathematik. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *27* (4), 273–282.

Steinmayr, R. & Spinath, B. (2009). The Importance of Motivation as a Predictor of School Achievement. *Learning and Individual Differences*, *19* (1), 80–90. Elsevier Inc.

Stern, E. (2003). Früh übt sich: Neuere Ergebnisse aus der LOGIK-Studie zum Lösen mathematischer Textaufgaben in der Grundschule. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 116–130). Weinheim: Beltz.

Stern, E. (2004). *Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen*. Berlin.

Stern, E. (2008). Verpasste Chancen? Was wir aus der LOGIK-Studie über den Mathematikunterricht lernen können. In W. Schneider (Hrsg.), *Entwicklung von der Kindheit bis zum Erwachsenenalter: Befunde der Münchner Längsschnittstudie LOGIK* (S. 187–202). Weinheim [u.a.]: Beltz Verlag.

Stern, W. (1921). *Die differentielle Psychologie in ihren methodischen Grundlagen* (3. Auflage.). Leipzig: Barth.

Sternberg, R. J. (1985). *Beyond IQ: A Triarchic Theory of Human Intelligence*. New York: Cambridge University Press.

Strathmann, A. M. & Klauer, K. J. (2010). Lernverlaufsdiagnostik: Ein Ansatz zur längerfristigen Lernfortschrittsmessung. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *42* (2), 111–122.

Stubbe, T. C. & Goy, M. (2013). Besitzen wollen und sich leisten können. Analysen zur dimensional getrennten Erfassbarkeit von ökonomischem und kulturellem Kapital in Familien. In K. Schwippert, M. Bonsen & N. Berkemeyer (Hrsg.), *Schul- und Bildungsforschung. Diskussionen, Befunde und Perspektiven* (S. 203–222). Münster: Waxmann.

Stubbe, T. C., Schwippert, K. & Wendt, H. (2016). Soziale Disparitäten der Schülerleistungen in Mathematik und Naturwissenschaften. In H. Wendt, W. Bos, C. Selter, O. Köller, K. Schwippert & D. Kasper (Hrsg.), *TIMSS 2015: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 299–316). Münster [u.a.]: Waxmann.

Stubbe, T. C., Tarelli, I. & Wendt, H. (2012). Soziale Disparitäten der Schülerleistungen in Mathematik und Naturwissenschaften. In W. Bos, H. Wendt, O. Köller & C. Selter (Hrsg.), *TIMSS 2011. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 231–246). Münster: Waxmann.

Süß, H.-M. (2003). Intelligenztheorien. In K. Kubinger & R.S. Jäger (Hrsg.), *Stichwörter der Psychologischen Diagnostik* (S. 217–224). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Sweller, J. (2010). Element Interactivity and Intrinsic, Extraneous, and Germane Cognitive Load. *Educational Psychology Review*, *22* (2), 123–138.

Sweller, J., van Merrienboer, J. J. G. & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive Architecture and Instructional Design. *Educational Psychology Review*, *10* (3), 251–296.

Tarelli, I., Schwippert, K. & Stubbe, T. C. (2012). Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. In W. Bos, H. Wendt, C. Selter & O. Köller (Hrsg.), *TIMSS 2011: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 247–267). Münster: Waxmann.

Thiel, R.-D., Keller, G. & Binder, A. (1979). Arbeitsverhaltensinventar : Handanweisung für die Durchführung, Auswertung und Interpretation. Braunschweig: Westermann.

Thomas, K., Schulte-Körne, G. & Hasselhorn, M. (2015). Stichwort – Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *18* (3), 431–451.

Thurstone, L. L. (1931). Multiple Factor Analysis. *Psychological Review*, *38*, 406–427.

Tillmann, K.-J. (2008). Viel Selektion – wenig Leistung. In E. Liebau & J. Zirfas (Hrsg.), *Ungerechtigkeit der Bildung – Bildung der Ungerechtigkeit* (S. 155–174). Opladen [u.a.]: Verlag Barbara Bdrich.

Tillmann, K.-J. & Wischer, B. (2006). Heterogenität in der Schule. *Pädagogik*, (3), 45–48.

Tobia, V., Bonifacci, P. & Marzocchi, G. M. (2016). Concurrent and Longitudinal Predictors of Calculation Skills in Preschoolers. *European Journal of Psychology of Education*, *31* (2), 155–174.

Trautmann, M. & Wischer, B. (2011). *Heterogenität in der Schule: Eine kritische Einführung*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

U.S. Department of Health and Human Services. (2006). *The NICHD Study of Early Child Care and Youth Development: Findings for Children up to Age 4½ Years*. New York.

Ufer, S. (2009). Der Übergang von der Primarstufe in die Sekundarstufe. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 87–104). Münster: Waxmann.

Ufer, S., Reiss, K. & Heinze, A. (2009). BIGMATH - Ergebnisse zur Entwicklung mathematischer Kompetenz in der Primarstufe. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 61–86). Münster: Waxmann.

UNESCO. (2005). *Guidelines for Inclusion: Ensuring Access to Education for All*. Paris. Verfügbar unter: http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001402/140224e.pdf

Universität Rostock. (2013). *Rügener Inklusionsmodell*. *Rügener Inklusionsmodell*. Verfügbar unter: http://www.rim.uni-rostock.de/response-to-interven

Vaughn, S., Wanzek, J., Murray, C. & Roberts, G. (2012). *Intensive Interventions for Students Struggling in Reading and Mathematics: A Practice Guide.* (Center on Instruction, Hrsg.). Porsmouth. Verfügbar unter: http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/recordDetail?accno=ED531907

Vernon, P. E. (1965). Ability Factors and Environmental Influences. *American Psychologist*, *20*, 723–733.

Volpe, R. J. & Fabiano, G. A. (2013). *Daily Behavior Report Cards: An Evidence-Based System of Assessment and Intervention*. New York: Guilford Press.

Voß, S. & Hartke, B. (2014). Curriculumbasierte Messverfahren (CBM) als Methode der formativen Leistungsdiagnostik im RTI-Ansatz. In M. Hasselhorn, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Lernverlaufsdiagnostik: Neue Folge Band 12* (S. 83–100). Göttingen: Hogrefe Verlag.

de Vries, C. (2014). *Mathematik im Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung : Grundlagen und Übungsvorschläge für Diagnostik und Förderung im Rahmen eines erweiterten Mathematikverständnisses* (3. Auflage.). Dortmund: Verlag modernes Lernen.

Vukovic, R. K. (2012). Mathematics Difficulty With and Without Reading Difficulty: Findings and Implications From a Four-Year Longitudinal Study. *Exceptional Children*, *78* (3), 280–300.

Vukovic, R. K. & Lesaux, N. K. (2013). The Relationship between Linguistic Skills and Arithmetic Knowledge. *Learning and Individual Differences*, *23* (1), 87–91. Elsevier Inc.

Vukovic, R. K., Lesaux, N. K. & Siegel, L. S. (2010). The Mathematics Skills of Children with Reading Difficulties. *Learning and Individual Differences*, *20* (6), 639–643. Elsevier Inc.

Walberg, H. J. (1986). Synthesis of Research on Teaching. In M.C. Wittrock (Hrsg.), *In Handbook of Research on Teaching* (3. Auflage., S. 214–229). New York.

Waldmann, H.-C. & Petermann, F. (2014). Veränderungsmessung – Methodische Vorschläge für Forschung und klinische Praxis. *Zeitschrift für Psychiatrie, Psychologie und Psychotherapie*, *62* (2), 85–92.

Wallace, T., Espin, C. A., McMaster, K. & Deno, S. L. (2007). CBM Progress Monitoring Within a Standards-Based System: Introduction to the Special Series. *Journal of Special Education*, *41* (2), 66–67.

Walter, J. (2009). Theorie und Praxis Curriculumbasierten Messens (CBM) in Unterricht und Förderung. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *5* (60), 162–170.

Walter, O. (2006). Herkunftsassoziierte Disparitäten im Lesen , der Mathematik und den Naturwissenschaften: Ein Vergleich zwischen PISA 2000, PISA 2003 und PISA 2006. In M. Prenzel & J. Baumert (Hrsg.), *Vertiefende Analysen zu PISA 2006* (S. 149–169). Münster: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Walther, G., Geiser, H., Langeheine, R. & Lobemeier, K. (2004). Mathematische Kompetenzen am Ende der vierten Jahrgangsstufe in einigen Ländern der Bundesrepublik Deutschland. In W. Bos, E.-M. Lankes, M. Prenzel, K. Schwippert, R. Valtin & G. Walther (Hrsg.), *IGLU: Einige Länder der Bundesrepublik Deutschland im nationalen und internationalen Vergleich* (S. 117–140). Münster: Waxmann.

Walther, G., Schwippert, K., Lankes, E. M. & Stubbe, T. C. (2008). Können Mädchen doch rechnen? Vertiefende Analysen zu Geschlechtsdifferenzen im Bereich Mathematik auf Basis der internationalen Grundschul-Lese-Untersuchung IGLU. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *11* (1), 30–46.

Wartha, S. (2009). Rechenstörungen in der Sekundarstufe: die Bedeutung des Übergangs von der Grundschule zur weiterführenden Schule. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 157–180). Münster: Waxmann.

Watermann, R. & Baumert, J. (2006). Entwicklung eines Strukturmodells zum Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und fachlichen und überfachlichen Kompetenzen: Befunde national und international vergleichender Analysen. In J. Baumert, P. Stanat & R. Watermann (Hrsg.), *Herkunftsbedingte Disparitäten im Bildungswesen: Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000* (S. 61–94). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Watts, T. W., Duncan, G. J., Siegler, R. S. & Davis-Kean, P. E. (2014). What’s Past is Prologue: Relations Between Early Mathematics Knowledge and High School Achievement. *Educational Researcher*, *20* (10), 1–9.

Weber, H. M., Rücker, S., Büttner, P., Petermann, F. & Daseking, M. (2015). Zum Zusammenhang von allgemeinen kognitiven Fähigkeiten und schulischer Leistung: Welche Rolle spielt das Lernverhalten? *Gesundheitswesen*, *77* (10), 820–826.

Weber, J.-M., Marx, P. & Schneider, W. (2002). Profitieren Legastheniker und allgemein leserechtschreibschwache Kinder in unterschiedlichem Ausmaß von einem Rechtschreibtraining? *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *49*, 56–70.

Weberschock, U. & Grube, D. (2006). Zur Spezifität von Einflüssen der Arbeitsgedächtniskapazität und des arithmetischen Faktenwissens auf Rechenleistungen von Viertklässlern. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *53*, 291–302.

Wehrmann, M. (2011). Prävention von Dyskalkulie. Frühförderung im arithmetischen Erstunterricht. In G. Schulte-Körne (Hrsg.), *Legasthenie und Dyskalkulie: Stärken erkennen – Stärken fördern* (S. 245–260). Bochum: Verlag Dr. Dieter Winkler.

Weinert, F. E. (1997). Wissen und Denken. Die unterschätzte Bedeutung des Gedächtnisses für das menschliche Denken. *Naturwissenschaftliche Rundschau*, *50* (5), 169–174. München: Bayerische Akademie der Wissenschaften.

Weinert, F. E. (2001a). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen: Eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F.E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–31). Weinheim [u.a.]: Beltz Verlag.

Weinert, F. E. (2001b). Concept of Competence: A Conceptual Clarification. In S. Rychen & L.H. Salganik (Hrsg.), *Defining and Selecting Key Competencies* (S. 45–65). Seattle [u.a.]: Hogrefe & Huber.

Weinert, F. E. (2001c). Schulleistungen – Leistungen der Schule oder der Schüler? In F.E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 73–86). Weinheim: Beltz.

Weinert, F. E. (2012). Begabung und Lernen: Zur Entwicklung geistiger Leistungsunterschiede. In A. Hackl, C. Pauly, O. Steenbuck & G. Weigand (Hrsg.), *Werte schulischer Begabtenförderung. Begabung und Leistung* (S. 23–34). Frankfurt am Main: Karg-Stiftung.

Weinert, F. E. & Hany, E. A. (2000). The Role of Intelligence as a Major Determinant of a Successful Occupational Life. In C.F.M. van Lieshout & P.G. Heymans (Hrsg.), *Developing talent across the life span* (S. 67–99). Hove: Psychology Press.

Weinert, F. E. & Helmke, A. (1997a). *Entwicklung im Grundschulalter*. Weinheim: Beltz.

Weinert, F. E. & Helmke, A. (1997b). Theoretischer Ertrag und praktischer Nutzen der SCHOLASTIK-Studie zur Entwicklung im Grundschulalter. In F.E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklung im Grundschulalter* (S. 459–474). Weinheim: Beltz.

Weinert, S., Doil, H. & Frevert, S. (2008). Kompetenzmessungen im Vorschulalter: Eine Analyse vorliegender Verfahren. In Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.), *Kindliche Kompetenzen im Elementarbereich – Förderbarkeit, Bedeutung und Messung* (S. 89–209). Berlin.

Weise, G. (1975). *Psychologische Leistungstests: Ein Handbuch für Studium und Praxis – Band 1: Intelligenz, Konzentration, spezielle Fähigkeiten*. Göttingen: Hogrefe.

Weiß, R. H. (2006). *Grundintelligenztest Skala 2: Revision (CFT 20–R)*. Göttingen [u.a.]: Hogrefe.

Weißhaupt, S. & Peucker, S. (2009). Entwicklung arithmetischen Vorwissens. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche*. Weinheim [u.a.]: Beltz Verlag.

Weißhaupt, S., Peucker, S. & Wirtz, M. (2006). Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *53*, 236–245.

Wellenreuther, M. (2010). Fördern im Mathematikunterricht – aber wie ? *Lehren & Lernen*, *4*, 20–24.

Weltgesundheitsorganisation. (2017). *ICD-10-GM Version 2017 Systematisches Verzeichnis Internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme*. (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information DIMDI im Auftrag des Bundesministeriums für Gesundheit (BMG), Hrsg.) (10. Revisi.). Verfügbar unter: http://www.icd-code.de

Wendt, H., Bos, W., Selter, C. & Köller, O. (2012). TIMSS 2011: Wichtige Ergebnisse im Überblick. In W. Bos, H. Wendt, O. Köller & C. Selter (Hrsg.), *TIMSS 2011 – Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 13–26). Münster [u.a.]: Waxmann.

Wendt, H., Bos, W., Selter, C., Köller, O., Schwippert, K. & Kasper, D. (2016). *TIMSS 2015: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. (H. Wendt, W. Bos, C. Selter, O. Köller, K. Schwippert & D. Kasper, Hrsg.). Münster [u.a.]: Waxmann.

Wendt, H., Schwippert, K. & Stubbe, T. C. (2016). Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. In H. Wendt, W. Bos, C. Selter, O. Köller, K. Schwippert & D. Kasper (Hrsg.), *TIMSS 2015: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 317–333). Münster [u.a.]: Waxmann.

Wendt, H., Stubbe, T. C. & Schwippert, K. (2012). Soziale Herkunft und Lesekompetenz von Schülerinnen und Schülern. In W. Bos, I. Tarelli, A. Bremerich-Vos & K. Schwippert (Hrsg.), *IGLU 2011. Lesekompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 175–190). Münster [u.a.]: Waxmann.

Werner, B. (2009). *Dyskalkulie – Rechenschwierigkeiten*. *Dyskalkulie - Rechenschwierigkeiten*. Stuttgart: Kohlhammer.

Wiedebusch, S. (2008). Förderung sozial-emotionaler Kompetenzen. In F. Petermann & W. Schneider (Hrsg.), *Angewandte Entwicklungspsychologie* (S. 135–161). Göttingen: Hogrefe.

Wilbert, J. (2014). Instrumente zur Lernverlaufsmessung. In M. Hasselhorn, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Lernverlaufsdiagnostik: Neue Folge Band 12* (S. 281–308). Göttingen: Hogrefe.

Wild, E. & Remy, K. (2002). Quantität und Qualität der elterlichen Hausaufgabenbetreuung von Drittklässlern in Mathematik. *Zeitschrift für Pädagogik*, *45. Beihef*, 276–290.

Wimmer, H. & Mayringer, H. (2014). *Salzburger Lese-Screening für die Schulstufen 2–9: SLS 2–9*. Bern: Hogrefe.

Winkelmann, H., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Robitzsch, A. (2008). Gender Differences in the Mathematics Achievements of German Primary School Students: Results from a German Large-Scale Study. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *40* (4), 601–616.

Winter, H. (1996). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, *61*, 37–46.

Wissenschaftlicher Beirat für Familienfragen beim BMFSFJ. (2002). *Die bildungspolitische Bedeutung der Familie – Folgerungen aus der PISA-Studie* (Band 224.). Stuttgart: Kohlhammer.

Yen, C. J., Konold, T. R. & McDermott, P. A. (2004). Does Learning Behavior Augment Cognitive Ability as an Indicator of Academic Achievement? *Journal of School Psychology*, *42* (2), 157–169.

Zeitler, S., Köller, O. & Tesch, B. (2010). Bildungsstandards und ihre Implikationen für Qualitätssicherung und Qualitätsentwicklung. In A. Gehrmann, U. Hericks & M. Lüders (Hrsg.), *Bildungsstandards und Kompetenzmodelle* (S. 23–36). Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.

Ziegler, A. & Stöger, H. (2009). *Trainingshandbuch selbstreguliertes Lernen I: Lernökologische Strategien für Schüler der 4. Jahrgangsstufe Grundschule zur Verbesserung mathematischer Kompetenzen* (2. Auflage.). Lengerich: Pabst Science Publishers.

Zielinski, W. (1996). Lernschwierigkeiten. In F.E. Weinert (Hrsg.), *Psychologie des Lernens und der Instruktion* (S. 369–402). Göttingen: Hogrefe.

Zöller, I. & Roos, J. (2013). Einfluss individueller Mermale und familiärer Faktoren während und nach dem Übergang auf die weiterführende Schule. In J. Roos & H. Schöler (Hrsg.), *Transitionen in der Bildungsbiographie. Der Übergang vom Primar- zum Sekundarbereich* (S. 45–104). Wiesbaden: Springer VS.

Zwack-Stier, C. & Börner, A. (2003). Kritik am Konzept der so genannten Teilleistungsstörungen – dargestellt an den Lernprozessen in den Bereichen Schriftsprache und Mathematik. In H. Eberwein & S. Knauer (Hrsg.), *Lernprozesse verstehen. Wege einer neuen (sonder-)pädagogischen Diagnostik* (2. Auflage., S. 219–234). Weinheim [u.a.]: Beltz Verlag.

Anhang

Anhang 1: Steckbrief zur Erfassung familiärer Hintergründe

Mein Steckbrief

Bitte markiere die Kästchen, indem du sie grob ausfüllst und nicht, indem du sie nur ankreuzt. Benutze bitte auch einen deutlichen Stift, z. B. einen Kugelschreiber oder einen dunklen Filzstift!

besser so: ■ als so: ☒

Wenn du eine Angabe korrigieren möchtest, dann kreise die falsche Angabe bitte ein und fülle das richtige Kästchen aus. Beispiel:

■ ja ■ nein

1. **Bist du in einem Verein angemeldet? (z. B. Fußballverein, Tennisverein, Pfadfinder, …)**
   ☐ ja ☐ nein
2. **Bekommst du außerhalb der Schule Musikunterricht?**
   ☐ ja ☐ nein
3. **Hast du zu Hause einen eigenen Schreibtisch?**
   ☐ ja ☐ nein
4. **Welche Sprache sprichst du zu Hause?**
   ☐ Deutsch ☐ eine andere ☐ Deutsch und eine andere Sprache
5. **Bist du in Deutschland geboren?**
   ☐ ja ☐ nein
6. **Ist deine Mutter in Deutschland geboren?**
   ☐ ja ☐ nein ☐ weiß ich nicht
7. **Ist dein Vater in Deutschland geboren?**
   ☐ ja ☐ nein ☐ weiß ich nicht
8. **Wie viele Brüder (auch Stiefbrüder) hast du?**
   Anzahl:______
9. **Wie viele Schwestern (auch Stiefschwestern) hast du?**
   Anzahl:______
10. **Wer wohnt normalerweise mit dir zusammen?**
    Du kannst mehrere Antworten ankreuzen.
    Gib bitte bei Geschwistern und anderen Personen auch die Anzahl mit an.

	Ja	Nein	
a)	☐	☐	Mutter, Stiefmutter oder Pflegemutter
b)	☐	☐	Vater, Stiefvater oder Pflegevater
c)	☐	☐	Oma
d)	☐	☐	Opa
e)	☐	☐	Bruder, Brüder oder Stiefbrüder Anzahl:____
f)	☐	☐	Schwester, Schwestern oder Stiefschwestern Anzahl:____
g)	☐	☐	Andere Personen (z. B. Cousinen/Cousins) Anzahl:____

Bitte umblättern für eine letzte Frage!

Fortsetzung Steckbrief nächste Seite

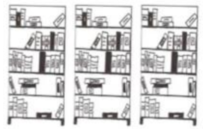
Fortsetzung Steckbrief

11. Wie viele Bücher gibt es bei dir zu Hause?

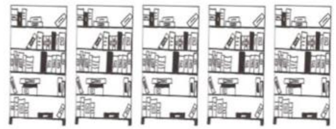
☐ Keine oder nur sehr wenige.

☐ Genug, um ein Regalbrett zu füllen.

☐ Genug, um ein Regal zu füllen.



☐ Genug, um drei Regale zu füllen.



☐ Viel mehr als drei Regale.

Vielen Dank für deine ehrlichen Antworten!

Anhang 2: Genehmigung der Landesschulbehörde

Niedersächsische Landesschulbehörde • Regionalabteilung Osnabrück
Postfach 35 69 • 49025 Osnabrück

Niedersächsische Landesschulbehörde

Herrn Prof. Dr. Clemens Hillenbrand
Frau Marie-Christine Vierbuchen
Carl von Ossietzky Universität Oldenburg
Institut für Sonder- und Rehabilitationspädagogik
26111 Oldenburg

Bearbeitet von
Bärbel Gerdes
Regionalabteilung Osnabrück

Baerbel.Gerdes@nlschb.niedersachsen.de
Fax: 0541 314-9443

Ihr Zeichen, Ihre Nachricht vom	Mein Zeichen (Bei Antwort angeben)	Telefon	Osnabrück
14.07.2014	**OS 1 R.22 – 0541/2 N**	0541 314-443	18.08.2014

Umfragen und Erhebungen an Schulen;
Antrag auf Genehmigung einer Erhebung im Rahmen der Entwicklungsstudie der Universität Oldenburg zum Thema „Feststellung der mathematischen Basiskompetenzen in der 5. Jahrgangsstufe"

RdErl. d. MK vom 01.01.2014 – 25b-81 402 – VORIS 22410 –

Sehr geehrter Herr Prof. Dr. Hillenbrand,
sehr geehrte Frau Vierbuchen,

hiermit genehmige ich die Durchführung der von Ihnen geplanten Erhebung im Rahmen der Entwicklungsstudie der Universität Oldenburg zum Thema „Feststellung der mathematischen Basiskompetenzen in der 5. Jahrgangsstufe" an der [redacted] sowie an der [redacted] auf der Grundlage der mir vorgelegten Antragsunterlagen.

Bei der Genehmigung gehe ich davon aus, dass Sie sich auf diese Schulen beschränken. Vorsorglich weise ich darauf hin, dass die Schulen mit dieser Genehmigung nicht zur Teilnahme verpflichtet werden. Die Entscheidung über die Teilnahme obliegt den Schulen.

Ich weise darauf hin, dass die Beteiligung der Betroffenen freiwillig ist und die erhobenen Daten zu anonymisieren sind. Die Betroffenen müssen vor Beginn der Erhebung auf die Freiwilligkeit der Teilnahme an der Erhebung hingewiesen werden und ihr zugestimmt haben. (Bei minderjährigen Schülerinnen und Schülern ist das schriftliche Einverständnis der Erziehungsberechtigten einzuholen.) Dabei sind sie über das Ziel und den wesentlichen Inhalt des Vorhabens, die Art der Beteiligung an der Erhebung sowie über die Verwendung der erhobenen Daten aufzuklären. Zur Aufklärung gehört auch der Hinweis, dass die Einwilligung verweigert oder mit Wirkung für die Zukunft widerrufen werden kann. Liegt die Zustimmung nur eines Teils der Schülerinnen und Schüler bzw. deren Erziehungsberechtigten vor, ist die Erhebung auf diesen Personenkreis zu beschränken.

Durch die Erhebung darf nicht in die schutzwürdigen Rechte der Betroffenen eingegriffen werden, zum Beispiel darf die Erhebung nicht zur Diskriminierung von einzelnen Personen führen.

Die zur Durchführung der Erhebung in der Schule erforderlichen organisatorischen Maßnahmen sind jeweils mit der Schulleitung abzustimmen und bedürfen deren Zustimmung. **Die Studierenden dür-**

Adresse
Mühleneschweg 8
49090 Osnabrück

Telefon
0541 314-444
Fax
0541 314-400

Internet
www.landesschulbehoerde-niedersachsen.de

Bankverbindung
Nord/LB (BLZ 250 500 00) Kto. 1900151536
IBAN DE64 2505 0000 1900 1515 36
BIC NOLA DE 2HXXX
H:\UmfragenSammlung\HillenbrandMatheKl5-2014.doc

Zukunft Bildung Niedersachsen

Fortsetzung Genehmigung nächste Seite

Fortsetzung Genehmigung

- 2 -

fen keinen eigenverantwortlichen Unterricht durchführen. Es ist sicherzustellen, dass die Fachlehrkräfte während der Unterrichtsstunden anwesend sind.

Im Übrigen bitte ich die Ausführungen des o. g. Bezugserlasses zu beachten.

Für Ihre Erhebung wünsche ich Ihnen viel Erfolg und bitte Sie mir sowie auch dem Nieders. Kultusministerium, Postfach 161, 30001 Hannover, zu gegebener Zeit das Ergebnis Ihrer Arbeit schriftlich mitzuteilen.

Mit freundlichen Grüßen

Im Auftrage

B. Gerdes

Bärbel Gerdes

Anhang 3: Beschreibung der Stichprobe – Lernvoraussetzungen, Testung auf Normalverteilung

			Kolmogorov-Smirnov		Shapiro-Wilk	
Bereich		**n**	**p**	**normalverteilt**	**p**	**normalverteilt**
Mathematische Basiskompetenz		359	<.001	nein	<.001	nein
Kognitive Fähigkeiten		346	<.05	nein	.57	ja
Lesequotient		344	<.01	nein	<.001	nein
Sozialverhalten	Kooperation	180	<.001	nein	<.001	nein
	Selbstwahrnehmung	180	<.001	nein	<.001	nein
	Selbstkontrolle	180	<.001	nein	<.001	nein
	Einfühlungsvermögen	180	<.001	nein	<.001	nein
	Angemessene Selbstbehauptung	180	<.001	nein	<.001	nein
	Sozialkontakt	180	<.001	nein	<.001	nein
Lernverhalten	Anstrengungsbereitschaft	180	<.01	nein	<.001	nein
	Konzentration	180	<.05	nein	<.001	nein
	Selbstständigkeit	180	<.001	nein	<.001	nein
	Sorgfalt beim Lernen	180	<.001	nein	<.001	nein

Anhang 4: Test auf Normalverteilung nach Hypothesen systematisiert

Hypothese / Explorative Frage	Bereich	n	Kolmogorov-Smirnov p	Kolmogorov-Smirnov normalverteilt	Shapiro-Wilk p	Shapiro-Wilk normalverteilt
H1A	ALLGEMEINE ENTWICKLUNG IN DEN MATHEMATISCHEN BASISKOMPETENZEN (HRT = ERGEBNIS HEIDELBERGER RECHENTEST)					
	$HRT_{t_{1a}}$	359	<.01	nein	<.001	nein
	HRT_{t_2}	335	<.01	nein	<.001	nein
	HRT_{t_3}	328	<.01	nein	.009	nein
H1B	GRUNDRECHENART (RA = ADDITION, RS = SUBTRAKTION, RM = MULTIPLIKATION, RD = DIVISION)					
	$RA_{t_{1a}}$	359	<.01	nein	.12	ja
	$RS_{t_{1a}}$	359	<.01	nein	.05	ja
	$RM_{t_{1a}}$	359	<.001	nein	<.01	nein
	$RD_{t_{1a}}$	359	<.01	nein	<.001	nein
	RA_{t_2}	335	<.001	nein	<.01	nein
	RD_{t_2}	335	<.001	nein	<.001	nein
	RM_{t_2}	335	<.001	nein	<.01	nein
	RD_{t_2}	335	<.001	nein	<.001	nein
	RA_{t_3}	328	<.05	nein	<.01	nein
	RS_{t_3}	328	<.001	nein	<.001	nein
	RM_{t_3}	328	<.001	nein	<.01	nein
	RD_{t_3}	328	<.001	nein	<.001	nein

Fortsetzung Tabelle nächste Seite

Fortsetzung Tabelle

Hypothese / Explorative Frage	Bereich	n	Kolmogorov-Smirnov p	Kolmogorov-Smirnov normalverteilt	Shapiro-Wilk p	Shapiro-Wilk normalverteilt
H1c	AUSGANGSNIVEAU (A) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
	$niedrigesA_{t_1}$	110	<.05	nein	<.05	nein
	$unauffälligesA_{t_1}$	234	<.001	nein	<.001	nein
	$niedrigesA_{t_2}$	100	<.05	nein	<.001	nein
	$unauffälligesA_{t_2}$	208	<.001	nein	<.01	nein
	$niedrigesA_{t_3}$	94	<.05	nein	.17	ja
	$unauffälligesA_{t_3}$	208	<.05	nein	.12	ja
H2a / EF3a	GESCHLECHT (W = WEIBLICH, M = MÄNNLICH) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
	$w_{HRT_{t1a}}$	166	<.001	nein	<.001	nein
	$m_{HRT_{t1a}}$	193	<.001	nein	<.001	nein
	$w_{HRT_{t_2}}$	155	<.01	nein	<.05	nein
	$m_{HRT_{t_2}}$	180	.06	ja	<.01	nein
	$w_{HRT_{t_3}}$	149	<.05	nein	<.05	nein
	$m_{HRT_{t_3}}$	179	<.05	nein	.13	ja
H2b / EF3b	KOGNITIVE LEISTUNGSFÄHIGKEIT (KL) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
	$niedrigeKL_{HRT_{t1a}}$	65	<.001	nein	<.001	nein
	$unauffälligesKL_{HRT_{t1a}}$	272	<.001	nein	<.001	nein
	$niedrigeKL_{HRT_{t2}}$	59	.20	ja	<.01	nein

Fortsetzung Tabelle nächste Seite

Fortsetzung Tabelle

Hypothese / Explorative Frage	Bereich	n	Kolmogorov-Smirnov p	Kolmogorov-Smirnov normalverteilt	Shapiro-Wilk p	Shapiro-Wilk normalverteilt
H2b / EF3b	KOGNITIVE LEISTUNGSFÄHIGKEIT (KL) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
	$unauffälligesKL_{HRT_{t2}}$	251	<.01	nein	<.01	nein
	$niedrigeKL_{HRT\,t3}$	58	<.05	nein	.09	ja
	$unauffälligeKL_{HRT_{t3}}$	249	<.05	nein	<.05	nein
H2c / EF3c	LESEKOMPETENZ (LK) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
	$niedrigeLK_{t_{1a}}$	208	<.001	nein	<.001	nein
	$unauffälligeLK_{t1a}$	133	<.001	nein	<.001	nein
	$niedrigeLK_{t_2}$	180	.05	ja	<.001	ja
	$unauffälligeLK_{t2}$	126	.20	ja	.26	ja
	$niedrigeLK_{t_3}$	179	.05	ja	.46	ja
	$unauffälligeLK_{t3}$	122	<.05	nein	.08	ja
H2d / EF3d	LERNVERHALTEN (LV) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
	$niedrigesLV_{HRT\,t1b}$	24	<.01	nein	<.001	nein
	$unauffälligesLV_{HRT_{t1b}}$	151	<.001	nein	<.001	nein
	$niedrigesLV_{HRT\,t1b}$	24	.20	ja	.23	ja
	$unauffälligesLV_{HRT_{t1b}}$	133	.20	ja	<.01	nein
	$niedrigesLV_{HRT_{t3}}$	21	.20	ja	.57	ja
	$unauffälligesLV_{HRT_{t3}}$	132	<.05	nein	.13	ja
H2e / EF3e	SOZIALVERHALTEN (SV) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
	$niedrigesSV_{HRT_{t1}}$	20	.08	ja	<.01	nein
	$unauffälligesSV_{HRT_{t1b}}$	155	<.001	nein	<.001	nein

Fortsetzung Tabelle nächste Seite

Fortsetzung Tabelle

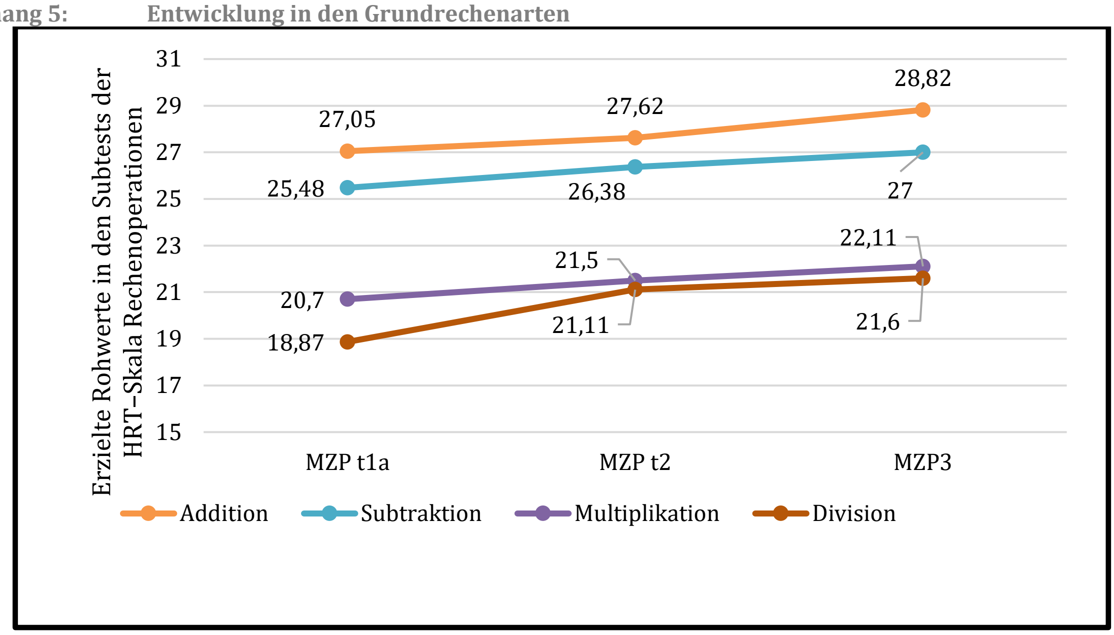
Hypothese / Explorative Frage	Bereich	n	Kolmogorov-Smirnov		Shapiro-Wilk	
			p	normalverteilt	p	normalverteilt
	SOZIALVERHALTEN (SV) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
H2e / EF3e	$niedrigesSV_{HRT_{t2}}$	17	.20	ja	.70	ja
	$unauffälligesSV_{HRT_{t2}}$	140	<.05	nein	<.01	nein
	$niedrigesSV_{HRT_{t3}}$	13	.16	ja	.38	ja
	$unauffälligesSV_{HRT_{t3}}$	140	<.05	nein	.05	ja
	SOZIALE HERKUNFT (SH) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
H2f / EF3f	$niedrigeSH_{HRT_{t1a}}$	140	<.01	nein	<.001	nein
	$hoheSH_{HRT_{t1a}}$	160	<.001	nein	<.001	nein
	$niedrigeSH_{HRT_{t2}}$	148	<.05	nein	<.01	nein
	$hoheSH_{HRT_{t2}}$	154	<.001	nein	<.01	nein
	$niedrigeSH_{HRT_{t3}}$	145	<.05	nein	.35	ja
	$hoheSH_{HRT_{t3}}$	142	<.01	nein	<.05	nein
	MIGRATIONSHINTERGRUND (MH) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
H2g / EF3g	$MH_{HRT_{t1a}}$	98	<.05	nein	<.001	nein
	$keinMH_{HRT_{t1a}}$	195	<.01	nein	<.01	nein
	$MH_{HRT_{t2}}$	90	<.001	nein	<.01	nein
	$keinMH_{HRT_{t2}}$	186	.20	ja	.30	ja
	$MH_{HRT_{t3}}$	97	<.05	nein	.17	ja
	$keinMH_{HRT_{t3}}$	199	<.01	nein	.13	ja

Fortsetzung Tabelle nächste Seite

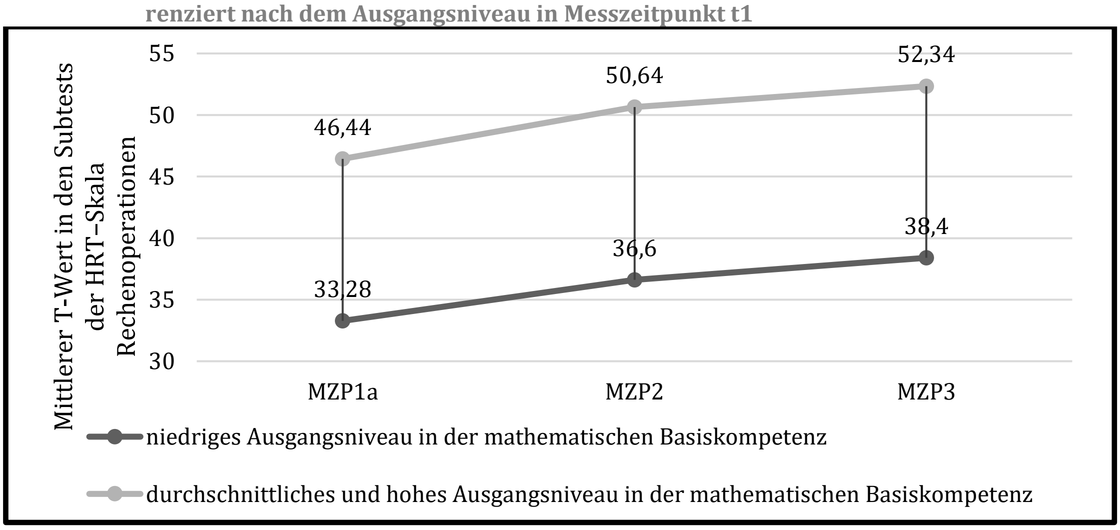
Fortsetzung Tabelle

Hypothese / Explorative Frage	Bereich	n	Kolmogorov-Smirnov p	Kolmogorov-Smirnov normalverteilt	Shapiro-Wilk p	Shapiro-Wilk normalverteilt
	SCHULFORM (OBS = OBERSCHULE, IGS = INTEGRIERTE GESAMTSCHULE) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
H2h / EF3h	$OBS_{HRT_{t_{1a}}}$	87	.05	ja	<.01	nein
	$IGS_{HRT_{t_{1a}}}$	272	<.001	nein	<.001	nein
	$OBS_{HRT_{t_2}}$	74	.20	ja	<.01	nein
	$IGS_{HRT_{t_2}}$	261	<.01	nein	<.001	nein
	OBS_{HRT_3}	78	.20	ja	.29	ja
	IGS_{HRT_3}	250	<.05	nein	<.05	nein
	LEISTUNGSHETEROGENITÄT DER KLASSE (LH) / MATHEMATISCHE BASISKOMPETENZ					
H2i / EF3i	$niedrigeLH_{HRT_{t_{1a}}}$	180	<.001	nein	<.001	nein
	$hoheLH_{HRT_{t_{1a}}}$	177	<.01	nein	<.05	nein
	$niedrigeLH_{HRT_{t_2}}$	161	<.05	nein	<.05	nein
	$hoheLH_{HRT_{t_2}}$	161	.20	ja	<.01	nein
	$niedrigeLH_{HRT_3}$	155	<.05	nein	<.001	nein
	$hoheLH_{HRT_3}$	161	.20	ja	.24	ja

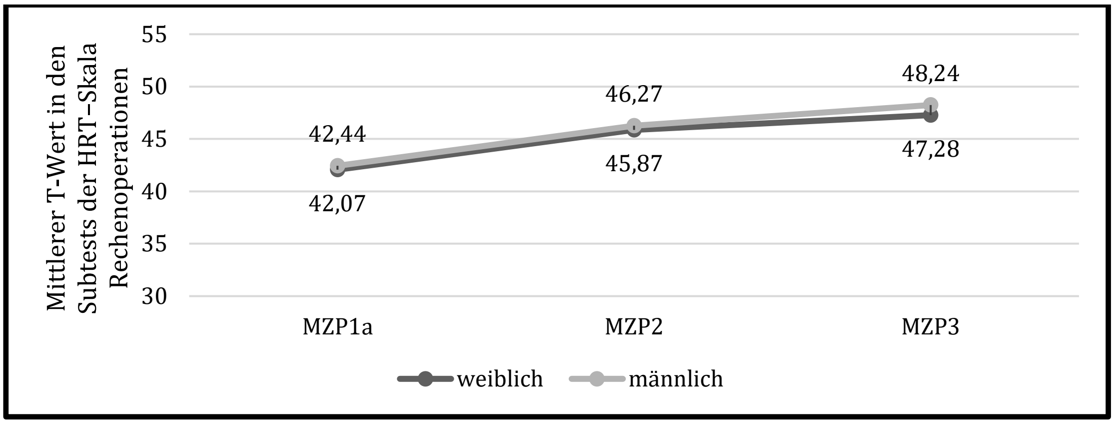
Anhang 5: **Entwicklung in den Grundrechenarten**



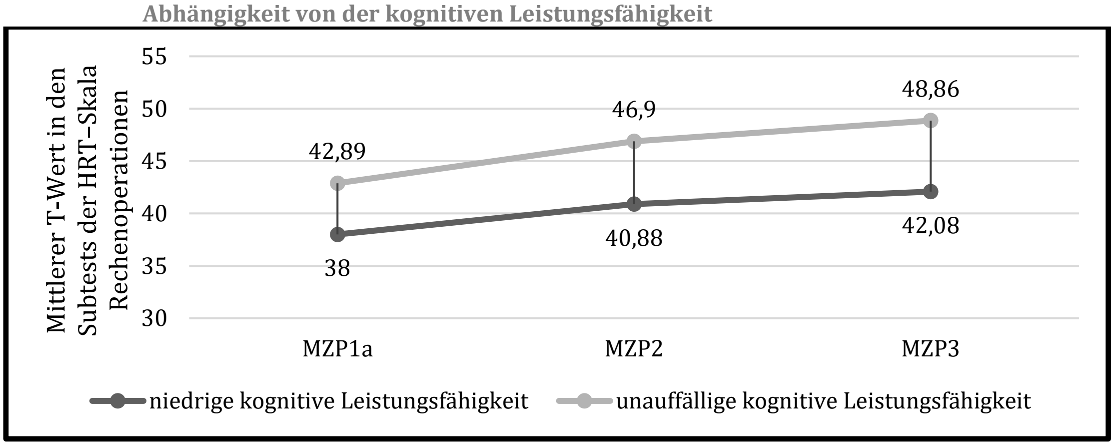
Anhang 6: **Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe differenziert nach dem Ausgangsniveau in Messzeitpunkt t1**



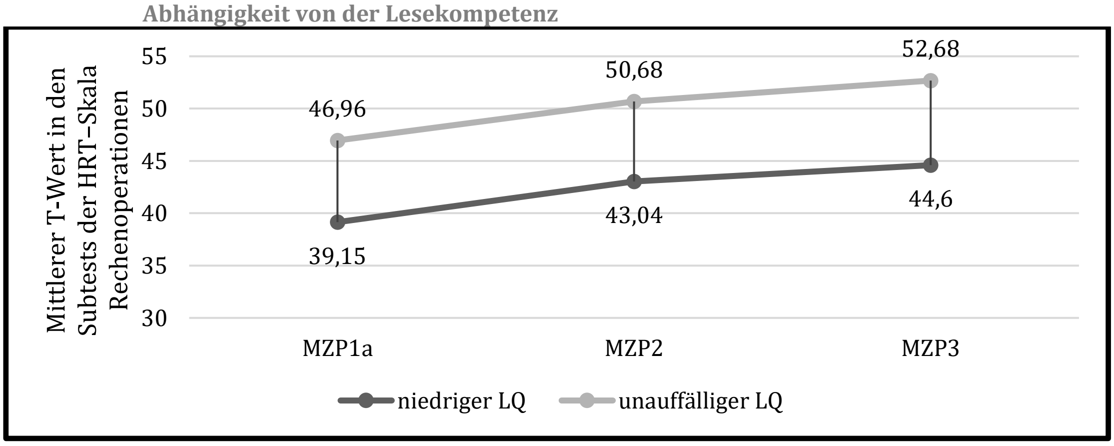
Anhang 7: **Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe differenziert nach dem Geschlecht**



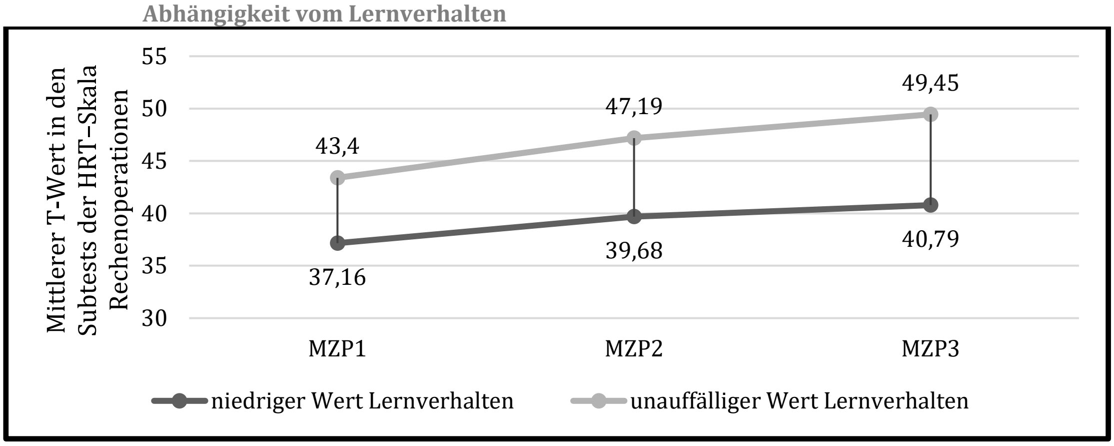
Anhang 8: **Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in Abhängigkeit von der kognitiven Leistungsfähigkeit**



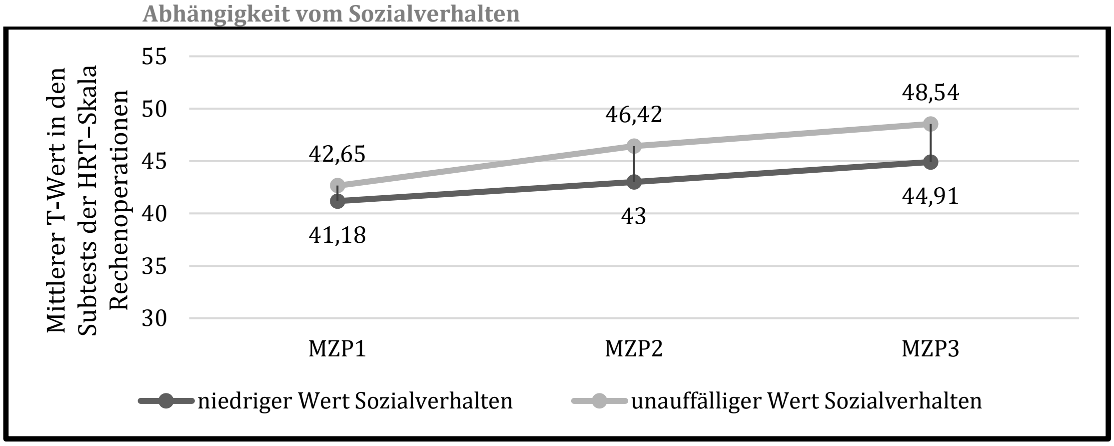
Anhang 9: **Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in Abhängigkeit von der Lesekompetenz**



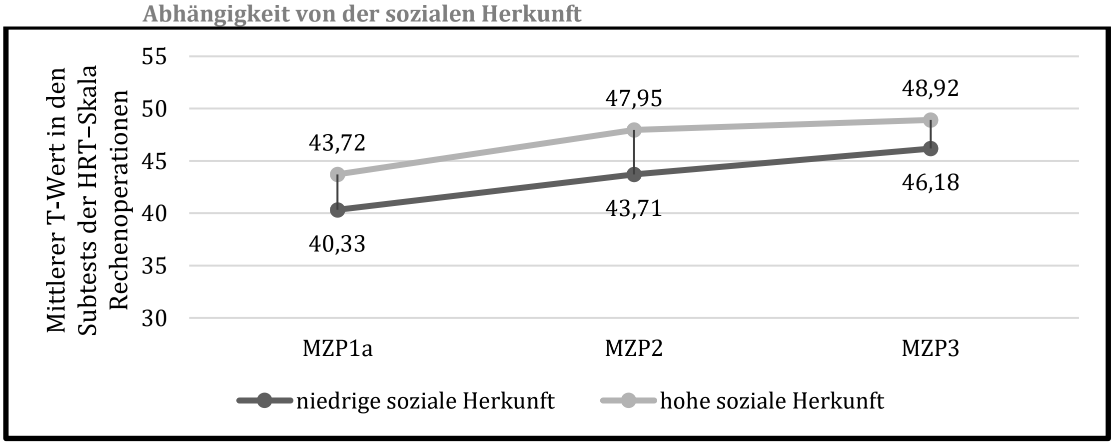
Anhang 10: **Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in Abhängigkeit vom Lernverhalten**



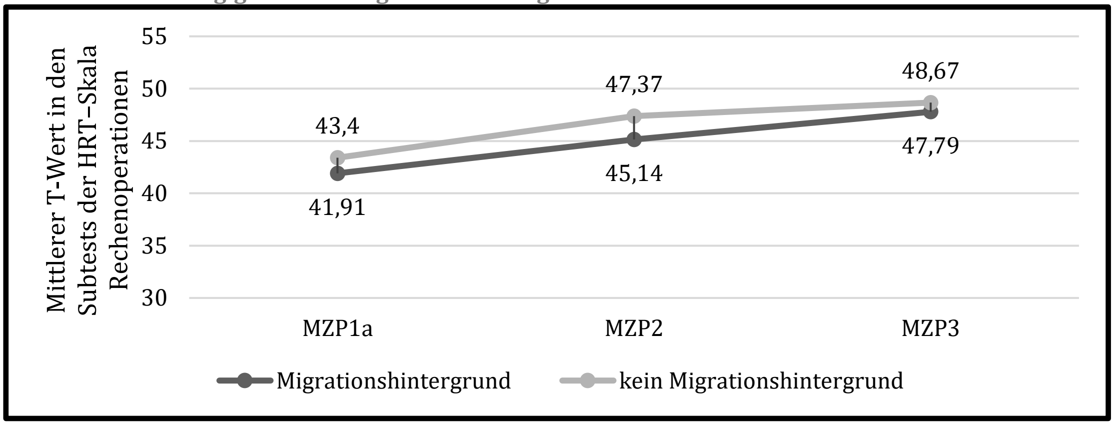
Anhang 11: **Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in Abhängigkeit vom Sozialverhalten**



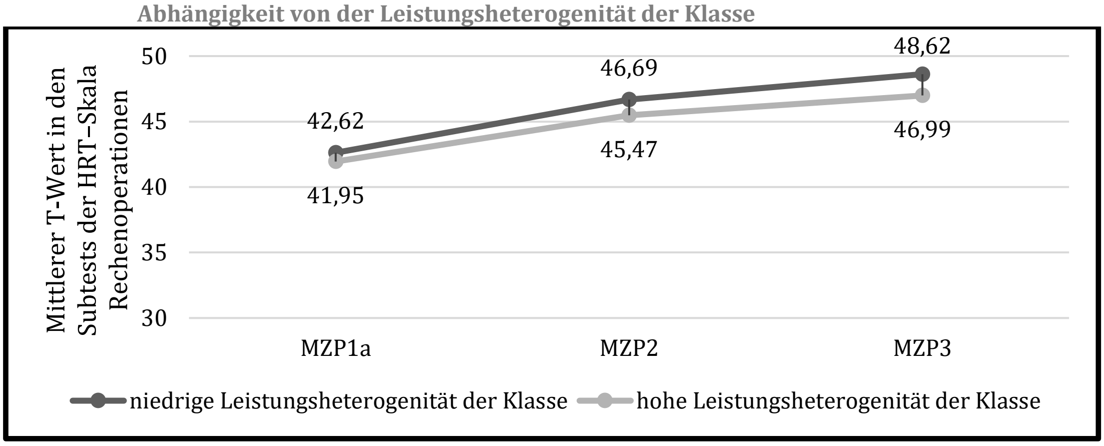
Anhang 12: **Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in Abhängigkeit von der sozialen Herkunft**



Anhang 13: **Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in Abhängigkeit vom Migrationshintergrund**



Anhang 14: **Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen innerhalb der fünften Jahrgangsstufe in Abhängigkeit von der Leistungsheterogenität der Klasse**



Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Dissertation mit dem Titel

Faktoren der Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen

Eine Untersuchung mit Schülerinnen und Schülern
der fünften Jahrgangsstufe
an Integrierten Gesamtschulen und Oberschulen

selbstständig verfasst und deren Inhalt nicht bereits für eine Diplom-, Bachelor- oder Masterarbeit verwendet habe. Die benutzten Hilfsmittel habe ich vollständig angegeben.

Hiermit versichere ich, dass die Leitlinien guter wissenschaftlicher Praxis an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg befolgt worden sind.

Oldenburg, 05.02.2018