

Stabilisierung der Ausgangsleistung eines resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers

Vom Fachbereich Physik der Universität Oldenburg
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)
angenommene Dissertation

von

Falk Lange

geboren am 20.2.1971
in Karl-Marx-Stadt

Erstgutachter: Prof. Dr. Jürgen Parisi
Zweitgutachter: priv.-Doz. Dr. Achim Kittel

Tag der Disputation: 16.10.2002

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Physikalische Grundlagen	5
1.1 Der kohärent optische Verstärker	6
1.2 Der Fabry-Perot-Resonator	9
1.3 Der Laser	14
1.4 Die nichtlinear optische Frequenzwandlung	17
2 Modellierung der Dynamik	23
2.1 Überblick	24
2.2 Die mikroskopischen Ratengleichungen	25
2.2.1 Die stationären Zustände des unverdoppelten Multi-Mode-Lasers	29
2.3 Die makroskopischen Ratengleichungen	32
2.3.1 Der unverdoppelte Single-Mode-Laser	35
2.3.2 Die Regelung des unverdoppelten Single-Mode-Lasers	38
2.3.3 Die stationären Zustände des unverdoppelten Multi-Mode-Lasers	44
2.3.4 Der verdoppelte Multi-Mode-Laser	46
2.3.5 Die Regelung des verdoppelten Multi-Mode-Lasers	53
3 Experimenteller Teil	57
3.1 Der Laser	58
3.2 Die Datenaufnahme	62
3.3 Interpretation der Modenspektren	64
3.4 Die elektrische Realisierung der Regelung	66

3.5	Der unverdoppelte Single-Mode-Laser	69
3.6	Der unverdoppelte Multi-Mode-Laser	79
3.7	Der verdoppelte Laser	82
3.7.1	Stationarität und Reproduzierbarkeit	82
3.7.2	Die Dynamik des verdoppelten Lasers	86
3.7.3	Die Stabilisierung des verdoppelten Lasers	97
	Zusammenfassung und Ausblick	107
	Literaturverzeichnis	109
	A Variable und Parameter	113

Einleitung

Laser haben in weite Bereiche der Technik Einzug gehalten. Die hohe spektrale Reinheit der von Lasern emittierten Strahlung in Kombination mit hohen Leistungsdichten macht man sich unter anderem in der Medizintechnik und bei der Materialbearbeitung zunutze, während in verschiedenen Bereichen der optischen Meßtechnik insbesondere die ausgezeichneten Kohärenzeigenschaften von Laserlicht ausgenutzt werden. Eine weitere technische Anwendung von Lasern, der zukünftig ein bedeutendes wirtschaftliches Potential eingeräumt wird, ist die eines Laser-Displays. Das Prinzip der Laser-Display-Technologie unterscheidet sich von dem konventioneller Kathodenstrahlröhren darin, daß anstelle des Elektronenstrahls das gebündelte Licht einer Laserquelle zum Bildaufbau verwendet wird. Im Vergleich zu den meisten anderen bildgebenden Verfahren bietet die Laser-Display-Technologie den prinzipiellen Vorteil der freien Skalierbarkeit des Bildformates, da der Abstand zwischen Projektoreinheit und Schirm in gewissen Grenzen frei gewählt werden kann. Für die Realisierung eines Farb-Laser-Displays benötigt man drei Laserquellen mit Emissionswellenlängen im roten, grünen und blauen spektralen Bereich. Bei geeigneter Wahl der Emissionswellenlängen können eine ausgezeichnete Farbbrillanz und ein hoher Kontrast des Bildes erreicht werden. In einem Laser-Display können hinsichtlich der technischen Anforderungen prinzipiell alle Lasertypen eingesetzt werden, die bei den entsprechenden Wellenlängen hinreichend große Leistungen emittieren. Allerdings scheidet im Hinblick auf den Wirkungsgrad¹, den Wartungsaufwand und die mechanischen Dimensionen eine Reihe von Lasertypen für den kommerziellen Einsatz auf dem Heimanwendersektor aus. Aktuell gelten Laserdioden als Lichtquellen im Roten und Festkörperlaser für die Farben Grün und Blau als die geeignetsten Kandidaten. Mit Festkörperlasern lassen sich bei kompakten Abmessungen des Systems hohe Ausgangsleistungen bei einem vergleichsweise hohen Wirkungsgrad realisieren [13]. Insbesondere Nd:YAG-Laser mit einer Emissionswellenlänge von 1064nm im Infraroten werden seit vielen Jahren für die verschiedensten Anwendungen eingesetzt und erfreuen sich aufgrund dessen eines hohen Entwicklungsstandes und ausgereifter Fertigungstechnologien. Der grüne und blaue Spektralbereich wurde unter anderen

¹im Sinne des Verhältnisses zwischen der elektrischen Leistung, die notwendig ist, um den Laser zu betreiben, und der ausgekoppelten optischen Leistung

für Nd:YAG-Laser durch eine Kombination mit optisch nichtlinearen Kristallen erschlossen, wodurch ihr Einsatz in Laser-Displays ermöglicht wurde.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Dynamik eines resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers als Quelle für Licht mit einer Wellenlänge von 532nm im grünen Spektralbereich untersucht. Die Frequenzwandlung wurde durch einen nichtlinear-optischen KTP-Kristall realisiert. Die Effizienz der frequenzwandelnden Prozesse, die Summenfrequenzbildung und die Frequenzverdopplung, wächst mit zunehmender Dichte der optischen Leistung im nichtlinear-optischen Kristall. Da die Leistungsdichte im Resonator um Größenordnungen höher ist als außerhalb, ist es unter diesem Aspekt sinnvoll, den Kristall innerhalb des optischen Resonators des Lasers zu positionieren. Auf diese Weise hat man effektive Effizienzen der Umwandlung von optischer Leistung aus dem infraroten in den grünen Spektralbereich von bis zu 50% erreicht [32], und auf der Basis von diodengepumpten Festkörperlasern lassen sich Systeme mit einem Gesamtwirkungsgrad von mehreren Prozent realisieren [32] — zum Vergleich: der Wirkungsgrad von Gaslasern liegt typischerweise unter einem Prozent. Berücksichtigt man zudem, daß sich mit resonatorintern frequenzverdoppelten Festkörperlasern Ausgangsleistungen von mehreren Watt bei vergleichsweise geringen Abmessungen des Gesamtsystems erzielen lassen, wird das große technische Potential dieses Lasertyps offenbar.

Wenn mehrere Moden des Lasers angeschwungen sind, bringt die resonatorinterne Frequenzverdopplung unter technischen Gesichtspunkten einen entscheidenden Nachteil mit sich: Der nichtlinear-optische Prozeß der Summenfrequenzbildung bewirkt eine Kopplung der aktiven Resonatormoden. In Kombination mit einem zweiten Kopplungsmechanismus, aufgrund der Konkurrenz der Moden um angeregte Zustände im optisch aktiven Material des Lasers, führt die Modenkopplung durch Summenfrequenzbildung im allgemeinen zu einer Destabilisierung des dynamischen Gleichgewichtes der Lasermoden. Die Folge sind Fluktuationen der Ausgangsleistung — das vom Laser emittierte Licht *flackert*. Die Frequenz dieser Fluktuationen reicht von wenigen Hertz bis in den Megahertzbereich bei einem Dynamikumfang von bis zu 100 %. Erstmalig dokumentiert wurde dieses Phänomen unter der Bezeichnung *The Green Problem* durch Baer im Jahre 1986 [5]. Das Ziel der vorliegenden Arbeit bestand darin, ein im Hinblick auf die Massenfertigung von resonatorintern frequenzverdoppelten Festkörperlasern praktikables Verfahren zur Beseitigung der Intensitätsfluktuationen zu finden und zu realisieren.

Aufgrund des großen technischen Potentials von resonatorintern frequenzverdoppelten Festkörperlasern, das angesichts des Grünproblems nicht ausgeschöpft werden kann, gab es parallel zu den Bemühungen um das Verständnis zum Ursprung der Intensitätsfluktuationen eine Reihe von Vorschlägen zu deren Unterdrückung. Diesbezüglich ist zwischen zwei grundlegend verschiedenen Ansätzen zu unterscheiden: Eine Möglichkeit, die Fluktuationen zu eliminieren, besteht darin, in

die Optik des Lasers einzugreifen, um den Prozeß der Summenfrequenzbildung abzuschwächen oder auszuschalten. Dies kann man durch das Einbringen von doppelbrechenden Elementen in den Resonator, verbunden mit einer speziellen Ausrichtung der Polarisationsrichtungen dieser doppelbrechenden Kristalle zueinander, erreichen [2] [3] [22] [23] [32] [35] [36] [55]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde dieses Verfahren nicht untersucht, da insbesondere der hohe Justageaufwand mit den Anforderungen einer automatisierten Massenproduktion unvereinbar ist.

Der zweite, allgemeinere Ansatz zielt auf die Stabilisierung des Systems durch ein regulierendes Signal, im folgenden als Stellgröße bezeichnet, ab, das der Dynamik des Systems aufgeprägt wird. Der Erfolg dieses Vorgehens setzt voraus, daß der Dynamik einfache Gesetzmäßigkeiten zugrunde liegen. Man bezeichnet Systeme, bei denen dies der Fall ist, als niederdimensional deterministische Systeme. Der Ansatz basiert darauf, daß der Dynamik eines deterministischen Systems eine unendlich große Zahl qualitativ verschiedener dynamischer Zustände innewohnt. In welchem dieser Zustände sich das System aufhält, hängt von der Stabilität der einzelnen Zustände ab. Diese wiederum ist abhängig von der Konstellation der Systemparameter. Befindet sich das System in einem instabilen Zustand, genügt eine infinitesimal kleine Störung, um das System von diesem Zustand abzubringen. Ist der aktuelle Systemzustand stabil, relaxiert das System nach einer Störung zurück auf diesen. Das Ziel des Regeleingriffs besteht darin, die Stabilität instabiler Systemzustände zu erhöhen. Neben den Methoden der klassischen Regelungstechnik, die speziell auf die Stabilisierung instabiler Gleichgewichtszustände ausgerichtet sind, wurden im Zusammenhang mit der Erforschung der chaotischen Dynamik von deterministischen Systemen mehrere allgemeinere nicht-klassische Regelverfahren vorgestellt. Zwei der wichtigsten Methoden zur Stabilisierung der Dynamik von nichtlinear dynamischen Systemen sind die Regelung durch zeitkontinuierlich proportionale Rückkopplung nach Pyragas [41] und die zeitdiskrete Regelung nach Ott, Grebogi und Yorke [37] [38]. Bei beiden Regelmethode wird die Stellgröße aus dem zeitlichen Verlauf von einer der Systemvariablen gewonnen, wobei besondere Kenntnisse über die Gesetzmäßigkeiten, die der Dynamik des Systems zugrunde liegen, nicht erforderlich sind. Die Einkopplung der Stellgröße ins System kann sowohl direkt, als auch über einen der Systemparameter erfolgen. Damit die Stellgröße den stabilisierenden Effekt auf den angestrebten Sollzustand bewirkt, muß ein im allgemeinen mehrdimensionaler Satz von Regelparametern angepaßt werden. Da generell systemeigene Zustände stabilisiert werden, verschwindet die Stellgröße, wenn sich das System im Sollzustand befindet. Unter dem Aspekt der technischen Umsetzung sind sowohl die klassischen als auch die nicht-klassischen Regelmethode interessant, da der technische Aufwand für deren Implementierung relativ gering ist. Dies hängt damit zusammen, daß die Berechnung der Stellgröße im allgemeinen mittels elektronischer Schaltungen implementiert wird. Die elektronische Realisierung bringt

darüber hinaus den Vorteil, daß sich die Regelparameter den speziellen Anforderungen des individuellen Systems problemlos anpassen lassen.

Die deterministische Natur der Dynamik des resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers ist durch eine große Zahl theoretischer und experimenteller Arbeiten belegt. Stellvertretend sei in diesem Zusammenhang auf die *Pionierarbeit* von Baer verwiesen [5]. Daß die Intensitätsfluktuationen von resonatorintern frequenzverdoppelten Lasern mittels nicht-klassischer zeit-diskreter Regelmethode stabilisiert werden können, wurde erstmals durch die Gruppe um Roy sowohl theoretisch als auch experimentell nachgewiesen [10] [11] [17] [24] [42] [44]. Im Rahmen dieser Arbeit war ursprünglich geplant, erstmals die nicht-klassische, zeitkontinuierliche Regelung durch proportionale Rückkopplung auf den resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Laser anzuwenden. Jedoch haben theoretische Untersuchungen gezeigt, daß die Verwendung eines klassischen Regelverfahrens speziell für die Stabilisierung instabiler Gleichgewichtszustände des Lasers aussichtsreicher ist.

Die Arbeit gliedert sich in drei Kapitel. Im ersten Kapitel werden wichtige Begriffe und grundlegende Prinzipien der Lasertechnik und der nichtlinearen Optik eingeführt. Im zweiten Kapitel wird ein Modell zur Beschreibung der Dynamik des resonatorintern frequenzverdoppelten Festkörperlaser vorgestellt. Insbesondere wird die Dynamik des Lasers in der Umgebung des Gleichgewichtszustandes diskutiert. In diesem Zusammenhang werden die Stabilitätseigenschaften des Lasers, sowohl frei laufend als auch unter der Wirkung einer Stellgröße, untersucht. Die Diskussion wird im Hinblick auf die experimentelle Modellverifikation zunächst auf den nicht-frequenzverdoppelten Single-Mode-Laser beschränkt und im Verlauf des Kapitels auf den frequenzverdoppelten Laser ausgeweitet. Im dritten Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse vorgestellt und diskutiert.

Kapitel 1

Die physikalischen Grundlagen des resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers

Im einleitenden Kapitel dieser Arbeit werden die physikalischen Mechanismen vorgestellt, auf denen die Funktion eines frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers basiert. Für ein vertiefendes Studium der in diesem Kapitel nur oberflächlich angeschnittenen Themen sei der Leser auf die folgenden Werke verwiesen: [14] [45] (Optik / Photonik allgemein) [50] [51] (Grundlagen Laserphysik). Das Kapitel ist in vier Abschnitte gegliedert: Im Abschnitt 1.1 werden die drei Möglichkeiten der Wechselwirkung von Licht mit Materie vorgestellt. Darauf aufbauend wird in diesem Abschnitt die Funktionsweise eines optischen Verstärkers beschrieben, der eine der beiden Komponenten eines Lasers bildet. Die zweite funktionale Komponente ist der optische Resonator, auf dessen Funktionsweise und Kenngrößen im Abschnitt 1.2 eingegangen wird. Im Zusammenspiel bilden der optische Verstärker und der Resonator einen Laser. Für die Funktion eines Lasers müssen bestimmte Voraussetzungen erfüllt sein, diese werden im Abschnitt 1.3 motiviert. In diesem Zusammenhang wird das Anschwingverhalten von Lasermode allgemein beschrieben. Der letzte Abschnitt dieses einleitenden Teils ist der Beschreibung der Grundlagen der nichtlinear optischen Frequenzwandlung sowie den Details der technischen Realisierung im resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Laser gewidmet.

1.1 Der kohärent optische Verstärker

Photonen können auf drei fundamental verschiedene Arten mit zwei Energieniveaus eines Atoms oder Moleküls in Wechselwirkung treten: Wird aufgrund des Übergangs eines angeregten Elektrons in einen Zustand niedrigerer Energie ein Photon ausgesandt, spricht man von spontaner Emission. Unter Absorption versteht man den Übergang eines Elektrons aus einem energetisch niedriger gelegenen in ein energetisch höher gelegenes Energieniveau unter Aufnahme eines Photons entsprechender Energie. Bei dem der Absorption komplementären Prozeß der stimulierten Emission wird ein angeregtes Elektron durch ein Photon geeigneter Energie zu einem Übergang in einen Zustand niedrigerer Energie veranlaßt. Durch den Übergang des Elektrons wird ein Photon emittiert, das exakt dieselben Eigenschaften des stimulierenden Photons besitzt. Im Wellenbild sind dies die Ausbreitungsrichtung, die Polarisierung, die Frequenz und die Phase. Aufgrund von lawinenartig ausgelösten stimulierten Emissionen erreicht man in einem Ensemble angeregter Elektronen eine phasenrichtige (kohärente) Verstärkung der Amplitude einer elektromagnetischen Welle, die sich in dem entsprechenden Medium ausbreitet. Auf der Verstärkung von Licht durch stimuliert emittierte Strahlung (im Englischen **L**ight **A**mplification by the **S**timulated **E**mission of **R**adiation) basiert die Funktionsweise von kohärent-optischen Verstärkern, im folgenden auch als LASER-Verstärker bezeichnet¹. Die Wahrscheinlichkeit für die Anregung eines Elektrons durch Absorption ist gleich der Wahrscheinlichkeit für den Übergang eines Elektrons durch stimulierte Emission. Damit eine elektromagnetische Welle bei der Ausbreitung im Medium eine Verstärkung erfährt, ist es daher notwendig, daß sich mehr Elektronen im oberen Energieniveau befinden als im unteren. Im thermodynamischen Gleichgewicht ist diese Bedingung nicht erfüllt, so daß die Absorption den Prozeß der stimulierten Emission überwiegt. Die Amplitude einer elektromagnetischen Welle wird demzufolge (und erfahrungsgemäß) bei der Ausbreitung in einem Medium, das sich im thermodynamischen Gleichgewicht befindet, gedämpft. Um einen Nichtgleichgewichtszustand, die so genannte Besetzungszahlinversion, in einem optischen Medium herzustellen und aufrechtzuerhalten, muß dem atomaren System Energie zugeführt werden. Elektronen müssen aus dem Grundzustand in energetisch höher gelegene Energieniveaus angeregt (gepumpt) werden. Beim Pumpen bedient man sich zusätzlicher Energieniveaus, um die Energiezufuhr im Hinblick auf eine maximale Besetzungszahlinversion optimal zu gestalten. Dabei spielen die Verweildauern der angeregten Elektronen auf den entsprechenden Energieniveaus eine besondere Rolle. Man unterscheidet mit Bezug auf die Anzahl der in den Pump- und LASER-Prozeß involvierten Energieniveaus (oder Energiebänder) zwischen Drei- und Vier-Niveau-Prozessen. In der Abb. 1.1 sind die energetischen Übergänge eines Verstärkungsprozesses,

¹Im folgenden wird im Text 'LASER' im Sinnes eines physikalischen Prozesses durch Großbuchstaben vom 'Laser' im Sinne eines technischen Gerätes unterschieden.

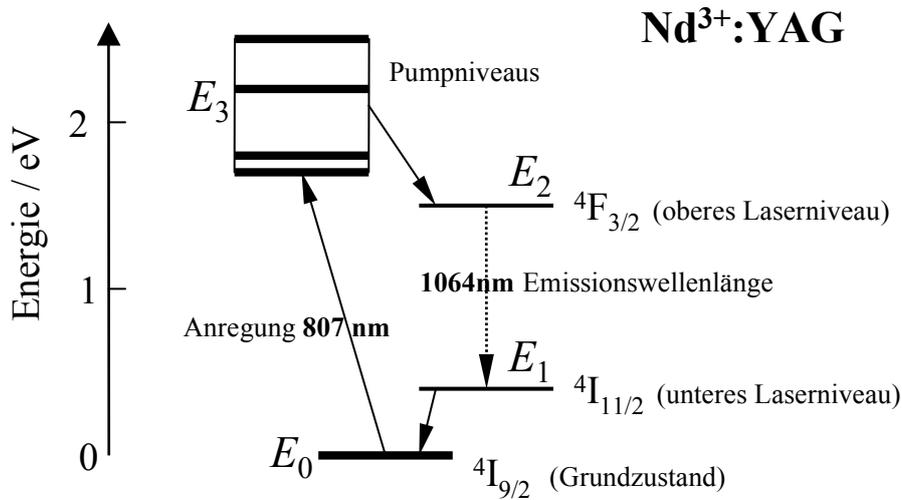


Abbildung 1.1: Vier-Niveau-Schema am Beispiel von Nd³⁺:YAG (Neodym-Yttrium-Aluminium-Garnet).

bei dem vier Energieniveaus beteiligt sind, am Beispiel von Nd:YAG als optisch aktives Material schematisch dargestellt. Zunächst werden die Elektronen vom Grundniveau E_0 auf ein Pumpniveau E_3 angeregt. Von diesem Pumpniveau gehen die Elektronen auf das obere LASER-Niveau E_2 über. Der im kohärent-optischen Verstärker ausgebeutete Übergang wird durch das obere und untere LASER-Niveau E_2 bzw. E_1 aufgespannt. Von besonderer Bedeutung für die Funktion des Vier-Niveau-Verstärkers ist, daß die Verweildauer der Elektronen auf dem unteren LASER-Niveau kurz verglichen mit der auf dem oberen LASER-Niveau ist. Unter der Voraussetzung, daß die thermische Besetzung des unteren LASER-Niveaus klein genug ist, kann E_1 im Vergleich zu E_2 als praktisch unbesetzt angesehen werden. Damit ist eine Besetzungszahlinversion schon bei sehr kleinen Pumpraten gewährleistet, was zu einer hohen Effizienz des Verstärkungsprozesses führt. Das Drei-Niveau-Schema unterscheidet sich vom Vier-Niveau-Schema dadurch, daß das untere LASER-Niveau E_1 mit dem Grundzustand E_0 zusammenfällt. Da der Grundzustand im thermodynamischen Gleichgewicht vergleichsweise stark besetzt ist, muß eine wesentlich höhere Pumpleistung als beim Vier-Niveau-Verstärker aufgebracht werden, um die Besetzungszahlinversion herzustellen.

Die Verstärkung g eines kohärent-optischen Verstärkers wächst proportional mit der Wahrscheinlichkeit für die stimulierte Emission eines Photons. Diese Wahrscheinlichkeit im speziellen und die Stärke der Wechselwirkung zwischen elektromagnetischer Strahlung und einem atomaren Übergang im allgemeinen sind frequenzabhängig und werden durch den Wirkungsquerschnitt quantifiziert. Der Wirkungsquerschnitt eines atomaren oder molekularen Übergangs fällt symmetrisch um eine Resonanzfrequenz ν_0 zu großen und kleinen Frequenzen hin ent-

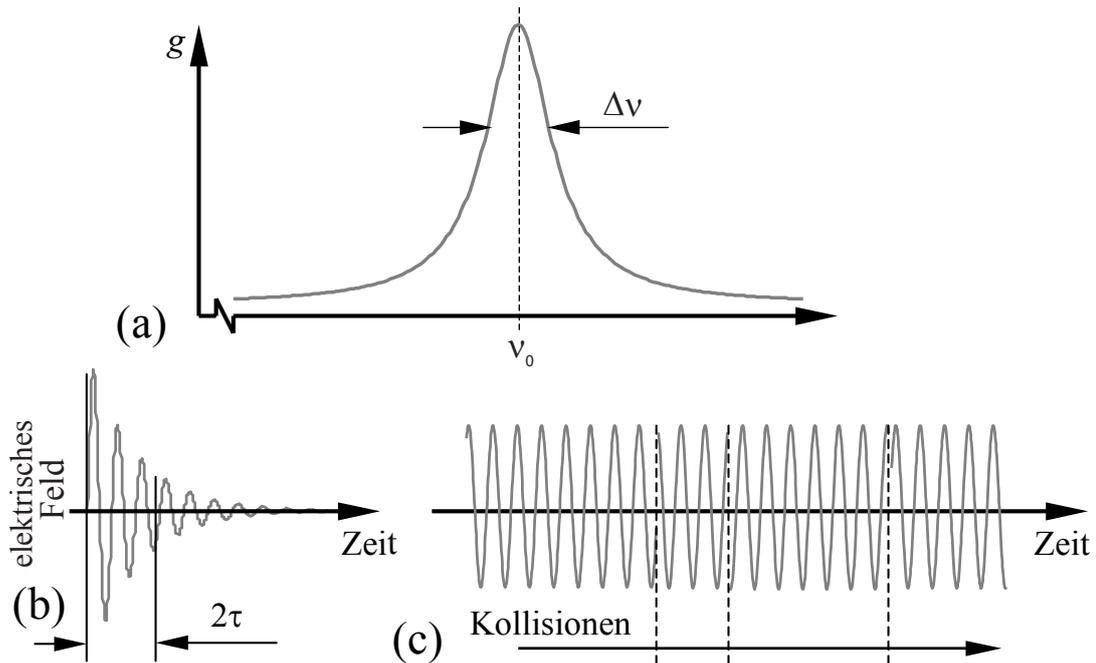


Abbildung 1.2: Ursachen für die Verbreiterung eines atomaren Übergangs: Die endliche Verweildauer des Elektrons im angeregten Zustand hat einen exponentiellen Abfall der Feldstärke der emittierten elektromagnetischen Welle zur Folge, Abb. (b). Stöße zwischen den Atomen mit anderen Atomen oder Phononen führen zu Phasensprüngen im zeitlichen Verlauf der emittierten Strahlung, Abb. (c). Die Fouriertransformation sowohl des einen als auch des anderen zeitlichen Verlaufes führt auf ein Lorentz-glockenförmiges Spektrum der Verstärkung g , Abb. (a). Die Bandbreite $\Delta\nu$ hängt von der mittleren Verweildauer τ bzw. der mittleren Stoßrate ab.

sprechend dem Profil einer Lorentzkurve ab. Man spricht aus diesem Grund von der spektralen Linie eines atomaren Übergangs. In der Abb. 1.2 (a) ist der resultierende Verlauf der Verstärkung eines kohärent-optischen Verstärkers über der Frequenz dargestellt. Die Resonanzfrequenz ν_0 des atomaren Übergangs ergibt sich aus der Energiedifferenz zwischen dem oberen und dem unteren LASER-Niveau, $E_2 - E_1 = h\nu_0$. Die Bandbreite der Verstärkung entspricht der Halbwertsbreite der Spektrallinie. Sie ist fundamental nach unten durch die Lebensdauer der Elektronen auf den LASER-Niveaus begrenzt. Die Gestalt der Verstärkungskurve ergibt sich dabei formal durch Fouriertransformation des zeitlichen Verlaufes des beim Übergang emittierten elektromagnetischen Feldes. Das durch den Übergang eines einzelnen Elektrons emittierte elektromagnetische Feld klingt in einer gedämpften harmonischen Oszillation ab, siehe Abb. 1.2 (b). Die entsprechende Fouriertransformierte entspricht einer lorentzischen Glockenfunktion. Mit zunehmender Lebensdauer sinkt die Bandbreite der Verstärkung. Unter gewöhnlichen Betriebs-

bedingungen übersteigt die Bandbreite von realen kohärent-optischen Verstärkern die fundamentale Bandbreite in der Regel um Größenordnungen. So führen verschiedene Prozesse zu einer Verbreiterung der Linie eines atomaren Übergangs: Statistisch auftretende elastische oder inelastische Stöße zwischen Atomen, Molekülen oder Phononen beispielsweise, resultieren in zufälligen Phasensprüngen im zeitlichen Verlauf der emittierten Wellenpakete, siehe Abb. 1.2 (c). Diese Phasensprünge bewirken eine so genannte thermische (oder homogene) Verbreiterung der Linie, während beispielsweise die Doppler-Verschiebungen der Resonanzfrequenz in Gasen zu einer inhomogenen Verbreiterung des Übergangs führen.

Im Laser, dessen Dynamik in dieser Arbeit untersucht wurde, dient Neodym in Form von ionischen Verunreinigungen eines Granat-Kristalls ($\text{Nd}_x\text{Y}_{3-x}\text{Al}_5\text{O}_{12}$) — gewöhnlich geschrieben $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ oder $\text{Nd}:\text{YAG}$ — als ein Vier-Niveau-Verstärker im nahen infraroten Spektralbereich. In der Abb. 1.1 ist das entsprechende Niveauschema dargestellt [45]. Das optisch aktive Medium wird auf einer von 4 Absorptionsbanden optisch bei einer Wellenlänge von 807nm gepumpt. Das untere Laserniveau E_1 befindet sich etwa 0,2eV über der Energie des Grundzustandes E_0 . Die Energie E_1 liegt bei Raumtemperatur deutlich über $k_B T = 0,03\text{eV}$, so daß die thermische induzierte Besetzung des unteren Laserniveaus vernachlässigbar klein ist. Die Energiedifferenz der LASER-Niveaus E_1 und E_2 entspricht einer Zentralwellenlänge von $\lambda_0 = 1064\text{nm}$. Der Übergang ist homogen, durch Stöße mit Gitterphononen² verbreitert. Die Linienbreite $\Delta\nu$ beträgt 120GHz. Die auf dem Pumpniveau angeregten Elektronen zerfallen nach einer Zeit von 100ns auf das obere Laserniveau E_2 . Die Verweildauer von Elektronen auf dem oberen Laserniveau wurde mit $230\mu\text{s}$ gemessen, während die Verweildauer auf dem unteren Laserniveau E_1 lediglich 30ns beträgt. Sowohl die geringe thermische Besetzung des unteren Laserniveaus, als auch die günstigen Verhältnisse der Verweildauern auf den einzelnen Niveaus tragen zu einer effizienten Verstärkung im Nd:YAG bei.

1.2 Der Fabry-Perot-Resonator

Die Verstärkung (im Sinne des Verhältnisses zwischen der Feldstärke der austretenden Welle zur Feldstärke der eintretenden Welle), die sich mit einem kohärent-optischen Verstärker erzielen läßt, ist abgesehen von materialspezifischen Parametern und der Frequenz der elektromagnetischen Welle von zwei Größen abhängig: dem Weg, den die elektromagnetische Welle im optisch aktiven Material zurücklegt, und der Höhe der Besetzungszahlinversion, die wiederum von der Leistung bestimmt wird, mit der das optisch-aktive Material gepumpt wird. Es ist im Hinblick auf diese beiden Faktoren daher sinnvoll, einerseits das zur Verfügung

²Die typischen Zeiten der entsprechenden Gitterschwingungen liegen in der Größenordnung von 10^{-12}s .

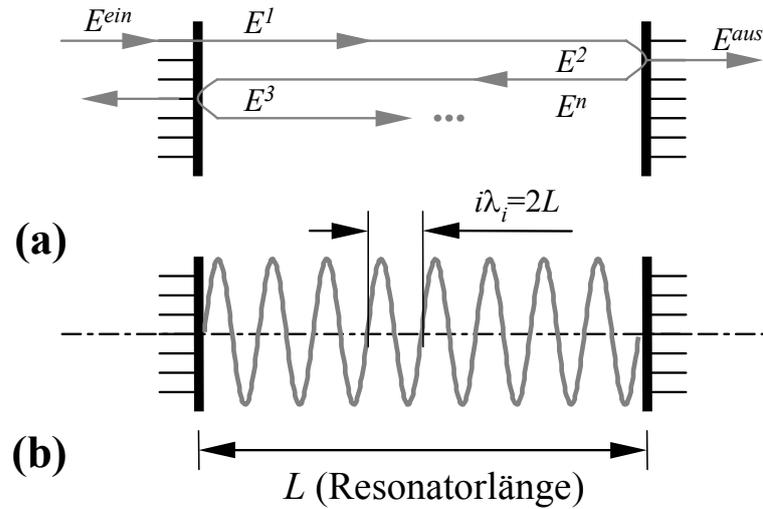


Abbildung 1.3: Prinzipielle Wirkungsweise eines Fabry-Perot-Resonators: Elektromagnetische Wellen werden zwischen zwei Spiegeln hin und her reflektiert und interferieren, Abb. (a). Genügt die Wellenlänge λ der Resonanzbedingung, $i\lambda_i = 2L_R$, geschieht die Interferenz konstruktiv, und es kommt zur Ausbildung stehender Wellen, Abb. (b).

stehende Verstärkungspotential auf elektromagnetische Wellen bestimmter Frequenzen und Ausbreitungsrichtungen zu konzentrieren und andererseits den Weg der elektromagnetischen Welle durch das Medium zu maximieren. Beiden Anforderungen wird ein frequenz- und richtungsselektiver Rückkopplungsmechanismus gerecht, der technisch durch einen optischen Resonator realisiert wird. Im einfachsten, idealisierten Fall besteht ein optischer Resonator aus zwei gegenüberliegenden, unendlich weit ausgedehnten, planparallelen Spiegeln, zwischen denen das Licht hin und her reflektiert wird, siehe Abb. 1.3 (a). Im Resonator kommt es zur Interferenz der an den Spiegeln reflektierten Anteile E^n der umlaufenden elektromagnetischen Welle. Bei bestimmten Frequenzen $\nu_i = c/\lambda_i$, den Resonanzfrequenzen, ist die Interferenz vollständig konstruktiv. Konstruktive Interferenz tritt genau dann ein, wenn die Phasenverschiebung, die eine elektromagnetische Welle während eines Resonatorumlaufs erfährt, ein ganzzahliges Vielfaches von 2π beträgt, $\mathbf{k}_i L_R = 2\pi L_R/\lambda_i = i\pi$, wobei L_R der Länge des Resonators entspricht und i eine ganze Zahl ist. Man bezeichnet elektromagnetische Wellen, die dieser Resonanzbedingung genügen, als Moden oder Eigenzustände des optischen Resonators. Die Moden eines idealen Fabry-Perot-Resonators sind stehende, ebene Wellen, siehe Abb. 1.3 (b). Die entsprechende elektrische Feldstärke ist gegeben durch

$$\mathcal{E}_i(z, t) = \text{Re}\{E_i \sin(\mathbf{k}_i z) \exp(i\omega_i t)\} \quad . \quad (1.1)$$

Durch Quadrieren der komplexen Wellenfunktion ergibt sich die Intensität \mathcal{I}_i der i 'ten Mode am Ort z des Resonators zu

$$\mathcal{I}_i(z) = I_i \frac{1}{2} \left(1 - \cos(2\mathbf{k}_i z) \right). \quad (1.2)$$

Der ortsabhängige Anteil $1/2(1 - \cos(2\mathbf{k}_i z))$ der Intensität \mathcal{I}_i wird im folgenden als Profilmfunktion $\varphi_i(z)$ bezeichnet. Den Frequenzabstand $\nu_{i+1} - \nu_i$ zwischen zwei Moden, i und $i + 1$, des Resonators bezeichnet man als Freien Spektralen Bereich ν_{FSR} . Im Fall eines idealen Fabry-Perot-Resonators ist der Freie Spektrale Bereich gegeben durch

$$\nu_{FSR} = \frac{c}{2L_R} = \frac{c_0}{2\bar{n}L_R} . \quad (1.3)$$

In Gl. (1.3) entspricht c_0 der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und \bar{n} dem mittleren Brechungsindex der Materialien, aus denen der Resonator besteht, jeweils gewichtet mit der Länge L_R . Das Produkt $\bar{n}L_R$ bezeichnet man als optische Länge des Resonators.

Während die Eigenzustände des idealen Fabry-Perot-Resonators ebene Wellen sind, führen Beugungseffekte im Fall von endlich ausgedehnten Resonatorspiegeln zur Ausbildung von Eigenzuständen mit einer transversalen Struktur, so genannten Transversalmoden. Die Form des resultierenden Strahlprofils hängt von der Resonatorgeometrie ab und wird durch die Helmholtzgleichung beschrieben. Durch die endliche Ausdehnung des optischen Resonators spalten die einzelnen longitudinalen Eigenzustände jeweils in unendlich viele transversale Eigenzustände auf. Die Resonanzfrequenzen der transversalen Eigenzustände sind abhängig von der Resonatorgeometrie und im allgemeinen verschieden voneinander. Der optische Resonator des Lasers, mit dem die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen durchgeführt wurden, bestand aus einem Planspiegel und einem Konkavspiegel, die in einem Abstand L_R zueinander plazierte wurden. Die Resonanzfrequenzen der Eigenzustände eines solchen Resonators sind gemäß [7] gegeben durch

$$\nu_{imn} = \frac{c}{2L_R} \left(i + \frac{1}{2\pi} (1 + 2(m + n)) \arccos\left(1 - \frac{2L_R}{R}\right) \right) . \quad (1.4)$$

R bezeichnet den Krümmungsradius des Konkavspiegels. Die Indizes m und n sind ganze Zahlen und bezeichnen die Ordnung der Mode in den transversalen Richtungen x und y . Geometrisch entsprechen m und n jeweils der Zahl der Knoten des elektrischen Feldes in den transversalen Richtungen x und y .

Durch doppelbrechende Materialien im Inneren eines optischen Resonators kommt es zur Polarisation der Eigenzustände entlang einer von zwei orthogonalen Polarisationseigenrichtungen. Eine Polarisationseigenrichtung zeichnet sich

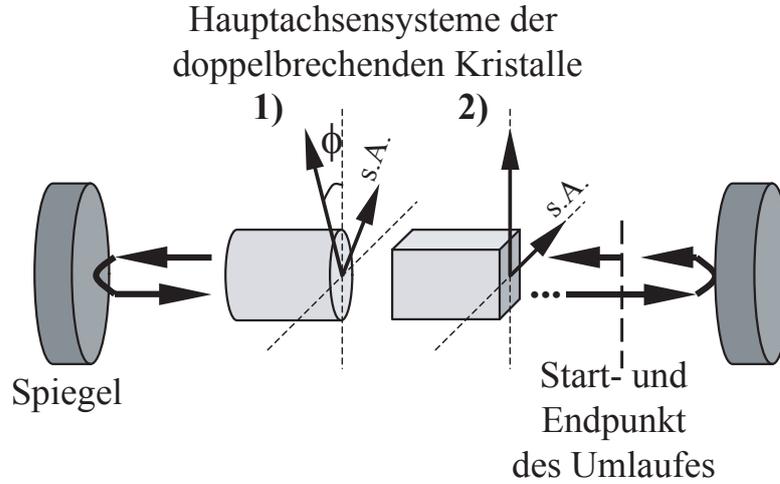


Abbildung 1.4: Schematische Darstellung eines optischen Resonators mit zwei doppelbrechenden Elementen. Eingezeichnet sind die Koordinatenachsen, entsprechend den Polarisationsrichtungen der doppelbrechenden Elemente.

dadurch aus, daß der Polarisationszustand einer entlang dieser Richtung linear polarisierten elektromagnetischen Welle nach einem vollständigen Resonatorumlauf erhalten bleibt. Im Resonator des hier verwendeten frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers befinden sich zwei Kristalle: ein intrinsisch doppelbrechender KTP-Kristall und ein Nd:YAG-Kristall, der im allgemeinen eine parasitäre Doppelbrechung aufweist. In der Abb. 1.4 ist der Resonator mit den doppelbrechenden Elementen und den zugehörigen Koordinatenachsen schematisch dargestellt. Die Richtungen der Polarisationszustände eines solchen Resonators hängen vom Winkel ϕ ab, den die Eigenrichtungen der beiden doppelbrechenden Kristalle einschließen, sowie von den Phasenverschiebungen δ_{KTP} und $\delta_{Nd:YAG}$, welche die entlang der orthogonalen Eigenrichtungen der jeweiligen Kristalle polarisierten Feldkomponenten bei der Ausbreitung durch die Kristalle zueinander erfahren. Bezüglich des Basissystems, das durch die Eigenrichtungen des KTP-Kristalls aufgespannt wird, sind die entlang der Polarisationszustände gerichteten Vektoren \vec{w}_1 und \vec{w}_2 , gegeben durch [43]

$$\vec{w}_{1,2} = \begin{pmatrix} \text{Im}\{a\} \pm \sqrt{1 - \text{Re}\{a\}^2} \\ \sin 2\phi \sin \delta_{Nd:YAG} \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

mit

$$\begin{aligned} \text{Re}\{a\} &= \cos(\delta_{KTP} + \delta_{Nd:YAG}) \cos^2(\phi) + \cos(\delta_{KTP} - \delta_{Nd:YAG}) \sin^2(\phi) \\ \text{Im}\{a\} &= \sin(\delta_{KTP} + \delta_{Nd:YAG}) \cos^2(\phi) + \sin(\delta_{KTP} - \delta_{Nd:YAG}) \sin^2(\phi) \quad . \end{aligned}$$

Neben den Eigenfrequenzen wird ein optischer Resonator durch seine Verluste charakterisiert. Zu den Resonatorverlusten tragen Beugungsverluste, bedingt

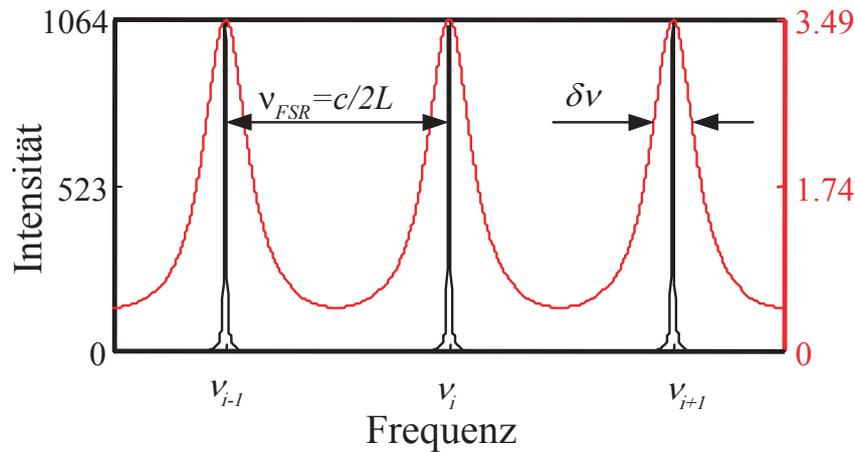


Abbildung 1.5: Frequenz-Spektrum eines idealen Fabry-Perot-Resonators bei zwei verschiedenen Güten: 100, schwarze Kurve, und 4, rote Kurve.

durch die endliche transversale Ausdehnung des Resonators, Verluste durch Streuung der umlaufenden elektromagnetischen Welle an Brechungsindexinhomogenitäten sowie Auskoppelverluste aufgrund der Transparenz der Resonatorspiegel bei. Mit zunehmenden Resonatorverlusten sinkt die Aufenthaltsdauer der Photonen im Resonator. Betrachtet man ein Photon als elektromagnetische Welle, die im Resonator umläuft, wird durch die Resonatorverluste die Zahl der Umläufe festgelegt, bis die Feldstärke unter eine bestimmte Grenze abgefallen ist. Mit zunehmenden Resonatorverlusten ist die entsprechende Grenze nach einer geringeren Anzahl von Umläufen erreicht. Die Folge ist, daß die maximale Intensität I_{max} , die sich aus der konstruktiven Interferenz bei den Resonanzfrequenzen ergibt, sinkt und die minimale Intensität I_{min} durch die sinkende Effizienz der destruktiven Interferenz wächst. Andererseits wächst die spektrale Breite $\delta\nu$ der *Linien* des Resonators um die Resonanzfrequenzen. Das Verhältnis zwischen dem Freien Spektralen Bereich ν_{FSR} zur spektralen Linienbreite $\delta\nu$ wird als Güte (oder Finesse) F des Resonators bezeichnet, $F = \nu_{FSR}/\delta\nu$. Mit zunehmenden Verlusten sinkt die Güte des Resonators. Im extremalen Fall eines verlustfreien Resonators kommt es zur vollständigen Auslöschung sämtlicher elektromagnetischer Wellen, deren Frequenz von den Resonanzfrequenzen abweicht, $I_{min} = 0$, während die Intensität von elektromagnetischen Wellen, die der Resonanzbedingung genügen, gegen unendlich geht. Der Kontrast $K = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min})$ zwischen I_{max} und I_{min} ist eins und die Güte F ist unendlich hoch. Im Gegensatz dazu besitzt ein Resonator mit vollständig transparenten Spiegeln erfahrungsgemäß keinerlei spektrale Charakteristik. Daher sind sowohl der Kontrast K als auch die Güte F gleich Null. In der Abb. 1.5 sind die Spektren zweier Fabry-Perot-Resonatoren gleicher optischer Länge mit Güten von 4 und 100 dargestellt. Im Resonator hoher Güte ist die spektrale Linienbreite $\delta\nu$ geringer und der Kontrast höher.

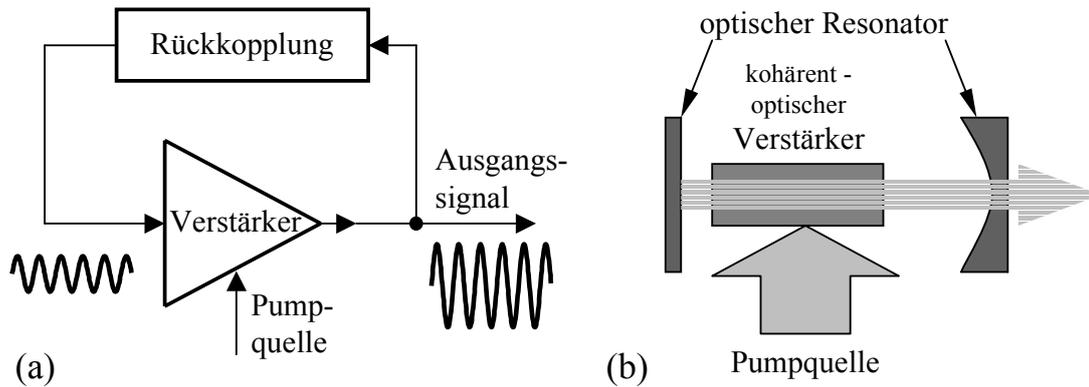


Abbildung 1.6: Schematischer Aufbau eines Lasers, Abb. (a), bestehend aus einem gepumpten kohärent-optischen Verstärker und einer Rückkopplungseinrichtung. Im Fall eines Nd:YAG-Lasers wird dieses Schema beispielsweise realisiert, indem der Kristall in einem Fabry-Perot-Resonator plaziert wird, Abb. (b).

1.3 Der Laser

Ein Laser — im gebräuchlichen Sinn des Wortes — ist ein Gerät zur Erzeugung von hochgradig kohärentem Licht. Im prinzipiellen Aufbau ist ein Laser ein optischer Verstärker, dessen Ausgangssignal teilweise auf den Eingang rückgekoppelt wird, siehe Abb. 1.6 (a). Technisch wird ein Laser durch einen optischen Resonator realisiert, in dessen Inneren sich ein kohärent-optischer Verstärker befindet, siehe Abb. 1.6 (b). Im Augenblick des Zuschaltens einer konstanten Pumpleistungsquelle wird im Verstärker zunächst eine Besetzungszahlinversion aufgebaut. Der Verstärker befindet sich in diesem Augenblick in einem instabilen Zustand. Aufgrund von Intensitätsrauschen, verursacht beispielsweise durch den Prozeß der spontanen Emission, kommt es in diesem Zustand zur isotropen, stimulierten Emission von Strahlung. Die Frequenzverteilung der emittierten Strahlung entspricht in dieser Phase der spektralen Charakteristik des atomaren Übergangs. Vorausgesetzt, daß der Photonenzuwachs aufgrund der Verstärkung durch stimulierte Emission den Photonenverlust im optischen Resonator übersteigt, wird sich die Anzahl der Photonen im Inneren des Resonators erhöhen. Unter den entsprechenden reflektierten und kohärent verstärkten elektromagnetischen Wellen interferieren allerdings nur jene vollständig konstruktiv, deren Frequenz mit einer der Resonanzfrequenzen des Resonators übereinstimmt. Der optische Resonator gewährleistet daher, wie bereits im Abschnitt 1.2 beschrieben, neben der Rückkopplung eine Richtungs- und Frequenzselektion. Die Energie der resonierenden elektromagnetischen Wellen wächst in dieser Phase des Betriebs. Das Anwachsen der Energie der resonierenden Resonatormoden ist allerdings beschränkt, da

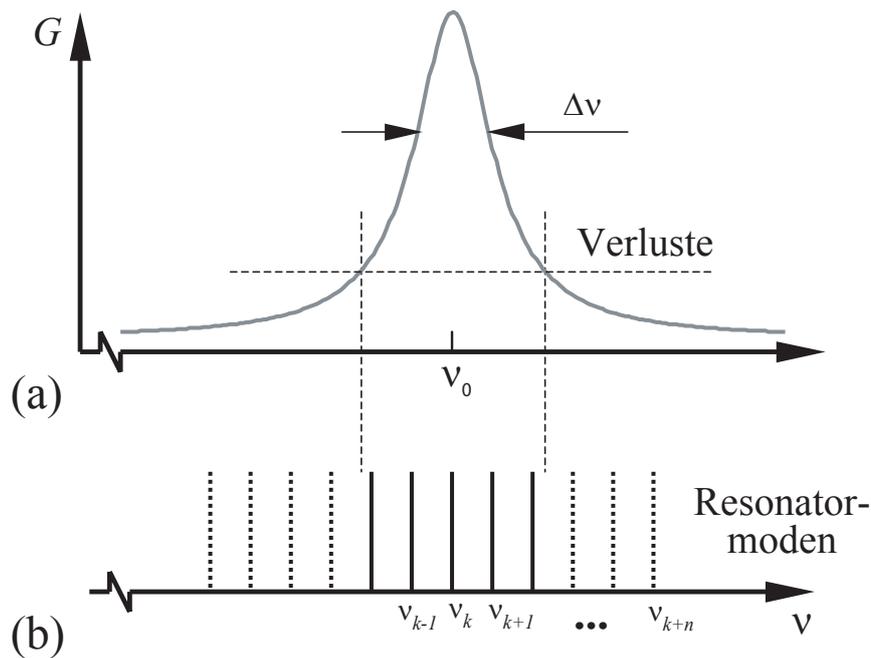


Abbildung 1.7: Verstärkungskurve eines kohärent optischen Verstärkers, Abb. (a). Schematische Darstellung des Spektrums eines Fabry-Perot-Resonators, Abb. (b). Die horizontale, gestrichelte Linie in der Verstärkungskurve kennzeichnet die Resonatorverluste. Im Laser schwingen Moden lediglich bei den Frequenzen an (durchgezogene Linien im Spektrum des Resonators, Abb. (b)), bei denen die Verstärkung die Verluste überwiegt.

bei einer endlichen Besetzungszahlinversion mit zunehmender Photonenzahl eine Sättigung der Verstärkung eintritt. Ein dynamisches Gleichgewicht ist dann erreicht, wenn die Verluste im Resonator durch die Verstärkung des kohärent-optischen Verstärkers gerade kompensiert werden. Die Stabilität dieses Gleichgewichtszustandes hängt individuell vom Lasersystem und vom speziellen Aufbau des Lasers ab. Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß sich umlaufende elektromagnetische Wellen im Laserresonator unter zwei Bedingungen ausbilden können:

- Die Verstärkung des kohärent-optischen Verstärkers muß die Verluste der Rückkopplung übersteigen, um eine Nettoverstärkung der elektromagnetischen Welle pro Resonatorumlauf zu gewährleisten, siehe Abb. 1.7.
- Die Summe der Phasenverschiebungen, die eine elektromagnetische Welle während eines Umlaufes erfährt, muß ein ganzzahliges Vielfaches von 2π betragen, damit die reflektierten und verstärkten Anteile der Welle konstruktiv interferieren.

Die nutzbare Intensität des Lasers wird in der Regel an einem der Resonatorspiegel ausgekoppelt. Das Verhältnis der ausgekoppelten Intensität zur Intensität im Inneren des Resonators wächst mit abnehmender Reflektivität des Auskoppelspiegels. Andererseits wächst mit zunehmenden Resonatorverlusten die Verstärkung (und damit die Pumpleistung), die erforderlich ist, um die Resonatorverluste zu kompensieren. Die Photonenflußdichte im Inneren des Resonators sinkt damit bei einer vorgegebenen Pumpleistung mit zunehmenden Resonatorverlusten. Die Wahl der geeigneten Reflektivität des Auskoppelspiegels ist ein Kompromiß zwischen diesen gegenläufigen Tendenzen.

In Abhängigkeit von der Pumpleistung schwingen im allgemeinen mehrere Moden des Lasers an. Aufgrund der Konkurrenz der Photonen um angeregte Zustände im optisch aktiven Medium kann es zwischen den einzelnen Moden sowohl zu spektralen als auch zu räumlichen Kopplungen kommen. In kohärent-optischen Verstärkern mit einem homogen verbreiterten Übergang ist die spektrale Kopplung zwischen den Moden stark, während sie in Materialien mit inhomogen verbreitertem Übergang gering ist. Im Fall eines inhomogen verbreiterten Übergangs kann es zum so genannten spektralen Lochbrennen kommen. Spektrales Lochbrennen tritt auf, wenn Photonen bestimmter Energie lediglich mit einer bestimmten spektralen Klasse angeregter Zustände wechselwirken und die Geschwindigkeit der spektralen Relaxation angeregter Zustände aus Frequenzbereichen mit einer hohen Dichte in Frequenzbereiche mit einer geringeren Dichte angeregter Zustände niedrig ist. Im Laserbetrieb wird die Verstärkungskurve des kohärent-optischen Verstärkers aufgrund dieser spektral beschränkten Wechselwirkung lediglich in dem entsprechenden spektralen Bereich gesättigt. Die restliche Verstärkungskurve bleibt von der hohen Photonenflußdichte im entsprechenden Frequenzbereich unbeeinflusst. Die verschiedenen Moden des Lasers sind daher nur schwach spektral gekoppelt. In Gaslasern beispielsweise bewirkt die Dopplerverschiebung aufgrund der Brownschen Bewegung der Atome die Ausbildung spektraler Klassen in der Verstärkungskurve des Lasers. In kohärent-optischen Verstärkern auf der Basis von Festkörpern sind Gitterschwingungen häufig der Hauptgrund für die Linienverbreiterung. Diese Gitterschwingungen verursachen einen Phasenjitter zwischen den stimuliert emittierten Wellenpaketen, die zu einer mathematisch bedingten spektralen Verbreiterung der Linie des Übergangs führen, siehe Abb. 1.2. Dies hat zur Folge, daß Photonen unabhängig von ihrer Frequenz jeweils mit der gesamten spektralen Linie wechselwirken, da *Löcher* in der Verstärkungskurve durch schnelle Relaxationsprozesse quasi instantan geglättet werden. Im Laserbetrieb führt die starke spektrale Kopplung der einzelnen Moden dazu, daß die gesamte Verstärkungskurve durch die Photonen derjenigen Mode gesättigt wird, die die höchste Verstärkung erfährt.

Unter der Voraussetzung, daß sich räumlich stationäre Intensitätsprofile im Resonator ausbilden, hängt die Stärke der räumlichen Modenkopplung vom lokalen Überlapp der Moden (sowohl longitudinal als auch transversal) und von der Ge-

schwindigkeit der räumlichen Relaxation angeregter Zustände aus Raumbereichen mit großer Dichte in Raumbereiche mit kleiner Dichte angeregter Zustände ab. Ist diese Geschwindigkeit hinreichend klein, sättigt die Verstärkung in Abhängigkeit von der Photonenflußdichte: die Sättigung ist am stärksten in den Gebieten, in denen die Feldstärke der Eigenzustände des Resonators maximal ist, während die Verstärkung in Gebieten mit verschwindender Feldstärke ungesättigt bleibt. Man bezeichnet diese lokale Abhängigkeit der Verstärkung als räumliches Lochbrennen [27] [53]. Das räumliche Lochbrennen spielt bei der Beschreibung der Intensitätsdynamik von Festkörperlasern auf der Basis von Fabry-Perot-Resonatoren eine besondere Rolle, die an späterer Stelle, im Abschnitt 2.2, ausführlich behandelt werden wird.

1.4 Die nichtlinear optische Frequenzwandlung

Ein Nd:YAG-Laser emittiert Licht bei einer Wellenlänge von 1064nm im nahen infraroten Spektralbereich. Um die Lichtwellenlänge aus dem nahen infraroten in den sichtbaren spektralen Bereich zu wandeln, macht man sich den Effekt zunutze, daß Licht bei der Ausbreitung in einem dielektrischen Medium seine Frequenz ändern kann. Die Voraussetzung für diesen, im folgenden als Frequenzwandlung bezeichneten Prozeß ist, daß die elektrische Feldstärke der sich ausbreitenden elektromagnetischen Welle so hoch ist, daß Nichtlinearitäten bei der Wechselwirkung zwischen dem elektrischen Feld und den Elektronen des Mediums eine Rolle spielen. Zur Veranschaulichung der Frequenzwandlung stelle man sich vor, daß im dielektrischen Medium eine große Anzahl mikroskopischer Dipole durch ein äußeres elektrisches Feld aus ihrer Gleichgewichtslage ausgelenkt werden. Die Summe der resultierenden Dipolmomente entspricht der makroskopischen Polarisierung des Mediums. Solange das äußere Feld klein ist, wächst das Dipolmoment proportional mit der Feldstärke. Mit wachsender Feldstärke kann die Auslenkung der Dipole, die beispielsweise in einem Kristall fest eingebunden sind, nicht mehr proportional mit der Feldstärke wachsen — der Zusammenhang zwischen dem Dipolmoment und der Feldstärke ist in diesem Bereich nichtlinear. Bei der Anregung des Mediums durch eine harmonisch, mit der Frequenz ω fluktuierende Feldstärke $\mathcal{E}(t)$ wirken die periodisch aus ihren Ruhelagen ausgelenkten Dipole wie mikroskopische Quellen elektromagnetischer Strahlen. Aufgrund des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen dem Dipolmoment und der anregenden Feldstärke erscheinen mit zunehmender Feldstärke im Leistungsspektrum der *Materialantwort* Frequenzanteile bei höheren Harmonischen und Subharmonischen von ω . In der Abb. 1.8 ist dies für den Fall einer quadratischen Nichtlinearität illustriert.

Im hier untersuchten frequenzverdoppelten Nd:YAG-Laser wird eine Nichtlinearität in quadratischer Ordnung zur Frequenzwandlung ausgenutzt. Bei einer An-

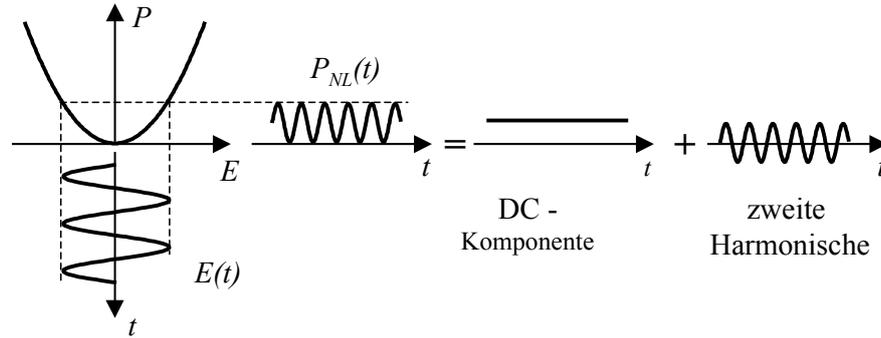


Abbildung 1.8: Optische Gleichrichtung und Frequenzverdopplung in einem dielektrischen Material mit einem quadratischen Zusammenhang zwischen der elektrischen Feldstärke und der Polarisierung bei einer harmonischen Anregung.

regung des Mediums durch ein elektrisches Feld \mathcal{E} mit zwei spektralen Komponenten mit den Frequenzen ω_1 und ω_2 ergeben sich im Fall eines quadratischen Zusammenhangs zwischen der elektrischen Feldstärke und der Polarisierung des Mediums fünf verschiedene Komponenten im nichtlinearen Anteil der Polarisierung: ein Gleichanteil bei der Frequenz Null, eine Komponente bei der Frequenzdifferenz $\omega_1 - \omega_2$, jeweils ein Anteil bei den Frequenzen $2\omega_1$ und $2\omega_2$ sowie ein Anteil bei der Summenfrequenz $\omega_+ = \omega_1 + \omega_2$. Die spektralen Komponenten der Polarisierung bei $2\omega_1$, $2\omega_2$ und $\omega_1 + \omega_2$ sind gegeben durch

$$P_{NL}(2\omega_1) = dE(\omega_1)E(\omega_1) \quad (1.6a)$$

$$P_{NL}(2\omega_2) = dE(\omega_2)E(\omega_2) \quad (1.6b)$$

$$P_{NL}(\omega_+) = 2dE(\omega_1)E(\omega_2) \quad . \quad (1.6c)$$

Man bezeichnet die entsprechenden erzeugenden Prozesse als Frequenzverdopplung und als Summenfrequenzbildung. Im untersuchten Lasersystem werden diese beiden frequenzwandelnden Prozesse für die Umwandlung von Licht einer Wellenlänge von 1064nm in grünes Licht bei einer Wellenlänge von 532nm ausbeutet.

Die lokale Effizienz der Frequenzwandlung hängt von der Intensität der wechselwirkenden elektromagnetischen Felder sowie von der Größe des elektro-optischen Koeffizienten d ab. Darüber hinaus ist es für eine effiziente Frequenzwandlung erforderlich, daß die Wechselwirkung zwischen den beteiligten elektromagnetischen Wellen über eine möglichst langen Zeitraum *kohärent* erfolgt, was eine konstante Phasenbeziehung zwischen $\mathcal{E}(\omega_1)$, $\mathcal{E}(\omega_2)$ und $\mathcal{P}_{NL}(\omega_3)$ voraussetzt. Um beispielsweise eine effiziente Summenfrequenzbildung zu gewährleisten, müssen die Wellenzahlvektoren \vec{k} der komplexen Amplituden $E(\omega_1)$, $E(\omega_2)$ und $P_{NL}(\omega_+)$, ebene Wellen der Form $E(\vec{r}) = A \exp(-i\vec{k}\vec{r})$ vorausgesetzt, folgender Bedingung genügen:

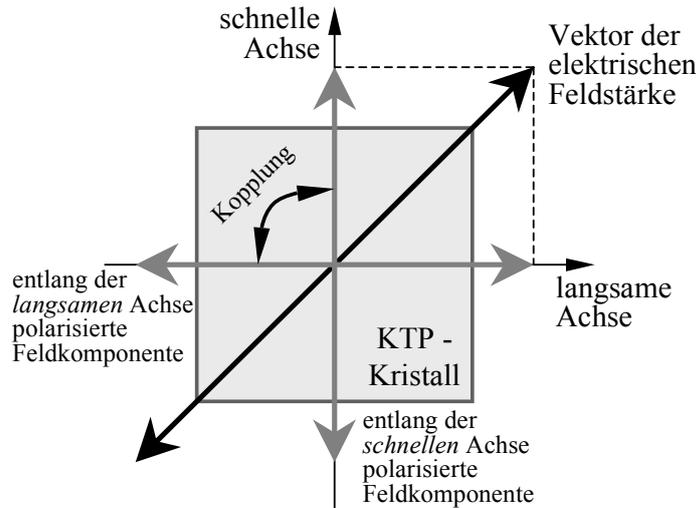


Abbildung 1.9: Schematische Darstellung der Frequenzverdopplung in einem KTP-Kristall bei einer Phasenanpassung gemäß dem Typ II (Komponenten der elektrischen Feldstärke entlang den Polarisationsrichtungen des Kristalls und Darstellung der möglichen Kopplung zwischen den Feldkomponenten).

$$\vec{k}_+ = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad . \quad (1.7)$$

In der Regel kann die Bedingung (1.7) in homogenen, isotropen, dielektrischen Materialien erfüllt werden, indem geeignete Ausbreitungsrichtungen für die kopplenden Wellen gewählt werden. Allerdings sind die Ausbreitungsrichtungen in bestimmten Fällen durch andere Gesichtspunkte fest vorgegeben. Beispielsweise basiert der Aufbau des frequenzverdoppelten Lasers, dessen Dynamik im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurde, auf einem Fabry-Perot-Resonator, innerhalb dessen sich die elektromagnetischen Wellen in derselben Richtung ausbreiten. Die räumliche Phasenbedingung entsprechend Gl. (1.7) ist in diesem Fall gegeben durch

$$n(\omega_+)\omega_+ = n(\omega_1)\omega_1 + n(\omega_2)\omega_2 \quad . \quad (1.8)$$

In Gl. (1.8) ist n der frequenzabhängige Brechungsindex und c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Um die räumliche Phasenbedingung (1.8) gemeinsam mit der zeitlichen Phasenbedingung $\omega_+ = \omega_1 + \omega_2$ zu erfüllen, verwendet man doppelbrechende Materialien als nichtlinear optische Elemente und nutzt deren Anisotropie des Brechungsindex zur Kompensation der Dispersion. Im hier verwendeten Laser wurde ein Kalium-Titanyl-Phosphat-Kristall (KTiOPO_4 , kurz: KTP) zur Frequenzwandlung eingesetzt. Die Phasenanpassung im Kristall wurde für die Frequenzverdopplung gemäß dem Typ II realisiert, siehe Abb. 1.9. Dies

heißt, daß die Phasenbedingung (1.8) lediglich für orthogonal zueinander, entlang der Polarisationsrichtungen des Kristalls polarisierte Komponenten der elektrischen Feldstärke erfüllt ist. Die resultierende Komponente der nichtlinearen Polarisierung bei 532nm ist im Fall einer Typ-II-Phasenanpassung linear in Richtung der *schnellen* Achse des Kristalls polarisiert.

Die lokale Effizienz der Frequenzwandlung wächst mit dem Quadrat des elektrooptischen Koeffizienten. Daher kommt der Wahl geeigneter Materialien und einer optimalen Realisierung der Phasenanpassung eine besondere Bedeutung zu. Der effektive elektro-optische Koeffizient d_{eff} , der die Stärke der nichtlinearen Kopplung zwischen elektromagnetischen Wellen gewichtet, die sich in der Richtung (θ, ζ) bzgl. des Brechungsindexellipsoids eines doppelbrechenden Kristalls ausbreiten, ist im Fall der Phasenanpassung gemäß dem Typ II gegeben durch [43]

$$d_{eff}(\text{Typ II}) \propto (d_{24} - d_{15}) \sin 2\zeta \sin 2\theta - (d_{15} \sin^2 \zeta + d_{24} \cos^2 \zeta) \sin \theta \quad . \quad (1.9)$$

Im verwendeten KTP-Kristall ist die Phasenanpassung bei einer Fundamentallängewellenlänge von 1064nm für die Ausbreitung in Richtung $(\theta = 90^\circ, \zeta = 23.5^\circ)$ exakt erfüllt. Die Koeffizienten d_{ij} sind die Elemente eines Tensors dritter Ordnung, durch den die Kopplungsstärken zwischen den in Richtung der Hauptachsen des Brechungsindexellipsoids polarisierten Feldkomponenten beschrieben werden.

Die lokale Wandlungseffizienz wächst linear mit der Intensität der wechselwirkenden elektromagnetischen Wellen. Für die Effizienz der Frequenzwandlung ist es unter diesem Aspekt sinnvoll, das optisch-nichtlineare Element im Inneren eines Resonators unterzubringen, da die Leistungsdichten innerhalb eines optischen Resonators um Größenordnungen höher sind als außerhalb. Im verwendeten Laser wurde der KTP-Kristall direkt im Laserresonator plaziert. Dort kommt es im allgemeinen zur Frequenzverdopplung und zur Summenfrequenzbildung. Ob und in welchem Maß jeder dieser Prozesse wirksam wird, hängt von den Polarisationsrichtungen der Eigenzustände des Resonators bezogen auf die Eigenrichtungen des KTP-Kristalls ab. Zunächst soll hier der einfache Fall zweier Resonatormoden bei den Frequenzen ω_1 und ω_2 betrachtet werden [43]. Die entsprechenden elektrischen Felder sind gegeben durch

$$\vec{\mathcal{E}}(\omega_1) = \text{Re}\{E(\omega_1) \exp(i\omega_1 t)\} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

$$\vec{\mathcal{E}}(\omega_2) = \text{Re}\{E(\omega_2) \exp(i\omega_2 t)\} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad . \quad (1.11)$$

Die Einheitsvektoren \vec{u} und \vec{v} bestimmen die Polarisationsrichtung der Resonatormoden bezogen auf die Basis, die durch die Eigenrichtungen des KTP-Kristalls aufgespannt wird. Da die Phasenanpassung im KTP-Kristall lediglich für die Prozesse der Frequenzverdopplung und der Summenfrequenzbildung gewährleistet ist, besitzt die nichtlineare Polarisierung drei spektrale Anteile bei Frequenzen

von $2\omega_1$, $2\omega_2$ und ω_+ . Die komplexen Amplituden dieser spektralen Komponenten sind gemäß den Gln. (1.6a)-(1.6c) gegeben durch

$$P_{NL}(2\omega_1) = d_{eff}E(\omega_1)E(\omega_1)u_1u_2 \quad (1.12a)$$

$$P_{NL}(2\omega_2) = d_{eff}E(\omega_2)E(\omega_2)v_1v_2 \quad (1.12b)$$

$$P_{NL}(\omega_+) = 2d_{eff}E(\omega_1)E(\omega_2)(u_1v_2 + u_2v_1) \quad (1.12c)$$

Die Intensität I_d , die vom optisch-nichtlinearen Medium bei den Frequenzen $2\omega_1$, $2\omega_2$ und ω_+ abgestrahlt wird, ist mit $I_k = \langle |E(\omega_k)|^2 \rangle$ gegeben durch

$$I_d \sim d_{eff}^2 \langle (u_1u_2I_1)^2 + (v_1v_2I_2)^2 + (u_1v_2 + u_2v_1)^2 I_1 I_2 \rangle \quad (1.13)$$

Bei der Formulierung der Gl. (1.13) wurde berücksichtigt, daß die Frequenzen ω_1 und ω_2 einer *zentralen* Frequenz ω benachbart sind und daß die Abstände zwischen den Frequenzen klein im Vergleich zu einer absoluten Frequenz ω sind³. Aus Gl. (1.13) wird ersichtlich, daß die Beiträge der Frequenzverdopplung und der Summenfrequenzbildung zur gesamten frequenzgewandelten Intensität von der Richtung der Polarisationszustände des Resonators abhängen. Wird mit ξ der Winkel bezeichnet, den die Eigenrichtungen des Resonators mit denen des KTP-Kristalls einschließen, können die Komponenten der Einheitsvektoren \vec{u} und \vec{v} wie folgt geschrieben werden:

i. $u_1 = v_1 = \cos \xi$ und $u_2 = v_2 = \sin \xi$, wenn $\vec{u} \parallel \vec{v}$

ii. $u_1 = \cos \xi$, $u_2 = \sin \xi$ und $v_1 = -\sin \xi$, $v_2 = \cos \xi$, wenn $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Daraus ergeben sich die folgenden Zusammenhänge zwischen den Faktoren $(u_1u_2)^2$, $(v_1v_2)^2$ und $(u_1v_2 + u_2v_1)^2$

i. $(u_1u_2)^2 = (v_1v_2)^2 = \frac{1}{4}g$ und $(u_1v_2 + u_2v_1)^2 = g$, wenn $\vec{u} \parallel \vec{v}$

ii. $(u_1u_2)^2 = (v_1v_2)^2 = \frac{1}{4}g$ und $(u_1v_2 + u_2v_1)^2 = 1 - g$, wenn $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Der Wert des Parameters g , im folgenden als Geometriefaktor bezeichnet, hängt ausschließlich von den Richtungen der Polarisationszustände des Resonators bezüglich denen des nichtlinear optischen Kristalls ab. Diese wiederum werden bestimmt durch die Phasenverschiebungen $\delta_{Nd:YAG}$ und δ_{KTP} , sowie durch den Winkel ϕ , den die Polarisationsrichtungen des Nd:YAG-Kristalls mit denen des KTP-Kristalls einschließen, siehe Abschnitt 1.2. g kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Sind beispielsweise die beiden Moden des Lasers orthogonal zueinander und parallel bezüglich den Eigenrichtungen des KTP-Kristalls

³Im verwendeten Laser liegt der maximale Abstand zwischen den Lasermoden unter 200GHz, während die *zentrale* Frequenz ω bei etwa 1800THz liegt.

($\xi = 0$) polarisiert, ist der Geometriefaktor gleich Null. Damit wird ausschließlich die Summenfrequenzbildung zur Frequenzwandlung beitragen, während die Frequenzverdopplung keinen Beitrag zur Frequenzwandlung liefert.

Bisher wurden lediglich zwei Moden der Frequenzen ω_1 und ω_2 mit den entsprechenden Intensitäten I_1 und I_2 in die Überlegungen einbezogen. Die Betrachtung kann analog auf den Fall von N oszillierenden Resonatormoden ausgedehnt werden. I_d ist dann gegeben durch [43]

$$I_d = \epsilon \left(g \sum_{i=1}^N I_k^2 + 4 \sum_{i \neq k} \mu_{ik} I_i I_k \right) \quad . \quad (1.14)$$

In Gl. (1.14) sind die Matrixelemente μ_{ik} gleich g , wenn die i 'te und die k 'te Mode parallel zueinander polarisiert sind, und $\mu_{ik} = 1 - g$, wenn die i 'te und die k 'te Mode orthogonal zueinander polarisiert sind. Bemerkenswert ist, daß es zwar eine Modenkonstellation gibt, bei der es lediglich zur Summenfrequenzbildung kommt (die Polarisationszustände des Resonators sind parallel zu denen des KTP-Kristalls), jedoch keine, bei der ausschließlich die Frequenzverdopplung zur Frequenzwandlung beiträgt, mit Ausnahme des Falls, daß lediglich eine einzelne Mode des Lasers angeschwungen ist.

Kapitel 2

Die Modellierung der Dynamik des resonatorintern frequenzverdoppelten Lasers

Im zweiten Kapitel dieser Arbeit wird ein Modell zur Beschreibung der Dynamik des resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers vorgestellt. Es wird vorausgesetzt, daß der Laser als ein niedrig-dimensionales deterministisches System behandelt werden kann. Als Grundlage der Beschreibung dient ein klassisches Ratengleichungsmodell. Im Hinblick auf die Stabilisierung des frequenzverdoppelten Lasers in einem Zustand konstanter Intensität steht die Analyse der Dynamik in der Umgebung dynamischer Gleichgewichtszustände, im folgenden auch als stationäre Zustände bezeichnet, im Mittelpunkt der Betrachtungen. Unter einem dynamischen Gleichgewichtszustand ist ein Zustand zeitlich konstanter Ausgangsintensität zu verstehen. Die Stabilität solcher stationärer Zustände ist von der Konstellation der Systemparameter abhängig. Beispielsweise ist der stationäre Zustand des unverdoppelten Nd:YAG-Lasers über der Laserschwelle in allen praktisch relevanten Parameterkonstellationen immer stabil. Dies bedeutet, daß eine kleine Störung des Gleichgewichtes mit zunehmender Zeit auf den Gleichgewichtszustand relaxiert. Im frequenzverdoppelten Laser kann die resonatorinterne Frequenzwandlung zu einer Destabilisierung des dynamischen Gleichgewichtes führen. In diesem Fall wächst eine kleine Störung des Gleichgewichtes mit zunehmender Zeit an. Die Stabilität der stationären Zustände eines dynamischen Systems läßt sich mittels einer linearen Stabilitätsanalyse des beschreibenden Differentialgleichungssystems beurteilen. Neben der reinen Quantifizierung der Stabilität können aus den linearisierten Systemgleichungen auch Strategien zu deren Beeinflussung abgeleitet werden. Es wird sich in diesem Zusammenhang herausstellen, daß die stationären Zustände des Lasers durch die Rückkopplung einer geeignet gewählten Funktion der Intensität auf einen der Systemparameter sowohl stabilisiert als auch destabilisiert werden können.

Nach einem Überblick über die wichtigsten theoretischen Arbeiten, die im Zusammenhang mit der Dynamik von resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasern veröffentlicht wurden, wird im Abschnitt 2.2 ein Modell vorgestellt, das in den 60'er Jahren von Tang et al. zur Beschreibung der Intensitätsdynamik von Rubinlasern vorgeschlagen wurde [53]. Aus diesem Modell wird im Abschnitt 2.3 ein Satz von gewöhnlichen Differentialgleichungen abgeleitet. Dieses Differentialgleichungssystem, im folgenden als makroskopisches Modell bezeichnet, bildet die Grundlage der anschließenden theoretischen Untersuchungen. Im Abschnitt 2.3.1 wird zunächst die Dynamik des unverdoppelten Single-Mode-Lasers in der Umgebung des stationären Zustandes diskutiert, wobei insbesondere der Einfluß von zwei verschiedenen Rückkopplungsmechanismen auf die Stabilität des Gleichgewichtszustandes untersucht wird. Daß die Modellierung zunächst auf die einfachste mögliche Konstellation des Lasers beschränkt wird, hat zwei Gründe: Zum einen lassen sich aus dem mathematisch einfacher zu handhabenden Modell viele theoretische Aussagen gewinnen, ohne daß Beschränkungen der Gültigkeit eingebracht werden müssen, wie es im Fall des frequenzverdoppelten Lasers der Fall sein wird. Aufgrund dessen und aufgrund der Tatsache, daß auch die Messungen an einem einfachen experimentellen System mit sehr viel größerer Präzision durchgeführt werden können, wird der Interpretationsspielraum beim Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit den experimentellen Ergebnissen erheblich eingeschränkt. Zum anderen kommt der Anschaulichkeit zugute, daß eine Reihe von Aspekten, die im Modell des unverdoppelten Single-Mode-Lasers übersichtlich dargestellt werden können, direkt auf den verdoppelten Multi-Mode-Laser übertragbar sind. Nachdem im Abschnitt 2.3.4 die Dynamik des resonatorintern frequenzverdoppelten Lasers in der Umgebung des stationären Zustandes aus den makroskopischen Ratengleichungen abgeleitet wurde, wird im letzten Abschnitt 2.3.5 dieses Teils der Arbeit das Regelverfahren vorgestellt, das für die Stabilisierung von instabilen stationären Zuständen am geeignetsten erscheint.

2.1 Überblick

Seitdem das *Grünproblem* in der Literatur erstmals durch Baer im Jahre 1986 [5] Erwähnung gefunden hat, wurden verschiedenen Theorien zur Beschreibung der Dynamik von resonatorintern frequenzverdoppelten Festkörperlasern entwickelt. Die wohl verbreitetsten klassischen Modelle gehen auf ein Ratengleichungsmodell zurück, das im Jahr 1963 von Tang, Statz und deMars zur Beschreibung der Dynamik von Festkörperlasern mit mehreren oszillierenden Resonatormoden vorgeschlagen wurde [53]. Hinter diesem Modell, im folgenden als mikroskopisches Modell bezeichnet, verbirgt sich ein Integrodifferentialgleichungssystem, dessen weitere analytische Behandlung nur näherungsweise durchgeführt werden kann. In diesem Zusammenhang wurde eine Reihe von Ansätzen vorgeschlagen [31] [43] [57]. Die mittels der entsprechenden Näherungen abgeleiteten Systeme

nichtlinearer, gewöhnlicher Differentialgleichungen — erweitert um die Prozesse der Frequenzverdopplung und der Summenfrequenzbildung im optisch nichtlinearen Kristall innerhalb des Laserresonators — sind geeignet, um eine Reihe von dynamischen Phänomenen, die an resonatorintern frequenzverdoppelten Lasern beobachtet wurden, qualitativ zu beschreiben [1] [6] [23] [28] [48]. Ein fundamentaler Bruch mit den klassischen Ratengleichungsmodellen wurde mit der Beobachtung eines speziellen chaotischen Zustandes durch Abarbanel et al. im Jahr 1996 notwendig [1]. Abarbanel et al. unterschieden in dieser Arbeit erstmalig zwischen zwei qualitativ verschiedenen chaotischen Zuständen. Der chaotische Zustand vom Typ I ist ausschließlich dann zu beobachten, wenn alle Moden des Lasers in einer Richtung polarisiert sind. Chaotische Zustände vom Typ II sind anzutreffen, wenn wenigstens eine der Moden des Lasers orthogonal zu den restlichen polarisiert ist. Die Effizienz der Frequenzwandlung im Typ-I-Zustand ist verglichen mit der im Typ-II-Zustand gering. Aufgrund der damit verbundenen vergleichsweise niedrigen Ausbeute an grünem Licht im Typ-I-Zustand ist selbiger unter technischen Aspekten bedeutungslos. Weiterhin unterscheiden sich die beiden dynamischen Zustände in ihrer Empfänglichkeit gegenüber statistischem Rauschen: Während sich der Typ-I-Zustand weitestgehend rauschunempfindlich präsentiert, ist die statistische Komponente bei der Beschreibung der Dynamik des Typ-II-Zustandes nicht vernachlässigbar. Überraschend war zu diesem Zeitpunkt die Tatsache, daß lediglich die Dynamik des Typ-II-Zustandes durch die klassischen Ratengleichungsmodelle beschrieben werden konnte. Die Lücke in der Beschreibung wurde durch ein Modell von Liu et al. geschlossen [1] [30], das auf einem nichtklassischen quantenoptischen Ansatz basiert. Mit dem nichtklassischen Modell kann sowohl die Dynamik im Typ-I-Zustand, als auch die des Typ-II-Zustandes quantitativ beschrieben werden. Auch der Einfluß des Rauschens wird durch das Modell korrekt wiedergegeben. Da eines der wichtigsten klassische Ratengleichungsmodelle, das Modell von Baer [5] und Roy [43], als ein Spezialfall aus dem nichtklassischen Modell hervorgeht, kann das Modell von Liu et al. [30] als das zum gegenwärtigen Zeitpunkt umfassendste angesehen werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit konnten dynamische Zustände vom Typ I experimentell nicht reproduziert werden. Aus diesem Grund und aufgrund der geringen technischen Relevanz des Typ-I-Zustandes bleibt die Modellierung der Dynamik des Lasers in dieser Arbeit auf das einfachere zu handhabende, klassische Ratengleichungsmodell beschränkt.

2.2 Die mikroskopischen Ratengleichungen

In diesem Abschnitt wird ein Modell zur Beschreibung der Dynamik und der Modenspektren von Vier-Niveau-Festkörperlasern auf der Basis von Fabry-Perot-Resonatoren mit mehreren oszillierenden Resonatormoden vorgestellt. Es wurde

Anfang der 60'er Jahre von Tang, Statz und deMars entwickelt [53]. Als Systemvariablen dienen die Dichte der Besetzungszahlinversion $n(z, t)$, im folgenden kurz als Inversionsdichte bezeichnet, und die Intensitäten¹ $\mathcal{I}_k(z, t)$ der oszillierenden Lasermoden. Der Index k bezeichnet den $m + k$ 'ten Eigenzustand des idealen Fabry-Perot-Resonators. Die zeitliche Entwicklung der Systemvariablen wird durch die folgenden Ratengleichungen beschrieben:

$$\frac{dn(z, t)}{dt} = \frac{n_0(z, t)}{\tau_f} - \frac{n(z, t)}{\tau_f} - \sum_{i=1}^N \mathcal{D} \mathbf{g}_i I_i(t) \varphi_i(z) n(z, t) \quad (2.1a)$$

$$\frac{dI_k(t)}{dt} = \int_0^{L_R} \mathcal{D} \mathbf{g}_k I_k(t) \varphi_k(z) n(z, t) dz - \frac{\alpha}{\tau_c} I_k(t) \quad . \quad (2.1b)$$

In den Gln. (2.1) bezeichnet τ_f die Fluoreszenzzeit des optisch aktiven Materials. Die Resonatorumlaufzeit τ_c ist abhängig vom optischen Weg, den das Licht im Resonator zurückzulegen hat und gleich dem Reziproken des Freien Spektralen Bereiches des Resonators, $\tau_c = 1/\nu_{FSR}$. Das Symbol α bezeichnet die Resonatorverluste, und L_R steht für die Länge des Laserresonators. Der Parameter \mathcal{D} ist ein Proportionalitätsfaktor, und der dimensionslose Parameter \mathbf{g}_i gewichtet die Stärke der stimulierten Emission im optisch aktiven Material bei der entsprechenden Frequenz des $m + k$ 'ten Eigenzustandes des Resonators. N entspricht der Anzahl der oszillierenden Moden des Lasers.

Im Modell wurde berücksichtigt, daß die Eigenzustände des Fabry-Perot-Resonators stehenden Wellen entsprechen. Die orts- und zeitabhängige Intensität $\mathcal{I}_k(z, t)$ läßt sich aufgrund dessen gemäß der Gl. (1.2) in eine ortsabhängige Profilmfunktion $\varphi_k(z)$ und einen zeitabhängigen Anteil $I_k(t)$ separieren.

Die ersten beiden Terme der Gl. (2.1a) beschreiben die Zu- und die Abnahme der Inversionsdichte aufgrund von Absorption und spontaner Emission. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit für den Übergang eines Elektrons aus dem unteren in das obere Laserniveau durch Absorption bzw. für den entgegengesetzt gerichteten Prozeß der spontanen Emission gleich und gegeben durch die reziproke Fluoreszenzzeit τ_f . Diese beträgt im Fall von Nd:YAG als optisch aktives Material $240\mu\text{s}$. Der Parameter n_0 — ein Gleichgewichtswert, auf den sich die Inversionsdichte einstellen würde, wenn keine stimulierte Emission vorhanden wäre — ist proportional zur Leistungsdichte, mit der die Inversion im optisch aktiven Material aufrecht erhalten wird. n_0 wird im folgenden als Pumpleistungsdichte bezeichnet. Der dritte Term der Gl. (2.1a) beschreibt die Abnahme der Inversionsdichte aufgrund von stimulierter Emission. Die Abnahme der Inversionsdichte aufgrund des stimulierten Übergangs angeregter Elektronen am Ort z wächst proportional mit

¹Im folgenden werden die Begriffe *Intensität* und *Photonenflußdichte* äquivalent gebraucht.

der Photonenflußdichte an diesem Ort, wobei die Effizienz der Wechselwirkung der Photonen mit den angeregten Elektronen des oberen Laserniveaus frequenzabhängig ist. Diese Effizienz wird durch den Wirkungsquerschnitt quantifiziert, der sich aus dem Produkt des frequenzunabhängigen Proportionalitätsfaktors \mathcal{D} und dem frequenzabhängigen Gewicht \mathbf{g}_i ergibt. \mathbf{g}_i kann Werte zwischen Null (für spektral unendlich weit vom Zentrum der Verstärkungskurve des optisch aktiven Materials entfernte Moden) und Eins (ggf. für die Mode im Zentrum der Verstärkungskurve) annehmen.

Die elektronischen Übergänge von Festkörpern sind im allgemeinen homogen verbreitert, siehe Abschnitt 1.3. Im Fall eines homogen verbreiterten Laserübergangs sind die Moden des Lasers vollständig spektral gekoppelt — es findet kein spektrales Lochbrennen statt, siehe Abschnitt 1.3. In den Gln. (2.1) findet diese Tatsache formal darin Ausdruck, daß die Inversionsdichte n frequenzunabhängig, d.h. unabhängig vom Index k ist. Daß in Festkörperlasern auf der Basis von Fabry-Perot-Resonatoren trotz dieser starken spektralen Kopplung der Moden im allgemeinen mit zunehmender Pumpleistungsdichte eine größere Anzahl von Moden oszillieren — und diese Beobachtung hat mit der Entwicklung der ersten Festkörperlaser für Verwunderung gesorgt [53] —, ist auf das räumliche Lochbrennen zurückzuführen. Die Voraussetzung für das Auftreten von räumlichem Lochbrennen ist einerseits eine im Vergleich zu den typischen Zeiten der Dynamik des Lasers langsame Diffusion angeregter Zustände aus Gebieten mit hoher Inversionsdichte in Gebiete mit geringerer Inversionsdichte, und andererseits eine stationäre räumliche Verteilung der Intensität im optisch aktiven Medium. Insbesondere letztere Bedingung ist in Fabry-Perot-Resonatoren erfüllt, siehe Gl. (1.2). Im Fall, daß lediglich eine einzelne Mode des Lasers oszilliert, wird in den Maxima der Profilkfunktion φ_k , in den Gebieten mit hoher Intensität, aufgrund der entsprechend starken stimulierten Emission die Inversionsdichte abgebaut — es werden *Löcher* in das axiale Verstärkungsprofil des kohärent-optischen Verstärkers *gebrannt*. Im Gegensatz dazu bleibt die Inversionsdichte in den Minima der Profilkfunktion φ_k hoch, da an diesen Orten die Intensität und damit die stimulierte Emission verschwindet. Aufgrund des entsprechend hohen Verstärkungspotentials in den Raumbereichen mit niedriger Intensität können mit zunehmender Pumpleistungsdichte weitere Moden des Lasers anschwingen. Zur Illustration dieses Szenarios sind in der Abb. 2.1 die Intensität einer Mode \mathcal{I}_i , die daraus resultierende Inversionsdichte n und die Intensität einer der i 'ten Mode benachbarten Mode \mathcal{I}_{i+2} schematisch über dem Ort z im Resonator aufgetragen. Durch vertikale Linien sind die Orte gekennzeichnet, an denen die Konkurrenz der beiden Moden um lokal angeregte Zustände aufgrund des räumlichen Lochbrennens am geringsten ist. Man erkennt, daß die Modenkonkurrenz mit zunehmendem spektralen Abstand der Moden abnimmt, was gleichbedeutend mit einer abnehmenden Korrelation der entsprechenden ortsabhängigen Profilkfunktionen ist. Des weiteren verschieben sich die Orte, an denen die lokale Modenkonkurrenz erstmals mini-

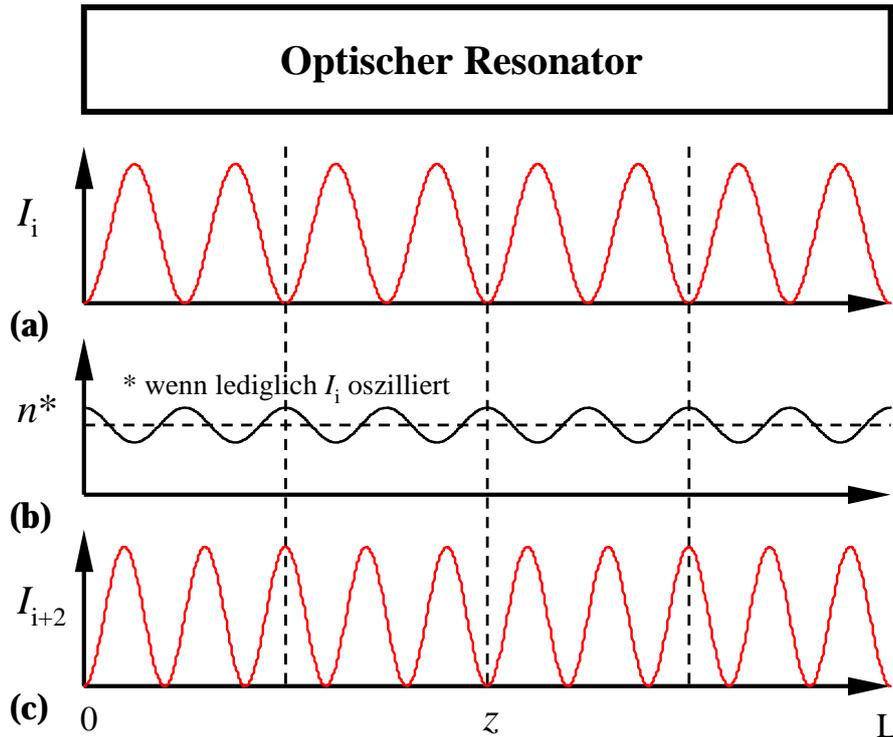


Abbildung 2.1: Intensität einer Mode i 'ter Ordnung entlang der optischen Achse des Laserresonators, Abb. (a), und die daraus resultierende Ortsabhängigkeit der Inversionsdichte n , Abb. (b). Für eine Mode $i + 2$ 'ter Ordnung, Abb. (c), steht insbesondere an den Orten, die durch gestrichelte Linien gekennzeichnet sind, die maximale (d.h. durch die i 'te Mode ungesättigte) Verstärkung zur Verfügung.

mal wird, mit zunehmendem spektralen Abstand in Richtung der Spiegel. Diese Tatsache ist insbesondere dann von Bedeutung, wenn die Inversionsdichte lediglich in einem Teil des Resonators aufrecht erhalten wird, wie beispielsweise im verwendeten optisch, axial gepumpten Nd:YAG-Laser. Die Geschwindigkeit der räumlichen Relaxation angeregter Zustände wurde durch Tang et al. für Rubin bei Heliumtemperatur nach oben abgeschätzt und im Vergleich zu den typischen Zeiten der Dynamik des Lasers als unkritisch niedrig eingestuft [53]. An dieser Stelle wird vorausgesetzt, das gleiches auch für die räumliche Diffusion angeregter Zustände im Nd:YAG gilt.

Gl. (2.1b) beschreibt die zeitliche Entwicklung der Intensität $I_k(t)$ der k 'ten Mode des Resonators. Das Integral auf der rechten Seite der Gl. (2.1b) beschreibt den Zuwachs der Photonenflußdichte der k 'ten Mode aufgrund von stimulierter Emission während eines Resonatorumlaufs. Der zweite Term von Gl. (2.1b) entspricht der Abnahme der Photonenflußdichte aufgrund von Verlusten im optischen Resonator während der Zeit τ_c eines Resonatorumlaufs. Zu den Photonenverlusten α tragen im wesentlichen die beschränkte Reflektivität der Resonatorspiegel sowie

Absorption in und Streuung an Materialien im Inneren des Resonators bei, siehe Abschnitt 1.2. Obwohl die Resonatorverluste im allgemeinen frequenzabhängig sind, wird an dieser Stelle angenommen, daß alle Moden den gleichen Resonatorverlusten unterworfen sind.

Die Dimensionalität der mikroskopischen Ratengleichungen (2.1) ist aufgrund der Ortsabhängigkeit der Inversionsdichte unendlich hoch. Aufgrund dessen ist selbst die numerische Behandlung der Gln. (2.1) weder praktikabel noch sinnvoll². Deshalb wurden verschiedene Näherungen zur Reduktion der Dimensionalität der mikroskopischen Ratengleichungen auf ein niedrig-dimensionales Differentialgleichungssystem vorgeschlagen. Bevor eine dieser Näherungen im Abschnitt 2.3 ausführlich vorgestellt wird, werden im folgenden zunächst die Lösungen der Gln. (2.1) für den speziellen Fall des stationären Zustandes auf qualitativem Niveau diskutiert.

2.2.1 Die stationären Zustände des unverdoppelten Multi-Mode-Lasers

Wie schon im einleitenden Abschnitt dieses theoretischen Teils der Arbeit erwähnt, spielen die stationären Zustände der Dynamik für das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Regelverfahren eine zentrale Rolle, da sie den *Sollzuständen* der Regelung entsprechen. Zudem kann die Tragweite des verwendeten Modells unter anderem anhand des Vergleiches der theoretisch ermittelten stationären Zustände mit den entsprechenden experimentellen Beobachtungen abgeschätzt werden. In diesem Zusammenhang ist insbesondere die Abhängigkeit der Intensitäten der einzelnen Moden von der Pumpleistung zumindest im Fall des unverdoppelten Lasers experimentell einfach zugänglich.

Die stationären Zustände $\{n^0, I_i^0\}$ des unverdoppelten Lasers ergeben sich aus den Gln. (2.1) unter der Bedingung, daß die zeitliche Ableitung der Inversionsdichte n und die aller Intensitäten I_k verschwinden, $dn/dt = 0$ und $dI_i/dt = 0$. Neben einer trivialen Lösung mit $n^0 = I_k^0 = 0$ erhält man den folgenden Gleichgewichtszustand in impliziter Darstellung:

$$n^0(I_i^0) = \frac{n_0}{1 + \tau_f \sum_{i=1}^N \mathcal{D} \mathbf{g}_i I_i^0 \varphi_i} \quad (2.2a)$$

$$\alpha(I_i^0) = \tau_c \int_0^{L_R} \frac{\mathcal{D} \mathbf{g}_k \varphi_k n_0}{1 + \tau_f \sum_{i=1}^N \mathcal{D} \mathbf{g}_i I_i^0 \varphi_i} dz \quad . \quad (2.2b)$$

²Die Weite der räumlichen Diskretisierung sollte deutlich unterhalb der Wellenlänge des Lichtes von 1μ m liegen. Bei einer typischen Länge des aktiven Kristalls von 5mm folgt aus dieser Forderung eine Dimensionalität des numerischen Systems von größenordnungsmäßig 10^4 .

Die Lösung des Gleichungssystems (2.2) erweist sich als zu komplex, um in dieser experimentell ausgerichteten Arbeit detailliert vorgestellt werden zu können. An dieser Stelle soll lediglich das qualitative Ergebnis diskutiert werden, das von Pyragas et al. unter der Voraussetzung einer kleinen Pumpleistungsdichte n_0 und eines axial gepumpten, optisch aktiven Mediums ermittelt wurde [39]. Für die mathematische Ableitung wurde vorausgesetzt, daß die Moden I_k des Lasers symmetrisch um eine zentrale Mode I_0 der Frequenz ν_0 angeordnet sind und daß die Werte der entsprechenden Parameter \mathbf{g}_k mit zunehmendem Abstand von dieser Zentralfrequenz entsprechend dem Profil einer Lorentzfunktion abfallen, siehe Abb. 2.2 (a). In der Abb. 2.2 (b) ist qualitativ dargestellt, wie sich die Intensität der zentralen Mode I_0 und die der benachbarten Moden $I_{\pm 1}$ mit zunehmender relativer Pumpleistungsdichte w entwickeln³. Für Werte der relativen Pumpleistungsdichte von $w < 1$ sind die Intensitäten sämtlicher Moden des Lasers gleich Null. Ab einer relativen Pumpleistungsdichte w von Eins setzt die Oszillation der zentralen Mode ein, da die Effizienz der stimulierten Emission für diese Mode am höchsten ist, $\mathbf{g}_0 > \mathbf{g}_i$ mit $i \neq 0$. Bei diesem Wert der relativen Pumpleistungsdichte, der auch als Laserschwelle bezeichnet wird, werden die Photonenverluste im Resonator durch die Verstärkung im optisch aktiven Medium exakt kompensiert. Oberhalb der Laserschwelle sättigt die Verstärkung lediglich in den Maxima der Profilkfunktion φ_0 vollständig. Aufgrund dessen ergibt sich für die restlichen Moden des optischen Resonators eine potentielle Verstärkung. Die Verstärkung für diese Moden wächst mit zunehmendem spektralen Abstand von der bereits oszillierenden zentralen Mode bzw. mit abnehmender räumlicher Korrelation der entsprechenden Profilkfunktionen. Andererseits sinkt mit zunehmendem Abstand vom Zentrum der Lorentzfunktion die Effizienz der stimulierten Emission. Bei Erhöhung der Pumpleistungsdichte überwiegt diesen beiden gegenläufigen Tendenzen die Abnahme der Verstärkung aufgrund der abnehmenden Effizienz der stimulierten Emission. Daher schwingen mit zunehmender relativer Pumpleistungsdichte als nächstes die der zentralen Mode benachbarten Moden $i = \pm 1$ an. Bei weiterer Erhöhung der relativen Pumpleistungsdichte wachsen die Intensitäten $I_{\pm 1}$ der Moden $i = \pm 1$ auf Kosten des Verstärkungspotentials der zentralen Mode, deren Intensität I_0 mit zunehmender Pumpleistungsdichte bis auf Null abfällt. Das Aussterben der zentralen Moden ist damit zu begründen, daß sich diese in jeweils starker Konkurrenz zu *beiden* Moden I_{-1} und I_{+1} befindet, während die Konkurrenz, die beispielsweise die Mode I_1 durch die Moden I_0 und I_{-1} erfährt, in der Summe schwächer ist. Diese schwächere Kopplung, von der I_{-1} und I_{+1} zu gleichen Teilen profitieren, überwiegt den Effekt der höheren Verstärkung für die zentrale Mode I_0 . Das Szenario des Anwachsens neuer Modenpaare auf Kosten von bereits angeschwungenen Modenpaaren wiederholt sich mit

³Die relative Pumpleistungsdichte ist ein dimensionsloser Parameter, der proportional zum Quotienten zwischen der Pumpleistungsdichte n_0 und dem Resonatorverlust α ist. Die exakte Ableitung erfolgt im Zusammenhang mit den makroskopischen Ratengleichungen im Abschnitt 2.3.

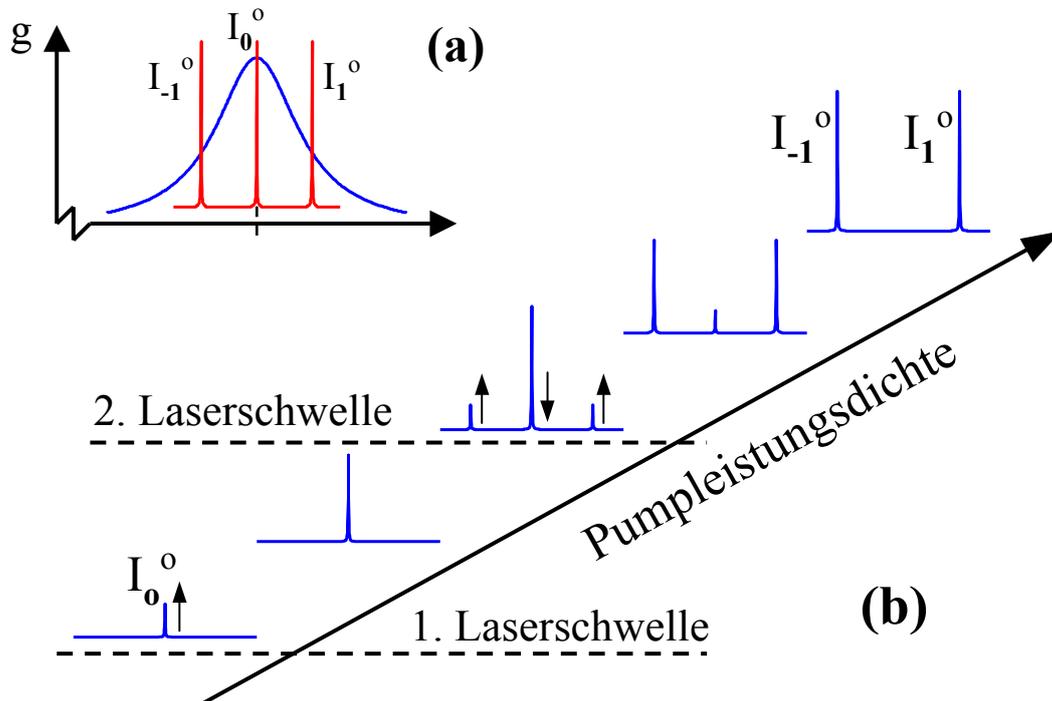


Abbildung 2.2: Qualitative Entwicklung des Modenspektrums des unverdoppelten Multi-Mode-Lasers mit zunehmender Pumpleistung gemäß dem mikroskopischen Modell, Abb. (b). Vorausgesetzt wurde, daß maximal drei Moden des Lasers oszillieren. Eine dieser Moden, I_0 , sei spektral im Zentrum der lorentzglockenförmigen Verstärkungskurve des kohärent-optischen Verstärkers gelegen, die beiden anderen Moden, I_{+1} und I_{-1} seien dieser zentralen Mode benachbart, Abb. (a).

wachsender relativer Pumpleistung, wobei in beschränkten Intervallen der relativen Pumpleistung mehrere Modenpaare parallel oszillieren können. Im Hinblick auf einen Vergleich des theoretisch ermittelten Anschwingverhaltens der Lasermoden mit dem experimentellen Verhalten ist anzumerken, daß die stationären Zustände analytisch lediglich für kleine Werte der Pumpleistungsdichte bestimmt werden können. Darüber hinaus hängt das gesamte Szenario empfindlich von der Wahl der Systemparameter ab. Insbesondere bei einer Frequenzabhängigkeit der Resonatorverluste kann sich das Anschwingverhalten im Hinblick auf die Reihenfolge des Anschwingens der einzelnen Modenpaare qualitativ ändern. Auch die hohe spektrale Symmetrie der Eigenzustände des optischen Resonators ist eine unter experimentellen Aspekt unrealistische Annahme. Quantitative Übereinstimmungen zwischen Theorie und Experiment sind daher nicht zu erwarten. Das qualitative Szenario sollte allerdings experimentell wiederzufinden sein.

2.3 Die makroskopischen Ratengleichungen

Um die Dimensionalität des mikroskopischen Modells zu reduzieren, ist es erforderlich, die Ortsabhängigkeit der Inversionsdichte n zu eliminieren. Zu diesem Zweck wurde eine Reihe von Näherungen vorgeschlagen [43] [53] [56], die jeweils auf einen niedrig-dimensionalen Satz von gewöhnlichen Differentialgleichungen führen. In dieser Arbeit wird zur Modellierung der Dynamik des Lasers ein von Baer [5] vorgeschlagenes Ratengleichungsmodell verwendet, das im folgenden als makroskopisches Modell bezeichnet werden soll. Das Modell von Baer hat in der Vergangenheit eine vergleichsweise weite Verbreitung gefunden, und es wurde zur Beschreibung verschiedener dynamischer Phänomene von resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasern erfolgreich herangezogen. Eine ausführliche Ableitung der makroskopischen Ratengleichungen aus dem mikroskopischen Modell wurde von Roy et al. im Jahr 1993 vorgestellt [43]. An dieser Stelle werden die Grundzüge der Herleitung zusammenfassend dargestellt.

Den Ausgangspunkt der Überlegungen bilden die mikroskopischen Ratengleichungen (2.1). Der Ansatz, der von Roy et al. verfolgt wurde, besteht darin, für sämtliche Moden des Lasers jeweils eine Variable G_k wie folgt zu definieren:

$$G_k = \tau_c \mathcal{D} \mathbf{g}_k \int_0^{L_R} n(z, t) \varphi_k(z) dz \quad . \quad (2.3)$$

Die neue Variable G_k ist ortsunabhängig und wird im folgenden als Verstärkung der k 'ten Mode bezeichnet. Durch Multiplikation der Gl. (2.1a) mit $\tau_c \mathcal{D} \mathbf{g}_k \varphi_k$ und anschließender Integration über die Länge L_R des Resonators ergibt sich der folgende Ausdruck:

$$\tau_f \frac{dG_k(t)}{dt} = \mathbf{g}_k \Gamma(t) - G_k(t) - \tau_f \tau_c \mathcal{D} \mathbf{g}_k \int_0^{L_R} n(z, t) \varphi_k(z) \sum_{i=1}^N I_i(t) \mathcal{D} \mathbf{g}_i \varphi_i(z) dz \quad (2.4)$$

$$\text{mit} \quad \Gamma(t) = \tau_c \mathcal{D} \int_0^{L_R} n_0(z, t) \varphi_k(z) dz \quad .$$

Der Parameter Γ , im folgenden als Pumpleistung bezeichnet, ist proportional zur Leistung, mit der das optisch aktive Material gepumpt wird. Das Integral im letzten Term der Gl. (2.4) beschreibt die Sättigung der Verstärkung G_k durch die Intensitäten I_i sämtlicher Moden des Lasers. Dieser Sättigungsmechanismus ist einerseits für die Kopplung der Intensitätsdynamik an die Dynamik der Verstärkung und andererseits für die globale Kopplung aller Lasermoden verantwortlich, siehe Abschnitt 1.3 und 2.2. Um ein geschlossenes Differentialgleichungssystem für die Verstärkungen G_k und die entsprechenden Intensitäten I_k zu

erhalten, ist es notwendig, für diesen Kopplungsterm eine geeignete Näherung zu finden. Unter Berücksichtigung, daß die Profildfunktion φ_i gemäß Gl. (1.2) durch $1/2(1 - \cos(2\mathbf{k}_i z))$ gegeben ist und mit der Einführung eines im allgemeinen zeitabhängigen Kopplungskoeffizienten κ gemäß der Definition

$$\kappa_{ki}(t) = \frac{\int_0^{L_R} n(z, t) \varphi_k(z) \cos(2\mathbf{k}_i z) dz}{\int_0^{L_R} n(z, t) \varphi_k(z) dz}$$

kann Gl. (2.4) wie folgt geschrieben werden:

$$\tau_f \frac{dG_k(t)}{dt} = \mathbf{g}_k \Gamma(t) - \left(1 + \frac{1}{2} \tau_f \sum_{i=1}^N \mathcal{D} \mathbf{g}_i (1 - \kappa_{ki}(t)) I_i(t) \right) G_k(t) \quad . \quad (2.5)$$

Die eigentliche Näherung besteht in der Annahme, daß der ortsabhängige Anteil der Inversionsdichte $n(z, t)$ vom zeitabhängigen Anteil separiert werden kann. In diesem Fall wird der Kopplungskoeffizient κ_{ki} zeitunabhängig, und man erhält mit der Definition des Selbstsättigungsparameters $\tilde{\beta}_k = 1/(2\tau_f \mathcal{D} \mathbf{g}_k)(1 - \kappa_{kk})$ und des Kreuzsättigungsparameters $\tilde{\beta}_{ki} = 1/2\tau_f \mathcal{D} \mathbf{g}_i (1 - \kappa_{ki})$ (für $k \neq i$) den folgenden geschlossenen Satz von Differentialgleichungen:

$$\tau_f \frac{dG_k}{dt} = \mathbf{g}_k \Gamma - \left(1 + \tilde{\beta}_k I_k + \sum_{i \neq k}^N \tilde{\beta}_{ki} I_i \right) G_k \quad (2.6a)$$

$$\tau_c \frac{dI_k}{dt} = \left(G_k - \alpha \right) I_k \quad . \quad (2.6b)$$

In der Abb. 2.3 sind die Bedeutungen der verschiedenen Systemparameter für die Modellierung der Laserdynamik anhand des schematisierten Aufbaus des unverdoppelten Lasers illustriert. Die Bedeutung der Fluoreszenzzeit τ_f , der Resonatorumlaufzeit τ_c , des Resonatorverlustes α und der Pumpleistung Γ wurde bereits im Abschnitt 2.2 und am Anfang dieses Abschnitts diskutiert. Darüber hinaus sind der Selbstsättigungsparameter $\tilde{\beta}_k$ und die Kreuzsättigungsparameter $\tilde{\beta}_{ki}$ spezifische Parameter des makroskopischen Modells: Der Selbstsättigungsparameter $\tilde{\beta}_k$ gewichtet, wie stark die k 'te Mode zur Sättigung ihrer eigenen Verstärkung beiträgt. Im folgenden wird angenommen, daß die Selbstsättigungsparameter sämtlicher Moden des Lasers den gleichen Wert besitzen. Durch den Kreuzsättigungsparameter $\tilde{\beta}_{ki}$ wird der Beitrag der i 'ten Mode zur Sättigung der Verstärkung G_k quantifiziert.

In den Gln. (2.6) weichen die Werte der Variablen und Parameter um mehrere Größenordnungen voneinander ab. Zudem laufen die atomaren Prozesse im optisch aktiven Medium und die Verlustprozesse im optischen Resonator auf größten-

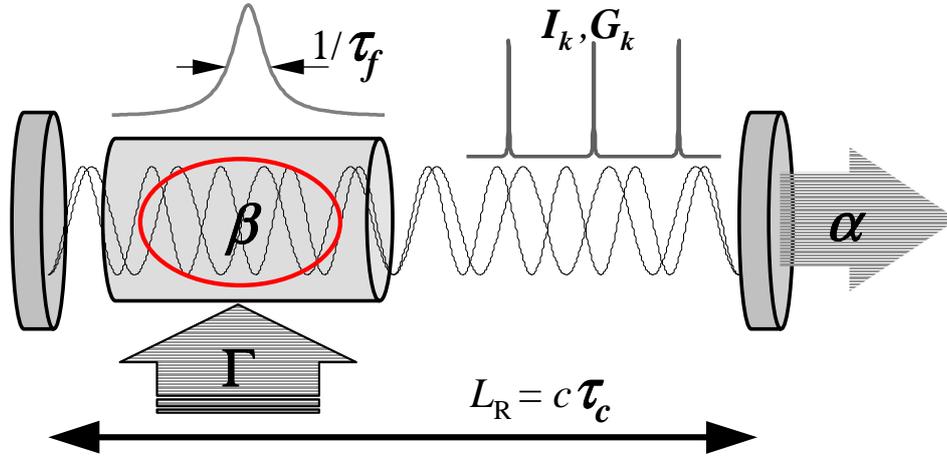


Abbildung 2.3: Schematischer Aufbau des unverdoppelten Multi-Mode-Lasers mit Illustrationen der im makroskopischen Modell verwendeten Systemvariablen und Parameter (I_k ...Intensität der k 'ten Mode, G_k ...Verstärkung der k 'ten Mode, τ_f ...Fluoreszenzzeit, τ_c ...Resonatorumlaufzeit, L_R ...Resonatorlänge, α ...Resonatorverluste, β ...Kreuz-/Selbstsättigungsparameter, Γ ...Pumpleistung).

ordnungsmäßig unterschiedlichen Zeitskalen ab⁴. Es ist daher sowohl im Hinblick auf die numerische Behandlung des makroskopischen Modells als auch hinsichtlich einer übersichtlichen Darstellung der weiteren mathematischen Analyse sinnvoll, die Ratengleichungen (2.6) in einer dimensionslosen Form zu schreiben [39]:

$$\frac{d\Delta_k}{dt} = \mathbf{g}_k W - \left(1 + I_k + \sum_{i \neq k}^N \beta_{ki} I_i\right) (1 + \eta \Delta_k) \quad (2.7a)$$

$$\frac{dI_k}{dt} = \Delta_k I_k \quad . \quad (2.7b)$$

Die transformierten Variablen und Parameter hängen mit den ursprünglichen folgendermaßen zusammen:

$$\begin{aligned} t = \frac{t}{T} \quad , \quad T = \sqrt{\frac{\tau_f \tau_c}{\alpha}} \quad , \quad I_k = \tilde{\beta}_k I_k \quad , \quad \Delta_k = \frac{G_k - \alpha}{\mathbf{G}} \\ \mathbf{G} = \sqrt{\frac{\tau_c \alpha}{\tau_f}} \quad , \quad W = \frac{\Gamma}{\alpha} \quad , \quad \beta_{ki} = \frac{\tilde{\beta}_{ki}}{\tilde{\beta}_k} \quad , \quad \eta = \sqrt{\frac{\tau_c}{\alpha \tau_f}} \end{aligned}$$

Aus der Normierung der Zeit t auf die typische Zeit T des Systems ergibt sich die dimensionslose Zeit t . Bei experimentellen Werten für die Fluoreszenzzeit,

⁴Der Unterschied zwischen der Fluoreszenzzeit τ_f und der Resonatorumlaufzeit τ_c beträgt sechs Größenordnungen!

die Resonatorumlaufzeit und die Resonatorverluste von $\tau_f = 240\mu\text{s}$, $\tau_c = 300\text{ps}$ und $\alpha = 0,04$ ergibt sich eine typische Zeit von $T = 1,3\mu\text{s}$. Die Variable Δ_k entspricht der normierten Abweichung der Verstärkung G_k von den Resonatorverlusten α . Der Parameter \mathbf{G} wird als charakteristische Verstärkung bezeichnet und hat einen Wert von 2×10^{-4} . Als relative Pumpleistung W wird die auf die Resonatorverluste α bezogene Pumpleistung Γ bezeichnet. β_{ki} ist der auf den Selbstsättigungsparameter $\tilde{\beta}_k$ normierte Kreuzsättigungsparameter $\tilde{\beta}_{ki}$. Für den Parameter η ergibt sich aus den typischen Größen für τ_f , τ_c und α ein Wert von $5,6 \times 10^{-3}$.

2.3.1 Der unverdoppelte Single-Mode-Laser

Unter der Einschränkung, daß lediglich eine einzelne Mode des Lasers oszilliert, deren Frequenz mit dem Zentrum des atomaren Übergangs zusammenfällt, reduzieren sich die Gln. (2.7) auf

$$\frac{d\Delta}{dt} = W - (1 + I)(1 + \eta\Delta) \quad (2.8a)$$

$$\frac{dI}{dt} = \Delta I \quad . \quad (2.8b)$$

Für dieses Differentialgleichungssystem existieren nach der Definition $d\Delta^0/dt = dI^0/dt = 0$ zwei stationäre Zustände L1 und L2:

$$\text{L1: } \Delta^0 = \frac{1}{\eta}(W - 1) \quad , \quad I^0 = 0 \quad (2.9)$$

$$\text{L2: } \Delta^0 = 0 \quad , \quad I^0 = (W - 1) \quad . \quad (2.10)$$

Im Gleichgewichtszustand L1 wächst die Verstärkungsabweichung Δ_1^0 proportional mit der Pumpleistung. Die Intensität I_1^0 ist im Zustand L1 gleich Null. Im stationären Zustand L2 wächst die Intensität I^0 linear mit zunehmender relativer Pumpleistung W , während sich die Verstärkung G^0 aufgrund der Sättigung unabhängig von der relativen Pumpleistung auf das Niveau der Resonatorverluste α einstellt. Die Verstärkungsabweichung Δ^0 verschwindet in diesem Fall.

Ob einer der beiden Gleichgewichtszustände L1 und L2 vom Laser eingenommen wird, hängt von der Stabilität der jeweiligen stationären Lösung ab. Diese wiederum ist von der Konstellation der Systemparameter abhängig. Ein Gleichgewichtszustand ist stabil, wenn eine kleine Störung des Gleichgewichtszustandes mit fortschreitender Zeit auf diesen relaxiert. Dagegen ist der stationäre Zustand instabil, wenn sich das ursprünglich im Gleichgewicht befindliche System nach einer infinitesimalen Störung des Gleichgewichtszustandes von diesem entfernt. Quantitativ läßt sich die Stabilität eines stationären Zustandes durch die Analyse der Systemgleichungen in der Umgebung desselben bestimmen. Unter der Umgebung des stationären Zustandes versteht man den Bereich des Phasenraumes,

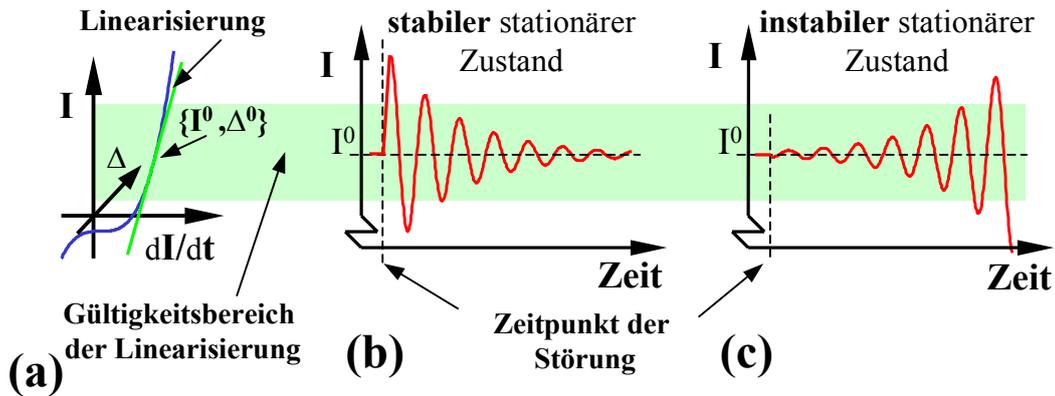


Abbildung 2.4: Qualitative Darstellung der zeitlichen Entwicklung der Intensität I des unverdoppelten Single-Mode-Lasers nach einer Störung des stationären Zustandes im Gültigkeitsbereich (schematisch dargestellt in Abb. (a)) der linearen Näherung der Systemgleichungen im Fall eines stabilen stationären Zustandes, Abb. (b), und im Fall eines instabilen stationären Zustandes, Abb. (c).

in dem die im allgemeinen nichtlinearen Zusammenhänge zwischen den Systemvariablen durch lineare Funktionen beschrieben werden können, siehe Abb. 2.4 (a). Man spricht aus diesem Grund von der linearen Stabilitätsanalyse. Aus der Linearisierung der Systemgleichungen erhält man ein System linearer Differentialgleichungen 1. Ordnung, das die zeitliche Entwicklung einer infinitesimal kleinen Störung des Gleichgewichtszustandes beschreibt. Im vorliegenden Fall folgt aus der linearen Stabilitätsanalyse der Gln. (2.8), daß unterhalb der so genannten Laserschwelle W_S der stationäre Zustand L_1 stabil und der Zustand L_2 instabil ist. Der Laser wird in diesem Bereich den stationären Zustand L_1 besetzen. An der Laserschwelle $W_S = 1$ wird der Zustand L_1 instabil und der Zustand L_2 stabil. Oberhalb der Laserschwelle befindet sich der Laser im Zustand L_2 . Der Verlauf der Intensität I^0 und der Verstärkungsabweichung Δ^0 mit zunehmender relativer Pumpleistung gemäß den Gln. (2.9) und (2.10) im jeweils stabilen stationären Zustand ist in der Abb. 2.5 dargestellt.

Im folgenden wird die Dynamik des Lasers in der Umgebung des stationären Zustandes L_2 im technisch interessanten Bereich oberhalb der Laserschwelle diskutiert. Die Variablen des Systems in der Umgebung des Gleichgewichtszustandes L_2 sind gegeben durch $\Delta(t) = \Delta^0 + \delta\Delta(t)$ und $I(t) = I^0 + \delta I(t)$. Dabei entsprechen die zeitabhängigen Anteile $\delta\Delta$ und δI der infinitesimal kleinen Abweichung vom Gleichgewichtszustand. Weiterhin wird vorausgesetzt, daß die Pumpleistung modulierbar sei. Der Single-Mode-Laser erhält aufgrund dieser Annahme einen dritten Freiheitsgrad. In der Umgebung des stationären Zustandes ist die relative Pumpleistung gegeben durch $W(t) = W^0 + \delta W(t)$. Aus der Linearisierung der Ratengleichungen (2.8) ergeben sich zwei gewöhnliche Differentialgleichun-

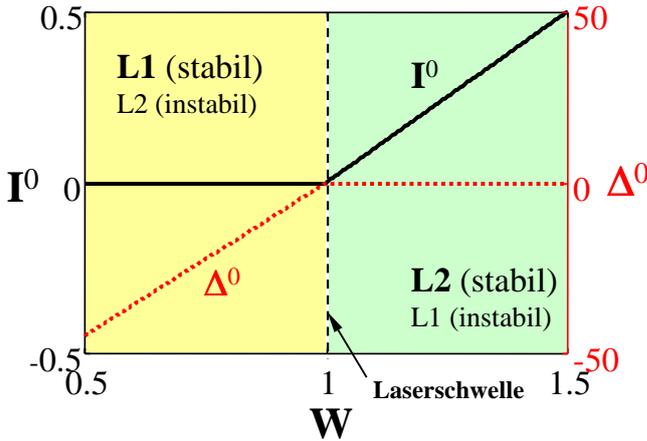


Abbildung 2.5: Abhängigkeit der Intensität I^0 und der Verstärkungsabweichung Δ^0 von der relativen Pumpleistung W (unverdoppelter Single-Mode-Laser im stationären Zustand).

gen erster Ordnung für $\delta\Delta$ und δI . Dieses Differentialgleichungssystem kann unter Eliminierung von $\delta\Delta$ in eine gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung der Intensitätsabweichung δI umgeformt werden:

$$\delta I'' + \eta W^0 \delta I' + (W^0 - 1) \delta I = (W^0 - 1) \delta W \quad . \quad (2.11)$$

$\delta I'$ und $\delta I''$ entsprechen der ersten und zweiten Ableitung von δI nach der dimensionslosen Zeit t . Das Resultat der Linearisierung ist interessant insofern, daß die Dynamik der Intensitätsabweichung δI in der Umgebung des stationären Zustandes exakt der eines gedämpften harmonischen Oszillators entspricht.

Die allgemeine Lösung der homogenen Gl. (2.11) (in Abwesenheit der externen Modulation, $\delta W = 0$) ist gegeben durch $\delta I = A \exp(\lambda_+ t) + B \exp(\lambda_- t)$. λ_+ und λ_- werden als die Eigenwerte des linearisierten Systems bezeichnet und entsprechen den Nullstellen des charakteristischen Polynoms der Differentialgleichung (2.11). Solange λ_{\pm} ein Paar komplex konjugierter Eigenwerte bilden, kann man den negativen Realteil von λ_{\pm} als Dämpfung Λ und den Imaginärteil als Resonanzfrequenz Ω_0 des Oszillators interpretieren, $\lambda_{\pm} = -\Lambda \pm i\Omega_0$. Die Dämpfung und die Resonanzfrequenz des frei laufenden Lasers sind unter Berücksichtigung, daß $\eta \ll 1$ ist, gegeben durch

$$\Lambda = \frac{1}{2} \eta W^0 \quad , \quad \Omega_0 = \sqrt{W^0 - 1} \quad (\eta \ll 1) \quad . \quad (2.12)$$

Die Frequenz Ω_0 der Relaxationsoszillation wächst mit der Wurzel der relativen Pumpleistung W^0 . Bei einer Pumpleistung von $\Gamma = 2 \times \alpha$ und mit den oben angegebenen typischen Parameterwerten beträgt die Resonanzfrequenz des Lasers in natürlichen Einheiten etwa 660kHz. Die Stabilität des stationären Zustandes des unverdoppelten Single-Mode-Lasers bekommt eine anschauliche Bedeutung in Gestalt der Dämpfung Λ des Oszillators. Diese ist positiv und wächst proportional mit der relativen Pumpleistung. Eine Störung des Gleichgewichts des unverdoppelten Single-Mode-Lasers relaxiert daher in einer gedämpften Schwingung, der

stationäre Zustand des unverdoppelten Single-Mode-Lasers ist stabil. Allgemein ist die Stabilität eines stationären Zustandes durch das Vorzeichen des größten Realteils sämtlicher Eigenwerte bestimmt. Sind die Realteile sämtlicher Eigenwerte eines stationären Zustandes negativ, ist dieser stabil. Das Gleichgewicht ist instabil, wenn der Wert wenigstens eines Realteils aller Eigenwerte positiv ist. In der Abb. 2.4 (b) ist qualitativ dargestellt, wie sich die Intensität I^0 des unverdoppelten Single-Mode-Lasers nach einer infinitesimalen Störung des stationären Zustandes, sowohl für den Fall eines stabilen als auch für den hypothetischen Fall eines instabilen Gleichgewichts, mit der Zeit entwickelt.

Die Antwort eines dynamischen Systems auf eine harmonische Anregung wird durch die Übertragungsfunktion beschrieben. Der Betrag A und die Phase Φ der komplexen Übertragungsfunktion des unverdoppelten Single-Mode-Lasers bei einer Modulation der relativen Pumpleistung entsprechend $W = W^0 + \delta\tilde{W} \exp(i\Omega t)$ ergeben sich aus der Lösung der inhomogenen Differentialgleichung (2.11) zu

$$A = \frac{\Omega_0^2}{\sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\Lambda\Omega)^2}} \quad (2.13a)$$

$$\Phi = \arctan\left(\frac{2\Lambda\Omega}{\Omega^2 - \Omega_0^2}\right) \quad (2.13b)$$

Die Übertragungsfunktion des unverdoppelten Single-Mode-Lasers entspricht der eines harmonischen Oszillators. Auf eine Diskussion wird an dieser Stelle verzichtet.

2.3.2 Die Regelung des unverdoppelten Single-Mode-Lasers

Das Regelverfahren zur Stabilisierung der Ausgangsleistung des frequenzverdoppelten Lasers, das im Abschnitt 2.3.5 vorgestellt wird, basiert darauf, daß sich die Stabilität des stationären Zustandes durch Modulation eines der Systemparameter, entsprechend dem zeitlichen Verlauf der Intensität (bzw. allgemein einer Funktion desselben), vergrößern läßt. Im Fall von nicht resonatorintern frequenzverdoppelten Festkörperlasern ist die praktische Bedeutung derartiger Regelverfahren gering, da die Stabilität der Ausgangsintensität für die meisten technischen Anwendungen hinreichend ist. Lediglich in einigen rauschempfindlichen Anwendungen kommen so genannte *Rauschfresser* (engl. „Noise Eater“) in unverdoppelten Lasern zum Einsatz, deren Funktion es ist, die Dämpfung der Relaxationsoszillationen und damit die Stabilität des stationären Zustandes zu erhöhen [19]. An dieser Stelle wird der Einfluß von zwei verschiedenen Rückkopplungsarchitekturen auf die Stabilität des stationären Zustandes des unverdoppelten Single-Mode-Lasers unter dem Gesichtspunkt der Modellverifikation

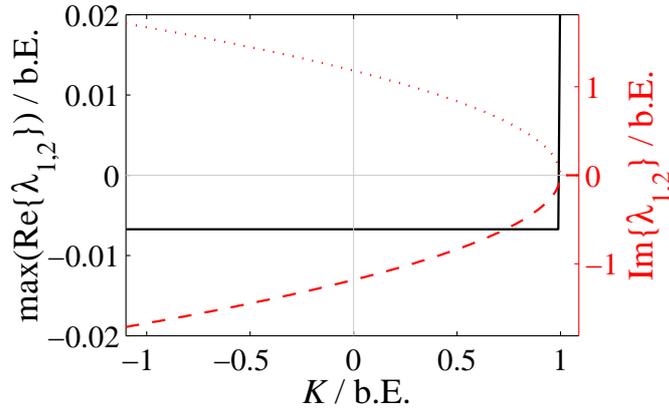


Abbildung 2.6: Größter Realteil und Imaginärteile der Eigenwerte des charakteristischen Polynoms der linearisierten Systemgleichungen des unverdoppelten Single Mode Lasers unter Regelung durch proportionale Rückkopplung aufgetragen über dem Regelparameter K bei $W^0 = 2, 4$.

untersucht: Die Modulation der Pumpleistung proportional zum zeitlichen Verlauf der Intensitätsabweichung δI vom Gleichgewichtszustand I^0 , im folgenden als Regelung durch proportionale Rückkopplung bezeichnet, und die Modulation entsprechend dem differentiellen zeitlichen Verlauf der Intensitätsabweichung δI , die Regelung durch differentielle Rückkopplung. In Anlehnung an die Terminologie der Regeltechnik wird das rückgekoppelte Signal im folgenden als Stellgröße und das zu stabilisierende Signal als Regelgröße bezeichnet.

Im Fall der Regelung durch proportionale Rückkopplung ist die Stellgröße δW gegeben durch

$$\delta W(t) = K \delta I(t) \sim K (I(t) - I^0) \quad . \quad (2.14)$$

Die Stellgröße ergibt sich aus der Abweichung der Intensität I vom stationären Zustand I^0 , wobei deren Stärke durch den Parameter K gewichtet wird. Die Stabilität des stationären Zustandes wird vom größten Realteil der Eigenwerte des Systems bestimmt. Diese entsprechen den Nullstellen des charakteristischen Polynoms der linearisierten Systemgleichungen (2.11). Sie sind für den Laser unter proportionaler Rückkopplung gegeben durch

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}\eta W^0 \pm i\sqrt{(W^0 - 1)(1 - K)} \quad . \quad (2.15)$$

Der unverdoppelte Single-Mode-Laser besitzt, entsprechend der Anzahl seiner Freiheitsgrade, zwei im allgemeinen komplex konjugierte Eigenwerte $\lambda_{1,2}$. In der Abb. 2.6 sind der größte Realteil und die Imaginärteile dieser beiden Eigenwerte über dem Regelparameter K bei einer relativen Pumpleistung W^0 von 2,4 aufgetragen⁵. Der stationäre Zustand des Lasers ist unter proportionaler Rückkopplung für Werte des Regelparameters K kleiner als Eins stabil. Der größte Realteil (und

⁵Die Diskussion der funktionalen Abhängigkeit der Eigenwerte vom Regelparameter K wird

damit die Dämpfung $\Lambda = \frac{1}{2}\eta W^0$) der Eigenwerte λ_1 und λ_2 ist in diesem Bereich unabhängig von der Stellgröße gleich dem des frei laufenden Lasers. Bei $K = 1$ verschwinden die Imaginärteile der Eigenwerte, und mit $K > 1$ verringert sich die Stabilität des stationären Zustandes unter dem Einfluß der Stellgröße zunehmend. Für Werte des Regelparameters $K > \frac{1}{4} \frac{(\eta W^0)^2}{W^0 - 1} + 1$ ist der stationäre Zustand des Lasers instabil. Die Frequenz der Relaxationsoszillationen ist gegeben durch $\Omega = \sqrt{(W^0 - 1)(1 - K)}$. Sie nimmt mit zunehmendem Wert des Regelparameters K von $-\infty$ kommend kontinuierlich ab. Für Werte des Regelparameters von $K \geq 1$ verschwinden die Imaginärteile der Eigenwerte. Die Resonanzfrequenz Ω ist in diesem Bereich gleich Null.

Bei der experimentellen Bestimmung der Stellgröße δW gemäß Gl. (2.14) stößt man auf das Problem, daß die Intensität I^0 im stationären Zustand im allgemeinen nicht bekannt ist und zumindest für einen ggf. instabilen stationären Zustand nicht ohne einen unvertretbar hohen Aufwand aus dem zeitlichen Verlauf der Intensität I extrahiert werden kann. Diese Schwierigkeit kann umgangen werden, indem man die Differenzbildung $(I - I^0)$ durch eine Hochpassfilterung ersetzt. Formal erhält der geregelte Laser durch den Hochpassfilter einen zusätzlichen Freiheitsgrad z_H , dessen zeitliche Entwicklung durch die folgende Differentialgleichung 1. Ordnung bestimmt ist:

$$\frac{dz_H}{dt} = \Omega_{3\text{dB}}^H (I - z_H) \quad . \quad (2.16)$$

$\Omega_{3\text{dB}}^H$ bezeichnet die dimensionslose 3-dB-Frequenz des Hochpassfilters. Die Stellgröße ist gegeben durch

$$\delta W = K(I - z_H) \quad . \quad (2.17)$$

Da die Stellgröße δW , die mittels des Hochpassfilters extrahiert wird, im Grenzfall $\lim \Omega_{3\text{dB}}^H \rightarrow 0$ der durch einfache Differenzbildung gewonnenen entspricht, wird die Regelarchitektur im folgenden als Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung bezeichnet. Der größte Realteil und die Imaginärteile der drei Eigenwerte des stationären Zustandes, die aus der Lösung des charakteristischen Polynoms der linearisierten Systemgleichungen (2.8) und (2.16) unter quasi-proportionaler Rückkopplung bei einer relativen Pumpleistung W^0 von 2,4 resultieren, sind in der Abb. 2.7 (a) über dem Regelparameter K aufgetragen. Für die Berechnung wurde eine dimensionslose 3-dB-Frequenz $\Omega_{3\text{dB}}^H$ von 0,01 angenommen⁶. Im Unterschied

zugunsten der Übersichtlichkeit auf jeweils das Intervall von Parameterwerten beschränkt, das durch die entsprechende Messungen abgedeckt wird, die im Abschnitt 3.5 vorgestellt werden. Als gute Anhaltspunkte für die Bestimmung dieses Intervalls bieten sich dabei insbesondere die Parameterwerte an, bei denen sich die Stabilität des Systems qualitativ ändert, d.h. der Übergang vom stabilen Zustand in den instabilen Zustand und umgekehrt.

⁶Diese entspricht einem Hundertstel der typischen Frequenz des Systems. Auf der *natürlichen* Zeitbasis und mit den im Abschnitt 2.3 angegebenen typischen Parameterwerten beträgt $\omega_{3\text{dB}}^H$ etwa 6kHz.

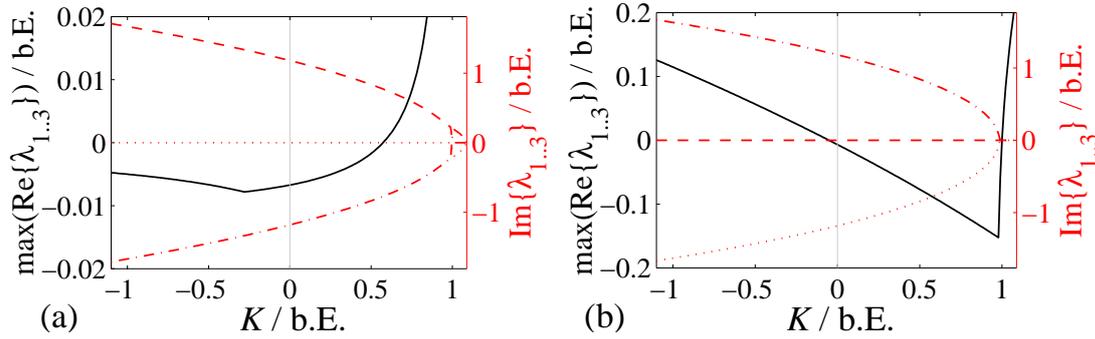


Abbildung 2.7: Wie Abb. 2.6, aber Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung, Abb. (a), und Regelung durch proportionale Rückkopplung mit Berücksichtigung der Tiefpasscharakteristik des Rückkopplungszweiges, Abb. (b).

zur Regelung durch proportionale Rückkopplung hängt der maximale Realteil im Fall der Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung über den gesamten Wertebereich vom Regelparаметer K ab. Der Wert des Parameters, an dem das Gleichgewicht aufgrund der Rückkopplung instabil wird, verschiebt sich in Richtung des Ursprungs. Im Bereich kleiner negativer Werte von K ist die Dämpfung größer als im Fall der Regelung durch proportionale Rückkopplung. Allerdings geht die Dämpfung im Grenzfalle $\lim K \rightarrow -\infty$ gegen Null — der stationäre Zustand wird marginal stabil. Im Verlauf der Imaginärteile unterscheiden sich die beiden Regelarchitekturen lediglich quantitativ voneinander. Bemerkenswert ist allerdings, daß die Frequenz der Relaxationsoszillationen beim Übergang vom stabilen in den instabilen Zustand im Fall der Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung deutlich verschieden von Null ist.

Entgegen den experimentellen Gegebenheiten wurde in den bisherigen Betrachtungen vorausgesetzt, daß der Extraktion und der Rückkopplung der Stellgröße eine ideale Übertragungsfunktion zugrunde liegt. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle der Einfluß von Leistungsverlusten und Phasenverzerrungen, die technisch insbesondere im Bereich hoher Frequenzen auftreten, auf die Stabilität des stationären Zustandes des Lasers unter proportionaler Rückkopplung untersucht. Die reale Übertragungsfunktion der Regelelektronik, siehe Abschnitt 3.4, wird dabei durch die eines Tiefpassfilters simuliert. Wie im Fall der Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung erhält das System durch den Filter einen zusätzlichen Freiheitsgrad z_T . Das Eingangssignal für den Tiefpassfilter ist die spektral ideale Stellgröße $K(I - I^0)$. Das Signal δW , das der relativen Pumpleistung aufgeprägt wird, entspricht der Variablen z_T , wobei die zeitliche Entwicklung von z_T durch

$$\frac{dz_T}{dt} = \Omega_{3dB}^T (K(I - I^0) - z_T) \quad (2.18)$$

gegeben ist. Aus den linearisierten Gln. (2.8) und (2.18) unter Rückkopplung ei-

ner Stellgröße der Form $\delta W = z_T$ ergeben sich drei Eigenwerte. In der Abb. 2.7 (b) sind der größte Realteil dieser drei Eigenwerte und die Imaginärteile über dem Regelparameter K bei einer relativen Pumpleistung W^0 von 2,4 aufgetragen. Für die 3-dB-Frequenz $\Omega_{3\text{dB}}^T$ wurde ein Wert von 5 gewählt, was in natürlichen Einheiten mit den typischen Werten für die Systemparameter einer Frequenz $\omega_{3\text{dB}}^T$ von 3,7MHz entspricht. Im Gegensatz zum Verhalten unter proportionaler Rückkopplung wird der stationäre Zustand durch die Rückkopplung der Tiefpass-gefilterten Stellgröße schon bei kleinen negativen Werten des Regelparameters K instabil. Im Bereich positiver Parameterwerte wächst die Dämpfung der Relaxationsoszillationen bis zu einem Wert des Regelparameters von $K = 0,98$ nahezu linear. Ab diesem Parameterwert sinkt die Stabilität des stationären Zustandes. Für $K > 1$ wird der stationäre Zustand des Lasers instabil. Zwei der drei Eigenwerte sind im dargestellten Parameterintervall zueinander komplex konjugiert. Die Verläufe der Imaginärteile dieser beiden Eigenwerte werden durch den Tiefpassfilter im Vergleich zur einfachen proportionalen Rückkopplung lediglich geringfügig quantitativ beeinflusst. Die Frequenz der Relaxationsoszillationen sinkt mit zunehmendem Parameterwert bis zum Übergang in den instabilen Zustand auf einen Wert von Null ab.

Im Fall der Regelung durch differentielle Rückkopplung ist die Stellgröße gegeben durch

$$\delta W = D \frac{dI}{dt} = \frac{d\delta I}{dt} \quad . \quad (2.19)$$

D bezeichnet den Regelparameter, mit dem die Stellgröße im Fall der Regelung durch differentielle Rückkopplung gewichtet wird. Die entsprechenden Eigenwerte $\lambda_{1,2}$ des charakteristischen Polynoms der linearisierten Systemgleichungen sind gegeben durch

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} (\eta W^0 - D(W^0 - 1)) \pm \sqrt{(W^0 - 1) - \frac{1}{4} (\eta W^0 - D(W^0 - 1))^2} \quad . \quad (2.20)$$

In der Abb. 2.8 (a) sind das Maximum der Realteile der beiden Eigenwerte und die entsprechenden Imaginärteile über dem Regelparameter D bei einer relativen Pumpleistung W^0 von 2,4 aufgetragen. Im dargestellten Parameterbereich nimmt die Stabilität des stationären Zustandes näherungsweise linear mit zunehmenden Werten des Regelparameters D ab. Im Bereich negativer Werte des Regelparameters ist der stationäre Zustand des Lasers stabil. Für Werte des Regelparameters $D > \eta W^0 / (W^0 - 1)$ ist der stationäre Zustand instabil. Die Frequenz der Relaxationsoszillationen ist im gesamten dargestellten Parameterbereich nahezu unabhängig von der Stärke der Rückkopplung.

Im Fall der Regelung durch differentielle Rückkopplung geht die experimentell im allgemeinen unzugängliche Intensität I^0 nicht in die Berechnung der Stellgröße

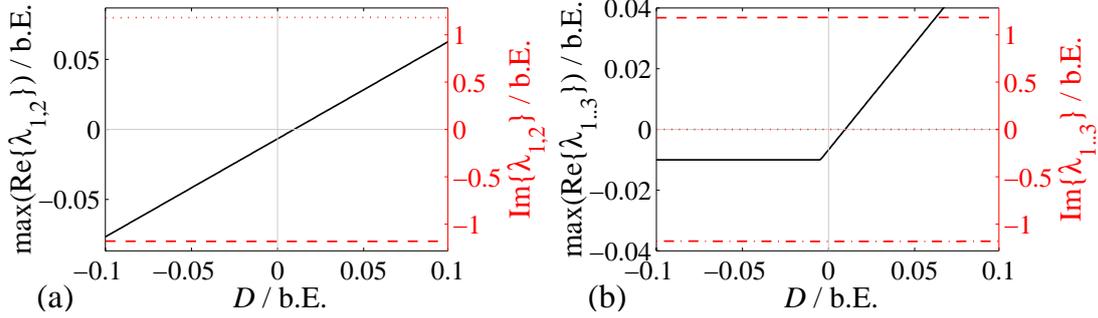


Abbildung 2.8: Wie Abb. 2.6, aber Regelung durch differentielle Rückkopplung, Abb. (a), und Regelung durch quasi-differentielle Rückkopplung, Abb. (b).

δW ein, siehe Gl. (2.19). Aus diesem Grund ist technisch eine Hochpassfilterung des Eingangssignals bei der Regelung durch differentielle Rückkopplung nicht erforderlich. Allerdings wurde die Schaltung zur Implementierung der verschiedenen Regelarchitekturen so konzipiert, daß eine Hochpassfilterung in jedem Fall stattfindet. Um mit der Beschreibung der Dynamik des geregelten Lasers den experimentellen Gegebenheiten gerecht zu werden, wird daher an dieser Stelle der Einfluß des Hochpassfilters auf die Stabilität des stationären Zustandes unter differentieller Rückkopplung diskutiert. Die entsprechende Regelarchitektur wird im folgenden als Regelung durch quasi-differentielle Rückkopplung bezeichnet. In der Abb. 2.8 (b) sind das Maximum der Realteile und die Imaginärteile der drei Eigenwerte des charakteristischen Polynom über dem Regelparameter D aufgetragen. Das Regelsignal δW ist im Fall der quasi-differentiellen Rückkopplung gegeben durch $\delta W = D \left(\frac{dl}{dt} - z_H \right)$ mit $\frac{dz_H}{dt} = \Omega_{3dB}^H \left(\frac{dl}{dt} - z_H \right)$. Die Stabilität des stationären Zustandes verringert sich im Vergleich zur differentiellen Rückkopplung durch die Hochpassfilterung im Bereich negativer Werte des Regelparameters D . Die Unterschiede im Verlauf der Imaginärteile sind zwischen den beiden Regelmethode im betrachteten Parameterintervall gering.

Im Fall der Regelung durch differentielle Rückkopplung ändert sich das Stabilitätsverhalten des stationären Zustandes unter Berücksichtigung der Tiefpasscharakteristik der Rückkopplungsschleife im betrachteten Intervall des Regelparameters D lediglich quantitativ. Auf eine Diskussion wird daher in dieser Arbeit verzichtet.

2.3.3 Die stationären Zustände des unverdoppelten Multi-Mode-Lasers

Im Abschnitt 2.2.1 wurde qualitativ umrissen, wie sich die Entwicklung der stationären Zustände des unverdoppelten Multi-Mode-Lasers mit zunehmender Pumpleistungsdichte im mikroskopischen Modell darstellt. Dabei ergab sich ein komplexes Szenario, das durch die Konkurrenz der Moden um lokal angeregte Zustände geprägt wurde. Weniger überraschend war dabei das Ergebnis, daß neue Moden mit zunehmender Pumpleistungsdichte aufgrund des räumlichen Lochbrennens erscheinen, als vielmehr die Tatsache, daß mit zunehmender Intensität dieser neuen Moden bereits oszillierende Moden wieder verschwinden, eine theoretische Vorhersage, die in Übereinstimmung mit den experimentellen Beobachtungen steht, siehe Abschnitt 3.6. Im folgenden wird exemplarisch gezeigt, daß ein solches Verhalten auch durch das makroskopische Modell beschrieben werden kann. Wie schon bei der Diskussion der stationären Lösungen im mikroskopischen Modell wird die Behandlung auf den Fall von maximal drei oszillierenden Moden beschränkt. Eine dieser Moden, im folgenden mit dem Index $k = 0$ bezeichnet, sei spektral im Zentrum der lorentzlockenförmigen Verstärkungskurve des optisch aktiven Materials gelegen, $\mathbf{g}_0 = 1$. Die beiden anderen Moden $I_{\pm 1}$ sind der zentralen Mode spektral benachbart und vollständig symmetrisch,

$$\mathbf{g}_{-1} = \mathbf{g}_1 = \mathbf{g} \quad , \quad \beta_{ki} = \begin{pmatrix} 1 & \beta_0 & \beta_1 \\ \beta_0 & 1 & \beta_0 \\ \beta_1 & \beta_0 & 1 \end{pmatrix} . \quad (2.21)$$

Mit den Definitionen $d\Delta_k^0/dt = 0$ und $dI_k^0/dt = 0$ erhält man aus den Differentialgleichungen (2.7) das folgende nichtlineare Gleichungssystem, dessen Lösungen den stationären Zuständen des Lasers entsprechen:

$$0 = W - (1 + I_0^0 + 2\beta_0 I_1^0)(1 + \eta\Delta_0^0) \quad (2.22a)$$

$$0 = \Delta_0^0 I_0^0 \quad (2.22b)$$

$$0 = \mathbf{g}W - (1 + I_1^0 + \beta_0 I_0^0 + \beta_1 I_1^0)(1 + \eta\Delta_1^0) \quad (2.22c)$$

$$0 = \Delta_1^0 I_1^0 . \quad (2.22d)$$

Aus den Gln. (2.22) ergeben sich vier verschiedene Lösungen L1...L4, die sich qualitativ folgendermaßen voneinander unterscheiden:

$$\begin{aligned} \text{L1:} & \quad \Delta_0^0 \neq 0 \quad , \quad \Delta_1^0 \neq 0 \quad , \quad I_0^0 = 0 \quad , \quad I_1^0 = 0 \\ \text{L2:} & \quad \Delta_0^0 = 0 \quad , \quad \Delta_1^0 \neq 0 \quad , \quad I_0^0 \neq 0 \quad , \quad I_1^0 = 0 \\ \text{L3:} & \quad \Delta_0^0 = 0 \quad , \quad \Delta_1^0 = 0 \quad , \quad I_0^0 \neq 0 \quad , \quad I_1^0 \neq 0 \\ \text{L4:} & \quad \Delta_0^0 \neq 0 \quad , \quad \Delta_1^0 = 0 \quad , \quad I_0^0 = 0 \quad , \quad I_1^0 \neq 0 \quad . \end{aligned}$$

Welcher dieser Gleichgewichtszustände vom Laser bei einer bestimmten Kon-

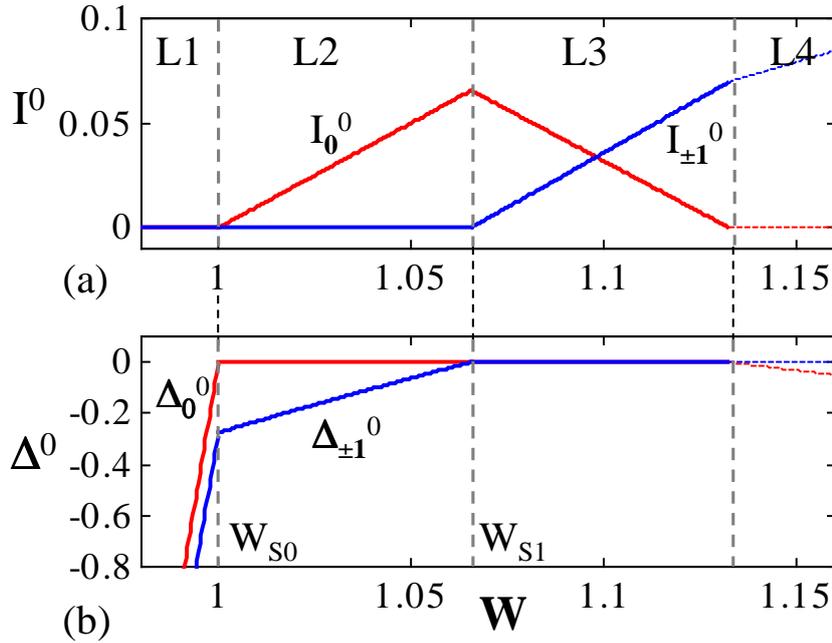


Abbildung 2.9: Abhängigkeit der Intensitäten $I_{-1,0,+1}^0$, Abb. (a), und der Verstärkungsabweichungen $\Delta_{-1,0,+1}^0$, Abb. (b), von der relativen Pumpleistung W gemäß dem makroskopischen Modell (unverdoppelter Multi-Mode-Laser im stationären Zustand). Vorausgesetzt wurde, daß maximal drei Moden des Lasers oszillieren. Eine dieser Moden, I_0^0 , sei spektral im Zentrum der lorentzlockenförmigen Verstärkungskurve des kohärent-optischen Verstärkers gelegen, die beiden anderen Moden, $I_{\pm 1}^0$, seien dieser zentralen Mode symmetrisch benachbart, siehe Abb. 2.2 (b).

stellation der Systemparameter eingenommen wird, hängt von den Stabilitätseigenschaften aller stationärer Lösungen L1..L4 ab. Diese erhält man, entsprechend der im vorangegangenen Abschnitt dargestellten Vorgehensweise, durch die Analyse der in der Umgebung des entsprechenden stationären Zustandes linearisierten Systemgleichungen. Im vorliegenden Fall ergibt sich bei Änderung der relativen Pumpleistung W das folgende Bild, siehe Abb. 2.9: Unterhalb der ersten Laserschwelle $W_{S0} = 1$ ist lediglich die Lösung L1 stabil⁷. Analog dem im Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Szenario wächst die Verstärkung im optisch aktiven Material in diesem Bereich zwar an, ist allerdings noch zu gering, als daß sich eine oszillierende Mode im Resonator ausbilden könnte, $\Delta_k^0 < 0$. An der ersten Laserschwelle kompensiert die Verstärkung G_0 der zentralen Mode die Resonatorverluste α exakt. Im Resonator bildet sich daher eine umlaufende elektromagnetische Welle

⁷In dem Sinne, daß der größte Realteil der vier Eigenwerte dieses stationären Zustandes negativ ist. Die Eigenwerte ergeben sich aus dem charakteristischen Polynom der Jacobi-Matrix der Systemgleichungen.

aus. Dies führt zur Sättigung der Verstärkung G_0 . In den Stabilitätseigenschaften äußert sich der qualitative Übergang an der ersten Laserschwelle darin, daß L1 zugunsten der Lösung L2 instabil wird. Oberhalb der ersten Laserschwelle wächst die Intensität I^0 entsprechend der Gl. (2.22) proportional mit zunehmender Pumpleistung, während die Verstärkung G_0 auf dem Niveau der Resonatorverluste α verharrt, $\Delta^0 = 0$. Die Verstärkungen $G_{\pm 1}$ bleiben aufgrund der im Vergleich zur zentralen Moden niedrigeren Effizienz der stimulierten Emission ($g < 1$) oberhalb der ersten Laserschwelle zunächst unterhalb des Verlustniveaus, wachsen allerdings begünstigt durch des räumliche Lochbrennen mit zunehmender Pumpleistung. An der zweiten Laserschwelle $W_{S1} = (1 - \beta_0)/(g - \beta_0)$ kompensieren die Verstärkungen $G_{\pm 1}$ die Verluste, $\Delta_{\pm 1}^0 = 0$. Die Lösung L2 wird instabil, und der Laser geht in den stationären Zustand L3 über. Über der zweiten Laserschwelle wachsen die Intensitäten $I_{\pm 1}$ mit zunehmender relativer Pumpleistung, während I_0 wegen der Kreuzsättigung mit zunehmender Pumpleistung abfällt. Bei einem Wert von $W_{S1} = (1 + \beta_1 - 2\beta_0)/(1 + \beta_1 - 2g\beta_0)$ verschwindet die zentrale Mode, und die stationäre Lösung L3 wird zugunsten von L4 instabil.

Abschließend sei bemerkt, daß im Fall des frei laufenden unverdoppelten Multi-Mode-Lasers keine technisch relevante Konstellation der Systemparameter existiert, in der alle stationären Zustände instabil sind. Der Laser befindet sich immer in einem stabilen dynamischen Gleichgewicht.

2.3.4 Der verdoppelte Multi-Mode-Laser

In den vorangegangenen Abschnitten wurde ein makroskopisches Modell zur Beschreibung der Dynamik des unverdoppelten Lasers vorgestellt. Dieses Modell wird im folgenden um die Prozesse der resonatorinternen Frequenzwandlung erweitert [5] [43]. Methodisch analog zu der im Abschnitt 2.3.1 skizzierten Vorgehensweise erfolgt auf Basis dieses erweiterten Modells die Diskussion der Dynamik des resonatorintern frequenzverdoppelten Lasers in der Umgebung eines speziellen stationären Zustandes gemäß einer theoretischen Analyse von Pyragas, die im Rahmen eines Drittmittelprojektes an der Universität Oldenburg durchgeführt wurde [39]. Abschließend wird anhand der gewonnenen Ergebnisse die zentrale Thematik dieser Arbeit, das Regelverfahren zur Stabilisierung des im allgemeinen instabilen stationären Zustandes, diskutiert.

Durch die nichtlinear-optischen Prozesse der Frequenzverdopplung und der Summenfrequenzbildung wird den Moden der Grundwellenlänge Energie entzogen. Unter diesem Gesichtspunkt ist es naheliegend, den Prozessen der resonatorinternen Frequenzwandlung durch zusätzliche Verlustterme in der Gl. (2.7b) Rechnung zu tragen. Wie im Abschnitt 1.4 ausführlich erläutert wurde, hängt die Höhe des Verlustes, den die k 'te Mode durch die frequenzwandelnden Prozesse erfährt, sowohl von ihrer eigenen Intensität I_k als auch von den Intensitäten I_i

all der Moden ab, die in den Prozeß der Summenfrequenzbildung involviert sind. Vorausgesetzt, daß die Phasenanpassung im nichtlinear-optischen Kristall entsprechend dem Typ II realisiert wurde, ist der intensitätsabhängige Verlust V_k^{nl} entsprechend der Gl. (1.14) gegeben durch

$$V_k^{nl}(I_i, I_k) = \epsilon \left(g I_k + 2 \sum_{i \neq k} \mu_{ik} I_i \right) I_k \quad . \quad (2.23)$$

Mit dem ersten Term der Gl. (2.23) wird der Verlustbeitrag durch die Frequenzverdopplung beschrieben, der zweite Term entspricht dem Verlust aufgrund von Summenfrequenzbildung. Der Parameter ϵ gewichtet die effektive Wandlungseffizienz. Wie am Ende des Abschnitts 1.4 beschrieben, hängt die Konstellation der frequenzwandelnden Prozesse von der Polarisationsrichtung der koppelnden Moden in Bezug auf die Polarisationsrichtungen des KTP-Kristalls ab. Durch die Parameter g und μ_{ik} wird die Stärke der Frequenzverdopplung und der Summenfrequenzbildung gewichtet, wobei μ_{ik} gleich g ist, wenn die i 'te Mode parallel zur k 'ten Mode polarisiert ist. μ_{ik} ist gleich $1 - g$, wenn die beiden Moden orthogonal zueinander polarisiert sind. Die frequenzgewandelte Gesamtintensität I_d , gemäß der Gl. (1.14), entspricht der Summe der Intensitätsverluste V_k^{nl} , die die einzelnen Resonatormoden erfahren. Unter Berücksichtigung der nichtlinearen Verluste entsprechend Gl. (2.23) erhält man mit Gl. (2.6) die Ratengleichungen für den resonatorintern frequenzverdoppelten Laser:

$$\tau_f \frac{dG_k}{dt} = \mathbf{g}_k \Gamma - \left(1 + \tilde{\beta}_k I_k + \sum_{i \neq k}^N \tilde{\beta}_{ki} I_i \right) G_k \quad (2.24a)$$

$$\tau_c \frac{dI_k}{dt} = \left(G_k - \alpha - \epsilon \left(g I_k + 2 \sum_{i \neq k} \mu_{ik} I_i \right) \right) I_k \quad . \quad (2.24b)$$

Im folgenden wird angenommen, daß m Moden in der einen Eigenrichtung des Resonators, im folgenden mit x bezeichnet, polarisiert sind und n Moden in der orthogonalen Richtung y , kurz $[m, n]$. Die dimensionslosen Gesamtintensitäten in x - und y -Richtung sind gegeben durch

$$S_x = \sum_{k=1}^m I_k \quad \text{und} \quad S_y = \sum_{k=m+1}^{m+n} I_k \quad . \quad (2.25)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit der analytischen Darstellung wird im folgenden vorausgesetzt, daß sowohl die relative Verstärkung \mathbf{g} als auch der Kreuzsättigungsparameter $\tilde{\beta}_{ki}$ unabhängig von der Frequenz sind und somit keinen Index erhalten: $\mathbf{g}_k = 1$ und $\tilde{\beta}_{ki} = \beta$. Mit diesen Annahmen ergeben sich die dimensionslosen Ratengleichungen des verdoppelten Lasers entsprechend den Gln. (2.7)

zu

$$\frac{d\Delta_k}{dt} = W - \left(1 + (1 - \beta)I_k + \beta(S_x + S_y)\right)(1 + \eta\Delta_k) \quad (2.26a)$$

$$\frac{dI_k}{dt} = \left(\Delta_k + \varepsilon(gI_k - 2M_k)\right)I_k \quad , \quad (2.26b)$$

mit

$$\begin{aligned} M_k &= \sum_{i \neq k} \mu_{ki} I_i = gS_x + (1 - g)S_y \quad \text{für } k = 1, \dots, m \\ &= gS_y + (1 - g)S_x \quad \text{für } k = m + 1, \dots, m + n \quad . \end{aligned}$$

Wie bereits erwähnt, sind typische Parameterwerte für die im Abschnitt 3.7 vorgestellten Messungen: $\tau_f = 240\mu\text{s}$, $\tau_c = 300\text{ps}$ und $\alpha = 0,01$. Für den abgeleiteten Parameter η ergibt sich damit ein Wert von 0,01. Die Wandlungseffizienz ϵ in dimensionsloser Form ist gegeben durch $\epsilon = \frac{\epsilon}{\beta_k} \sqrt{\frac{\tau_f}{\alpha\tau_c}}$. Da der Wert für die Wandlungseffizienz im Rahmen dieser Arbeit nicht gemessen wurde, wird auf einen Literaturwert von $\epsilon = 5 \times 10^{-6}\text{W}^{-1}$ zurückgegriffen [43]. Mit den typischen Werten für τ_f, τ_c und α ergibt sich damit für die Wandlungseffizienz in dimensionsloser Form ein Wert von 5×10^{-3} . Der Geometriefaktor g kann, in Abhängigkeit von den Richtungen der Polarisationszustände des Resonators bezüglich den Polarisationsrichtungen des KTP-Kristalls, Werte zwischen Null und Eins annehmen. Während der im Abschnitt 3.7 diskutierten Messungen wurde der Laser so betrieben, daß die Frequenzwandlung ausschließlich durch den Prozeß der Summenfrequenzbildung bewirkt wurde. Der Wert des Geometriefaktors g beträgt in diesem Fall Null.

In Abhängigkeit von der Konstellation der Systemparameter sind in numerisch ermittelten Lösungen der Gln. (2.26) vielfältige, qualitativ unterschiedliche dynamische Phänomene beobachtet worden [28]. Dabei ist die Übereinstimmung der numerischen Ergebnisse mit den experimentellen Beobachtungen zum Teil überraschend. Obwohl die numerische Analyse der Gln. (2.26) ein breites und interessantes Betätigungsfeld bietet, ist es im Hinblick auf die Stabilisierung stationärer Zustände hinreichend, die Dynamik des Lasers in der linearisierten Umgebung der stationären Zustände analytisch zu untersuchen.

Die stationären Lösungen der Gln. (2.26) sind definiert durch die Bedingung, daß die zeitlichen Ableitungen sämtlicher Systemvariablen verschwinden: $dI_k/dt = 0$ und $d\Delta_k/dt = 0$ für $k = 1 \dots m + n$. Der verdoppelte Laser besitzt mehrere Gleichgewichtszustände, von denen hier lediglich der Zustand untersucht wird, der sich durch die höchste Symmetrie und damit einhergehend der höchsten Ausbeute an frequenzgewandelter Intensität auszeichnet. In diesem stationären Zustand $\{I_k^0, \Delta_k^0\}$ sind die Intensitäten I_k^0 und die zugehörigen Verstärkungsabweichungen

Δ_k^0 aller in x - und aller in y - Richtung polarisierter Moden gleich,

$$\begin{aligned} I_k^0 &\equiv I_x^0 \quad , \quad \Delta_k^0 \equiv \Delta_x^0 \quad \text{für } k = 1, \dots, m \\ I_k^0 &\equiv I_y^0 \quad , \quad \Delta_k^0 \equiv \Delta_y^0 \quad \text{für } k = m + 1, \dots, m + n \quad . \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung, daß die Parameter η und ε sehr viel kleiner als Eins sind, erhält man näherungsweise die folgende stationäre Lösung $\{I_x^0, I_y^0, \Delta_x^0, \Delta_y^0\}$:

$$I_x^0 \approx I^0 \quad (2.27a)$$

$$I_y^0 \approx I^0 \quad (2.27b)$$

$$\Delta_x^0 \approx \varepsilon [(2m - 1)g + 2n(1 - g)] I^0 \quad (2.27c)$$

$$\Delta_y^0 \approx \varepsilon [(2n - 1)g + 2m(1 - g)] I^0 \quad (2.27d)$$

$$\text{mit } I^0 = \frac{W - 1}{1 + \beta(m + n - 1)} \quad .$$

Infolge des intensitätsabhängigen Anstiegs der Verluste aufgrund der nichtlinear optischen Frequenzwandlung wachsen die Verstärkungsabweichungen Δ_x^0 und Δ_y^0 des verdoppelten Lasers mit zunehmender Intensität I^0 , im Gegensatz zum unverdoppelten Laser, bei dem die Verstärkungen gleich den Resonatorverlusten sind. Sieht man von einem Fehler in quadratischer Ordnung der kleinen Parameter η und ε in den Gln. (2.27a) und (2.27b) ab, der erst bei hohen Intensitäten an Bedeutung gewinnt, sind die Gleichgewichtsintensitäten I_x^0 und I_y^0 in den beiden Polarisationsrichtungen identisch. Die Intensitäten der einzelnen Moden wachsen ab einer gemeinsamen Laserschwelle von $W_s = 1$ linear mit der relativen Pumpleistung W . Kritisch anzumerken ist in diesem Zusammenhang, daß das kollektive Anschwingen der Lasermoden im speziellen und die hohe Symmetrie des Zustandes $\{I_k^0, \Delta_k^0\}$ im allgemeinen im Widerspruch zu den experimentellen Beobachtungen stehen, siehe Abschnitt 3.6. Die Existenz eines solchen Gleichgewichtszustandes im Modell ist die Konsequenz aus der Annahme, daß sowohl die relative Verstärkung \mathbf{g} als auch der Kreuzsättigungsparameter $\tilde{\beta}_{ki}$ frequenzunabhängig sind. Trotz dieser Diskrepanzen zu den experimentellen Beobachtungen werden die Vereinfachungen zugunsten der Übersichtlichkeit beibehalten, zumal numerische Untersuchungen mit frequenzabhängigen relativen Verstärkungen und Kreuzsättigungsparametern lediglich auf quantitative Unterschiede zwischen den theoretischen Ergebnissen hingedeutet haben.

Analog zum Vorgehen im Fall des unverdoppelten Single-Mode-Lasers wird im folgenden die Stabilität der stationären Lösung (2.27) mittels einer linearen Stabilitätsanalyse untersucht. Die infinitesimale Störung $\{\delta I_k, \delta \Delta_k\}$ des stationären Zustandes sei gegeben durch die Abweichung der Systemvariablen I_k und Δ_k von den entsprechenden Gleichgewichtswerten $\delta I_k = I_k - I_k^0$ bzw. $\delta \Delta_k = \Delta_k - \Delta_k^0$. Auch beim verdoppelten Laser dient die relative Pumpleistung W als Regelparameter, mittels dessen die Dynamik des Systems beeinflußt wird. δW entspricht

einer infinitesimalen Störung der relativen Pumpleistung. Mit der herkömmlichen Linearisierungsprozedur und durch Substitution von $\delta\Delta_k$ erhält man aus den Gln. (2.26) den folgenden Satz von gekoppelten gewöhnlichen Differentialgleichungen 2. Ordnung zur Beschreibung der Dynamik der Intensitätsstörungen δI_k des stationären Zustandes:

$$\delta I_k'' + b_x \delta I_k' + c_x \delta I_k + f_x = I_x^0 \delta W, \quad k = 1, \dots, m \quad (2.28a)$$

$$\delta I_k'' + b_y \delta I_k' + c_y \delta I_k + f_y = I_y^0 \delta W, \quad k = m + 1, \dots, m + n \quad (2.28b)$$

Auf die Angabe der detaillierten Gestalt der Koeffizienten b, c und f wird an dieser Stelle verzichtet (Details siehe [39]). Qualitativ ist allerdings von Bedeutung, daß die Koeffizienten b und c unabhängig vom Index k für alle Moden einer Polarisationsrichtung gleich sind, während die Koeffizienten f_x und f_y jeweils linear von den Summen δS_x und δS_y der Intensitätsstörungen δI_k der entsprechend polarisierten Moden sowie von deren ersten zeitlichen Ableitungen $\delta S_x'$ und $\delta S_y'$ abhängen. Die Summenintensitätsstörungen δS_x und δS_y sind gegeben durch

$$\delta S_x = \sum_{k=1}^m \delta I_k \quad , \quad \delta S_y = \sum_{k=m+1}^{m+n} \delta I_k \quad . \quad (2.29)$$

Analog dem unverdoppelten Single-Mode-Laser verhalten sich auch die Moden des verdoppelten Lasers in der Umgebung des stationären Zustandes wie harmonische Oszillatoren, wobei die einzelnen Oszillatoren über die Terme f_x und f_y gekoppelt sind. Die allgemeinen Lösungen des Differentialgleichungssystems (2.28) sind gegeben durch $\delta I_k = A_k \exp(\lambda_k t)$. Der stationäre Zustand des Lasers (oder mit anderen Worten: der Ursprung des $R^{2(m+n)}$ dimensionalen Phasenraumes $\{\delta I_1, \dots, \delta I_{(m+n)}, \delta I_1', \dots, \delta I_{(m+n)}'\}$) ist stabil, wenn die Realteile sämtlicher $2(m+n)$ Eigenwerte λ_k negativ sind.

Da die Ordnung des charakteristischen Polynoms der Gln. (2.28) mit jeder zusätzlichen Mode um zwei wächst, ist die Bestimmung der Eigenwerte im allgemeinen ein nichttriviales Problem. Im vorliegenden Fall wird die Bestimmung der Eigenwerte jedoch signifikant dadurch vereinfacht, daß die Koeffizienten b_x, b_y, c_x, c_y unabhängig vom Index k sind und daß die Koeffizienten f_x und f_y lineare, homogene Funktionen von δS_x und δS_y sowie deren ersten zeitlichen Ableitungen sind. Durch Summation der Gln. (2.28a) über $k = 1 \dots m$ und (2.28b) über $k = m + 1 \dots (m + n)$ erhält man ein System von gewöhnlichen gekoppelten Differentialgleichungen zweiter Ordnung für die Summenintensitätsabweichungen δS_x und δS_y :

$$\delta S_x'' + B_x \delta S_x' + C_x \delta S_x + E_x \delta S_y' + F_x \delta S_y = m I_x^0 \delta W \quad (2.30a)$$

$$\delta S_y'' + B_y \delta S_y' + C_y \delta S_y + E_y \delta S_x' + F_y \delta S_x = n I_y^0 \delta W \quad . \quad (2.30b)$$

Da sämtliche Koeffizienten der Gln. (2.30) unabhängig vom Index k sind, läßt

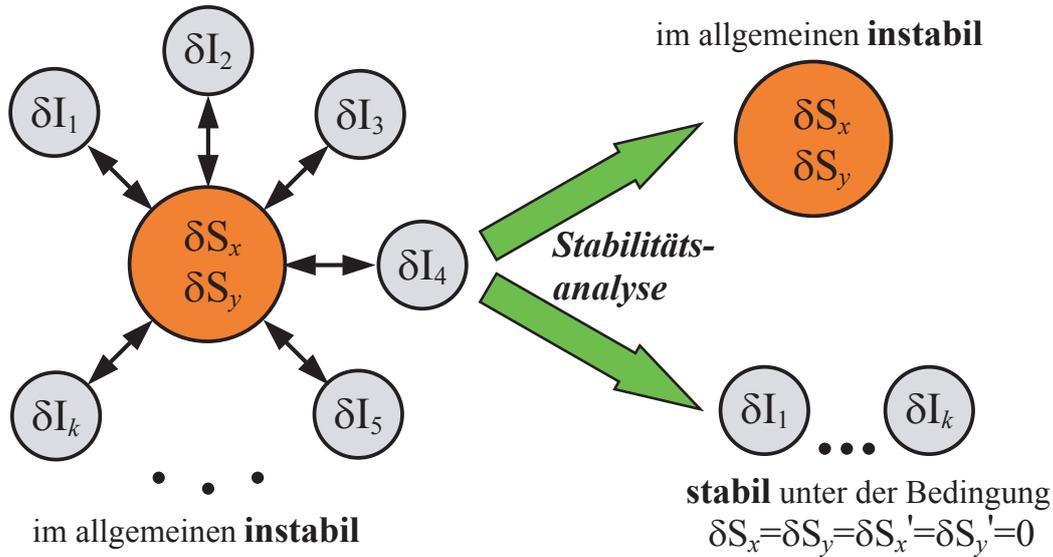


Abbildung 2.10: Illustration der Kopplungen zwischen den Intensitätsabweichungen δI_k über die Summenintensitätsabweichungen δS_x und δS_y .

sich die Stabilitätsanalyse der Gln. (2.28) in zwei Teilprobleme zerlegen, siehe Abb. 2.10: In die Bestimmung der Stabilität der Summenintensitäten S_x und S_y und — da die Stabilität der Summenintensitäten für die Stabilität des stationären Zustandes nicht zwangsläufig hinreichend ist — die Stabilitätsanalyse der Intensitäten I_k der individuellen Moden unter der Bedingung, daß die Summenintensitätsabweichungen δS_x und δS_y sowie deren zeitliche Ableitungen verschwinden. Auf einer abstrakteren Betrachtungsebene entspricht die Stabilität der Summenintensitätsabweichungen der Stabilität des Ursprungs eines $2(m+n) - 4$ -dimensionalen Unterraumes $R^{2(m+n)-4}$, der durch die Bedingung $(\delta S_x, \delta S_y, \delta S'_x, \delta S'_y) = 0$ innerhalb des Phasenraumes $R^{2(m+n)}$ definiert ist. Die Stabilität der individuellen Moden entspricht der Stabilität der Trajektorien in diesem Unterraum.

Zunächst wird im folgenden die Stabilität der stationären Lösung des frei laufenden Lasers ($\delta W = 0$) untersucht. Die Stabilität der Summenintensitätsabweichungen läßt sich anhand der Gln. (2.30) beurteilen. Der Ursprung $(\delta S_x, \delta S_y, \delta S'_x, \delta S'_y) = 0$ des Unterraumes ist dann stabil, wenn die Realteile aller vier Eigenwerte $\Lambda_{1...4}$, der Gln. (2.30) negativ sind. Die Eigenwerte $\Lambda_{1...4}$ entsprechen den Nullstellen des charakteristischen Polynoms der Gln. (2.30). Allgemein existieren für das System zwei Paare komplex-konjugierter Eigenwerte. Die konkreten funktionalen Abhängigkeiten der Eigenwerte von den Systemparametern sind allerdings zu komplex, als daß sie an dieser Stelle allgemein diskutiert werden könnten. In der Abb. 2.11 sind daher exemplarisch die Verläufe der Realteile der beiden Paare komplex-konjugierter Eigenwerte im Fall einer Modenkonstel-

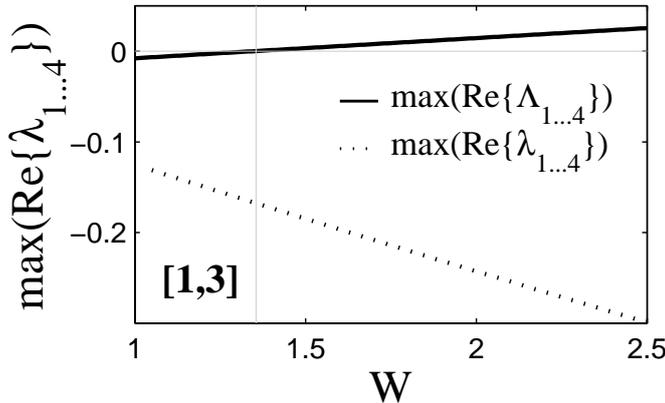


Abbildung 2.11: Abhängigkeit des größten Eigenwertes des charakteristischen Polynoms der Gl. (2.30) (gepunktete Linie) bzw. der Gl. (2.28) unter der Bedingung $\delta S_x = \delta S_y = \delta S'_x = \delta S'_y = 0$ (Strich-Punkt-Linie) von der relativen Pumpleistung W bei einer Modenkombination von [1, 3].

lation von [1, 3] und mit den oben genannten typischen Parameterwerten über der relativen Pumpleistung W aufgetragen. Die Realteile des einen Eigenwertpaares bleiben im dargestellten Pumpleistungsbereich negativ. Die des anderen Paares werden ab einer relativen Pumpleistung von $W = 1,36$ positiv, was zur Destabilisierung des Unterraumes und damit des stationären Zustandes führt. Die verbleibenden $2(m+n) - 4$ Eigenwerte — die vier Eigenwerte Λ_k der Gln. (2.30) sind auch Eigenwerte der Gln. (2.28) — bestimmen die Stabilität der Trajektorien im Unterraum $R^{2(m+n)-4}$. Das gekoppelte System von Differentialgleichungen (2.28) zerfällt in diesem Unterraum in einen Satz von $2(m+n)$ gewöhnlichen, individuellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung, da die koppelnden Terme f_x und f_y verschwinden:

$$\delta I_k'' + b_x \delta I_k' + c_x \delta I_k = 0, \quad k = 1, \dots, m \quad (2.31a)$$

$$\delta I_k'' + b_y \delta I_k' + c_y \delta I_k = 0, \quad k = m+1, \dots, m+n \quad (2.31b)$$

Der Symmetrie der Gln. (2.26) folgend, sind die Gln. (2.31a) und (2.31b) zur Beschreibung der Dynamik der einzelnen in einer Richtung polarisierten Intensitätsabweichungen δI_k identisch. Im Unterraum $R^{2(m+n)-4}$ existieren aufgrund dessen lediglich vier unterschiedliche Eigenwerte, $\lambda_{1,2}^x$ und $\lambda_{1,2}^y$, jeweils zwei für die in x - und y -Richtung polarisierten Moden. Die Eigenwerte $\lambda_{1,2}^x$ und $\lambda_{1,2}^y$ entsprechen den Nullstellen der charakteristischen Gln. $\lambda^2 + b_x \lambda + c_x = 0$ und $\lambda^2 + b_y \lambda + c_y = 0$. Ohne die detaillierte Gestalt der Eigenwerte anzugeben, sei lediglich die bedeutungsvolle Tatsache erwähnt, daß die Realteile der Eigenwerte $\lambda_{1,2}^x$ und $\lambda_{1,2}^y$ über den gesamten Pumpleistungsbereich negativ sind, sofern die Bedingungen $\beta < 1$ und $g < \eta/\varepsilon (1 + \beta(m+n-1))$ erfüllt sind, was in nahezu allen praktischen Situationen der Fall ist.

2.3.5 Die Regelung des verdoppelten Multi-Mode-Lasers

Im Hinblick auf die Stabilisierung der Intensität des verdoppelten Lasers ist insbesondere die Tatsache von Bedeutung, daß die Destabilisierung des stationären Zustandes ausschließlich mit der Dynamik der Summenintensitäten in Zusammenhang steht. Dies impliziert, daß es für die Stabilisierung des stationären Zustandes lediglich notwendig ist, die Stabilität der Summenintensitäten zu gewährleisten, ohne damit die Stabilität der individuellen Moden zu beeinflussen. In Anbetracht der Struktur der Gln. (2.30) sollte eine solche Stabilisierung durch die Rückkopplung einer Stellgröße bewirkt werden können, die sich aus einer Kombination der beiden Summenintensitäten S_x und S_y zusammensetzt. Im Rahmen dieser Arbeit wird demonstriert, wie sich die Rückkopplung einer Stellgröße der Gestalt

$$\Delta W = K_x (S_x(t) - S_x^0) + K_y (S_y(t) - S_y^0) \quad (2.32)$$

auf die Stabilität des stationären Zustandes auswirkt. In Anlehnung an die im Abschnitt 2.3.2 eingeführte Terminologie wird diese Regelarchitektur im folgenden als Regelung durch proportionale Rückkopplung bezeichnet. Für die Einkopplung der Stellgröße ins System dient die relative Pumpleistung W . Die Stellgröße ΔW ergibt sich entsprechend der Gl. (2.32) aus einer Kombination der aktuellen Abweichungen der Summenintensitäten S_x und S_y von den entsprechenden Werten S_x^0 und S_y^0 des stationären Zustandes. Mittels der Regelparameter K_x und K_y werden die beiden Komponenten der Stellgröße in gewünschter Weise gewichtet. In der Umgebung des stationären Zustandes ist die Stellgröße gegeben durch

$$\delta W = K_x \delta S_x + K_y \delta S_y \quad , \quad (2.33)$$

wobei δS_x und δS_y die infinitesimalen Abweichungen der Summenintensitäten S_x und S_y vom stationären Zustand bezeichnen. Die Stabilität des stationären Zustandes des verdoppelten Multi-Mode-Lasers unter proportionaler Rückkopplung ist durch die Nullstellen des charakteristischen Polynoms der Gln. (2.28) unter Berücksichtigung der Stellgröße δW entsprechend der Gl. (2.33) bestimmt. Da die Stellgröße δW eine homogene Funktion der Summenintensitätsabweichungen δS_x und δS_y ist, bleibt die Stabilität der Moden im Unterraum $(\delta S_x, \delta S_y, \delta S'_x, \delta S'_y) = 0$ von der Wirkung der Stellgröße unberührt. Mit der Stabilität der Summenintensitäten S_x und S_y ist daher, auch unter Wirkung der Stellgröße, die Stabilität des Gesamtsystems gewährleistet. In der Umgebung des stationären Zustandes wird die Dynamik der Summenintensitäten S_x und S_y durch die Gln. (2.30) beschrieben. Diese entsprechen strukturell denen zweier gekoppelter harmonischer Oszillatoren. Ähnlich dem Fall des unverdoppelten Single-Mode-Lasers sind die Dämpfungen der gekoppelten Oszillatoren unter der Wirkung der Stellgröße abhängig von den Regelparametern K_x und K_y . Das Ziel besteht darin, solche Parameterkonstellationen zu finden, bei denen die Dämpfungen beider Oszillatoren positiv

sind. In diesem Fall sind die Realteile aller vier Nullstellen des charakteristischen Polynoms der Gln. (2.30) negativ, und der Laser befindet sich in einem stabilen Gleichgewichtszustand.

In der Abb. 2.12 (a) sind die Stabilitätsbereiche in der Parameterebene (K_x, K_y) für drei verschiedene Pumpleistungen, $W = 1,4$, $2,0$ und $8,0$ bei einer Modenkonstellation von $[m, n] = [1, 2]$ dargestellt. Zunehmende Werte der relativen Pumpleistung entsprechen dunkleren Grautönen, wobei die helleren Gebiete durch die dunkleren überdeckt werden. Für die Rechnungen wurden die am Anfang des Abschnitts 2.3.4 angegebenen typischen Werte für die Systemparameter verwendet. Darüber hinaus wurde entsprechend den experimentellen Gegebenheiten, siehe Abschnitt 3.7.2, davon ausgegangen, daß es im Resonator lediglich zur Summenfrequenzbildung kommt, $g = 0$. Man erkennt, daß der instabile stationäre Zustand des Lasers durch Aufprägen einer Stellgröße δW entsprechend der Gl. (2.33) stabilisiert werden kann. Um die Stabilisierung zu erreichen, muß eine Komponente der Stellgröße gleich- und die andere im allgemeinen gegenphasig ins System rückgekoppelt werden. Wie diese Kombination im konkreten Fall gewählt werden muß, hängt von der Verteilung der Moden auf die beiden Polarisations-eigenzustände des Resonators ab. Gleichphasig (mit positivem Regelparameter) wird die Summenintensität ins System rückgekoppelt, in deren Polarisationsrichtung die geringere Anzahl von Moden angeschwungen ist, d.h. die schwächere der beiden Summenintensitäten. Gegenphasig wird im allgemeinen die Summenintensität rückgekoppelt, in deren Polarisationsrichtung die größere Anzahl von Moden angeschwungen ist. Der Stabilitätsbereich ist typischerweise durch zwei, sich im Punkt (β, β) schneidende Geraden begrenzt und erstreckt sich im wesentlichen auf den 4. Quadranten der (K_x, K_y) -Ebene. Mit zunehmender Pumpleistung wird der Scheitelwinkel zwischen den Geraden zwar kleiner, die Fläche des Stabilitätsbereiches bleibt allerdings in jedem Fall unendlich groß. Bemerkenswert ist, daß im Bereich kleiner Pumpleistungen die gleichphasige Rückkopplung der schwächeren Summenintensität für die Stabilisierung des stationären Zustandes ausreichend ist. In der Abb. 2.12 (b) sind die Stabilitätsbereiche des Lasers in der (K_x, K_y) -Ebene bei einer Pumpleistung von $W = 2,1$ für drei verschiedene Modenkonstellationen, $[1, 2]$, $[1, 3]$ und $[1, 4]$, dargestellt. Die Fläche des Stabilitätsbereiches ist unabhängig von der Modenkonstellation unendlich groß. Eine Ausnahme bildet lediglich der vollständig symmetrische Systemzustand, in dem sowohl die Anzahl der Moden in x - und y -Richtung gleich sind, als auch eine vollständige Symmetrie der Systemparameter bezüglich der Polarisationsrichtungen vorliegt. In diesem Fall, der praktisch allerdings keinerlei Relevanz besitzt, ist die Fläche des Stabilitätsbereiches gleich Null. Mit zunehmender Gleichverteilung der Moden auf die beiden Polarisations-eigenzustände des Resonators nimmt der Scheitelwinkel zwischen den Geraden, die den Stabilitätsbereich begrenzen, ab.

Die theoretischen Ergebnisse zur Stabilisierung des stationären Zustandes des verdoppelten Lasers sind vielversprechend. Ein Gesichtspunkt, der im Modell

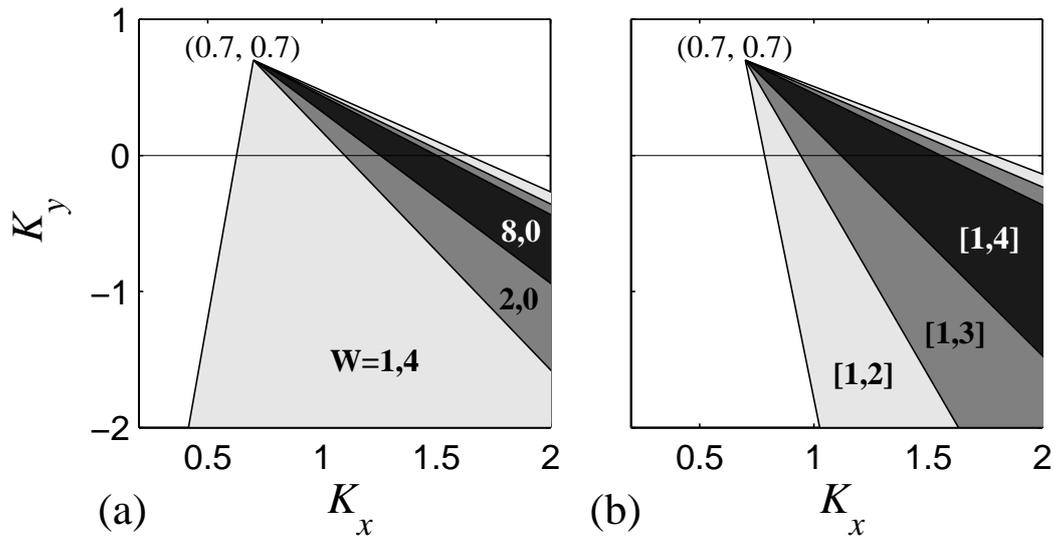


Abbildung 2.12: Stabilitätsbereiche des verdoppelten Multi-Mode-Lasers in der Parameterebene (K_x, K_y) unter Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung für Werte der relativen Pumpleistung W von 1,4 , 2,0 und 8,0 bei einer Modenkombination von $[1, 2]$, Abb. (a), sowie für Modenkombinationen von $[1, 2]$, $[1, 4]$ und $[1, 6]$ bei einer relativen Pumpleistung W von 2,1 , Abb. (b).

zur Regelung des verdoppelten Lasers bisher nicht berücksichtigt wurde und der an dieser Stelle lediglich angeschnitten werden soll, hat sich für die Interpretation der experimentellen Ergebnisse allerdings als entscheidend herausgestellt: Im Modell wurde eine ideale Übertragungsfunktion der Rückkopplung vorausgesetzt. Experimentell kann eine solche ideale Übertragungsfunktion prinzipiell nicht gewährleistet werden. Mit zunehmender Frequenz wachsen sowohl die Übertragungsverluste als auch die Phasenverschiebungen zwischen der Regel- und der Stellgröße. Da die typische Frequenz der Laserdynamik mit zunehmender relativer Pumpleistung wächst (siehe Gl. (2.12) für den Fall des unverdoppelten Single-Mode-Lasers), ist mit zunehmender Pumpleistung mit einer zunehmenden Verzerrung des Stabilitätsbereiches zu rechnen (siehe in diesem Zusammenhang die theoretischen Ergebnisse zum Stabilitätsverhalten des unverdoppelten Single-Mode-Lasers unter proportionaler Rückkopplung mit nicht idealer Übertragungsfunktion im Abschnitt 2.3.2). Erste theoretische Untersuchungen zu dieser Thematik wurden im Zusammenhang mit der Stabilisierung von resonatorintern frequenzverdoppelten Lasern durch Letz [29] und Schenck zu Schweinsberg [47] angestellt. Die Ergebnisse belegen, daß die Flächen der Stabilitätsbereiche unter Berücksichtigung typischer Übertragungsfunktionen endlich werden und sich mit zunehmendem Verhältnis zwischen der charakteristischen Frequenz des Lasers und der Bandbreite des Rückkopplungszweiges verkleinern. Für eine quantitative Interpretation der im Abschnitt 3.7.3 vorgestellten, experimentell bestimmten

Stabilitätsbereiche ist es daher zwingend notwendig, den Einfluß der Übertragungsfunktion auf die Stabilitätseigenschaften des stationären Zustandes systematisch zu untersuchen.

In den bisherigen Betrachtungen wurde vorausgesetzt, daß sich die Trajektorie des Lasers innerhalb eines endlichen Zeitraums dem instabilen stationären Zustand temporär so weit nähert, daß die lineare Näherung der Systemgleichungen in diesem Zeitraum für die Beschreibung der Dynamik herangezogen werden kann. Ist dies nicht der Fall, konvergiert die Trajektorie unter keinen Umständen auf den stationären Zustand, auch dann nicht, wenn dieser durch das Aufprägen der Stellgröße stabil ist. Beim Laser tritt diese Situation mit zunehmender Pumpleistung ein [39]. Die Probleme, die sich im Hinblick auf die Stabilisierbarkeit daraus ergeben, können umgangen werden, indem neben der Regelung eine so genannte Tracking-Prozedur angewandt wird [17]. Allgemein versteht man unter Tracking im Zusammenhang mit der Regelung nichtlinearer dynamischer Systeme das Anpassen der Regelparameter an sich verändernde Systemparameter, wobei die Stabilität des Systems zu allen Zeitpunkten zu gewährleisten ist. Für die Stabilisierung des Lasers könnte der Ablauf einer solchen Tracking-Prozedur der folgende sein: Zunächst wird die Regelung bei einer Pumpleistung aktiviert, bei der die Trajektorie innerhalb einer endlichen Zeit in den Einzugsbereich des stabilen stationären Zustandes gelangt und von diesem 'eingefangen' wird. Wenn sich das geregelte System im stabilen stationären Zustand befindet, wird die Pumpleistung stetig erhöht. Parallel zur Erhöhung der Pumpleistung werden die Regelparameter so nachgeführt, daß die Stabilität des stationären Zustandes gewahrt bleibt. Auf diese Weise verläßt die Trajektorie den Gültigkeitsbereich der linearen Näherung und damit den stabilen stationären Zustand zu keinem Zeitpunkt. In der Diskussion der experimentellen Ergebnisse zur Stabilisierung des verdoppelten Lasers, die im Abschnitt 3.7.3 vorgestellt werden, wird die in diesem Absatz angeschnittene Problematik aufgrund der niedrigen Pumpleistungen, bei denen die Messungen durchgeführt wurden, allerdings keine Rolle spielen.

Kapitel 3

Experimenteller Teil

Im dritten Kapitel dieser Arbeit werden die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen zur Dynamik des Nd:YAG-Lasers vorgestellt. In den folgenden vier Abschnitten 3.1 - 3.4 werden zunächst der experimentelle Aufbau des Lasers, der Aufbau und die Durchführung der Datenaufnahme und die verwendeten elektrischen Schaltungen beschrieben. In den Abschnitten 3.5 und 3.6 werden die Messungen am unverdoppelten Laser vorgestellt, die unter dem Aspekt der Modellverifikation durchgeführt wurden. Mit dem Beginn der experimentellen Arbeit am verdoppelten Laser wurde schnell deutlich, daß der experimentelle Rahmen weit über die Realisierung der eigentlichen Regelung hinausgehen würde. Insbesondere galt es zunächst, den Betriebszustand des Lasers qualitativ zu klassifizieren. Im Hinblick auf das im zweiten Kapitel der Arbeit vorgestellte Modell bieten sich dazu die Modenspektren bei 1064nm und 532nm an. Da die Modenspektren als das wesentliche optische Charakteristikum des Betriebszustandes anzusehen sind, wird im folgenden im Zusammenhang mit den Modenspektren vom optischen Zustand des Lasers gesprochen. Betrachtet man den Laser hingegen unabhängig von den Modenspektren als ein nichtlinear-dynamisches System, ist darüber hinaus eine Klassifizierung des Systemzustandes auf der Basis von Größen der nichtlinearen Dynamik denkbar. Schwierigkeiten bei der Durchführung der Messungen haben sich aus der Tatsache ergeben, daß bereits der optische Zustand des Lasers empfindlich von der Konstellation der Systemparameter abhängt. Die Probleme, die sich aus der empfindlichen Abhängigkeit des Betriebszustandes von der Konstellation der Systemparameter für die Messungen ergeben, und deren Lösung werden im Abschnitt 3.7.1 unter der Thematik Stationarität und Reproduzierbarkeit des Systemzustandes diskutiert. Im Abschnitt 3.7.2 wird exemplarisch illustriert, wie sich der dynamische Zustand des Lasers bei einer bestimmten Modenkonstellation mit zunehmender Pumpleistung verändert. Die experimentellen Ergebnisse zur Stabilisierung der Ausgangsintensität des verdoppelten Lasers werden im Abschnitt 3.7.3 am Ende dieses Kapitels vorgestellt.

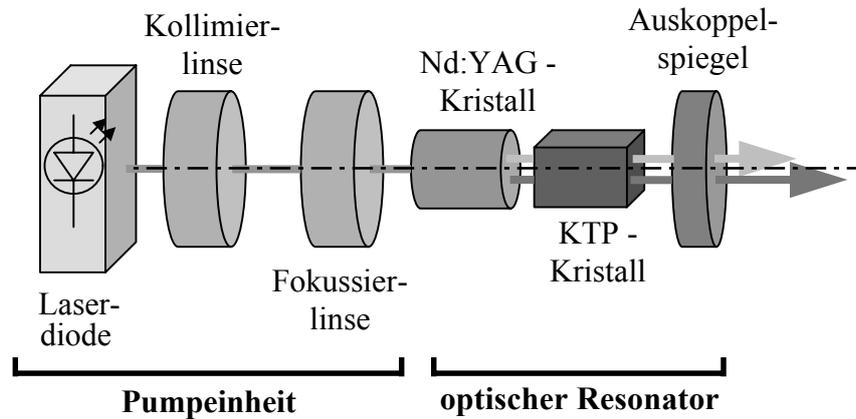


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau des verwendeten resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers.

3.1 Der Laser

In der Abb. 3.1 ist der experimentelle Aufbau des resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers schematisch dargestellt. Der Laser lässt sich in zwei funktionale Einheiten zerlegen: den optischen Resonator und die Einrichtung zum Pumpen des optisch aktiven Kristalls. Der optische Resonator wird durch einen Planspiegel und einen konkaven Auskoppelspiegel aufgespannt. Das optisch aktive Material ist ein zylinderförmiger Nd:YAG-Kristall mit einer Länge von 5mm und einem Durchmesser von 3mm (bzgl. der optischen Eigenschaften des verwendeten Nd:YAG-Kristalls siehe [9]). Eine Seite des Nd:YAG-Kristalls ist bei Wellenlängen von 1064nm und 532nm hochreflexiv (Reflexionskoeffizient $r > 99,8\%$ bei 1064nm und $r > 90\%$ bei 532nm) beschichtet und bildet den Planspiegel des Resonators. Die andere Seite des Kristalls ist für die Fundamentalwellenlänge entspiegelt. Das optisch nichtlineare Element ist ein KTP-Kristall mit Kantenlängen von $3\text{mm} \times 3\text{mm} \times 5\text{mm}$ (bzgl. der optischen Eigenschaften des verwendeten KTP-Kristalls siehe [8]). Beide Seiten des KTP-Kristalls sind sowohl für die Fundamentalwellenlänge bei 1064nm als auch für die Wellenlänge der ersten Harmonischen von 532nm entspiegelt.

Bei der Konzeption des mechanischen Aufbaus des Laserresonators galt es, verschiedenen Anforderungen gerecht zu werden. Vor dem Hintergrund, den Betriebszustand des Lasers gezielt beeinflussen zu können, bestand beispielsweise die Forderung nach hoher Flexibilität bezüglich der Resonatorgeometrie, was die Justierbarkeit aller optischen Komponenten in fünf Freiheitsgraden voraussetzt. Dieses an sich mit der Nutzung kommerziell erhältlicher mechanischer Komponenten einfach zu lösende Problem verkompliziert sich durch zwei weitere Anforderungen, die sich aus dem Aspekt der Langzeitstabilität des Betriebszustandes

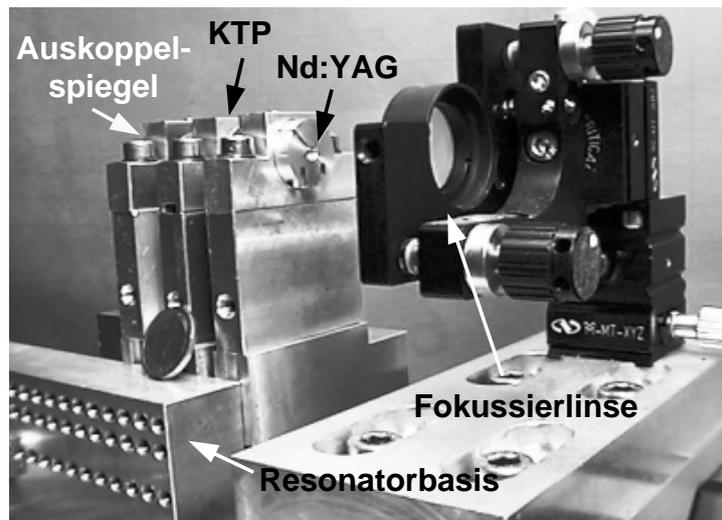


Abbildung 3.2: Foto des verwendeten Laserresonators einschließlich der Fokussierlinse.

des Lasers ergeben, siehe Abschnitt 3.7.1: hohe mechanische Stabilität des Resonators und gute thermische Ankopplung sowohl der gesamten Mechanik, als auch der optischen Komponenten des Resonators an eine Wärmequelle bzw. -senke. Letzten Endes konnte all diesen Forderungen nur durch eigens konstruierte Optikhalter Rechnung getragen werden. Als Material für die mechanischen Komponenten wurde aus fertigungstechnischen Gründen Aluminium gewählt. Für die Justage standen für jede Komponente fünf Freiheitsgrade zur Verfügung: die Translation in zwei orthogonalen Richtungen senkrecht zur optischen Achse, das Verkippen um diese beiden Achsen sowie die Rotation um die optische Achse des Resonators. Um die Resonatorlänge variieren zu können, waren die einzelnen Halter frei entlang der optischen Achse auf einer massiven mechanischen Basis positionierbar. Die thermische Kopplung der beweglichen Teile und die hohe mechanische Stabilität des kompletten Halters wurden durch große Auflageflächen und eine Fixierung nach erfolgter Justage mittels Klemmschrauben erreicht. Die Abb. 3.2 zeigt ein Foto des verwendeten Laserresonators und der Fokussierlinse.

Da für die meisten der hier vorgestellten Untersuchungen unterschiedliche Resonatorgeometrien verwendet wurden, finden sich jeweils bei der Beschreibung der entsprechenden Messung Angaben zur Resonatorlänge L_R , zum verwendeten Auskoppelspiegel, zur Fokussierlinse und zu zusätzlichen optischen Komponenten innerhalb des Resonators.

Gepumpt wird der Nd:YAG-Kristall optisch mit dem linear polarisierten Licht einer temperaturstabilisierten Breitstreifen-Laserdiode vom Typ S81-1000C-100 der Firma COHERENT. Bei einem maximalen Pumpstrom I_{LD} von etwa 1,2A beträgt die maximale Ausgangsleistung P_{LD} der Laserdiode 1W. Die Wellenlänge der Laserdiode liegt bei 807nm. Sie kann durch Temperaturänderung des Laser-

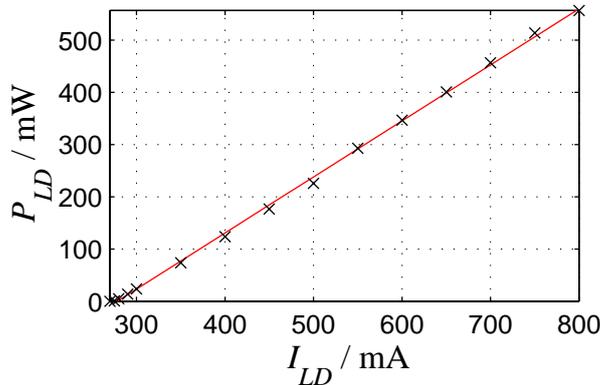


Abbildung 3.3: Ausgangsleistung P_{LD} der verwendeten Laserdiode aufgetragen über dem Pumpstrom I_{LD} .

diodenchips variiert und somit der Wellenlänge einer starken Absorptionslinie des Nd:YAG-Kristalls angepaßt werden. In der Abb. 3.3 ist die Ausgangsleistung P_{LD} der Laserdiode über dem Pumpstrom I_{LD} im Strombereich zwischen 270mA und 800mA aufgetragen. Die Laserschwelle der Diode liegt bei einem Pumpstrom von $I_{LD} = 275\text{mA}$. Über der Laserschwelle wächst die Ausgangsleistung der Laserdiode bei einer Erhöhung des Pumpstromes um 1mA um 1,05mW. Als Stromquelle für das Peltierelement, mit dem die Temperatur der Laserdiode stabilisiert wird, dient ein Treiber vom Typ TED8020 der Firma PROFILE. Die Temperatur des Laserdiodenchips wurde für alle Messungen auf 17°C eingestellt. Der Pumpstrom I_{LD} für die Laserdiode wird von einer Konstantstromquelle des Typs LDC8020 der Firma PROFILE geliefert. Der Pumpstrom I_{LD} kann mit einer Genauigkeit von 1mA eingestellt werden. Die beiden Konstantstromquellen sind in einem Einsteckrahmen vom Typ PRO800 der Firma PROFILE untergebracht. Über diesen werden die Einstellungen der einzelnen Module vorgenommen. Der PRO800 ist mit einer GPIB-Schnittstelle ausgerüstet, über die die Stromtreiber mittels eines PC's ferngesteuert werden können.

Das Licht der Laserdiode wird über eine Freifeldgeometrie axial in den Nd:YAG-Kristall eingekoppelt. Dazu wird der divergente Strahl der Laserdiode zunächst durch eine spezielle Fokussierlinse der Firma CASIX mit einer Brennweite von 8mm kollimiert und anschließend durch eine weitere Linse in den Nd:YAG-Kristall fokussiert. Beide Linsen sind in kommerziell erhältlichen Optikhaltern der Firma NEWPORT in fünf Freiheitsgraden justierbar gehalten. Die Freifeldgeometrie zur Einkopplung des Pumplichtes in den Nd:YAG-Kristall wurde der Einkopplung über einen Lichtleiter unter dem Aspekt eines flexiblen Versuchsaufbaus vorgezogen: So kann beispielsweise die Taille des Pumpfokus an die der transversalen TEM_{00} -Mode des Resonators durch die Wahl einer Fokussierlinse geeigneter Brennweite angepaßt werden. Zudem ist die Freifeldgeometrie im Vergleich zu einem Lichtleiter unempfindlicher gegen Temperaturänderungen und Erschütterungen. Des weiteren bietet sie mit dem Einsatz von Verzögerungsplatten Vorteile hinsichtlich der Kontrolle des Polarisationszustandes des Pumplichtes [29].

Die Untersuchungen am Laser wurden bei Pumpleistungen P_{LD} von bis zum 10

fachen der Pumpleistung an der Laserschwelle durchgeführt. Der Nd:YAG-Laser wurde bei sämtlichen Messungen transversal single-modig betrieben. Neben einer sorgfältigen Justage, für die das Modenspektrum im Infraroten als Kriterium herangezogen wurde¹, ist die Voraussetzung für das Erreichen der transversalen Singlemodigkeit die richtige Kombination der Resonatorlänge L_R , der Brennweite der Fokussierlinse und des Abstandes zwischen der Fokussierlinse und der Eintrittsfläche des Nd:YAG-Stabes. Die geeignete Kombination wurde jeweils durch geduldiges *Probieren* experimentell ermittelt. Innerhalb des untersuchten Pumpleistungsbereiches schwingen im Resonator bei 1064nm typischerweise bis zu zehn longitudinale Moden an.

Um den Laser über einen Zeitraum von mehreren Stunden stabil in einem bestimmten optischen Zustand zu halten, ist es erforderlich, die Resonatorgeometrie zu stabilisieren, siehe Abschnitt 3.7.1. Dies bedingt neben der bereits angesprochenen, hohen mechanischen Stabilität des Resonators auch eine stabile Temperatur desselben. Aus diesem Grund wurde eine aktive Temperaturstabilisierung realisiert. Als Wärmepumpe dient ein thermoelektrisches Element des Typs CP1,4-127-06L der Firma MELCOR mit einer Leistung von 50W und Abmessungen von 40mm×40mm×3,8mm. Das Peltierelement befindet sich zwischen der mechanischen Basis des Resonators und der Edelstahlplatte des optischen Tisches, die als Wärmesenke bzw. -quelle fungiert. Die Basis des Resonators ist zur thermischen Entkopplung mit Kunststoffschrauben auf den optischen Tisch fixiert. Der gesamte Resonator ist von einer Thermobox umgeben, um den Wärmeaustausch mit der umgebenden Luft zu minimieren. Zum Einkoppeln des Pumplichtes und zum Auskoppeln des Laserlichtes dienen zwei Bohrungen in der Box. Als Temperatursensor wird ein Thermistor eingesetzt, der an der Basis des Resonators befestigt ist. Der Temperatursensor ist an einen Temperaturregler des Typs LDC350 der Firma PROFILE angeschlossen, der den Strom für das thermoelektrische Element liefert. Mit der beschriebenen Regelschleife können die Temperaturschwankungen des Resonators über einen Zeitraum von mehreren Stunden auf Werte unterhalb von 5×10^{-2} K reduziert werden. Die Zeit für das Einschwingen der Temperatur in einem stabilen Zustand beträgt aufgrund der großen thermischen Masse des optischen Resonators etwa eine Stunde.

¹Ein gutes qualitatives Kriterium ist der folgende Test, der auf der Beobachtung des Strahlprofils basiert: Ob im Laserresonator lediglich eine transversale Mode oszilliert oder mehrere, hängt bei axial optisch gepumpten Festkörperlasern von der Wahl einer geeigneten Fokussierlinse und der korrekten Justage derselben ab. Im Resonator schwingt mit hoher Wahrscheinlichkeit lediglich die TEM₀₀-Mode, wenn das Strahlprofil aus einer axialsymmetrischen Verteilung bei Dejustage der Fokussierlinse transversal zur optischen Achse in die nächst höhere Transversalmode TEM₀₁ oder TEM₁₀ *springt*. *Zerfließt* das Strahlprofil bei Dejustage hingegen in eine diffuse, irreguläre Intensitätsverteilung, kann davon ausgegangen werden, daß mit Vergrößerung der Pumpleistung neben der TEM₀₀-Mode höhere Transversalmoden anschwingen bzw. bereits angeschwungen sind.

3.2 Die Datenaufnahme

Für die Charakterisierung des Betriebszustandes des Lasers wurden die Modenspektren bei 1064nm und 532nm sowie der zeitliche Verlauf der Ausgangsintensität herangezogen. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß es sich bei den gemessenen Intensitäten um die vom Laser emittierten Intensitäten handelt, während die im Kapitel 2 verwendeten Intensitäten denen innerhalb des Laserresonators entsprechen. Beide stehen über den Reflexionskoeffizienten r des verwendeten Auskoppelspiegels miteinander in Beziehung: $\mathbf{I} = (1 - r)I$.

In der Abb. 3.4 ist der experimentelle Aufbau der verwendeten Datenerfassung schematisch dargestellt. Das vom Laser emittierte Licht wird zunächst mittels eines frequenzselektiven Strahlteilers in seine spektralen Anteile zerlegt. Die infrarote Komponente der Ausgangsintensität passiert den Strahlteiler, während der grüne Anteil unter einem Winkel von 90° reflektiert wird. Die Gesamtintensität bei einer Wellenlänge von 1064nm setzt sich aus den beiden, entlang den Richtungen der Polarisationszustände des Resonators polarisierten Intensitätskomponenten \mathbf{S}_x und \mathbf{S}_y zusammen. Ein polarisierender Strahlteilerwürfel dient dazu, diese beiden Anteile voneinander zu separieren. Der Strahlteilerwürfel ist drehbar gehalten, damit seine Hauptachsen auf die Richtungen der Polarisationszustände des Lasers ausgerichtet werden können. Mittels eines 50/50-Strahlteilers wird die Polarisationskomponente, die den polarisierenden Strahlteilerwürfel passiert, aufgeteilt.

Die zeitlichen Verläufe der Summenintensitäten \mathbf{S}_x und \mathbf{S}_y werden mittels zweier Photodetektoren gleichzeitig beobachtet. Einer ist starr mit dem polarisierenden Strahlteilerwürfel verbunden und detektiert die Polarisationskomponente, die vom polarisierenden Strahlteilerwürfel reflektiert wird. Der andere Photodetektor befindet sich im Strahlengang der am 50/50-Strahlteiler reflektierten Intensitätskomponente. Die Ausgangsspannungen der Photodetektoren können gegebenenfalls mittels einer A/D-Wandlerkarte digitalisiert und in einem PC gespeichert werden. Die Wandlerkarte hat eine maximale Samplingrate von 100MHz bei einer Auflösung von 16Bit. Die digitalisierten Daten werden in einem karteninternen Speicher mit einer Kapazität von zwei Megasamples zwischengespeichert.

Die Modenspektren bei 1064nm und 532nm werden mittels zweier Fabry-Perot-Scanning-Interferometer detektiert. Der freie spektrale Bereich des Interferometers für die infrarote spektrale Komponente beträgt 10GHz, der des zweiten, bei 532nm empfindlichen Interferometers liegt bei 2GHz. Die zeitabhängigen Spannungen am Ausgang der Interferometer werden auf je einem Kanal eines Speicheroszilloskops dargestellt und gegebenenfalls via GPIB-Schnittstelle mittels eines PC's ausgelesen. Als problematisch haben sich bei den Messungen Reflexe aus den Fabry-Perot-Scanning-Interferometern zurück in den Laserresonator erwiesen, da diese die Dynamik des Lasers stören. Um die Reflexe zu vermeiden, werden die Interferometer leicht aus der optischen Achse verkippt angeordnet. Im Ast bei

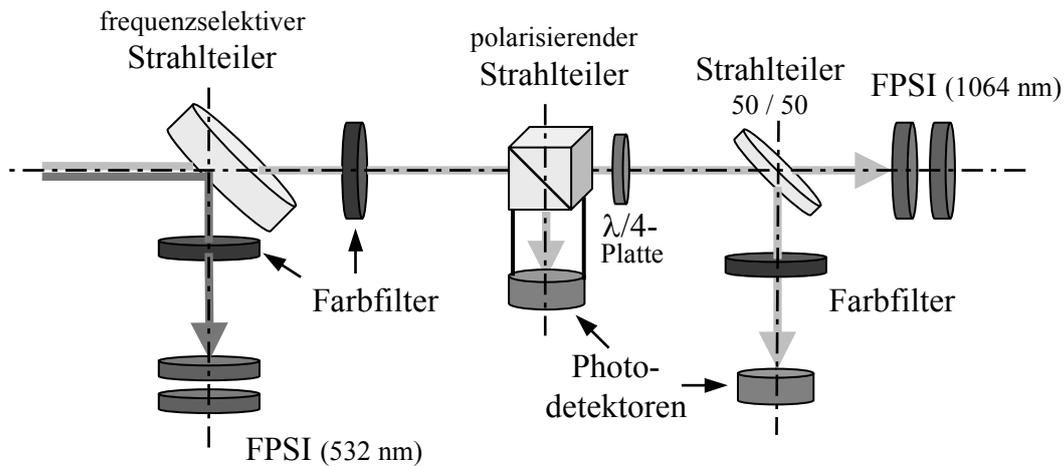


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung des Aufbaus zur Datenaufnahme (FPSI...Fabry-Perot-Scanning-Interferometer).

1064nm dient zudem ein optischer Isolator, der sich aus dem polarisierenden Strahlteilerwürfel und einer Viertelwellenplatte zusammensetzt, der zusätzlichen Dämpfung der Reflexe.

Eine vollständige Datenaufnahme für die Charakterisierung des optischen und des dynamischen Zustandes des Lasers läuft in zwei Schritten ab: Nachdem die Hauptachsen des polarisierenden Strahlteilerwürfels auf die Richtungen der Polarisationszustände des optischen Resonators ausgerichtet wurden, werden zunächst die zeitlichen Verläufe der Summenintensitäten S_x und S_y , das Modenspektrum einer dieser Intensitätskomponenten sowie das Modenspektrum bei 532nm gleichzeitig aufgezeichnet. Um die vollständige Information über die Modenkonstellation zu erhalten, wird der polarisierende Strahlteilerwürfel im zweiten Schritt um 90° gedreht und das Spektrum der verbleibenden Intensitätskomponente aufgenommen. Auf diese Weise kann innerhalb eines kurzen Zeitraums von etwa einer Minute der Betriebszustand des Lasers vollständig dokumentiert werden, wobei die Informationen über den dynamischen Zustand des Lasers gleichzeitig aufgenommen werden. Die Zeitspanne, die für die Dokumentation des Betriebszustandes des Lasers kalkuliert werden muß, ist insbesondere im Zusammenhang mit zeitlichen Driften der Systemparameter von Bedeutung, siehe Abschnitt 3.7.1.

Zur Berechnung von Leistungsspektren und für die Bestimmung von Übertragungsfunktionen wurde ein kommerzieller Spektrumanalysator der Firma HEWLETT PACKARD vom Typ HP8509A mit einer Bandbreite von 10MHz verwendet.

3.3 Interpretation der Modenspektren

Ein wesentliches Charakteristikum für den Betriebszustand eines Lasers sind die Anzahl und die Konstellation der oszillierenden Resonatormoden. Für die Beobachtung der Modenspektren wurden in dieser Arbeit Fabry-Perot-Scanning-Interferometer eingesetzt, deren Funktionsweise an dieser Stelle kurz erläutert werden soll.

Ein Fabry-Perot-Scanning-Interferometer ist ein schmalbandiger optischer Filter, basierend auf einem konfokalen Fabry-Perot-Resonator, dessen Resonanzfrequenz ν durch Änderung der Resonatorlänge L_{FPSI} durchgestimmt wird. Der Filter wird durch seinen Freien Spektralen Bereich ν_{FSR} und durch seine Finesse spezifiziert. Die Längenänderung des Resonators erfolgt in der Regel mittels ringförmiger Piezo-Kristalle, die durch eine sägezahnförmige Hochspannung angesteuert werden. Das Licht, dessen Spektrum analysiert werden soll (im vorliegenden Fall das des Lasers), wird auf einer Seite des Interferometers eingekoppelt. Als Meßsignal dient die transmittierte Intensität, die auf der anderen Seite des Filters mittels eines Photodetektors gemessen wird. Das Ausgangssignal U_{FPSI} des Photodetektors wird verstärkt und auf die Spannungsrampe für den Piezo-Kristall synchronisiert auf einem Oszilloskop dargestellt.

Die Auswertung dieses Signals basiert darauf, daß eine elektromagnetische Welle mit einer Frequenz ν_i innerhalb des Resonators bei unterschiedlichen Resonatorlängen in unterschiedlichen Ordnungen n resoniert. Die Bedingungen für die Resonanz von ν_i in der n 'ten und der $(n+1)$ 'ten Ordnung sind gegeben durch $\nu_i^n = nc/2L_{FPSI}$ und $\nu_i^{n+1} = (n+1)c/2(L_{FPSI} + \Delta L_{FPSI})$. Aus $\nu_i^n = \nu_i^{n+1}$ ergibt sich $n = L_{FPSI}/\Delta L_{FPSI}$. Mit der Kenntnis des Freien Spektralen Bereiches ν_{FSR} des Interferometers und der Längenänderung ΔL_{FPSI} des Resonators, die nötig ist, damit eine elektromagnetische Welle der Frequenz ν_i in der nächst höheren Ordnung resoniert, kann man mit der folgenden Verhältnisbeziehung auf eine Frequenzdifferenz $\Delta\nu_{ij}^n$ zwischen ν_i^n und einer beliebigen anderen Frequenz ν_j^n schließen:

$$\frac{\nu_{FSR}}{\Delta L_{FPSI}(\Delta t)} = \frac{\Delta\nu_{ij}}{\delta L_{FPSI}(\delta t)} \quad (3.1)$$

$L_{FPSI} + \delta L_{FPSI}$ ist die Resonatorlänge, bei der die elektromagnetische Welle der Frequenz ν_j in der n 'ten Ordnung resoniert. Die Gleichung (3.1) ergibt sich unter der Voraussetzung, daß $\Delta L_{FPSI} \ll L_{FPSI}$, und mit $n = L_{FPSI}/\Delta L_{FPSI}$ in erster Näherung aus dem folgenden Ansatz:

$$\Delta\nu_{ij} = \nu_i^{n+1} - \nu_j^n = \frac{(n+1)c}{2(L_{FPSI} + \Delta L_{FPSI})} - \frac{nc}{2(L_{FPSI} + \delta L_{FPSI})} \quad (3.2)$$

In der Praxis werden die Längen ΔL_{FPSI} und δL_{FPSI} indirekt über die Zeiten Δt und δt bestimmt, vorausgesetzt, daß zwischen der Länge und der Zeit ein

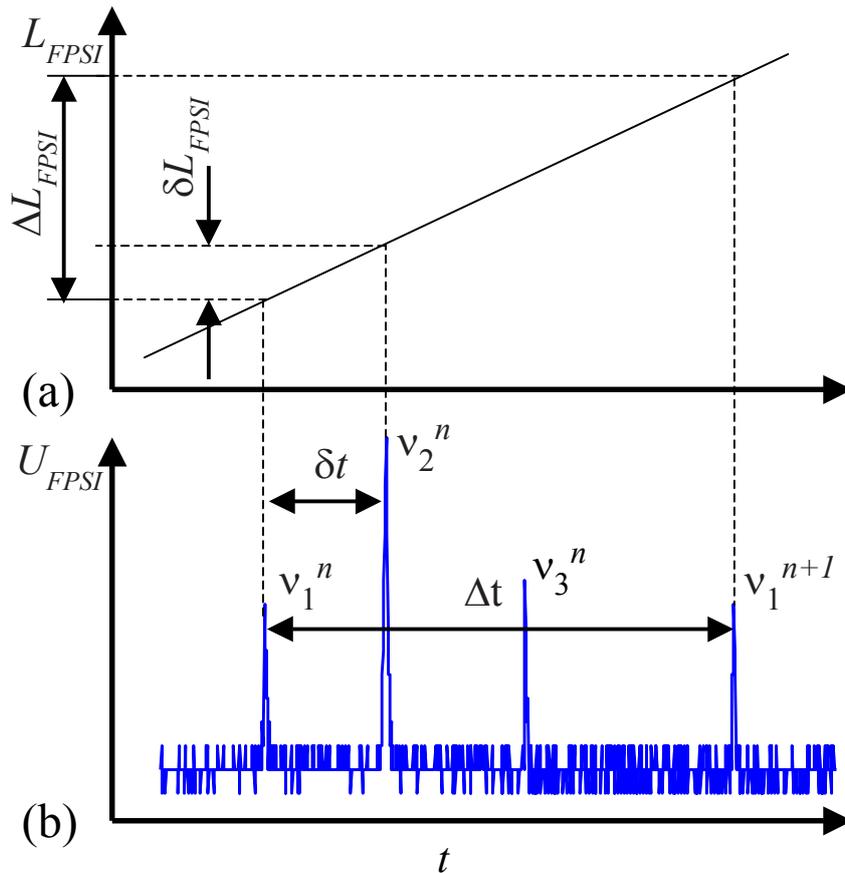


Abbildung 3.5: Ausschnitt aus dem sägezahnförmigen zeitlichen Verlauf der Resonatorlänge L_{FPSI} eines Fabry-Perot-Scanning-Interferometers, Abb. (a). Typisches Detektorsignal U_{FPSI} am Ausgang des Interferometers, hervorgerufen durch die emittierte Strahlung des verwendeten Nd:YAG-Lasers, Abb. (b).

linearer Zusammenhang besteht. Der Fehler in der Beziehung (3.1) ist abhängig vom Verhältnis des Frequenzabstandes $\Delta\nu_{ij}$ zur absoluten Frequenz ν_i^n und kann bei typischen experimentellen Werten für ν_i und $\Delta\nu_{ij}$ von 300THz und 10GHz vernachlässigt werden.

In der Abb. 3.5 (b) ist ein typisches Modenspektrum des hier verwendeten Nd:YAG-Lasers dargestellt. Entsprechend der Abb. 3.5 (a) besteht zwischen der Resonatorlänge L_{FPSI} und der Zeit ein linearer Zusammenhang. Im entsprechenden Bereich resoniert die Frequenz ν_1^n in zwei aufeinander folgenden Ordnungen. Das Spektrum des analysierten Lichts besteht aus drei spektralen Anteilen, ν_1 , ν_2 und ν_3 . Exemplarisch sind die beiden Zeitabstände Δt und δt eingezeichnet, deren Messung notwendig ist, um den Frequenzabstand $\Delta\nu_{12}$ zwischen ν_1^n und ν_2^n zu ermitteln. Abschließend sei darauf hingewiesen, daß sich die Interpretati-

on der Modenspektren wesentlich verkompliziert, wenn die spektrale Breite des zu analysierenden Spektrums den Freien Spektralen Bereich des Interferometers überschreitet. In diesem Fall *mischen* sich die verschiedenen Resonanzordnungen der unterschiedlichen Frequenzen, so daß eine eindeutige Interpretation nur unter Hinzunahme zusätzlicher Informationen, wie beispielsweise dem *erwarteten* Frequenzabstand zwischen zwei Moden aufgrund des Freien Spektralen Bereiches des Laserresonators, möglich ist.

3.4 Die elektrische Realisierung der Regelung

Ziel dieser Arbeit war es, eine Regelung zur Stabilisierung der Ausgangsleistung eines resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers zu realisieren. Auf der Basis von theoretischen Überlegungen fiel die Wahl auf eine zweidimensionale Regelung, basierend auf der zeitkontinuierlichen Rückkopplung der Summenintensitäten \mathbf{S}_x und \mathbf{S}_y . Die Stellgröße ΔW wurde durch Modulation der Pumpleistung P_{LD} in den Laser rückgekoppelt. Die Pumpleistung als Regelparameter zu verwenden, bietet sich an, da sie über den Pumpstrom I_{LD} der Laserdiode mit einem vergleichsweise geringen technischen Aufwand und mit hoher Präzision moduliert werden kann. Für die Implementierung dieser Regelarchitektur wurde eine Reihe elektronischer Schaltungen aufgebaut, deren Funktionen in diesem Abschnitt vorgestellt werden. Für den Entwurf der Schaltungen wurden die Standardwerke von Tietze & Schenk und Horowitz & Hill [21] [54], die Diplomarbeit von Müller [34] sowie diverse *Application Notes* der Bauteilhersteller herangezogen.

Im Blockdiagramm in Abb. 3.6 ist der vollständige Regelkreis schematisch dargestellt. Als Regelsignale dienen die beiden Polarisationskomponenten \mathbf{S}_x und \mathbf{S}_y der Ausgangsintensität des Lasers. Diese werden, wie im Abschnitt 3.2 beschrieben, mittels zweier baugleicher Photodetektoren gemessen. Die Detektoren bestehen jeweils aus einer PIN-Diode, der ein Transimpedanzwandler nachgeschaltet ist, dessen Verstärkung in drei Stufen geändert werden kann. Die Ausgangsspannungen der Photodetektoren gelangen auf jeweils einen Eingang einer funktionalen Einheit, die im folgenden als Regelschaltung bezeichnet wird. An beiden Eingängen der Regelschaltung befindet sich jeweils ein Hochpassfilter, mittels dem der niederfrequente Anteil des jeweiligen Eingangssignals herausgefiltert wird. Die 3-dB-Frequenzen der beiden Hochpassfilter betragen 1kHz. Nach dem Hochpassfiltern werden die Signale individuell in einem Bereich $-1 \leq K_{x,y} \leq 1$ gewichtet, um das für die Stellgröße gewünschte Verhältnis einzustellen. Das Einstellen der Faktoren erfolgt mittels zweier Digitalpotentiometer, deren Widerstände über einen PC gesteuert werden. Die Auflösungsgrenze, mit der die Faktoren eingestellt werden können, beträgt 1/100 des maximalen Einstellbereiches von 10k Ω . Danach werden die Signale beider Kanäle addiert, und das re-

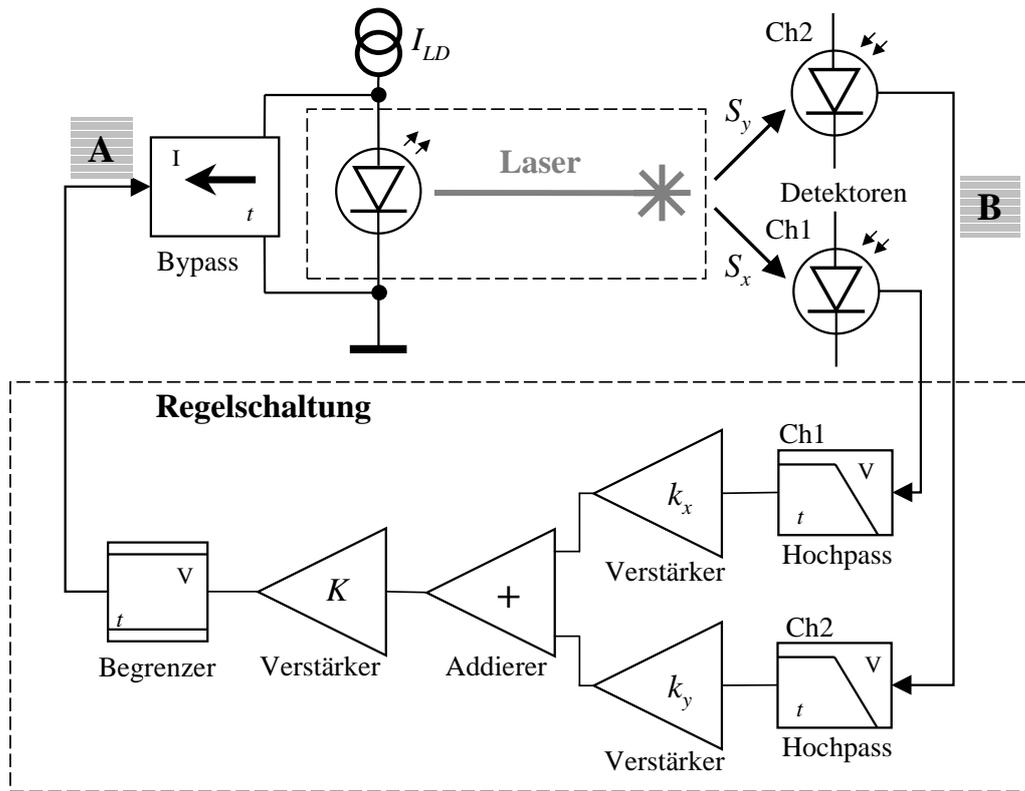


Abbildung 3.6: Blockschaltbild der elektronischen Schaltung zur Realisierung der Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung.

sultierende Signal wird abschließend verstärkt. Es ist proportional zur Stellgröße ΔW , gemäß deren zeitlichen Verlaufes der Pumpstrom I_{LD} der Laserdiode moduliert wird. Die Modulationsschaltung wurde als ein Strombypass ausgelegt, der als variabler Parallelwiderstand fungiert. Diese Schaltung wurde einem zu diesem Zweck häufig verwendeten Bias-T vorgezogen, da der Strom über die Laserdiode, im Gegensatz zur Modulation über einen Bias-T, grundsätzlich nur verringert werden kann. Damit umgeht man das Problem, daß schnelle parasitäre Stromspitzen zur Laserdiode gelangen, was zur Zerstörung derselben führen kann. Der Wert des Parallelwiderstandes und damit die Höhe des Stromes I_{LD}^{mod} , der vom Gesamtstrom des Treibers abgezweigt wird, hängen von der Spannung U_{in} ab, die an den Eingang des Bypass angelegt wird. Um die Linearität des Zusammenhangs zwischen der Spannung U_{in} und dem Strom I_{LD}^{mod} zu gewährleisten, wird die Spannung am Eingang des Bypass auf den Bereich zwischen 0V und -500mV begrenzt. In diesem Bereich bewirkt eine Spannungsänderung von 10mV eine Änderung des Pumpstromes I_{LD} von 1,8mA. Damit ergibt sich bei einem Arbeitspunkt von $U_{in}^{AP} = -250\text{mV}$ und einer Spannungsamplitude U_{in}^{mod} von 250mV eine Amplitude des Pumpstromes von 45mA, was einer Amplitude der Ausgangsleistung der Laserdiode von 47mW entspricht.

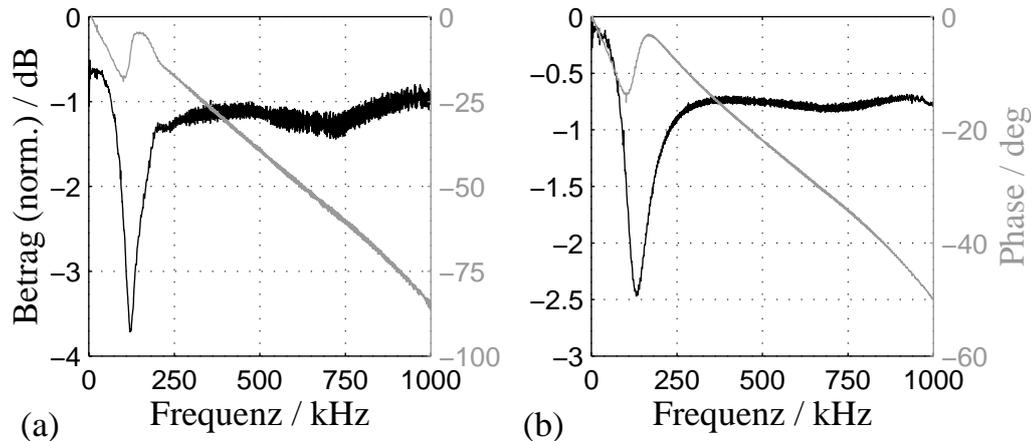


Abbildung 3.7: Übertragungsfunktion des gesamten elektronischen Teils des Regelkreises (ohne Laserresonator), siehe Abb. 3.6 Punkt B→B, Abb. (a), und des Signalweges Bypass-Laserdiode-Photodetektor (ohne Laserresonator), siehe Abb. 3.6 Punkt A→B, Abb. (b). Beide Übertragungsfunktionen wurden bei größtmöglichen Verstärkungen gemessen.

Da davon ausgegangen werden muß, daß die Funktionalität der Regelung durch parasitäre Phasenverschiebungen zwischen der Regel- und der Stellgröße beeinflusst wird, galt der dynamischen Charakteristik des Regelkreises das besondere Augenmerk. In der Abb. 3.7 (a) sind der Betrag und die Phase der Übertragungsfunktion des Regelkreises (ohne den optischen Resonator des Lasers) dargestellt. Das Eingangssignal für die Schaltung, ein periodischer Chirp einer Amplitude von 40mV, der von einer internen Spannungsquelle des verwendeten Spektrumanalysators generiert worden ist, wurde auf einen der beiden Kanäle der Regelschaltung — der Regelkreis wurde für die Messung der Übertragungsfunktion im Punkt B (siehe Abb. 3.6) unterbrochen — gegeben. Das Ausgangssignal wurde am Ausgang des Photodetektors — Punkt B der Abb. 3.6 — abgegriffen. Die dargestellte Übertragungsfunktion wurde bei maximaler Verstärkung sowohl des Transimpedanzwandlers des Detektors als auch der Regelschaltung gemessen. Dies entspricht dem im Hinblick auf die Bandbreite des Regelkreises ungünstigsten Fall. Die 3-dB-Frequenz der Schaltung liegt bei etwa 2,5MHz. Die Darstellung wurde allerdings auf den Frequenzbereich bis 1MHz beschränkt, weil die Phase im Hinblick auf die Funktionalität der Regelung limitierend wirkt. Sie fällt bis zu einer Frequenz von 1MHz nahezu linear von 0° auf -80° ab. Der Betrag und die Phase der Übertragungsfunktion des Signalweges vom Eingang des Bypass bis zum Ausgang des Detektors — Punkt A bis B in der Abb. 3.6 — sind in der Abb. 3.7 (b) dargestellt. An den Eingang des Bypass wurde ein periodischer Chirp mit einer Amplitude von 200mV und einem Offset von -250mV gelegt. Die Antwort auf diese Anregung wurde am Ausgang des Photodetektors abgegriffen. Die Verstärkung des Transimpedanzwandlers wurde auf den maximalen

Wert eingestellt. Die Übertragungsfunktion gleicht qualitativ der des gesamten Regelkreises. Die Phase beträgt bei einer Frequenz von 1MHz 50° . Im Verlauf der Übertragungsfunktionen ist eine parasitäre Polstelle bei 100kHz auffällig, deren Ursprung trotz intensiver Suche nicht ausgemacht werden konnte.

Ursprünglich war im Rahmen dieser Arbeit geplant, die Ausgangsleistung des Lasers mittels einer Regelarchitektur zu stabilisieren, die im Zusammenhang mit der Regelung von niederdimensional-deterministischen Systemen vorgestellt wurde, der Regelung durch zeitkontinuierlich verzögerte Rückkopplung [41]. Insbesondere die Untersuchung der verschiedenen Regelarchitekturen im Modell hat jedoch gezeigt, daß die im Abschnitt 2.3.5 vorgestellte Regelung durch proportionale Rückkopplung im Hinblick auf die Stabilisierung instabiler stationärer Zustände als die effektivste Regelarchitektur anzusehen ist. Allerdings ist die Regelung durch zeitkontinuierlich verzögerte Rückkopplung eine allgemeiner anwendbare Regelarchitektur, mit der es prinzipiell auch möglich ist, instabile periodische Zustände des Lasers zu stabilisieren. Aus diesem Grund wurde in Zusammenarbeit mit der zentralen Elektronikwerkstatt der Universität Oldenburg, parallel zur experimentellen Implementierung der Regelung durch proportionale Rückkopplung, eine digitale Verzögerungslinie mit variabler Verzögerungszeit entworfen. Die Verzögerungslinie ist zur Regelung des Lasers aufgrund eines unzureichenden Signal-Rausch-Verhältnisses allerdings nie zum Einsatz gekommen und wird in dieser Arbeit nicht weiter diskutiert. Zum Vergleich der Leistungsfähigkeit verschiedener Regelarchitekturen zur Stabilisierung eines resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers sei der Leser auf die Arbeit von Schenck verwiesen [47].

3.5 Der unverdoppelte Single-Mode-Laser

Im theoretischen Teil dieser Arbeit wurde zur Beschreibung der Dynamik des Nd:YAG-Lasers ein makroskopisches Ratengleichungsmodell vorgestellt. Um die Relevanz dieses Modells abschätzen zu können, wurde eine Reihe von Messungen zur Dynamik des unverdoppelten Single-Mode-Lasers durchgeführt. Der unverdoppelte Single-Mode-Laser ist sowohl unter theoretischen als auch unter experimentellen Gesichtspunkten das am einfachsten zu handhabende System. Aus diesem Grund verbleibt bei der Interpretation der Meßergebnisse lediglich ein vergleichsweise enger Spielraum.

Für die im folgenden vorgestellten Messungen wurde die Länge L_R des optischen Resonators auf 45mm eingestellt. Der Auskoppelspiegel hatte einen Krümmungsradius R von 250mm und eine Reflektivität r von 98% bei 1064nm. Als Fokussierlinse diente eine Plan-Konvex-Linse mit einer Brennweite von 30mm, deren Abstand von der Eintrittsfläche des Nd:YAG-Kristalls unter dem Kriterium einer

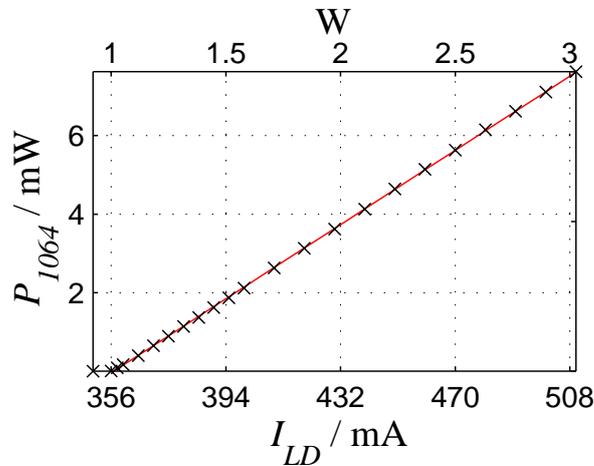


Abbildung 3.8: Leistungskennlinie des unverdoppelten Single-Mode-Lasers.

möglichst niedrigen Pumpleistung an der ersten Laserschwelle eingestellt wurde. Um die Anzahl der axialen Moden zu reduzieren, wurde in den Resonator ein Etalon aus BK7-Glas mit einer Dicke von 3mm plaziert und in geeigneter Weise zur optischen Achse verkippt. Abschließend wurde die Temperatur des Resonators (Temperaturänderungen bewirken geringfügige Änderungen der Resonatorgeometrie, siehe Abschnitt 3.7.1) so eingestellt, daß lediglich eine einzelne longitudinale Mode des Lasers zu beobachten war. Die Pumpleistung P_{LD}^{Th} an der ersten Laserschwelle lag für diesen Betriebszustand bei etwa 60mW. An der zweiten Laserschwelle — der Pumpleistung, bei der die Oszillation einer zweiten Resonatormode einsetzt — betrug die Pumpleistung etwa 180mW, was einer relativen Pumpleistung W von 3 entspricht.

Generell ist zur Dynamik des Single-Mode-Lasers anzumerken, daß der stationäre Zustand stabil ist. Die Intensität I der Mode wächst entsprechend der Gl. (2.10) linear mit zunehmender relativer Pumpleistung W , siehe Abb. 3.8. Dargestellt ist im Diagramm die Ausgangsleistung P_{1064} des Lasers über dem Pumpstrom I_{LD} der Laserdiode (untere Achse) bzw. über der entsprechenden relativen Pumpleistung W (obere Achse) für den Pumpleistungsbereich unterhalb der zweiten Laserschwelle. Oberhalb der ersten Laserschwelle wächst die Ausgangsleistung P_{1064} des Lasers mit $50\mu\text{W}$ pro 1mA. Die Leistung der vom Laser emittierten Strahlung wurde mit einem Leistungsmeßgerät vom Typ FieldMaster der Firma COHERENT und einem zugehörigen Detektor vom Typ LM2 gemessen. Entsprechend den Vorhersagen des Modells beobachtet man, daß Störungen des stationären Zustandes, verursacht beispielsweise durch Staubpartikel, die den Strahlengang innerhalb des Resonators passieren und auf diese Weise die Resonatorverluste temporär vergrößern, in einer gedämpften harmonischen Schwingung, den Relaxationsoszillationen, auf den Gleichgewichtszustand relaxieren. Im Leistungsspektrum der Intensität I manifestieren sich diese Relaxationsoszillationen in einer ausgeprägten Resonanz bei der Resonanzfrequenz f_0 . In der Abb. 3.9 (a)

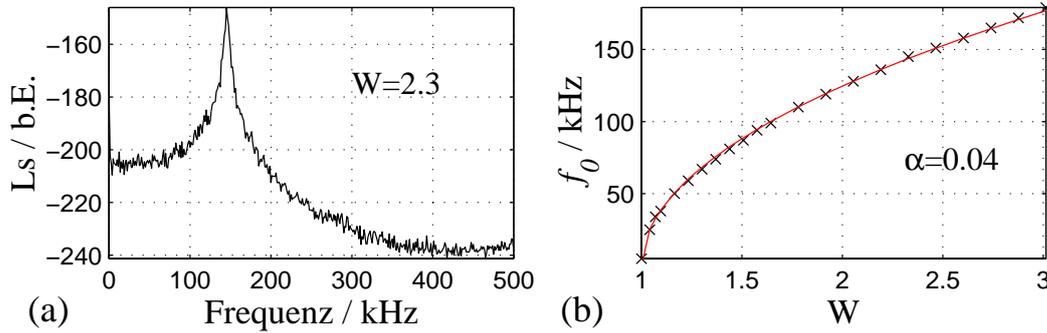


Abbildung 3.9: Leistungsspektrum des unverdoppelten Single-Mode-Lasers bei einer relativen Pumpleistung W von 2,3, Abb. (a). Frequenz f_0 der Relaxationsoszillationen über der relativen Pumpleistung W , Abb. (b).

ist ein typisches Leistungsspektrum dargestellt, das bei einer relativen Pumpleistung W von 2,3 aufgenommen wurde. Die Resonanzfrequenz f_0 liegt bei etwa 140kHz. Der Verlauf des Leistungsspektrums entspricht qualitativ dem theoretisch von einem harmonischen Oszillator erwarteten. Überlagert wird das Spektrum des harmonischen Oszillators in der Praxis allerdings von Rauschen, dessen erzeugende Prozesse mit dem im Abschnitt 2.3 vorgestellten Modell nicht erfaßt werden. Die statistischen Rauschprozesse führen zu Abweichungen des experimentell gemessenen vom theoretisch ermittelten Leistungsspektrum, insbesondere in Bereichen fernab von der Resonanzfrequenz. Der interessierte Leser sei zu dieser Thematik an die Arbeiten von Harb et al. verwiesen [20].

Die Frequenz f_0 der Relaxationsoszillationen wächst theoretisch mit der relativen Pumpleistung entsprechend Gl. (2.12) gemäß dem folgenden Gesetz: $f_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\tau_f \tau_c}} \sqrt{W - 1}$. In der Abb. 3.9 (b) sind die gemessenen Werte der Resonanzfrequenz f_0 über der relativen Pumpleistung W aufgetragen. Die durchgezogene Linie resultiert aus einer Anpassung des theoretisch erwarteten funktionalen Zusammenhangs an die Meßpunkte, wobei der Resonatorverlust α als freier Parameter variiert wurde. Mit den bekannten Werten für die Resonatorumlaufzeit τ_c und die Fluoreszenzzeit τ_f von 300ps bzw. 240 μ s ergibt sich aus der Anpassung für α ein Wert von 0,04. Dieser Wert erscheint angesichts der Reflektivität r des Auskoppelspiegels von 98% und den zusätzlichen Resonatorverlusten aufgrund des Etalons als realistisch. Die geringen Abweichungen zwischen den gemessenen Werten und der angepaßten Kurve liegen im Rahmen der Meßgenauigkeit.

Nachdem bisher der frei laufende Laser untersucht wurde, bezieht sich der folgende Teil dieses Abschnittes auf die Messungen am getriebenen unverdoppelten Single-Mode-Laser. Zunächst wird in diesem Zusammenhang die Übertragungsfunktion des Lasers diskutiert. Um den Laser anzuregen, wurde dem Diodenstrom I_{LD} ein periodischer Chirp mit einer Amplitude von 10mV aufgeprägt. Diese

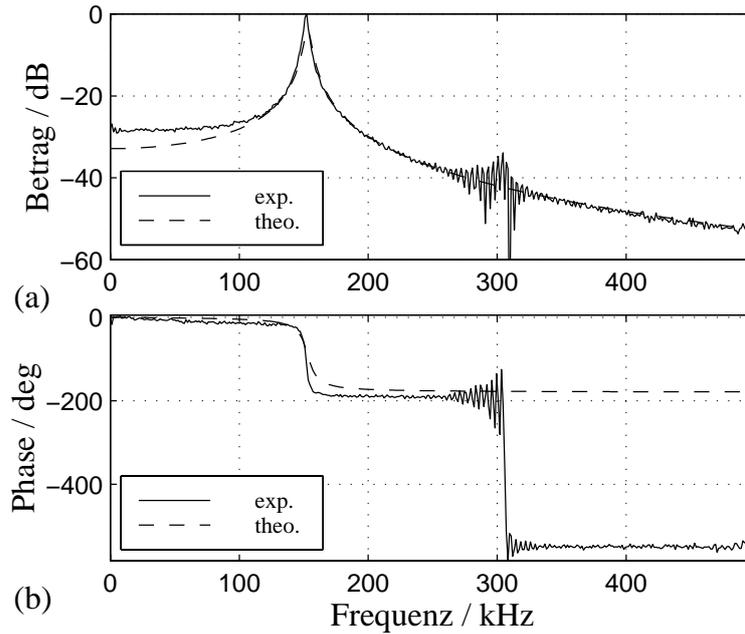


Abbildung 3.10: Betrag, Abb. (a), und Phase, Abb. (b), der Übertragungsfunktion des unverdoppelten Single-Mode-Lasers — durchgezogene Linien: bei einer relativen Pumpleistung W von 2,3 gemessene Übertragungsfunktion, gestrichelte Linien: theoretisch gemäß den Gln. (2.13) ermittelte Übertragungsfunktion ($\tau_c = 300\text{ps}$, $\tau_f = 240\mu\text{s}$, $W = 2,6$, $\alpha = 0,04$).

Spannung entspricht einer Amplitude der Pumpleistung P_{LD} von 1,4mW. Bezogen auf die Leistung P_{LD} von $2,3 \times P_{LD}^{Th}$, mit der der Laser während der Messung gepumpt wurde, ergibt sich damit eine Modulationstiefe von 2.5%. Diese Wahl der Modulationstiefe stellte einen Kompromiß dar: Einerseits galt es, für die Bestimmung der Übertragungsfunktion ein hinreichend gutes Signal-Rausch-Verhältnis sicherzustellen, eine Forderung, die eine möglichst große Modulationstiefe impliziert. Andererseits kann die Vergleichbarkeit der gemessenen mit der aus den linearisierten Systemgleichungen gewonnenen Übertragungsfunktion nur gewährleistet werden, wenn die Nichtlinearitäten im experimentellen System durch die Anregung nicht angesprochen werden, was die Forderung nach einer möglichst niedrigen Modulationstiefe nach sich zieht. Um aus der Übertragungsfunktion des Gesamtsystems (Bypass - Laserdiode - Laserresonator - Detektor — Punkt A→B in Abb. 3.6) die des Lasers zu extrahieren, wurde die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Übertragungsfunktion der Elektronik (Bypass - Laserdiode - Detektor — siehe Abb. 3.7 (b)) korrigiert. Die Frequenzgänge des Betrages und der Phase der Übertragungsfunktion des unverdoppelten Single-Mode-Lasers sind in den Diagrammen (a) und (b) der Abb. 3.10 dargestellt. Sie stimmen bis zu einer Frequenz von 250kHz qualitativ mit den entsprechenden theoretisch ermittelten Kurven überein. Bei einer Frequenz von etwa 300kHz ist eine zweite

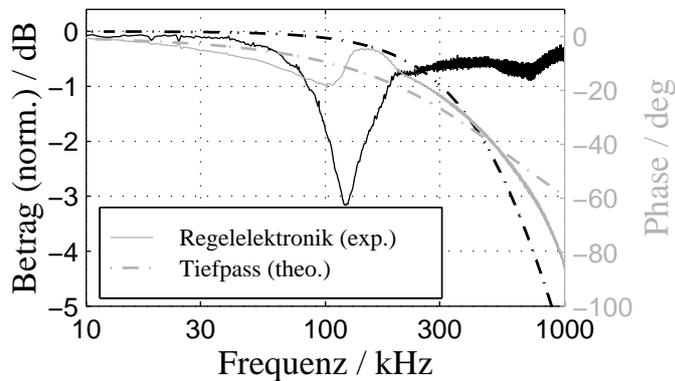


Abbildung 3.11: Vergleich des Betrages und der Phase der gemessenen Übertragungsfunktion der Regelschaltung mit der theoretischen Übertragungsfunktion eines Tiefpassfilters mit einer 3-dB-Frequenz f_{3dB} von 500kHz.

Resonanz zu beobachten, die in der theoretisch ermittelten Übertragungsfunktion (2.13) nicht zu beobachten war. Die Existenz der Resonanz hängt vermutlich mit der Wirkung von Nichtlinearitäten im System zusammen, was ein Indiz dafür ist, daß die Systemantwort auf die Stellgröße trotz der geringen Modulationstiefe noch nicht vollständig durch die lineare Näherung des Modells beschrieben werden kann. Im Frequenzbereich unter 100kHz ist eine deutliche quantitative Abweichung zwischen der experimentellen und der theoretischen Übertragungsfunktion auffällig, die nur durch Unzulänglichkeiten des Modells erklärt werden kann [16].

Im Abschnitt 2.3.1 wurde aus den linearisierten makroskopischen Ratengleichungen die Stabilität des stationären Zustandes unter der Rückkopplung einer der Intensität bzw. ihrer zeitlichen Ableitung proportionalen Stellgröße abgeleitet. An dieser Stelle werden die entsprechenden experimentellen Ergebnisse vorgestellt. Vorab sei erwähnt, daß die technische Realisierung der beiden Rückkopplungsarchitekturen jeweils der Form entspricht, die im theoretischen Teil mit *quasi* bezeichnet wurde, da die Bestimmung der Abweichung der aktuellen Intensität $I(t)$ vom entsprechenden Wert im Gleichgewicht mittels eines Hochpassfilters realisiert wurde. Die 3dB-Frequenz f_{3dB} dieses Hochpassfilters betrug 1kHz. Die Messungen wurden bei einer relativen Pumpleistung W von 2,3 durchgeführt. Bei dieser Pumpleistung beträgt die Resonanzfrequenz f_0 des Lasers 140kHz. Damit ist die 3dB-Frequenz des Hochpassfilters etwa zwei Größenordnungen kleiner als f_0 . Dieses Verhältnis von f_{3dB}/f_0 entspricht größenordnungsmäßig dem, das für die theoretisch bestimmten Stabilitätskurven angenommen wurde. Damit sollte die Vergleichbarkeit der im Abschnitt 2.3 vorgestellten Stabilitätskurven mit den hier gezeigten experimentellen Ergebnissen diesbezüglich gewährleistet sein. Bei der Diskussion der Meßergebnisse ist darüber hinaus zu berücksichtigen, daß die Übertragungsfunktion der Regelschaltung von der idealen Übertragungsfunktion abweicht. Im Modell wurde die reale Übertragungsfunktion durch die eines Tiefpassfilters mit einer 3dB-Frequenz von etwa 600kHz simuliert. In der Abb. 3.11 sind die Übertragungsfunktion der Regelschaltung und die eines Tief-

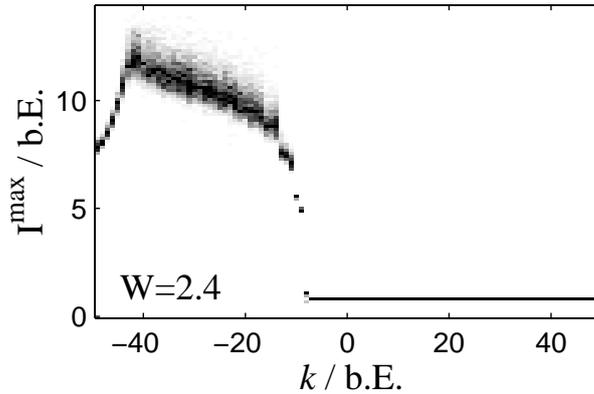


Abbildung 3.12: Bifurkationsdiagramm der Intensität \mathbf{I} des unverdoppelten Single-Mode-Lasers bei einer relativen Pumpleistung W von 2,3 unter Rückkopplung einer Stellgröße ΔW der Form $\Delta W = k(\mathbf{I} - z)$ mit $dz/dt = \omega_{3dB}(\mathbf{I} - z)$ (quasi-proportionale Rückkopplung) bei Variation des Regelparameters k .

passfilters mit einer 3dB-Frequenz f_{3dB} von 600kHz dargestellt. Während der reale Frequenzgang der Phase mit dem des Filters vergleichbar ist, entspricht der reale Verlauf der Amplitude nicht dem des Tiefpassfilters. Verglichen mit dem Amplitudenverlauf des Tiefpassfilters, fällt der Betrag der Übertragungsfunktion der Regelschaltung erst bei wesentlich höheren Frequenzen im Bereich über 2MHz signifikant ab. Beim Vergleich der experimentellen mit den theoretischen Ergebnissen muß diese Diskrepanz gegebenenfalls berücksichtigt werden.

Die experimentelle Stellgröße ΔW ist für die Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung gegeben durch

$$\Delta W = k(c_{IU}\mathbf{I} - z) \quad \text{mit} \quad \frac{dz}{dt} = \omega_{3dB}(c_{IU}\mathbf{I} - z) \quad . \quad (3.3)$$

c_{IU} bezeichnet den Proportionalitätsfaktor zwischen der Spannung am Ausgang des Photodetektors und der Ausgangsintensität \mathbf{I} des Lasers. Zur Gewichtung der Stellgröße wurde der Regelparameter k in 100 Schritten von $k = -49$ bis $k = +50$ variiert.

In der Abb. 3.12 ist das Stabilitätsverhalten des stationären Zustandes des Lasers unter quasi-proportionaler Rückkopplung dargestellt. Über dem Regelparameter k ist die in Grauwerten kodierte, normierte Häufigkeitsverteilung einer statistisch repräsentativen Anzahl lokaler Maxima des zeitlichen Verlaufes der Intensität \mathbf{I} aufgetragen². Dunklere Grautöne entsprechen einer zunehmenden Häufung des

²Es handelt sich hierbei um eine Darstellung in der (\mathbf{I}^{max}, k) -Ebene, die im wesentlichen der so genannter Bifurkationsdiagramme entspricht. Bifurkationsdiagramme werden häufig herangezogen, um das dynamische Verhalten deterministischer Systeme bei Variation eines Systemparameters zu illustrieren. Dazu werden aus einem repräsentativen Ausschnitt des zeitlichen Verlaufes einer Systemvariable sämtliche lokalen Maxima (oder Minima) bestimmt und über dem entsprechenden Wert des Systemparameters aufgetragen. Qualitative Änderungen des Systemzustandes bei Variation des Systemparameters lassen sich auf diese Weise visualisieren. Statistisches Rauschen, das experimentellen Zeitreihen im allgemeinen überlagert ist, kann bei dieser Form der Darstellung allerdings einen Informationsverlust bewirken. Dieser Effekt kann verringert werden, indem anstelle der Maxima, deren normierte Häufigkeitsverteilung über dem entsprechenden Systemparameter aufgetragen wird.

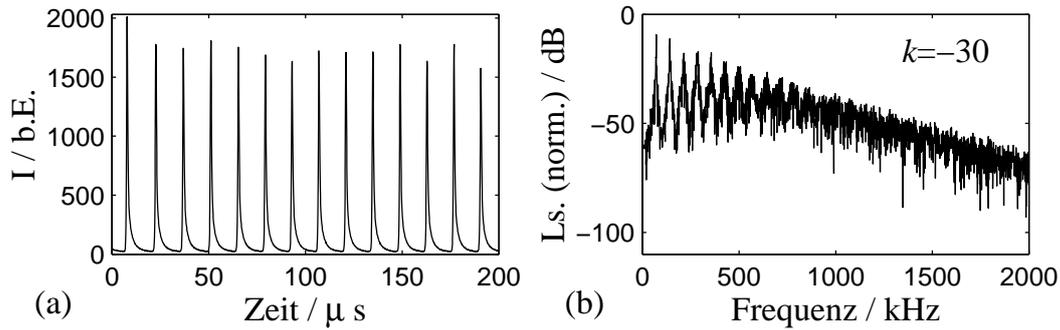


Abbildung 3.13: Zeitlicher Verlauf, Abb. (a), und das zugehörige Leistungsspektrum, Abb. (b), der Intensität I des unverdoppelten Single-Mode-Lasers unter Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung bei einer relativen Pumpleistung W von 2,3 und bei einem Wert des Regelparameters k von -30.

jeweiligen Maximalwertes I^{max} der Ausgangsintensität I . Man erkennt im Diagramm, daß der stationäre Zustand des Lasers unter einer gegenphasigen Rückkopplung der Stellgröße ΔW für Werte des Regelparameters $k < -8$ instabil ist. Dieses Verhalten entspricht bei Berücksichtigung der Wirkung des Tiefpassfilters dem theoretischen Resultat, siehe Abb. 2.7 (b). Eine typische Zeitreihe, Diagramm (a), und das zugehörige Leistungsspektrum, Diagramm (b), der Ausgangsintensität aus diesem Bereich bei einem Regelparameter von $k = -30$ sind in der Abb. 3.13 dargestellt. Die Intensität I des Lasers fluktuiert periodisch, wobei die Dynamik durch impulsartige Ausbrüche hoher Intensität gekennzeichnet ist.

Bei einem Parameterwert k von etwa -8 geht der Laser sprunghaft in den stabilen Zustand über. Im Parameterbereich $k > -8$ wächst die Stabilität des stationären Zustandes. Da die Einflüsse des Hoch- und des Tiefpassfilters auf die Stabilität des stationären Zustandes im theoretischen Teil separat voneinander untersucht wurden, kann eine Beurteilung der experimentellen Ergebnisse unter diesem Aspekt nicht vorgenommen werden. Tendenziell scheint allerdings die Tatsache, daß theoretisch der stabilisierende Effekt des Tiefpasses den destabilisierenden Effekt des Hochpasses im Parameterbereich zwischen $0 < K < 0,6$ deutlich überwiegt, vergleiche Abb. 2.7 (a) und Abb. 2.7 (b), die experimentelle Beobachtung zu bestätigen. Der experimentell beobachtete Stabilitätswachstum wird durch die Abbn. 3.14 (a) und (b) illustriert. Dargestellt ist jeweils der zeitliche Verlauf der Intensität I nach der Anregung des Lasers durch einen Impuls, der der relativen Pumpleistung aufgeprägt wurde, bei zwei verschiedenen Werten des Regelparameters k . Die Dauer des Impulses betrug $3\mu s$ bei einer Spannung U_{in} am Bypass von -300mV. In Abb. 3.14 (a) ist die Impulsantwort des frei laufenden Lasers bei $k = 0$ dargestellt. Die Zeitreihe in Abb. 3.14 (b) wurde bei einem Parameterwert von $k = 49$ aufgenommen. Man beobachtet eine signifikante Zunahme der Dämpfung des Systems bei einem Wert des Regelparameters k von 49. Die

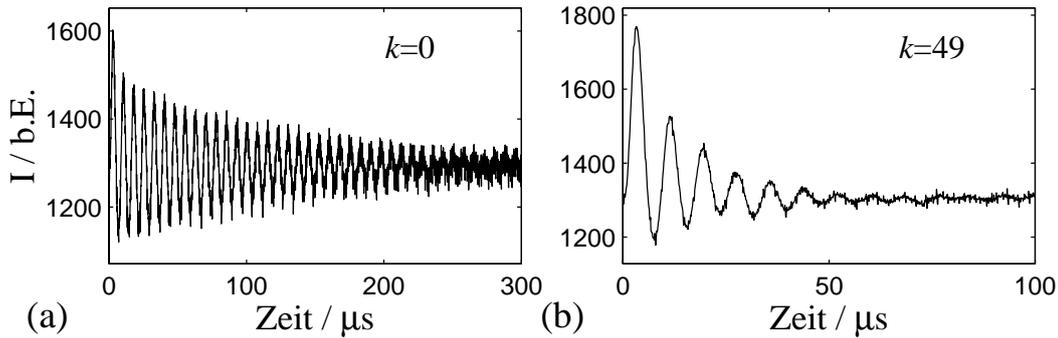


Abbildung 3.14: Impulsantworten des unverdoppelten Single-Mode-Lasers unter Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung, aufgenommen bei einer relativen Pumpleistung W von 2,3 und bei Werten des Regelparameters k von 0, Abb. (a), und 49, Abb. (b).

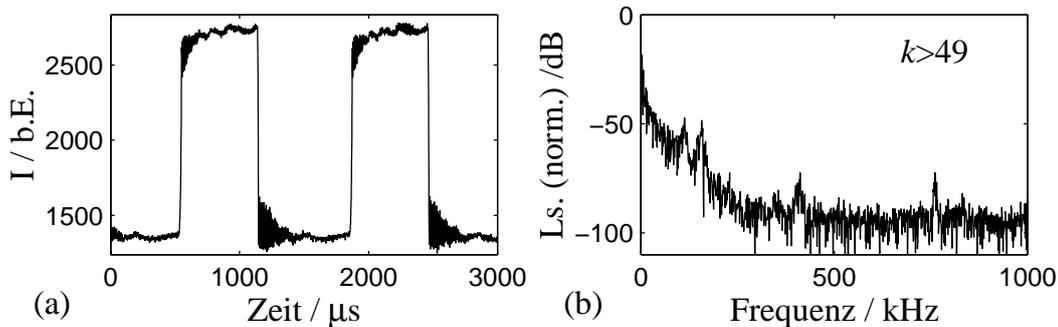


Abbildung 3.15: Wie Abb. 3.13, aber bei einem Wert des Regelparameters $k > 49$ im bistabilen Bereich.

Zeit, innerhalb der die Amplitude der Oszillation auf die Hälfte des ursprünglichen Wertes abgeklungen ist, verringert sich von $100\mu\text{s}$ bei $k = 0$ auf $20\mu\text{s}$ bei $k = 49$. Die Frequenz der Relaxationsoszillationen sinkt von $f_0 = 140\text{kHz}$ bei $k = 0$ auf $f_0 = 110\text{kHz}$ bei einem Parameterwert von $k = 49$.

Bei weiterer Erhöhung des Faktors k — experimentell realisiert durch eine Erhöhung der Gesamtverstärkung in der Regelschaltung — geht das System in einen bistabilen Zustand über, der in Abb. 3.12 zugunsten der Auflösung im stabilen Bereich nicht erfaßt wurde. In der Abb. 3.15 ist ein Ausschnitt aus dem zeitlichen Verlauf der Intensität I in diesem Zustand dargestellt. Typischerweise springt die Intensität des Lasers niederfrequent zwischen zwei Niveaus.

Für die experimentelle Realisierung der Regelung durch differentielle Rückkopplung wurde ein elektronischer Differentiator in den Signalweg zwischen den Ausgang des Photodetektors und den Eingang der Regelschaltung eingefügt. Die

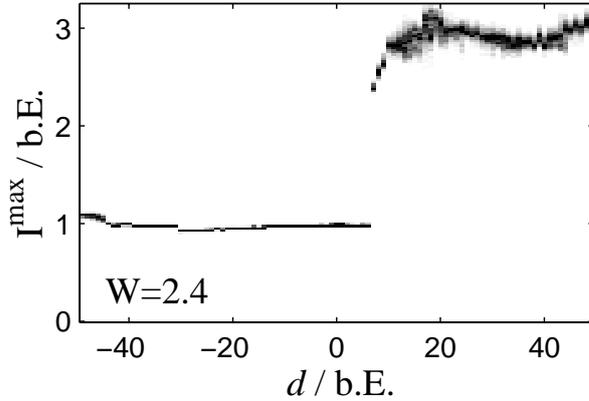


Abbildung 3.16: Bifurkationsdiagramm der Intensität \mathbf{I} des unverdoppelten Single-Mode-Lasers bei einer relativen Pumpleistung W von 2,3 unter Rückkopplung einer Stellgröße ΔW der Form $\Delta W = d(\frac{d\mathbf{I}}{dt} - z)$ mit $\frac{dz}{dt} = \omega_{3dB}(\frac{d\mathbf{I}}{dt} - z)$ (quasi-differentielle Rückkopplung) bei Variation des Regelparameters d .

Stellgröße ΔW , die der Pumpleistung aufgebracht wurde, ist gegeben durch

$$\Delta W = d(c_{IU} \frac{d\mathbf{I}}{dt} - z) \quad \text{mit} \quad \frac{dz}{dt} = \omega_{3dB}(c_{IU} \frac{d\mathbf{I}}{dt} - z) \quad . \quad (3.4)$$

In der Abb. 3.16 ist das Stabilitätsverhalten des unverdoppelten Single-Mode-Lasers unter Regelung durch quasi-differentielle Rückkopplung in Abhängigkeit vom Regelparameter d dargestellt. Die Art der Darstellung ist identisch zu der in der Abb. 3.12 verwendeten. Das beobachtete Szenario entspricht qualitativ im wesentlichen dem, das der Theorie nach erwartet werden konnte, siehe Abb. 2.8 (b). Der stationäre Zustand des Lasers ist im Bereich des Regelparameters von $d > 10$ instabil. Bei Werten des Regelparameters von $d < 10$ geht das System in einen stabilen Zustand über. Unter differentieller Rückkopplung mit negativem Regelparameter d wächst die Stabilität des stationären Zustandes bis zu Parameterwerten von $d = -30$. Verstärkt man die Rückkopplung im negativen Bereich des Regelparameters d über diesen Wert hinaus, geht die Stabilität des Gleichgewichts verloren. Dieses Verhalten steht im Widerspruch zu dem theoretischen Ergebnis, dem nach die Stabilität des stationären Zustandes unter differentieller Rückkopplung mit negativen Regelparameter erhalten bleibt, siehe Abb. 2.8 (b).

In der Abb. 3.17 sind Ausschnitte aus dem zeitlichen Verlauf der Intensität \mathbf{I} aus den instabilen Bereichen bei Parameterwerten von $d = 50$, Diagramm (a), und $d = -49$, Diagramm (c), dargestellt. Die Abbn. 3.17 (b) und (d) zeigen die zugehörigen Leistungsspektren. Ähnlich der Dynamik unter negativer proportionaler Rückkopplung oszilliert die Ausgangsleistung des Lasers unter gleichphasiger differentieller Rückkopplung nahezu periodisch mit impulsartig ausbrechender Intensität. Die Dynamik im Bereich starker gegenphasiger differentieller Rückkopplung ist ebenfalls gekennzeichnet durch eine periodische Oszillation, der eine niederfrequente, irreguläre Schwebung überlagert ist. Die Amplitude der Oszillation in diesem Bereich ist im Vergleich zu den Fluktuationen bei positiver

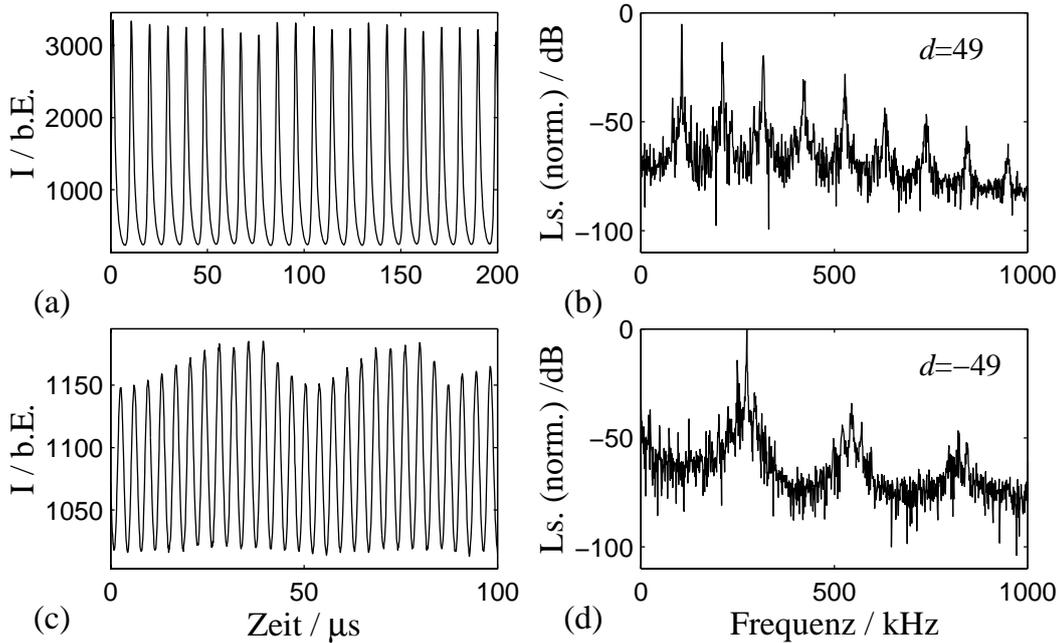


Abbildung 3.17: Wie Abb. 3.13, aber unter Regelung durch quasi-differentielle Rückkopplung bei einer relativen Pumpleistung W von 2,3 und bei Werten des Regelparameters d von 49, Abbn. (a) und (b), und -49, Abbn. (c) und (d).

differentieller Rückkopplung um eine Größenordnung kleiner.

Der Stabilitätswachstum des stationären Zustandes unter schwacher gegenphasiger differentieller Rückkopplung wird aus der Zunahme der Dämpfung der Relaxationsoszillationen ersichtlich. Die Abbn. 3.18 (a) und (b) zeigen zwei Impulsantworten des Lasers bei Werten des Regelparameters d von 0 und -10. Während die Amplitude der Oszillation bei einem Parameterwert von $d = 0$ innerhalb von $25\mu s$ auf den halben Wert der maximalen Amplitude abgeklungen ist, liegt die typische Abklingzeit bei einem Wert des Regelparameters von -10 bei etwa $8\mu s$. Die Frequenz f_0 der Relaxationsoszillation wächst im Parameterbereich von $d = 5$ bis $d = -10$ von 125kHz auf 230kHz. Die Zunahme der Resonanzfrequenz des Lasers mit zunehmender gegenphasiger differentieller Rückkopplung wird durch die Theorie nicht wiedergegeben. Theoretisch wäre bei zunehmender Dämpfung der Relaxationsoszillationen eine konstante Frequenz der Relaxationsoszillationen zu erwarten gewesen, siehe Abb. 2.8 (b).

Im Hinblick auf die Beurteilung des Modells für den unverdoppelten Single-Mode-Laser ergibt sich mit den experimentellen Ergebnissen das folgende Bild: Die Dynamik des frei laufenden Lasers wird durch die Theorie zufriedenstellend beschrieben. Auch das Stabilitätsverhalten des geregelten Lasers wird qualitativ gut durch das Modell wiedergegeben. In diesem Zusammenhang haben die Messungen bestätigt, daß der Berücksichtigung des realen Frequenzganges der Re-

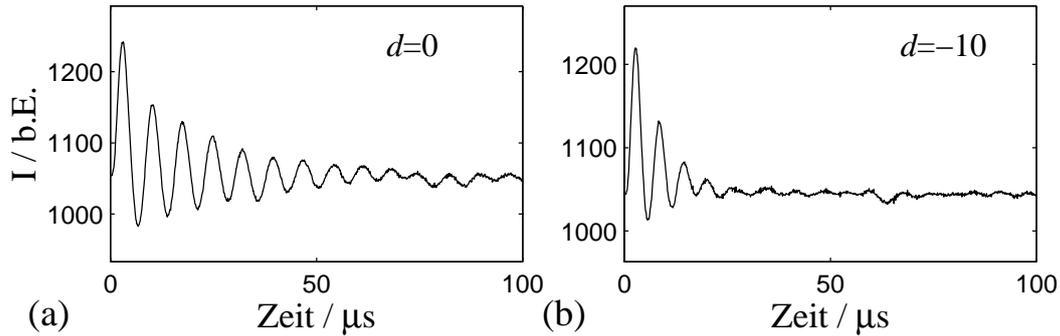


Abbildung 3.18: Impulsantwort des unverdoppelten Single-Mode-Lasers unter Regelung durch quasi-differentielle Rückkopplung, aufgenommen bei einer relativen Pumpleistung von 2,3 und bei Werten des Regelparameters d von 0, Abb. (a), und -10, Abb. (b).

gelschaltung im Modell eine besondere Bedeutung zukommt. So können die Unzulänglichkeiten bei der Beschreibung der Stabilität des Systems unter Regelung durch quasi-differentielle Rückkopplung wahrscheinlich auf eine unzureichende Beschreibung der tatsächlichen Übertragungsfunktion der Regelschaltung zurückgeführt werden. Im Fall der Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung wurde eine qualitative Änderung des Stabilitätsverhaltens durch eine begrenzte Bandbreite des Systems theoretisch prognostiziert und experimentell bestätigt.

3.6 Der unverdoppelte Multi-Mode-Laser

In diesem Abschnitt werden die experimentellen Ergebnisse einer Messung vorgestellt, die auf die Untersuchung des Anschwingverhaltens der Moden des unverdoppelten Nd:YAG-Lasers bei zunehmender Pumpleistung ausgerichtet war. Theoretisch wurde diese Thematik in den Abschnitten 2.2.1 und 2.3.3 behandelt. Die Kernaussagen der theoretischen Analyse bestehen darin, daß aufgrund des räumlichen Lochbrennens mit zunehmender Pumpleistung nacheinander eine wachsende Zahl von Moden anschwingt. Mit der Koexistenz mehrerer Moden ist eine Konkurrenz der Moden um angeregte Zustände verbunden, die mit zunehmendem spektralen Abstand der Moden schwächer wird. Diese so genannte Kreuzsättigung führt mit zunehmender Pumpleistung dazu, daß bereits oszillierende Moden zugunsten neuer, spektral vom Zentrum der Verstärkungskurve weiter entfernt gelegener Moden aussterben.

Für die Messung wurde eine Resonatorlänge L_R von 95mm gewählt, die einem Freien Spektralen Bereich von 800MHz entspricht. Die verhältnismäßig große Länge des Resonators wurde gewählt, um möglichst viele Resonanzfrequenzen

des Laserresonators innerhalb eines Freien Spektralen Bereiches des Fabry-Perot-Scanning-Interferometers von 10GHz beobachten zu können, siehe Abschnitt 3.3. Der Krümmungsradius R und die Reflektivität r des verwendeten Auskoppelspiegels betragen 200mm bzw. 99,9% bei 1064nm. Die verwendete Fokussierlinse hatte eine Brennweite von 25mm. Der Abstand der Fokussierlinse vom Nd:YAG-Kristall wurde unter der Bedingung der transversalen Singlemodigkeit und unter dem Kriterium einer möglichst niedrigen Laserschwelle eingestellt. Die Schwelle für das Anschwingen der 1. Mode des Lasers lag bei einer Pumpleistung P_{LD} von etwa 20mW.

Die gemessenen Modenspektren des unverdoppelten Lasers sind in der Abb. 3.19 schematisch dargestellt. Da die experimentellen und die theoretischen Ergebnisse ohnehin lediglich auf qualitativem Niveau verglichen werden können, wurde bei der Darstellung auf die Information zur Intensität der individuellen Moden verzichtet. Hier gezeigt sind lediglich Modenspektren, die bei Pumpleistungen aufgenommen wurden, bei denen eine qualitative Änderung der Modenkonstellation stattgefunden hat. Neu hinzu kommende bzw. verschwindende Moden sind in Form eines aufwärts bzw. abwärts gerichteten Pfeils dargestellt. Wenn eine Mode durch eine neu hinzukommende Mode innerhalb eines kleinen Pumpleistungsbereiches ausgelöscht wurde, entspricht die Angabe der Pumpleistung dem Wert, bei dem die alte Mode durch die neue Mode vollständig ausgelöscht wurde.

Die mit wachsender Pumpleistung beobachtete Entwicklung des Modenspektrums entspricht qualitativ dem theoretischen Szenario. Zunächst schwingen bis zu einer relativen Pumpleistung von $W = 1,8$ vier Moden nacheinander an. Ab einer relativen Pumpleistung von 2,7 beginnt die Oszillation einer fünften Mode auf Kosten der benachbarten Mode. Bei einer relativen Pumpleistung von 3,0 ist die alte Mode vollständig verschwunden. Ein solches Szenario wiederholt sich im untersuchten Pumpleistungsbereich noch drei weitere Male, bei relativen Pumpleistungen in den Bereichen $W = 4,0-4,5$, $5,6-6,1$ und $8,0-8,5$. Die Gesamtzahl der Moden liegt im Pumpleistungsbereich von $W = 2,0$ bis $W = 8,0$ nahezu konstant zwischen 4 und 5.

Die in die Diagramme eingezeichneten vertikalen Linien kennzeichnen die Resonanzfrequenzen des Laserresonators und damit die spektralen Positionen, an denen potentiell Moden erscheinen sollten. Bemerkenswert ist die Tatsache, daß zwischen benachbarten Moden des Lasers in der Regel mehrere Freie Spektrale Bereiche des Laserresonators liegen. In der Literatur wurde dieses Phänomen durch Viktorov et al. als *Sparse Mode Lasing* eingeführt [58], hat aber darüber hinaus keine weitere Beachtung gefunden. Das *Sparse Mode Lasing* kann eventuell auf die Wirkung parasitärer Resonatoren zurückgeführt werden, die sich zwischen den nicht vollständig entspiegelten, resonatorintern gelegenen Endflächen der Kristalle ausbilden. Diese bewirken eine schwache Modulation der Resonatorverluste, von denen wiederum die Reihenfolge des Anschwingens der Moden abhängt. Das *Sparse Mode Lasing* wurde im Rahmen dieser Arbeit zwar zur

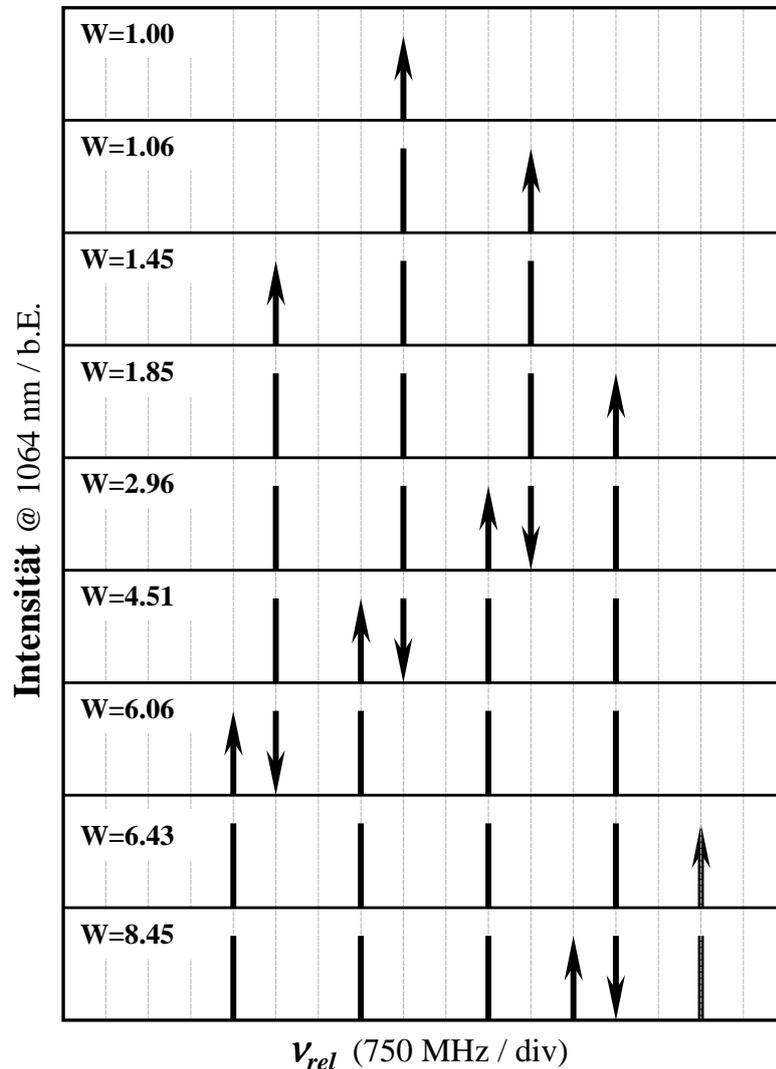


Abbildung 3.19: Schematische Darstellung der Modenspektren des unverdoppelten Nd:YAG-Lasers bei zunehmender relativer Pumpleistung W . Das Anschwingen einer neuen Mode ist durch einen aufwärts gerichteten Pfeil (\uparrow) gekennzeichnet, das Verschwinden einer Mode durch einen abwärts gerichteten Pfeil (\downarrow).

Kenntnis genommen, aber nicht systematisch untersucht. Unter der Voraussetzung, daß sich die hier aufgestellte Hypothese als zutreffend erweist, kann der parasitäre Effekt prinzipiell dadurch vermieden werden, daß alle im Resonator gelegenen optischen Flächen bezüglich der optischen Achse verkippt angeordnet werden. Insbesondere sind spezielle Nd:YAG-Stäbe erhältlich, deren Endflächen einen Winkel von einigen zehntel Grad einschließen.

3.7 Der verdoppelte Laser

In diesem Abschnitt werden die experimentellen Untersuchungen zur Dynamik des verdoppelten Lasers vorgestellt. Vorab sei bemerkt, daß sich an resonatorinternen frequenzverdoppelten Lasern eine Vielzahl dynamischer Phänomene beobachten läßt. Die einzelnen Erscheinungen jedoch systematisch zu untersuchen, gestaltet sich in der Praxis sehr schwierig, da der optische Zustand und damit einhergehend der dynamische Zustand des Lasers sehr empfindlich auf Änderungen bestimmter Systemparameter, wie beispielsweise der Resonatorverluste, der Wandlungseffizienz oder der Resonatorumlaufzeit, reagieren. Diese Thematik wird im folgenden Abschnitt 3.7.1 im Hinblick auf die Stationarität des Betriebszustandes und die Reproduzierbarkeit von Messungen näher beleuchtet. Im Abschnitt 3.7.2 werden typische dynamische Zustände des verdoppelten Lasers und deren Abhängigkeit von der Pumpleistung diskutiert. In diesem Zusammenhang erfolgt eine kurze Einführung in die Möglichkeiten zur Charakterisierung des dynamischen Zustandes mittels Methoden der nichtlinearen Zeitreihenanalyse. Abschließend werden im Abschnitt 3.7.3 die Ergebnisse zur Stabilisierung der Ausgangsleistung des Lasers mittels Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung vorgestellt.

3.7.1 Stationarität und Reproduzierbarkeit

Eine beträchtliche Schwierigkeit bei der systematischen Untersuchung der dynamischen Phänomene des Lasers besteht darin, daß der Systemzustand empfindlich von der Konstellation der Systemparameter abhängt. Zeitliche Driften und Fluktuationen der Systemparameter gehen mit quantitativen und qualitativen Änderungen des Betriebszustandes des Lasers einher. Diese finden ihren Ausdruck sowohl in Veränderungen der Modenkongfiguration, als auch in Änderungen des dynamischen Zustandes. Mittels spezieller Stationaritätsuntersuchungen, die auf der Basis von experimentellen Zeitreihen durchgeführt wurden, konnten Instationaritäten³ im dynamischen Zustand des Lasers auf einer Zeitbasis von deutlich weniger als einer Sekunde nachgewiesen werden [47]. Es gilt als sicher, daß Instationaritäten, deren Zeitskalen mit denen der Systemdynamik vergleichbar sind, sowohl die Konvergenz diverser Routinen der nichtlinearen Zeitreihenanalyse, als auch die Wirkung stabilisierender Regeleinriffe ins System beeinträchtigen. Zu offensichtlichen Veränderungen des Systemzustandes führen Parameterdriften auf längeren Zeitskalen im Bereich mehrerer Minuten. Die Abb. 3.21 illustriert diese

³Der Begriff der Stationarität wird hier im Zusammenhang mit den Systemparametern gebraucht, im Gegensatz zur Stationarität der Systemvariablen, die gegeben ist, wenn sich das System in einem stabilen dynamischen Gleichgewichtszustand befindet. Im Gegensatz zum realen Verhalten sind Systemparameter bei der Behandlung im Modell ihrer Definition nach stationär.

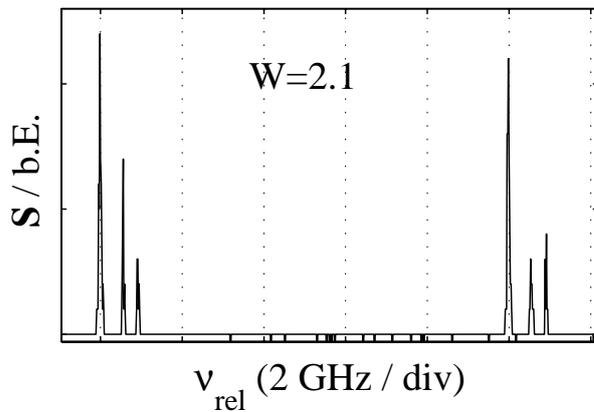


Abbildung 3.20: Modenspektrum des verdoppelten Nd:YAG-Lasers zu Beginn der Stationaritätsmessung bei einer relativen Pumpleistung von $W = 2,1$ (nicht aufgelöst nach den Polarisationsrichtungen des Resonators).

Problematik: Die zugrunde liegende Messung bestand in der Beobachtung des Systemzustandes über eine Zeit von 3 Stunden. Innerhalb dieses Zeitraums wurden aller zwei Minuten Ausschnitte aus dem zeitlichen Verlauf der Gesamtintensität S , das Modenspektrum des Lasers bei 1064nm und die Umgebungstemperatur im Labor stichprobenartig aufgezeichnet. Der Sensor zur Messung der Umgebungstemperatur war in einem Abstand von 10cm vom Resonator, auf der Edelstahlplatte des optischen Tisches befestigt. Die Temperaturmessung war durch die gute thermische Kopplung des Sensors an eine große thermische Masse insbesondere empfindlich auf langsame Änderungen der Umgebungstemperatur im Bereich mehrerer Minuten. Während der Messung war die Temperaturstabilisierung des Laserresonators deaktiviert, und die Thermobox zur Isolation des Resonators vor Umgebungseinflüssen wurde entfernt, so daß davon ausgegangen werden kann, daß die Temperatur des Laserresonators der gemessenen Umgebungstemperatur entsprochen hat. Für die Messung wurde eine Resonatorlänge L_R von 45mm gewählt. Der Krümmungsradius R des Auskoppelspiegels betrug 200mm. Die Reflektivität des Auskoppelspiegels war mit 99,9% bei 1064nm spezifiziert. Als Fokussierlinse wurde eine Plan-Konvex-Linse mit einer Brennweite von 25mm verwendet.

Das Modenspektrum in der Abb. 3.20 dokumentiert den Zustand des Lasers zu Beginn der Messung. Im Laserresonator waren drei Moden angeschwungen. Die Laserschwelle bei 1064nm lag bei einer Pumpleistung P_{LD} von 18mW. Durchgeführt wurde die Untersuchung bei einer relativen Pumpleistung von $W = 2,1$. In der Abb. 3.21 (a) ist die in Grauwerten kodierte, normierte Häufigkeitsverteilung lokaler Maxima aus einem repräsentativen Ausschnitt des zeitlichen Verlaufes der Intensität S jeweils über einem Zeitintervall von 2min aufgetragen. Dunklere Grautöne entsprechen einer zunehmenden Häufung der entsprechenden Maximums der Intensität. Darüber hinaus wurden im Diagramm all die Zeitpunkte durch gepunktet dargestellte vertikale Linien gekennzeichnet, an denen sich eine qualitative Änderung im Modenspektrum vollzogen hat. Man erkennt, daß

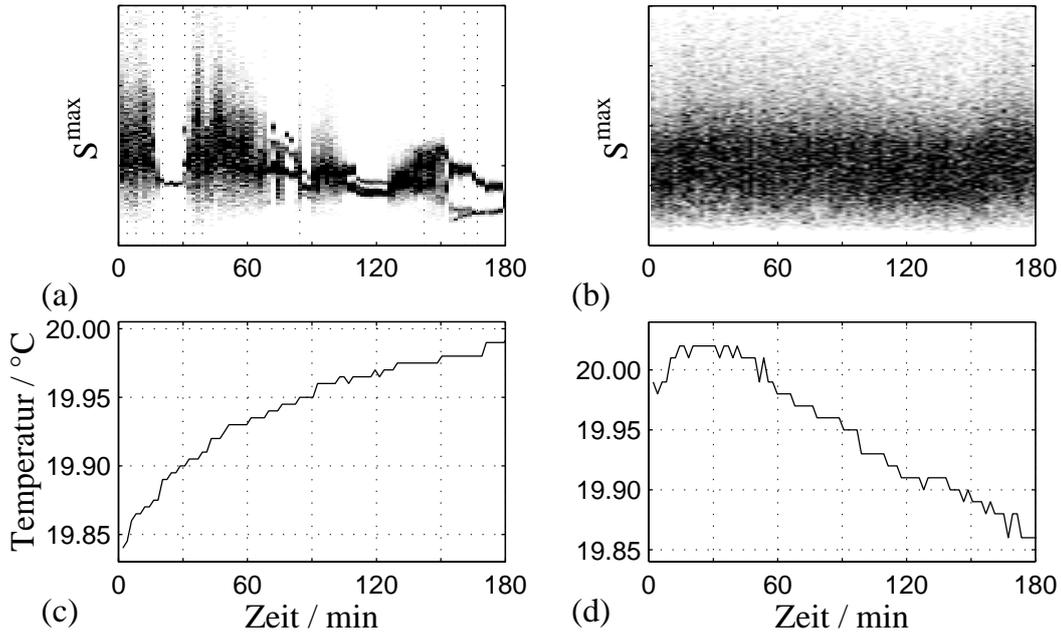


Abbildung 3.21: Zeitliche Änderung des Systemzustandes des frei laufenden verdoppelten Lasers ohne temperaturstabilisierten Resonator, Abb. (a), und mit temperaturstabilisiertem Resonator, Abb. (b), bei einer relativen Pumpleistung von $W = 2,1$. Zeitliche Verläufe der Umgebungstemperatur in den entsprechenden Zeiträumen, Abb. (c) und (d).

sich der dynamische Zustand des Lasers über den gesamten dokumentierten Zeitraum ändert. Die Veränderungen vollziehen sich sowohl kontinuierlich als auch sprunghaft, wie beispielsweise 20min, 31min und 84min nach Beginn der Messung. In diesem Zusammenhang ist bemerkenswert, daß ein qualitativer Sprung in der Dynamik des Lasers nicht zwangsläufig mit einer qualitativen Veränderung im Modenspektrum einhergehen muß, eine Tatsache, die im Zusammenhang mit nichtlinearen dynamischen Systemen erwartet werden konnte. Andererseits führen qualitative Veränderungen im Modenspektrum nicht zwangsläufig zu einer qualitativen Veränderung des dynamischen Zustandes. Offenbar ist die Bedeutung der Existenz einzelner Moden für die Qualität der Dynamik unterschiedlich groß. Da der Laser bereits eine Stunde vor Beginn der eigentlichen Messung bei der entsprechenden Pumpleistung in Betrieb genommen wurde, kann davon ausgegangen werden, daß die Drift des Systemzustandes ausschließlich durch die Änderung der Umgebungstemperatur verursacht wurde. Diese hat im betrachteten Zeitraum etwa 0,15K betragen, 3.21 (c). Temperaturänderungen können einerseits die Resonatorgeometrie beeinflussen und andererseits zu Veränderungen der optischen Eigenschaften der Kristalle führen. Daß allerdings Temperaturänderungen in der Größenordnung von hundertstel Kelvin — ein ΔT von 10^{-2}K entspricht bei einer

Resonatorlänge von 45mm einer Längenausdehnung von etwa 10nm (Ausdehnungskoeffizient von Aluminium: $2,3 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$) und einer Brechungsindexänderung in der Größenordnung von 10^{-7} ($dn_z/dT = 1,6 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$) — zu derartig signifikanten Veränderungen der Dynamik des Lasers führen können, ist überraschend und wurde vom Autor in dieser Form nicht erwartet. Die systematische Untersuchung der Auswirkungen von Temperaturänderungen auf den Betriebszustand des Lasers hätte den Rahmen dieser Arbeit gesprengt. Eine mögliche Ursache für die extreme Temperaturempfindlichkeit des Lasers könnte im Wirken von parasitären Resonatoren innerhalb des eigentlichen Laserresonators liegen, auf deren Existenz bereits das Phänomen des *Sparse Mode Lasing* hat schließen lassen. Die parasitären Resonatoren bilden mit dem Laserresonator einen gekoppelten Oszillator, dessen Resonanzfrequenzen wesentlich empfindlicher von der Resonatorlänge abhängen, als die des einfachen Resonators. Die Bemühungen, Geometrieänderungen des Resonators weitestgehend zu vermeiden, haben zu dem im Abschnitt 3.1 beschriebenen mechanischen Aufbau geführt. Eine weitere wahrscheinliche Ursache für die Instationarität des Betriebszustandes könnten kleine temperaturinduzierte Änderungen der nichtlinearen Verluste aufgrund von Driften des Brechungsindex des KTP-Kristalls sein. Aufgrund dieses Verdachtes wurde eine aktive Temperaturstabilisierung des Resonators eingeführt, mit der darüber hinaus auch die temperaturinduzierten Geometrieänderungen des Resonators minimiert werden konnten.

Durch die Kombination des optimierten mechanischen Aufbaus mit der Temperaturstabilisierung des Resonators konnte die Stationarität des Systemzustandes erheblich verbessert werden. Illustriert wird dies durch das Diagramm (b) der Abb. 3.21. Die Messung hat im Ablauf der entsprechen, die dem Diagramm (a) zugrunde liegt, mit dem Unterschied, daß die Temperatur des Laserresonators konstant auf einem Wert von $19,85^\circ\text{C}$ gehalten wurde. Bei dieser Temperatur des Resonators hat sich der Laser in einem qualitativ vergleichbaren optischen Zustand befunden, wie zu Beginn der Messung am nicht temperaturstabilisierten Resonator, was im übrigen ein Indiz dafür ist, daß Messungen im gewissen Rahmen reproduzierbar durchgeführt werden können. Die Schwankung der Temperatur des Laserresonators betrug eine Stunde nach dem Zuschalten der Temperaturregelung weniger als $4/1000\text{K}$. Im Diagramm der Abb. 3.21 (b) sind keine offensichtlichen Änderungen in der Dynamik des Lasers zu erkennen. Auch das Modenspektrum ist über die gesamte Meßdauer stabil geblieben. Dagegen hat die Änderung der Umgebungstemperatur im betrachteten Zeitraum etwa $0,15\text{K}$ betragen, Abb. 3.21 (d), ein Wert, der dem der ersten Messung entspricht. Zusammenfassend ist bezüglich der Stationarität des Betriebszustandes des verdoppelten Lasers festzuhalten, daß selbiger nur durch einen mechanisch in hohem Maße stabilen Aufbau in Verbindung mit einer präzisen Temperaturstabilisierung des Resonators gewährleistet werden kann. Diese Forderungen resultieren aus der Beobachtung, daß Änderungen der Temperatur in der Größenordnung von $1/100\text{K}$

ausreichend sind, um den Betriebszustand des Lasers qualitativ zu verändern.

Die empfindliche Abhängigkeit des Systemzustandes von der Resonatorgeometrie und den optischen Eigenschaften der verwendeten Kristalle hat auch Konsequenzen in Bezug auf die Reproduzierbarkeit der Meßergebnisse. So erscheint es als aussichtslos, sämtliche relevanten Spezifikationen des Laserresonators in einer Präzision zu erfassen, mit der eine gezielte Reproduktion des Systemzustandes durch bloßes *Nachbilden* der Resonatorgeometrie gewährleistet werden könnte. Mit der Kenntnis der Modenspektren bei 1064nm und 532nm sollte es allerdings möglich sein, ein bauähnliches Lasersystem in einen vergleichbaren Systemzustand zu bringen. Dabei hat sich für die Selektion der gewünschten Modenspektren — eine möglichst sorgfältige geometrische Justage vorausgesetzt — die Temperatur des Resonators als eine geeignete Stellgröße erwiesen.

3.7.2 Die Dynamik des verdoppelten Lasers

Eine Zielsetzung dieser Arbeit hat darin bestanden, allgemein gültige Zusammenhänge zwischen der Konstellation der Modellparameter und dem dynamischen Zustand des Lasers aufzudecken und diese mit den entsprechenden theoretisch gewonnenen Ergebnissen zu vergleichen. Letzteres Vorhaben erscheint im nachhinein als wenig sinnvoll, da im Modell zu viele Idealisierungen vorgenommen werden mußten, als daß ein systematischer Vergleich zwischen Modell und Experiment aussagekräftig sein könnte. Andererseits gestaltet sich die systematische Untersuchung der Dynamik des Lasers in der Praxis angesichts der Vielzahl dynamischer Phänomene und ihrer empfindlichen Abhängigkeit von den Systemparametern als ausgesprochen schwierig, zumal auf die meisten der Systemparameter nicht separat und mit der notwendigen Präzision zugegriffen werden kann.

Systematisch untersucht wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit letzten Endes, wie sich die Dynamik des Lasers unter Variation der Pumpleistung in einem speziellen optischen Zustand verändert. Die Pumpleistung zeichnet sich als Parameter für eine systematische Untersuchung aus verschiedenen Gründen aus: Zum einen ist durch die Variation der Pumpleistung im zur Verfügung stehenden Bereich ein breites Spektrum dynamischer Phänomene abgedeckt. Zum anderen besitzt die Pumpleistung große technische Relevanz, da mit ihr gemeinhin die Ausgangsleistung des Lasers auf den gewünschten Wert eingestellt wird. Und nicht zuletzt ist die Pumpleistung der einzige Systemparameter, der ohne großen Aufwand in der notwendigen Auflösung geändert werden kann, ohne daß andere Parameter — sieht man von einer temperaturinduzierten Änderung der Resonatorgeometrie ab, die insbesondere bei hohen Pumpleistungen eine Änderung des Systemzustandes bewirken kann [28] — indirekt beeinflußt werden. Um den Spielraum für die Diskussion der Meßergebnisse einzuschränken, wurde das Intervall, in dem die Pumpleistung variiert wurde, so gewählt, daß innerhalb die-

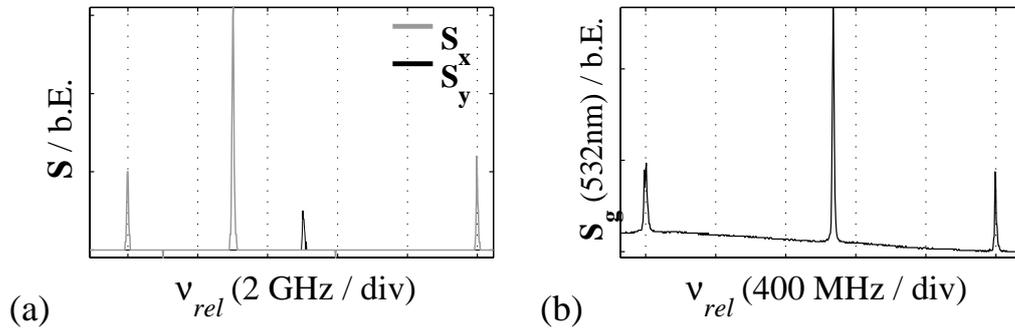


Abbildung 3.22: Modenspektrum des frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers im Infraroten bei 1064nm, aufgelöst nach den Polarisationsrichtungen des Resonators, Abb. (a), sowie das zugehörige Spektrum im Grünen bei einer Wellenlänge von 532 nm, Abb. (b). Die Spektren wurden bei einer relativen Pumpleistung W von 2,15 aufgenommen.

ses Pumpleistungsbereiches keine qualitative Veränderung des Modenspektrums stattgefunden hat.

Bei der Untersuchung der Dynamik eines technischen Systems gilt es zunächst, die Frage zu klären, welche der Zustandsvariablen mit einem vertretbar hohen technischen Aufwand zugänglich sind. Im Fall des verdoppelten Lasers sind dies die zeitlichen Verläufe der Summenintensitäten S_x und S_y , die sich jeweils aus der Überlagerung der in den orthogonalen Eigenrichtungen des Laserresonators polarisierten Moden ergeben. Um qualitativ auf die Kopplungen zwischen den Lasermoden im nichtlinear-optischen Kristall schließen zu können, wurden darüber hinaus die nach den orthogonalen Polarisationsrichtungen des Lasers aufgelösten Modenspektren bei 1064nm sowie das Modenspektrum im Grünen bei einer Wellenlänge von 532nm gemessen. Für die im folgenden diskutierten Messungen wurde dieselbe Resonatorgeometrie verwendet wie für die im Abschnitt 3.7.1 beschriebene Untersuchung zur zeitlichen Stabilität des Systemzustandes.

In der Abb. 3.22 (a) ist das Modenspektrum des Lasers bei einer relativen Pumpleistung von $W = 2,3$ dargestellt. Im Infraroten oszillieren drei Moden. Zwei Moden sind in x -Richtung und eine Mode ist in y -Richtung (gestrichelte Linie) polarisiert⁴. Für die Messung wurden die Polarisationsrichtungen des KTP-Kristalls so ausgerichtet, daß lediglich Summenfrequenzbildung zu beobachten war. Aus der Summenfrequenzbildung zwischen der in y -Richtung polarisierten Mode mit den beiden in x -Richtung polarisierten Moden resultieren zwei Moden im Grünen, siehe Abb. 3.22 (b). Die in der Abb. 3.22 (a) und (b) gezeigten Modenspektren sind über einen Pumpleistungsbereich $W = 1,5-2,3$ qualitativ konstant geblieben.

⁴Im Diagramm sind vier Peaks zu sehen, der auf der äußeren rechten Seite entspricht der

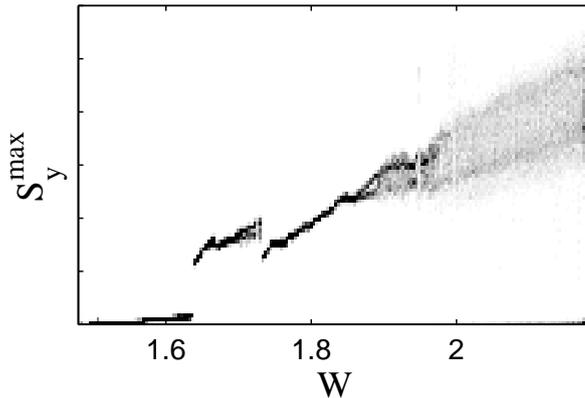


Abbildung 3.23: Bifurkationsdiagramm der Summenintensität S_y des verdoppelten Lasers bei Variation der relativen Pumpleistung W .

Abb. 3.23 zeigt das Bifurkationsdiagramm des Lasers im Pumpleistungsbereich $W = 1,5-2,2$. Über einem Wert der relativen Pumpleistung ist die normierte Häufigkeitsverteilung einer statistisch repräsentativen Anzahl lokaler Maxima des zeitlichen Verlaufes der Summenintensität S_y aufgetragen, wobei die Pumpleistung P_{LD} in Schritten von $0,1\text{mW}$ erhöht wurde. Aus dem Bifurkationsdiagramm wird ersichtlich, welche deutliche Veränderungen sich in der Dynamik des Lasers innerhalb des vergleichsweise kleinen Pumpleistungsbereiches abspielen: Bis zu einer relativen Pumpleistung von $W = 1,64$ befindet sich der Laser in einem stabilen stationären Zustand. Ab diesem Wert wird der stationäre Zustand des Lasers instabil, und es setzt eine zunächst einfach periodische Oszillation der Ausgangsintensität ein, die im Bifurkationsdiagramm vom stabilen stationären Zustand nicht zu unterscheiden ist. Bis zu einem Wert der relativen Pumpleistung von $W = 1,74$ wächst die Amplitude der Oszillation mit einer Tendenz zu irregulärem Verhalten. Bei $W = 1,74$ geht der Laser sprunghaft in einen qualitativ neuen periodischen Zustand über.

In der Abb. 3.24 ist je ein Ausschnitt aus dem zeitlichen Verlauf der Summenintensitäten S_x und S_y dargestellt, die bei einer relativen Pumpleistung von $W = 1,85$ aufgenommen wurden⁵. Man erkennt, daß die Summenintensitäten S_x und S_y gegenphasig oszillieren, siehe Abb. 3.25 (a). Dies ist ein Indiz dafür, daß ein ständiger Energieaustausch zwischen den Moden des Lasers stattfindet. Numerische Studien haben belegt, daß auch parallel zueinander polarisierte Moden diesem wechselseitigen Energieaustausch unterworfen sind, ein Phänomen, das unter der Bezeichnung *Anti-Phase States* in verschiedenen Veröffentlichungen Erwähnung gefunden hat [6]. In den Leistungsspektren, Abb. 3.24 (b) und (d), ist eine Grundfrequenz von 16kHz dominant.

Bei weiterer Erhöhung der Pumpleistung ist im Bifurkationsdiagramm zwischen

nächst höheren Resonanzordnung der Mode auf der äußeren linken Seite.

⁵Da beide Zeitreihen auf 1 normiert wurden, stehen die Intensitäten S_x und S_y in dieser und in allen folgenden Darstellungen dieser Art nicht im realen Verhältnis zueinander.

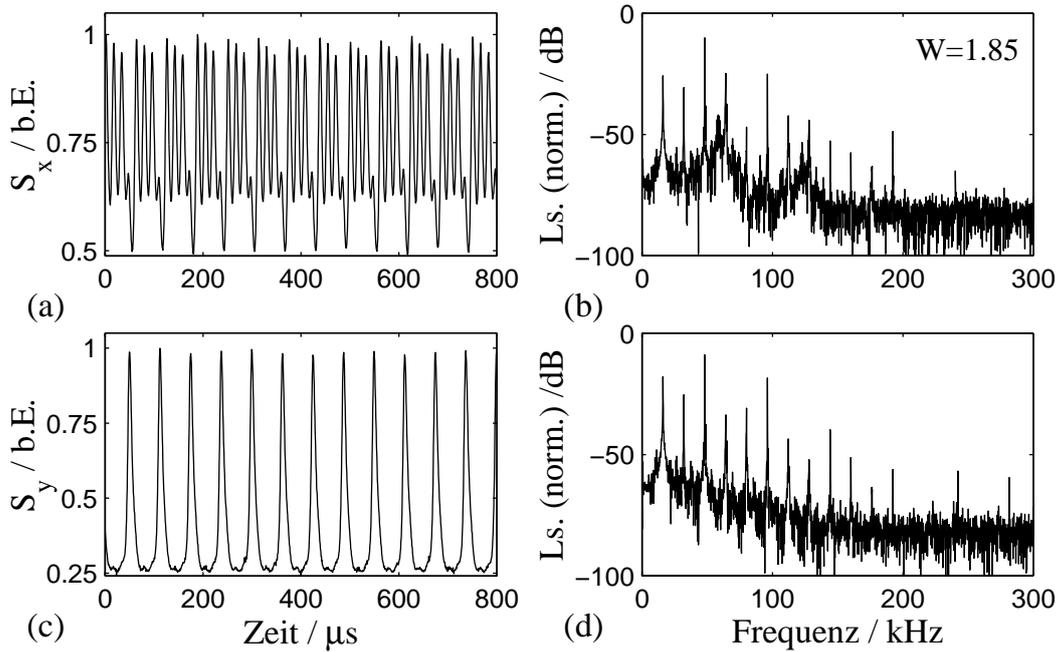


Abbildung 3.24: Zeitliche Verläufe der Summenintensitäten S_x , Abb. (a), und S_y , Abb. (c), des verdoppelten Lasers sowie die zugehörigen Leistungsspektren, Abb. (b) bzw. (d), aufgenommen bei einer relativen Pumpleistung W von 1,85.

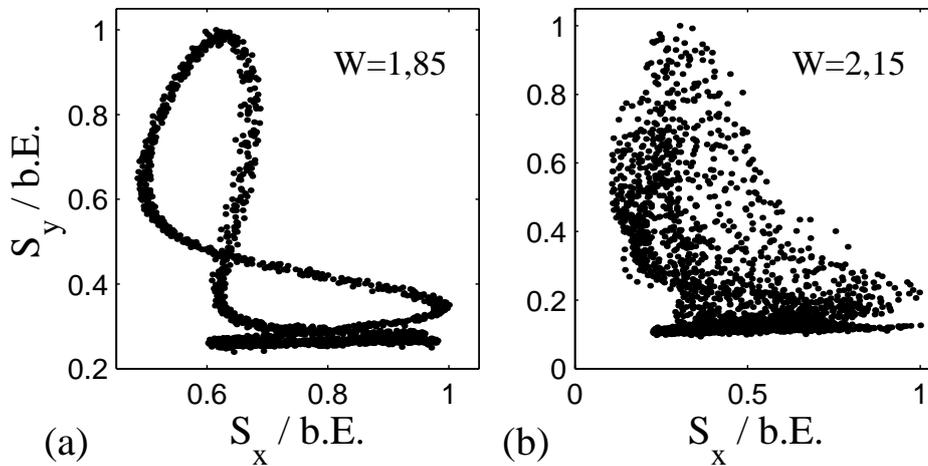


Abbildung 3.25: Zwei-dimensionale Phasenraumdarstellung der Summenintensitäten S_x und S_y bei einer relativen Pumpleistung W von 1,85, Abb. (a), und 2,15, Abb. (b).

$W = 1,86$ und $2,0$ eine so genannte Periodenverdopplung zu beobachten. Diese äußert sich im zeitlichen Verlauf von S_y darin, daß sich die Amplituden benach-

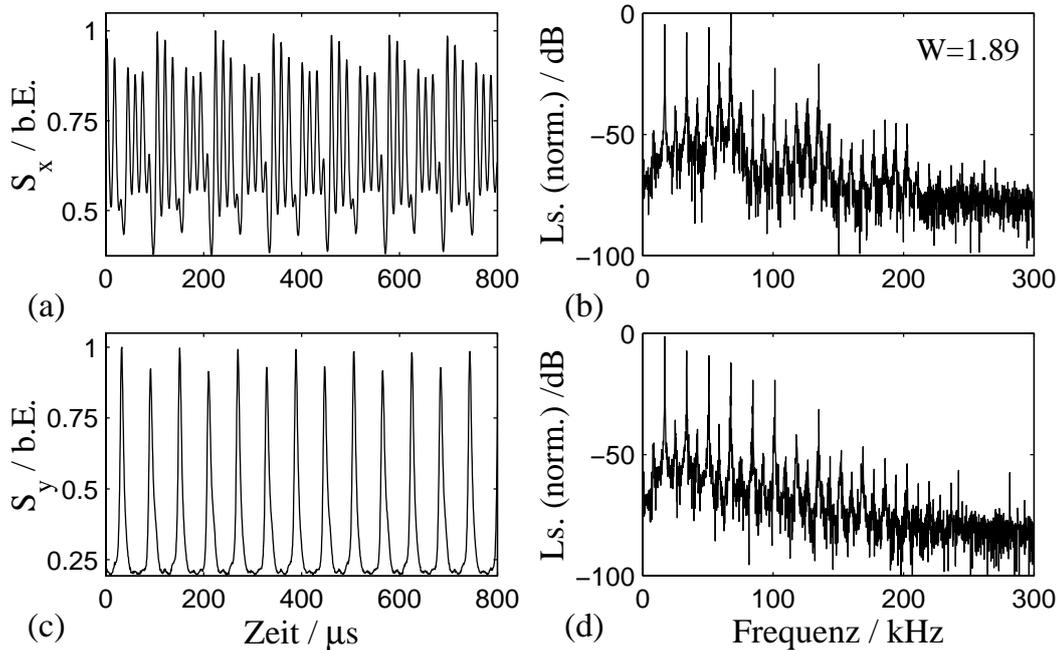


Abbildung 3.26: Wie Abb. 3.24, jedoch aufgenommen bei $W = 1,89$.

barter lokaler Maxima mit zunehmender Pumpleistung auf zwei verschiedenen Niveaus einstellen, siehe 3.26 (c). In den Leistungsspektren der zeitlichen Verläufe der Summenintensitäten S_x und S_y , Abb. 3.26 (b) und (d), erscheint mit der Bifurkation ein Frequenzpeak bei 8kHz, der Hälfte der Grundfrequenz⁶.

Erhöht man die Pumpleistung weiter, geht der periodische Charakter der Oszillation zunehmend verloren. Der Übergang in den irregulären Zustand vollzieht sich mutmaßlich über eine Kaskade von Periodenverdopplungen. Diese konnten allerdings aufgrund des Rauschens, das der Intensität überlagert ist, sowie aufgrund der begrenzten Auflösung für die Einstellung der Pumpleistung nicht aufgelöst werden. Im Pumpleistungsbereich von $W > 2$ befindet sich der Laser in einem dynamischen Zustand, der durch irreguläre Intensitätsfluktuationen geprägt ist. Ein solcher Zustand ist im Bifurkationsdiagramm an der starken Streuung der lokalen Maxima zu erkennen. Im Zusammenhang mit deterministischen Systemen bezeichnet man solche irregulären Zustände als chaotisch. Ein chaotischer Zustand unterscheidet sich von statistischem Rauschen darin, daß seiner zeitlichen Entwicklung niederdimensionale Gesetzmäßigkeiten zugrunde liegen. In den Abbn. 3.27 (a) und (c) sind je ein Ausschnitt aus dem zeitlichen Verlauf der

⁶Man kann die Stabilitätsbetrachtung, wie sie im Abschnitt 2.3.1 vorgestellt wurde, auf periodische Zustände verallgemeinern. Aus diesem Blickwinkel verliert ein ursprünglich periodischer Zustand ab einem bestimmten Wert des Systemparameters — dem Parameterwert im Bifurkationsdiagramm, bei dem die Periodenverdopplung einsetzt — seine Stabilität und geht in einen qualitativ neuen stabilen Zustand höherer Periodizität über.

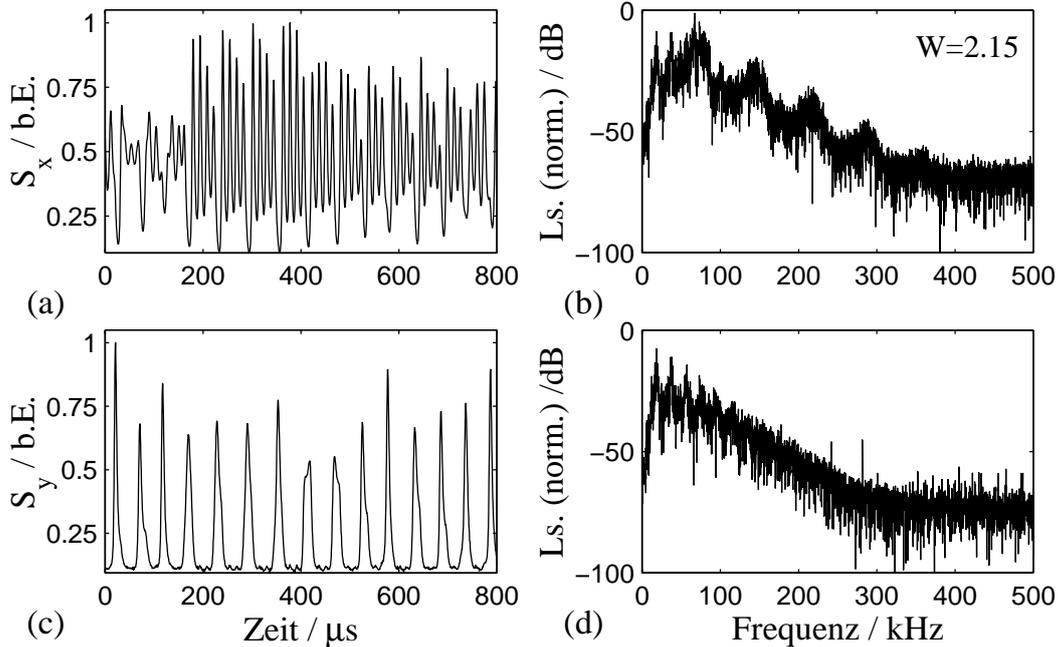


Abbildung 3.27: Wie Abb. 3.24, jedoch aufgenommen bei $W = 2,15$.

Summenintensitäten S_x und S_y , aufgenommen bei einer relativen Pumpleistung W von 2,15, dargestellt. Auch im chaotischen Zustand ist die gegenphasige Oszillation der einzelnen Moden des Lasers noch deutlich zu erkennen, siehe Abb. 3.25 (b). In den entsprechenden Leistungsspektren, Abb. 3.27 (b) und (d), sind keine typischen Frequenzen mehr zu erkennen, wobei die Leistung kontinuierlich über ein Frequenzband von etwa 5 kHz bis 400 kHz verteilt ist.

Mit dem Bifurkationsdiagramm in Abb. 3.23 wurde die Komplexität des dynamischen Zustandes des Lasers in Abhängigkeit von der relativen Pumpleistung qualitativ visualisiert. Unter bestimmten Gesichtspunkten ist es jedoch notwendig, die Komplexität eines dynamischen Zustandes zu quantifizieren. Im Zusammenhang mit der Stabilisierung des verdoppelten Lasers ist es beispielsweise denkbar, daß ein Zusammenhang zwischen der Stabilisierbarkeit des Zustandes und dessen Komplexität besteht. Andererseits bestand zu Beginn der Arbeiten Hoffnung, daß einfache systematische Zusammenhänge zwischen den Systemparametern des Lasers und dem Systemzustand aufgedeckt werden können, was eine Quantifizierung des dynamischen Zustandes voraussetzt. Im folgenden werden die Ergebnisse zur quantitativen Bestimmung der Komplexität des dynamischen Zustandes des Lasers diskutiert. Durchgeführt wurden die entsprechenden Messungen und Auswertungen auf der Basis der Arbeit von Meitzner [33]. Die verwendeten Software-Routinen sind im Rahmen des TISEAN-Projektes und durch Meitzner implementiert worden [33] [26]. Bevor die Ergebnisse im einzelnen vorgestellt werden, erfolgt eine kurze Definition der in diesem Abschnitt verwendeten

Grundbegriffe zur Dynamik nichtlinearer deterministischer Systeme — insbesondere unter dem Aspekt der nichtlinearen Zeitreihenanalyse. Im Hinblick auf eine fundierte Definition dieser Begriffe im speziellen und auf eine Einführung in die Theorie der Nichtlinearen Dynamik im allgemeinen sei der Leser auf die Werke von Argyris oder Schuster verwiesen [4] [46].

Der dynamische Zustand eines physikalischen Systems wird durch den Zustandsvektor \vec{x} beschrieben, dessen Komponenten den Systemvariablen entsprechen. Für den Laser sind dies im makroskopischen Modell die Intensitäten I_k und die Verstärkungen G_k der N Moden. Der Zustandsvektor des Lasers ist gegeben durch $\vec{x} = \{I_1, I_2, \dots, I_N, G_1, G_2, \dots, G_N\}$. Die zeitliche Entwicklung des Zustandsvektors, ausgehend von einem bestimmten Anfangszustand, wird im Phasenraum dargestellt. Die resultierende Kurve bezeichnet man als Trajektorie. Die Dimension des Phasenraumes ist gleich der Anzahl der Systemvariablen (bzw. der Freiheitsgrade) des Systems. Beim Laser ist die Zahl der Freiheitsgrade durch die doppelte Anzahl der Moden gegeben.

Per Definition ist die Entwicklung des Systemzustandes von deterministischen Systemen zu allen Zeiten eindeutig bestimmt. Daraus folgt, daß sich die Trajektorien eines deterministischen Systems im Phasenraum nicht schneiden, eine Tatsache, die in vielerlei Hinsicht von Bedeutung ist. Unter dem Fluß eines deterministischen Systems versteht man die Gesamtheit der Trajektorien, d.h. die Entwicklung des Systemzustandes ausgehend von allen möglichen Anfangszuständen. Eine wichtige Eigenschaft von dissipativen Systemen ist, daß sich der Fluß nach einer hinreichend langen Zeit auf einem Attraktor zusammenzieht. Im einfachen Fall eines gedämpften starren Pendels unter dem Einfluß der Schwerkraft ist dieser Attraktor durch einen Punkt im Phasenraum (auch Fixpunkt oder stationärer Zustand genannt) gegeben. Jedem Attraktor ist ein eineindeutig bestimmtes Einzugsgebiet zugeordnet. Dieses ist dadurch definiert, daß Trajektorien, die im Einzugsgebiet des Attraktors starten, nach einer transienten Phase auf diesen (und nur auf diesen) münden. Das bereits erwähnte starre Pendel befindet sich nach dem *Loslassen* bis zum Erreichen der Ruhelage in einer transienten Phase gedämpfter harmonischer Oszillationen. Das Einzugsgebiet des Fixpunktes ist durch den gesamten Phasenraum gegeben — egal unter welchem Winkel und bei welcher Anfangsgeschwindigkeit die Bewegung des Pendels beginnt, nach einer hinreichend langen Zeit kommt das Pendel im Fixpunkt zur Ruhe. Bei dissipativen Systemen mit mehr als zwei Freiheitsgraden ist der Attraktor im allgemeinen räumlich ausgedehnt.

Die Dimension des Attraktors ist grundsätzlich kleiner als die des Phasenraumes und nicht notwendigerweise ganzzahlig. Man spricht in diesem Fall von einer fraktalen Dimension. Man kann die fraktale Dimension des Attraktors als ein Maß für die Komplexität eines dynamischen Zustandes ansehen. Beispielsweise ist die Dimension des Attraktors, auf dem sich die Dynamik des Lasers abspielt, im stationären Zustand gleich Null — der Laser befindet sich in einem einfa-

chen dynamischen Zustand. Die Dimension des Attraktors beträgt Eins, wenn sich der Laser in einem Zustand periodischer Oszillationen befindet. Wenn sich der Laser hingegen in einem chaotischen Zustand befindet, ist die Dimension des Attraktors im allgemeinen nicht ganzzahlig und größer als Eins. Eine gewisse Anschaulichkeit bekommt die fraktale Dimension, wenn man berücksichtigt, daß sich Trajektorien im Phasenraum nicht überschneiden, obwohl der Zustand im allgemeinen keine Periodizität besitzt und obwohl sich die zeitliche Entwicklung auf einem beschränkten räumlichen Gebiet des Phasenraumes abspielt. Die Trajektorien kommen sich im Laufe der Zeit aufgrund der fehlenden Periodizität zwar unendlich nahe, berühren sich jedoch in keinem Fall. Auf diese Weise wird das dem Attraktor entsprechende Volumen des Phasenraumes niemals vollständig ausgefüllt, obwohl die Trajektorie „mehr“ darstellt als eine eindimensionale Linie. Mit zunehmender Anzahl der Freiheitsgrade des Systems und mit zunehmender Anzahl instabiler Richtungen im Phasenraum wächst die Komplexität des dynamischen Zustandes und damit die Dimension des Attraktors.

Ob und wieviele Richtungen im Phasenraum instabil sind, wird formal durch die Vorzeichen der Eigenwerte des charakteristischen Polynoms des beschreibenden Differentialgleichungssystems in linearer Näherung bestimmt, siehe Abschnitt 2.3.4. Jeder Richtung eines Eigenzustandes des Phasenraumes (im Sinne der Stabilitätsanalyse) — wobei diese im allgemeinen nicht den Richtungen der Basisvektoren des Zustandsvektors entsprechen — ist ein Eigenwert zugeordnet. Ist dieser negativ, entwickelt sich der Zustand in der entsprechenden Richtung stabil, und eine infinitesimale Störung relaxiert mit zunehmender Zeit in dieser Richtung. Im Fall eines positiven Eigenwertes entfernt sich eine Störung zunächst exponentiell von der entsprechenden instabilen Richtung, ein Vorgang, der durch den so genannten Lyapunov-Exponenten quantifiziert wird. Obwohl die Korrelation zwischen Momentaufnahmen des Systemzustandes im Fall einer deterministisch-irregulären (chaotischen) Dynamik mit zunehmendem zeitlichen Abstand rasch verloren geht, besteht zwischen den Trajektorien auf dem Attraktor eine räumliche Korrelation. Diese räumliche Korrelation hängt mit einer wichtigen topologischen Eigenschaft des Attraktors eines niederdimensional-deterministischen Systems zusammen, der Selbstähnlichkeit.

Unter Selbstähnlichkeit versteht man die Unabhängigkeit einer bestimmten topologischen Struktur vom betrachteten Maßstab. Die Eigenschaft der Skalenunabhängigkeit der topologischen Struktur eines Attraktors wurde durch Grassberger und Procaccia für eine Definition des Dimensionsbegriffes verwendet [18]. Die so genannte Korrelationsdimension zeichnet sich von anderen bekannten Dimensionsbegriffen dadurch aus, daß sie numerisch am einfachsten und zuverlässigsten bestimmt werden kann. In dieser Arbeit wurde die Korrelationsdimension als Maß für die Komplexität des dynamischen Zustandes des untersuchten Lasersystems verwendet. Grassberger und Procaccia haben bewiesen, daß im Grenzfall von $\epsilon \rightarrow 0$ zwischen der so genannten Korrelationssumme $C(\mathbf{N}, \epsilon)$ und ϵ ein Zu-

sammenhang der Art $C(\mathbf{N}, \epsilon) \propto \epsilon^{\mathbf{D}}$ besteht. ϵ bezeichnet dabei den Durchmesser eines Volumenelementes des Attraktors, innerhalb dessen die räumlichen Korrelation einer großen Anzahl \mathbf{N} von diskreten Punkten des Attraktors „gemessen“ wird. Die Korrelationsdimension \mathbf{D} ist definiert durch

$$\mathbf{D} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{\mathbf{N} \rightarrow \infty} \mathbf{d}(\mathbf{N}, \epsilon) \quad \text{mit} \quad \mathbf{d}(\mathbf{N}, \epsilon) = \frac{\partial \ln C(\mathbf{N}, \epsilon)}{\partial \ln \epsilon} . \quad (3.5)$$

Praktisch kann der Grenzübergang $\epsilon \rightarrow 0$ nicht vollzogen werden, da ϵ durch die Diskretisierung der Meßpunkte auf dem Attraktor zu kleinen Werten hin beschränkt ist. Sofern die Anzahl \mathbf{N} der für die Berechnung der Korrelationssumme zur Verfügung stehenden Datenpunkte groß genug ist und sofern die Datenpunkte keinem statistischen Rauschen unterworfen sind, beobachtet man allerdings, daß $\mathbf{d}(\mathbf{N}, \epsilon)$ bei kleinen Werten von ϵ gegen einen bestimmten Wert konvergiert. Dieser Wert entspricht erfahrungsgemäß in guter Näherung der tatsächlichen Korrelationsdimension \mathbf{D} .

Bei experimentellen Systemen ergeben sich im Unterschied zu mathematischen Modellsystemen Schwierigkeiten bei der Bestimmung der Dimension des Attraktors daraus, daß im allgemeinen die Zahl der Freiheitsgrade des Systems unbekannt ist und daß in der Regel nur auf einen Teil der Systemvariablen zugegriffen werden kann. Da in diesem Fall nur einzelne Komponenten des Zustandsvektors vorliegen, kann die geometrische Gestalt des Attraktors im Phasenraum nicht auf direktem Weg konstruiert werden. Die Analyse von nichtlinearen dynamischen Systemen auf der Basis des zeitlichen Verlaufes von einzelnen Systemvariablen wird unter der Bezeichnung Nichtlineare Zeitreihenanalyse zusammengefaßt. Für ein vertiefendes Studium der Themen der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse sei der Leser auf das Werk von Kantz und Schreiber verwiesen, das eine praktisch orientierte Zusammenstellung der wichtigsten Methoden nebst einer lebendigen Darstellung ihres theoretischen Hintergrundes enthält [25].

Die Grundlage für die meisten Methoden der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse stellt die so genannte Rekonstruktion des Attraktors aus dem zeitlichen Verlauf einer Systemvariablen dar. Eine Möglichkeit, diese Rekonstruktion zu bewerkstelligen, wurde durch Takens formuliert [52]: Demnach entsprechen die topologischen Eigenschaften eines rekonstruierten Attraktors denen des originalen Attraktors, wenn die Rekonstruktion des Zustandsvektors \vec{x} nach der folgenden Vorschrift durchgeführt wird:

$$\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\} \quad \text{mit} \quad (3.6a)$$

$$x_i = x(t + i\tau) \quad . \quad (3.6b)$$

x_i entspricht der i 'ten Koordinate des rekonstruierten Phasenraumes, d.h. einer rekonstruierten Systemvariable. x bezeichnet eine verfügbare Systemvariable, aus deren zeitlichen Verlauf die restlichen Komponenten des Zustandsvektors gemäß Gl.(3.6b) rekonstruiert werden.

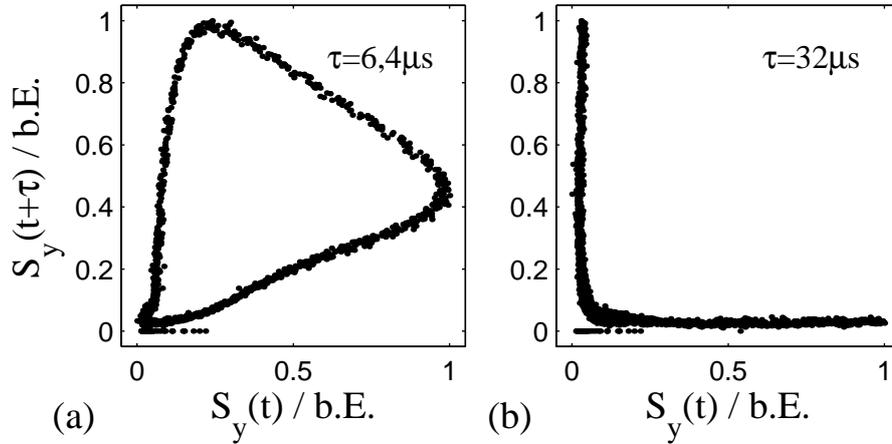


Abbildung 3.28: Zwei-dimensionale Einbettung der Zeitreihe von S_y , aufgenommen bei einer relativen Pumpleistung W von 1.85 (siehe Abb. 3.24), mit einer Verzögerungszeit τ von $6,4 \mu\text{s}$, Abb. (a), und $32 \mu\text{s}$, Abb. (b).

Die Topologie des rekonstruierten Attraktors ist prinzipiell zwar unabhängig von der Verzögerungszeit τ , praktisch spielt sie bei der Dimensionsbestimmung allerdings eine wichtige Rolle, da von ihrer Wahl abhängt, ob der Attraktor im Phasenraum optimal entfaltet wird. Um dies zu veranschaulichen, wurde in der Abb. 3.28 die Zeitreihe der Summenintensität S_y des in der Abb. 3.24 gezeigten dynamischen Zustandes in einem zwei-dimensionalen Phasenraum eingebettet. Die Verzögerungszeit τ beträgt im Diagramm (a) $6,4 \mu\text{s}$ und im Diagramm (b) $32 \mu\text{s}$. Man erkennt, daß die kürzere Verzögerungszeit von $6,4 \mu\text{s}$ besser für die Einbettung dieser speziellen Zeitreihe geeignet ist als die längere Verzögerungszeit, da die topologische Struktur des Attraktors mit $\tau = 6,4 \mu\text{s}$ besser entfaltet wird.

Die Verzögerungszeit wurde in dieser Arbeit über die Autokorrelationsfunktion von $x(t)$ sowie mittels der Transinformationsfunktion bestimmt [15]. Eine weitere Unbekannte ist die unter dem Kriterium einer überschneidungsfreien Trajektorie notwendige Einbettungsdimension n des Phasenraumes. Die notwendige Einbettungsdimension kann mittels der Routine zur Bestimmung der Korrelationssumme extrahiert werden. Man erhöht dazu die Einbettungsdimension stetig und beobachtet die Abhängigkeit der Korrelationssumme von ϵ . Wenn dem untersuchten experimentellen System eine niederdimensionale Gesetzmäßigkeit zugrunde liegt, sättigt die Korrelationssumme ab einer bestimmten Einbettungsdimension, da die räumliche Korrelation zwischen Punkten der Trajektorie trotz einer Erhöhung der Einbettungsdimension nicht mehr zunimmt. Die Trajektorie kann in dieser und in allen höheren Dimensionen überschneidungsfrei im rekonstruierten Phasenraum eingebettet werden.

Im folgenden werden die Ergebnisse zur Bestimmung der Korrelationsdimension

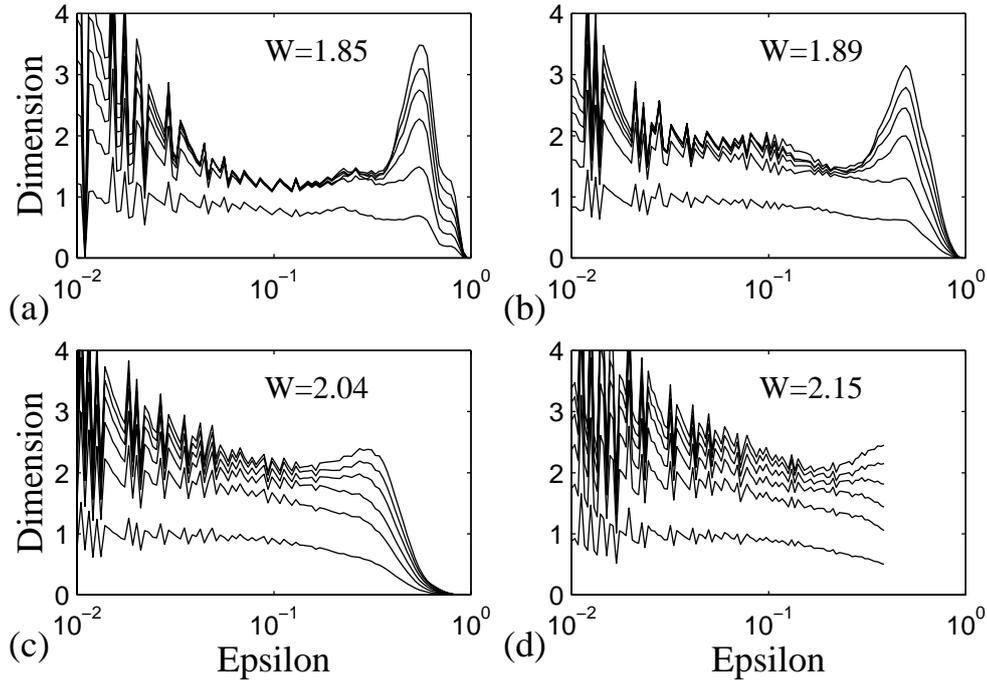


Abbildung 3.29: Extraktion der fraktalen Dimension (D_2) aus dem zeitlichen Verlauf der Summenintensität S_y mittels der Methode nach Grassberger und Procaccia [18].

des Attraktors, auf dem sich die Dynamik des verdoppelten Lasers abspielt, vorgestellt. Die Untersuchungen beziehen sich auf die Zustände des Lasers, die am Anfang dieses Abschnitts vorgestellt wurden. Der Laser hat sich in allen untersuchten dynamischen Zuständen in einer qualitativ konstanten Modenkonfiguration von $[2, 1]$ befunden, wobei sich die Komplexität der Dynamik augenscheinlich mit zunehmender Pumpleistung vergrößert hat.

In den Diagrammen (a)-(d) der Abb. 3.29 ist die Korrelationssumme über ϵ für dynamische Zustände bei relativen Pumpleistungen W von 1,85 (siehe Abb. 3.24), 1,89 (siehe Abb. 3.26), 2,04 und 2,15 (siehe Abb. 3.27) aufgetragen. Die Einbettungsdimension wurde von 1 bis 6 variiert. Für die Berechnung der Korrelationsdimension wurde die in y -Richtung polarisierte Komponente der Summenintensität S_y verwendet. Im Fall des einfach periodischen Zustandes bei $W = 1.85$ sättigt die Korrelationssumme ab einer Einbettungsdimension von 2, Abb. 3.29 (a). Die Korrelationsdimension D liegt bei einem Wert von etwa 1,5. Mit zunehmender Komplexität des dynamischen Zustandes beobachtet man, daß das Sättigungsverhalten der Korrelationssumme mit wachsender Einbettungsdimension verloren geht, siehe Abb. 3.29 (b)-(d). Eine Abschätzung der Korrelationsdimension ist unter diesen Umständen nicht möglich, da die Einbettungsdimension nicht ausreichend hoch ist, um den Attraktor zu rekonstruieren. Eine weitere Erhöhung der Einbettungsdimension, die zwar formal möglich wäre, macht kei-

nen Sinn, da die für eine hinreichend dichte Einbettung notwendigen Längen der Zeitreihen so groß wären, daß die Verarbeitung rechenstechnisch nicht mehr zu bewältigen ist. Die Verschlechterung des Sättigungsverhaltens mit zunehmender Komplexität des dynamischen Zustandes bedeutet, daß der Dynamik höherdimensionale Gesetzmäßigkeiten zugrunde liegen. Aus theoretischer Sicht ist allerdings unwahrscheinlich, daß die hohe Dimension dem System „eigen“ ist — bei drei Moden sollte die Dynamik des Lasers sechs Freiheitsgrade und lediglich zwei instabile Richtungen besitzen. Vielmehr ist anzunehmen, daß Instationaritäten des dynamischen Zustandes auf kurzer Zeitskala, verursacht durch kleine Fluktuationen der Systemparameter (siehe Abschnitt 3.7.1), die Konvergenz der Bestimmungsroutine beeinträchtigen [47]. Eine weitere Möglichkeit, insbesondere um die Abhängigkeit des Sättigungsverhaltens von der Komplexität des Systemzustandes zu erklären, besteht darin, daß die deterministische Natur der Dynamik unter dem Einfluß von Rauschen verloren geht, wobei wahrscheinlich ist, daß die Rauschempfindlichkeit mit zunehmender „Instabilität“ des Systemzustandes wächst.

Für die Quantifizierung der stochastischen Komponente eines experimentellen Systems wurden spezielle Testmethoden entwickelt [49]. Eine dieser Untersuchungsmethoden wurde von Letz auf Zeitreihen der Intensität des hier untersuchten Lasersystems angewandt [29]. Die Ergebnisse bestätigen, daß die Dynamik des Lasers nicht ausschließlich durch niederdimensional deterministische Zusammenhänge geprägt ist, womit das schlechte Konvergenzverhalten der Bestimmungsroutine für die Korrelationsdimension zu erklären ist.

3.7.3 Die Stabilisierung des verdoppelten Lasers

In diesem Abschnitt werden die experimentellen Ergebnisse zur Stabilisierung der Ausgangsleistung des resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers vorgestellt. In Anbetracht der vielversprechenden theoretischen Ergebnisse fiel die Wahl der Regelarchitektur auf die Regelung durch zeitkontinuierlich quasi-proportionale Rückkopplung. Die Stellgröße ΔW wurde mittels der im Abschnitt 3.4 vorgestellten Regelschaltung aus den Summenintensitäten \mathbf{S}_x und \mathbf{S}_y generiert und durch Modulation der Pumpleistung P_{LD} in den Laser eingekoppelt. Für die Interpretation der experimentellen Stabilitätsbereiche werden im folgenden die entsprechenden theoretischen Ergebnisse zur Regelung durch proportionale Rückkopplung herangezogen. Dies ist gerechtfertigt, da der Unterschied zwischen der Regelung durch proportionale Rückkopplung zur Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung vernachlässigbar ist, solange die 3-dB-Frequenz des Hochpassfilters klein im Vergleich zur typischen Frequenz des Lasers ist [39]. Im ersten Teil dieses Abschnitts wird die Wirkung der Regelung zunächst anhand eines Beispiels illustriert. Anschließend werden im zweiten Teil die Beobachtungen

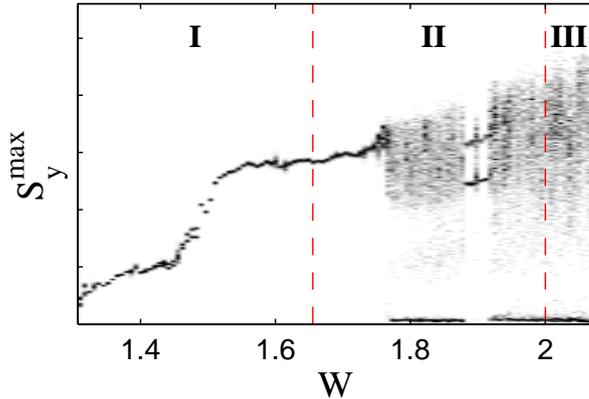


Abbildung 3.30: Bifurkationsdiagramm der Summenintensität \mathbf{S}_x des verdoppelten Lasers bei Variation der relativen Pumpleistung W . Im Pumpleistungsbereich I waren je eine Mode in x - und in y -Richtung angeschwungen (kurz [1, 1]), das Modenspektrum war im Bereich II [1, 3] und im Bereich III [1, 4].

zusammengefaßt, die im Rahmen einer großen Anzahl von Stabilisierungsversuchen in verschiedensten Betriebszuständen des Lasers gewonnen wurden.

Mit dem folgenden Beispiel wird veranschaulicht, wie die Stabilität des stationären Zustandes durch die Rückkopplung einer Stellgröße ΔW der Form

$$\Delta W = k_x(c_{IU}\mathbf{S}_x - z_x) + k_y(c_{IU}\mathbf{S}_y - z_y) \quad \text{mit} \quad (3.7)$$

$$\frac{dz_x}{dt} = \omega_{3dB}(c_{IU}\mathbf{S}_x - z_x) \quad \text{und} \quad \frac{dz_y}{dt} = \omega_{3dB}(c_{IU}\mathbf{S}_y - z_y) \quad (3.8)$$

beeinflußt wird. In Gl. (3.7) bezeichnen k_x und k_y die Regelparameter. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß die im Abschnitt 2.3.4 eingeführten theoretischen Regelparameter K_x und K_y und die experimentellen Regelparameter k_x und k_y zwar proportional zueinander, aber nicht identisch sind. c_{IU} ist der Proportionalitätsfaktor zwischen der vom Laser emittierten Intensität \mathbf{S} und der Spannung am Ausgang der Photodetektoren. Die 3-dB-Frequenz f_{3dB} des Hochpassfilters lag bei etwa 1kHz.

Die Wirkung der Regelung wurde in unterschiedlichen Betriebszuständen des Lasers untersucht. Um diese zu erzeugen, wurde die relative Pumpleistung W des Lasers über einen Bereich von $W = 1,2$ bis $2,1$ variiert. Die Resonatorgeometrie blieb über die gesamte Meßreihe unverändert. Für die Messung wurde ein Resonator mit einer Länge L_R von 45mm verwendet. Der Auskoppelspiegel hatte einen Krümmungsradius R von 200mm und einen Reflexionskoeffizienten r von 99,9% bei 1064nm. Um die Interpretation der Messungen zu erleichtern, wurden die Polarisationsrichtungen des KTP-Kristalls im Resonator so ausgerichtet, daß lediglich Summenfrequenzbildung zu beobachten war. Die Laserschwelle im Infraroten hat bei einer Pumpleistung P_{LD} von 35mW gelegen.

Im untersuchten Pumpleistungsbereich hat der Laser mehrere qualitativ verschiedene dynamische Zustände durchlaufen. Bei zwei Werten der Pumpleistung hat sich das Modenspektrum des Lasers qualitativ geändert. Abb. 3.30 zeigt das Bifurkationsdiagramm des frei laufenden Lasers im Pumpleistungsbereich $W = 1,3$ – $2,1$. Der Darstellung liegen die lokalen Maxima aus repräsentativen Ausschnitten

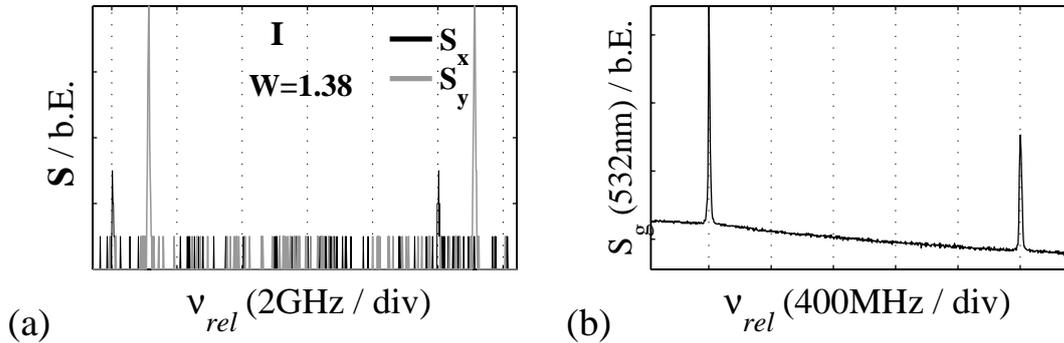


Abbildung 3.31: Modenspektrum des verdoppelten Lasers im Infraroten bei 1064nm, aufgelöst nach den Polarisationsrichtungen des Resonators, Abb. (a), sowie das zugehörige Spektrum im Grünen bei einer Wellenlänge von 532 nm, Abb. (b), aufgenommen bei einer relativen Pumpleistung W von 1,38.

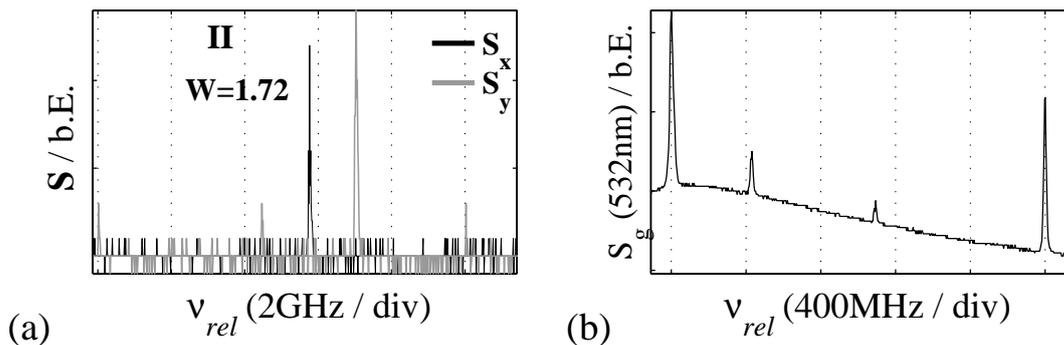


Abbildung 3.32: Wie Abb. 3.31, aber aufgenommen bei $W = 1,72$.

des zeitlichen Verlaufes der in x -Richtung polarisierten Summenintensität S_y zugrunde. Im Bereich der relativen Pumpleistung $W = 1,20$ – $1,65$ waren bei einer Wellenlänge von 1064nm jeweils eine Mode in x - und in y -Richtung angeschwungen. Im Bifurkationsdiagramm ist dieser Bereich mit I bezeichnet. Die entsprechenden Modenspektren bei 1064nm und 532nm sind in den Abbn. 3.31 (a) und (b) dargestellt. Sie wurden bei einer relativen Pumpleistung von $W = 1,38$ aufgenommen. Ab einer relativen Pumpleistung W von 1,65 kamen zwei in y -Richtung polarisierte Moden, und ab $W = 2,1$ kam eine vierte, in y -Richtung polarisierte Mode hinzu, siehe Abb. 3.32 und 3.33⁷. Die entsprechenden Bereiche sind im

⁷Im Modenspektrum bei 1064nm, Abb. 3.33 (a), geht die vierte, in y -Richtung polarisierte Mode aufgrund ihrer geringen Leistung im Rauschen unter. Unter der Voraussetzung, daß lediglich Summenfrequenzbildung zur Frequenzwandlung beiträgt, erkennt man im Spektrum bei 532nm, Abb. 3.33 (b), allerdings deutlich, daß eine vierte, in y -Richtung polarisierte Mode

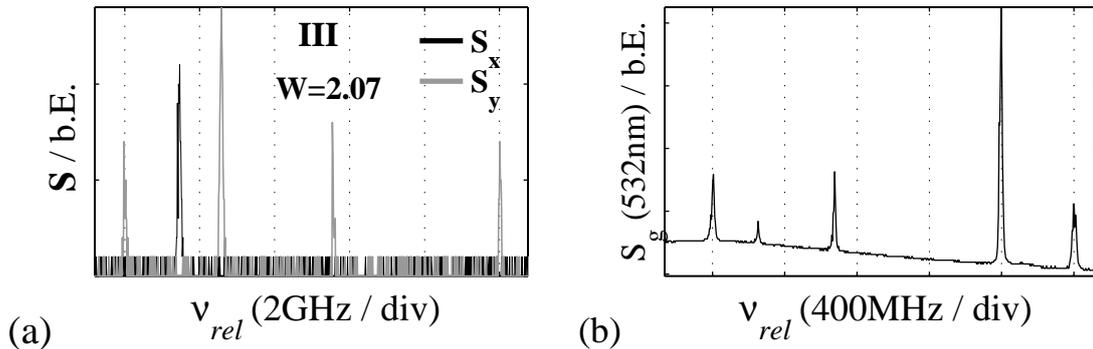


Abbildung 3.33: Wie Abb. 3.31, aber aufgenommen bei $W = 2,07$.

Bifurkationsdiagramm mit II und III bezeichnet.

Der dynamische Zustand des Lasers läßt sich im untersuchten Pumpleistungsbereich in drei qualitativ verschiedene Domänen einteilen: Im unteren Bereich bis zu einer relativen Pumpleistung W von 1,35 war die Ausgangsleistung des Lasers stabil. Bei weiterer Erhöhung der Pumpleistung waren aperiodische Oszillationen mit kleiner Amplitude zu beobachten. Für diesen Bereich typische Ausschnitte aus dem zeitlichen Verlauf von S_x und S_y , aufgenommen bei einer relativen Pumpleistung von $W = 1,38$, sowie die zugehörigen Leistungsspektren sind in den Abbn. 3.34 (a)–(d) dargestellt. Bei einer relativen Pumpleistung von etwa 1,5 ist der Laser abrupt in einen Zustand übergegangen, der durch periodische Oszillationen mit großer Amplitude gekennzeichnet war. Abb. 3.35 zeigt Ausschnitte aus dem zeitlichen Verlauf der Summenintensitäten S_x und S_y ⁸ und die zugehörigen Leistungsspektren bei einer relativen Pumpleistung von $W = 1,55$. Im Bereich zwischen $W = 1,72$ und 1,76 ging das System — mutmaßlich mit dem Durchlaufen einer Kaskade von Periodenverdopplungen, von denen zumindest die erste deutlich zu beobachten war — in einen Zustand irregulärer (chaotischer) Fluktuationen über. In den Abbn. 3.36 (a) – (d) sind die zeitlichen Verläufe der Intensitäten S_x und S_y sowie die zugehörigen Leistungsspektren im Bereich der irregulären Fluktuationen bei einer relativen Pumpleistung W von 2,07 dargestellt.

Die Regelung wurde bei vier verschiedenen Pumpleistungen getestet. Dazu wurde die Rückkopplungsschleife geschlossen und der zur Verfügung stehende Regelparameterbereich abgerastert. Die Dauer für ein vollständiges Abrastern (10000 Punkte) betrug etwa 15min. Um die Wirkung der Regelung zu quantifizieren, wurde für jede Kombination der Regelparameter k_x und k_y ein etwa 20ms langer

existieren muß.

⁸Bei der Aufnahme des zeitlichen Verlaufes der Summenintensität S_x hatten die maximalen Spannungswerte den Eingangsspannungsbereich des A/D-Wandlers überschritten. Daher ist die Zeitreihe bei hohen Spannungswerten abgeschnitten.

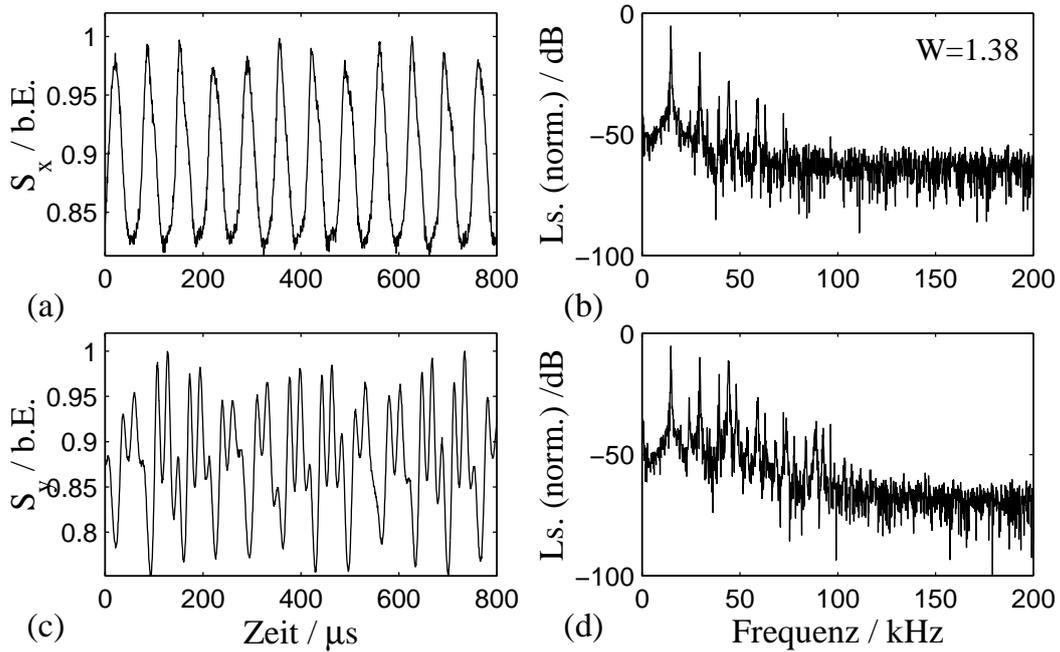


Abbildung 3.34: Zeitliche Verläufe der Summenintensitäten S_x , Abb. (a), und S_y , Abb. (c), des verdoppelten Lasers sowie die zugehörigen Leistungsspektren, Abb. (b) und (d), aufgenommen bei einer relativen Pumpleistung W von 1,38.

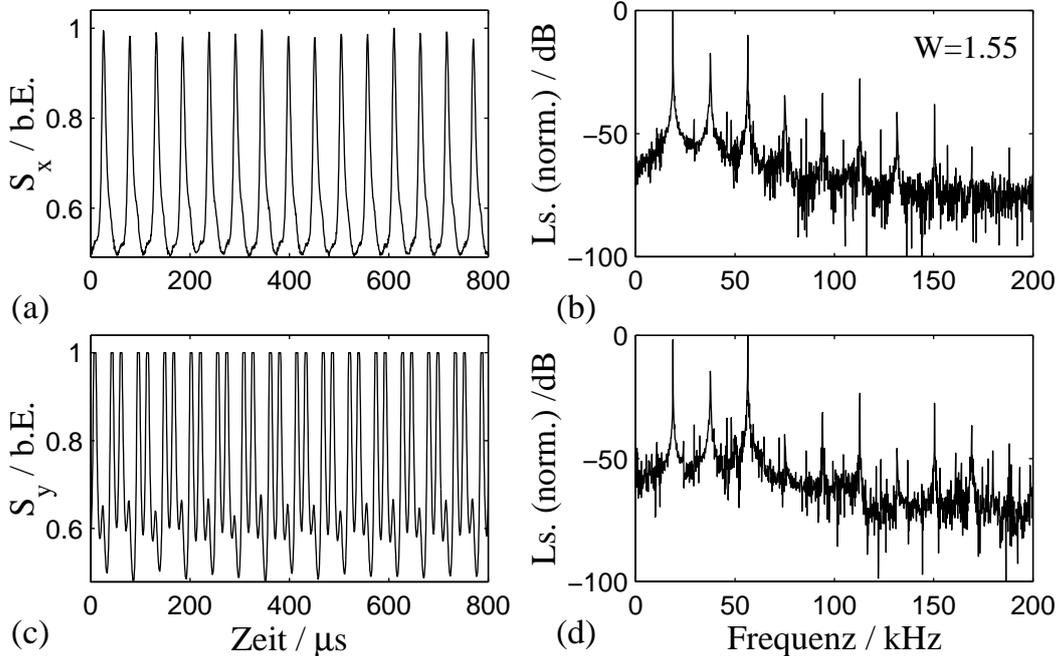


Abbildung 3.35: Wie Abb. 3.34, aber aufgenommen bei $W = 1,55$.

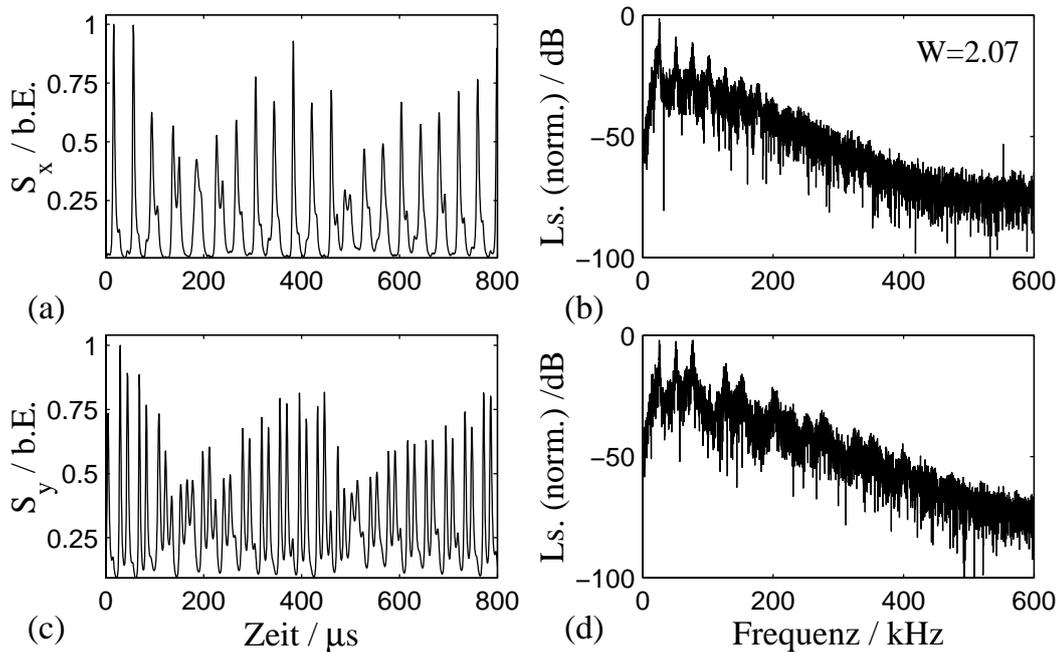


Abbildung 3.36: Wie Abb. 3.34, aber aufgenommen bei $W = 2,07$.

Ausschnitt aus dem zeitlichen Verlauf der Summenintensität \mathbf{S}_y aufgezeichnet. Als Maß für die Stabilität wurde von der entsprechenden Zeitreihe die Standardabweichung bestimmt. In den Abbn. 3.37 (a)–(d) ist die so quantifizierte Stabilität im Raum der Regelparameter k_x und k_y in Grauwerten kodiert dargestellt. Dunkle Grautöne entsprechen einer geringeren Standardabweichung bzw. kleineren Fluktuationen. Aus den Diagrammen ist ersichtlich, daß in allen vier untersuchten dynamischen Zuständen die Stabilisierung des instabilen stationären Zustandes möglich gewesen ist. Für die Stabilisierung ist es zwingend notwendig, daß die in Richtung mit der geringeren Modenzahl polarisierte Summenintensität (im Fall der hier diskutierten Messungen die in x -Richtung polarisierte Summenintensität \mathbf{S}_x) gleichphasig ins System rückgekoppelt wird. Die Rückkopplung der Summenintensität \mathbf{S}_y war für die Stabilisierung des instabilen stationären Zustandes, zumindest im Fall der hier vorgestellten Messungen, nicht notwendig. Allerdings konnte der Stabilitätsbereich durch die Hinzunahme der zweiten Intensitätskomponente signifikant vergrößert werden. Die typische Keilform des Stabilitätsbereiches ist mit den theoretischen Ergebnissen konsistent. Angesichts der niedrigen Pumpleistungen entspricht auch die Beobachtung, daß die Scheitel der in Abb. 3.37 (a)–(d) gezeigten Stabilitätsbereiche im ersten Quadranten der Parameterebene (k_x, k_y) liegen, dem theoretischen Ergebnis, siehe Abb. 2.12.

Neben diesen vielversprechenden Übereinstimmungen zwischen Modell und Experiment steht eine Beobachtung in grundsätzlichem Widerspruch zu den theoretischen Vorhersagen: Offenbar existiert eine große Anzahl dynamischer Zustände,

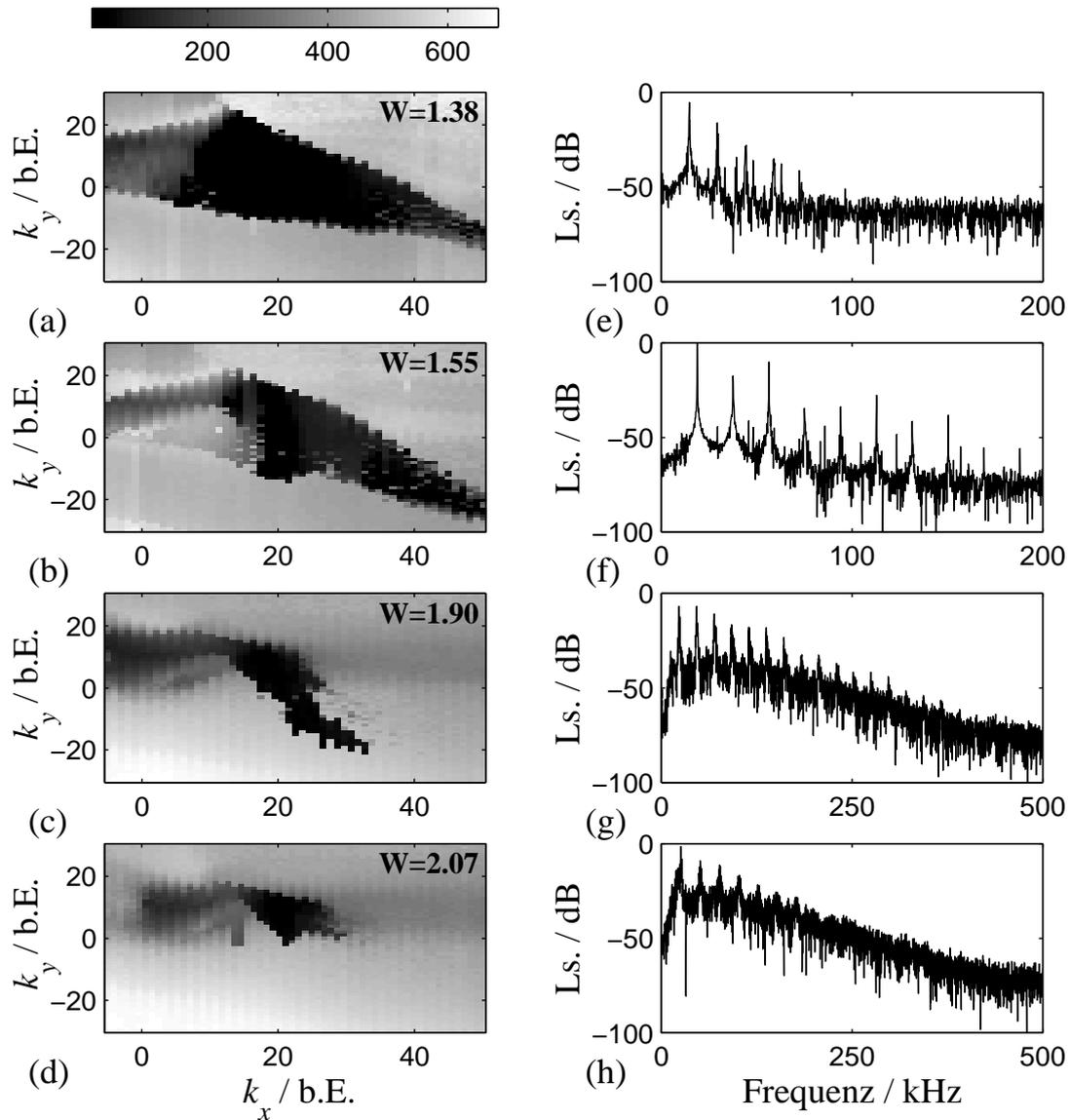


Abbildung 3.37: Stabilitätsbereiche des verdoppelten Lasers unter quasi-proportionaler Rückkopplung bei vier verschiedenen relativen Pumpleistungen: Abb. (a) – $W = 1,38$, Abb. (b) – $W = 1,55$, Abb. (c) – $W = 1,90$, Abb. (d) – $W = 2,07$. Dargestellt ist im Raum der Regelparameter (k_x, k_y) , Abbn. (a)-(d), die in Grauwerten kodierte Standardabweichung eines repräsentativen Ausschnittes des zeitlichen Verlaufes der Summenintensität S_y . Die Diagramme (e)-(h) zeigen die Leistungsspektren der Summenintensität S_y für die entsprechenden Pumpleistungen bei deaktivierter Regelung.

deren instabile stationäre Zustände mit der Regelung durch quasi-proportionale Rückkopplung nicht stabilisierbar sind. Diese Erkenntnis wurde auf der Basis einer umfangreichen Serie von Stabilisierungsversuchen gewonnen, die entsprechend dem im ersten Teil dieses Abschnitts vorgestellten Schema durchgeführt wurden. Dabei konnte kein Zusammenhang zwischen der Komplexität des dynamischen Zustandes und der Stabilisierbarkeit hergestellt werden: Es fanden sich sowohl komplexe irreguläre dynamische Zustände, die stabilisiert werden konnten, siehe beispielsweise Abb. 3.37 (d), als auch einfache periodische Zustände, bei denen eine Stabilisierung des stationären Zustandes nicht möglich war. Vielmehr haben die Untersuchungen darauf hingedeutet, daß die Stabilisierbarkeit mit zunehmender Pumpleistung verloren geht, ein Fakt, der im Hinblick auf die technische Anwendung der Regelung besonders schwer wiegt. Eine Erklärung für dieses Verhalten hängt mit großer Wahrscheinlichkeit weniger mit einer prinzipiellen Schwäche der Regelmethode zusammen, als mit der beschränkten Bandbreite der Regelelektronik. Insbesondere parasitäre frequenzabhängige Phasenverschiebungen zwischen der Regel- und der Stellgröße dürften sich mit zunehmender Pumpleistung und der damit einher gehenden Zunahme der typischen Frequenz des Systems nachteilig auf die stabilisierende Wirkung der Stellgröße auswirken. Unter Berücksichtigung derartiger Phasenverschiebungen im höheren Frequenzbereich ist auch zu erklären, daß die Fläche des Stabilitätsbereiches — so er denn existiert — kleiner ist, als dies der Theorie nach zu erwarten wäre. In den Abbn. 3.37 (a)–(d) spiegelt sich dieses Verhalten darin wider, daß die Fläche des Stabilitätsbereiches mit zunehmender relativer Pumpleistung schrumpft und bei relativen Pumpleistungen über $W = 2,1$ vollständig verschwindet. Zur Orientierung wurden in den Abbn. 3.37 (e)–(h) die Leistungsspektren der Summenintensität S_y des frei laufenden Lasers bei den entsprechenden Pumpleistungen dargestellt. Im untersuchten Pumpleistungsbereich wächst die Frequenz f_0 der Relaxationsoszillationen gemäß der Gl. (2.13) von 40kHz bei $W = 1,4$ auf 60kHz bei $W = 2,1$. Die Phasenverschiebung zwischen der Regel- und der Stellgröße ist in diesem Frequenzbereich kleiner als 10° . Theoretische Untersuchungen zur Regelung durch proportionale Rückkopplung mit begrenzter Bandbreite haben qualitativ bestätigt, daß selbst derart geringe Abweichungen von der idealen Übertragungsfunktion zu einer deutlichen Verringerung der Fläche des Stabilitätsbereiches bis hin zum vollständigen Verlust der Stabilisierbarkeit führen können. Die Frequenzcharakteristik der Regelschaltung wurde bei diesen Untersuchungen durch einen Tiefpassfilter simuliert. Die entsprechenden Ergebnisse werden in einer Arbeit von Letz vorgestellt, die im Rahmen des Drittmittelprojektes entsteht, unter dem auch die vorliegende Arbeit angefertigt wurde [29]. Schenck zu Schweinsberg hat zur Thematik der eingeschränkten Stabilisierbarkeit anhand von numerischen Simulationen nachgewiesen, daß eine verzögerte (nicht-instantane) Rückkopplung der Stellgröße zu einer Beschränkung des Stabilitätsbereiches bis hin zum vollständigen Verlust der Stabilisierbarkeit führt [47]. Darüber hinaus sind in diesem Zusammenhang auch die experimentellen

Untersuchungen zum Einfluß der Regelung durch proportionale Rückkopplung auf die Stabilität des unverdoppelten Single-Mode-Lasers zu erwähnen, die im Abschnitt 3.5 vorgestellt wurden. Die Messungen hatten das theoretische Ergebnis bestätigt, daß Abweichungen von der idealen Übertragungsfunktion zu qualitativen Änderungen des Stabilitätsverhaltens des stationären Zustandes führen können.

Neben der beschränkten Bandbreite der Regelelektronik muß bei der Diskussion der Meßergebnisse noch ein zweiter Aspekt in Betracht gezogen werden: Theoretisch besteht die Möglichkeit, daß sich die Trajektorie des Lasers dem stationären Zustand in einem endlichen Zeitraum nicht weit genug nähert, als daß sie von diesem — obwohl stabil — *eingefangen* werden könnte. Daß ein Versagen der Regelung bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuchen auf dieses Phänomen zurückzuführen ist, kann angesichts der niedrigen relativen Pumpleistungen bezweifelt werden. Darüber hinaus sind weder die Beobachtung einer endlichen Fläche des Stabilitätsbereiches noch ein Schrumpfen derselben mit zunehmender Pumpleistung durch dieses Phänomen zu erklären.

Zusammenfassend ist festzuhalten, daß die Stabilisierung von instabilen stationären Zuständen mit der Regelung durch proportionale Rückkopplung praktisch möglich ist. Die Stabilisierbarkeit ist unabhängig von der Komplexität des dynamischen Zustandes, in dem sich der Laser befindet. Sowohl die Form der Stabilitätsbereiche, als auch die Tatsache, daß die Regelung im allgemeinen zweidimensional erfolgen muß, stimmen mit den theoretischen Resultaten überein. Im Widerspruch zu den Ergebnissen des im Abschnitt 2.3.5 vorgestellten Modells (ohne Berücksichtigung der beschränkten Bandbreite des elektronischen Teils des Regelkreises) steht, daß die gemessene Fläche des Stabilitätsbereiches endlich ist und mit zunehmender Pumpleistung schrumpft. Allerdings kann dieses Phänomen mit hoher Wahrscheinlichkeit der beschränkten Bandbreite der verwendeten Regelelektronik zugeschrieben werden, die bei den theoretischen Untersuchungen nicht berücksichtigt wurde.

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Dynamik eines resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers mit dem Ziel untersucht, eine geeignete Regelmethode zur Stabilisierung der typischen Intensitätsfluktuationen dieses Lasertyps zu finden. Die experimentellen Arbeiten zu diesem Thema wurden flankiert durch theoretische Untersuchungen zur Laserdynamik, die von Pyragas während eines halbjährigen Gastaufenthaltes und von Letz an der Universität Oldenburg durchgeführt wurden [29] [39] [40]. Als Grundlage für die Analyse diente ein bereits etabliertes klassisches Ratengleichungsmodell [5] [23] [43]. Anhand dieses Modells wurde die Dynamik des verdoppelten Lasers in der linearisierten Umgebung eines unter technischem Aspekt bedeutungsvollen stationären Zustandes untersucht. Demnach verhalten sich die Intensitäten der Lasermoden in der Umgebung dieses Gleichgewichtszustandes wie gekoppelte harmonische Oszillatoren. Aufgrund des interessanten Sachverhaltes, daß der Term zur Beschreibung der Modenkopplung lediglich von den Summen δS_x und δS_y der in x - und y -Richtung polarisierten Intensitätsabweichungen δI_k abhängt, nicht aber von den Abweichungen der Einzelintensitäten selber, kann man die Stabilität der Summenintensitäten unabhängig von der Stabilität der Einzelintensitäten untersuchen. Dabei zeigt sich, daß der Ursprung für die Instabilität des stationären Zustandes ausschließlich in der Dynamik der Summenintensitäten zu finden ist. Gelingt es, diese Instabilität zu beseitigen, ist auch die Stabilität der individuellen Moden gewährleistet. Erreicht werden kann dies durch die Rückkopplung einer Stellgröße, deren Stärke sich aus der Summe der gewichteten Abweichungen der Summenintensitäten δS_x und δS_y von den entsprechenden Werten im stationären Zustand ergibt. Experimentell konnten wichtige Vorhersagen des Modells bestätigt werden: Mittels der Regelung durch proportionale Rückkopplung war es möglich, einen instabilen stationären Zustand des resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers zu stabilisieren. Die Regelung wurde erfolgreich sowohl auf periodische als auch auf chaotische dynamische Zustände angewandt. Dabei hat insbesondere die Form der Stabilitätsbereiche im Raum der Regelparameter den theoretisch ermittelten Stabilitätsgebieten qualitativ entsprochen. Allerdings konnten die Intensitätsfluktuationen im Widerspruch zur Theorie nicht in beliebigen Betriebszuständen des Lasers stabilisiert werden. Die Stabilisierbarkeit verschlechterte sich mit zunehmender relativer Pumpleistung des Systems. Daß die Stabilisierbarkeit mit zunehmender relativer Pumpleistung verloren geht, ist verständlich, wenn man

die im Bereich hoher Frequenzen beschränkte Übertragungsfunktion der Regelelektronik in die Diskussion einschließt: Mit zunehmender relativer Pumpleistung wächst die typische Frequenz der Intensitätsfluktuationen und mit ihr der mutmaßlich nachteilige Einfluß von Abweichungen der tatsächlichen von der idealen Übertragungsfunktion der Regelelektronik auf die Leistungsfähigkeit der Regelung. Um dieses Phänomen isoliert betrachten zu können, wurden die Stabilitätseigenschaften eines sehr viel einfacheren Systems unter dem Einfluß der Regelung untersucht, die des unverdoppelten Single-Mode-Lasers. Die theoretischen Untersuchungen zu dieser Thematik haben gezeigt, daß sich die Stabilitätseigenschaften des stationären Zustandes qualitativ ändern, wenn man anstelle der idealen Übertragungsfunktion der Rückkopplung die eines Tiefpassfilters ansetzt, dessen 3-dB-Frequenz in der Größenordnung der typischen Frequenz des Lasers liegt. Die theoretisch ermittelte Abhängigkeit der Stabilität des stationären Zustandes vom Regelparameter konnte durch die entsprechenden Messungen bestätigt werden.

Sowohl die Untersuchungen am unverdoppelten Single-Mode-Laser als auch die am verdoppelten Laser haben bestätigt, daß das verwendete Modell geeignet ist, die Dynamik des Lasers zumindest in der Umgebung des stationären Zustandes qualitativ richtig zu beschreiben. Es kann demnach davon ausgegangen werden, daß die vorgeschlagene Regelung die aktuell aussichtsreichste Möglichkeit darstellt, um die Intensitätsfluktuationen von resonatorintern frequenzverdoppelten Festkörperlaser zu unterdrücken. Darüber hinaus ist das vorgeschlagene Regelkonzept vergleichsweise einfach technisch zu implementieren und damit auch unter produktionstechnischem Aspekt äußerst vielversprechend. Um das Potential der Regelung auszuschöpfen, ist es allerdings erforderlich, daß die Bandbreite der Regelelektronik die des Lasers um wenigstens eine Größenordnung übersteigt. Das Hauptanliegen zukünftiger Arbeiten auf diesem Gebiet sollte nach Ansicht des Autors darin bestehen, dieses experimentell zu verifizieren. Sollte sich die Vermutung bestätigen, daß eine Vergrößerung der Bandbreite des elektrischen Teils des Regelkreises die Wirksamkeit der Regelung, insbesondere im Bereich höherer Pumpleistungen, signifikant verbessert, wäre im weiteren zu untersuchen, ob eine Notwendigkeit für die Implementierung einer Trackingprozedur besteht, siehe Abschnitt 2.3.5. Eine weitere vielversprechende Möglichkeit zur Verbesserung der Leistungsfähigkeit der Regelung ergibt sich darüber hinaus aus der Tatsache, daß eine starke Abhängigkeit zwischen der relativen Verstärkung g einer Mode und dem Polarisationszustand des Pumplichtes besteht [12] [29]. Unter der Voraussetzung, daß man die in den orthogonalen Eigenrichtungen des Laserresonators polarisierten Intensitätskomponenten des Pumplichtes unabhängig voneinander steuern kann, erhält man aus dieser Abhängigkeit einen zweiten, unabhängigen Regelparameter. Durch die Regelung über zwei unabhängige Parameter könnte insbesondere die Verschlechterung der Leistungsfähigkeit der Regelung bei zunehmender Symmetrie des Systems vermieden werden.

Literaturverzeichnis

- [1] H. D. I. Abarbanel, Z. Gills, C. Liu and R. Roy, Nonlinear time-series analysis of chaotic laser dynamics, *Phys. Rev. A* **53**, 440 (1996).
- [2] D. W. Anthon, D. L. Sipes, T. J. Pier and M. R. Ressler, Intracavity doubling of cw diode-pumped Nd:YAG lasers with KTP, *IEEE J. Quantum Electron.* **28**, 1148 (1992).
- [3] D. W. Anthon, Passive fm laser operation and the stability of intracavity-doubled lasers, *Appl. Opt.* **38**, 5144 (1999).
- [4] J. Argyris, G. Faust und M. Haase, *Die Erforschung des Chaos: Studienbuch für Naturwissenschaftler und Ingenieure* (Vieweg, Wiesbaden, 1995).
- [5] J. Baer, Large amplitude fluctuations due to longitudinal mode coupling in diode-pumped intracavity-doubled Nd:YAG-lasers, *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 1175 (1986).
- [6] C. Bracikowski and R. Roy, Chaos in a multimode solid-state laser system, *Chaos* **1**, 49 (1991).
- [7] W. Brunner und K. Junge, *Wissensspeicher Lasertechnik* (Fachbuchverlag, Leipzig, 1989).
- [8] CASIX Inc., Produktdatenblatt für KTP-Kristalle.
- [9] CASIX Inc., Produktdatenblatt für Nd:YAG-Kristalle.
- [10] P. Colet and Y. Braiman, Control of chaos in multimode solid state lasers by the use of small periodic perturbations, *Phys. Rev. E* **53**, 200 (1996).
- [11] P. Colet, R. Roy and K. Wiesenfeld, Controlling hyperchaos in a multimode laser model, *Phys. Rev. E* **50**, 3453 (1994).
- [12] P. Dekker and J. M. Dawes, Pulsed output from a dual-polarization cw diode-pumped nd:yag laser, *J. Opt. Soc. Am. B* **15**, 247 (1998).
- [13] A. A. Demidovich, A. P. Shkadarevich, M. B. Danailov, P. Apai, T. Gasmi, V. P. Gribkovskii, A. N. Kuzmin, G. I. Ryabtsev and L. E. Batay, Comparison of cw laser performance of Nd:KGW, Nd:YAG, Nd:BEL and Nd:YVO₄ under laser diode pumping, *Appl. Phys. B* **67**, 11 (1998).
- [14] H. Fouckhardt, *Photonik* (Teubner, Stuttgart, 1994).

- [15] A. M. Fraser and H. L. Swinney, Independent coordinates for strange attractors from mutual information, *Phys. Rev. A* **33**, 1134 (1986).
- [16] I. Freitag, Intensitätsrauschen von diodengepumpten Festkörperlasern I — Theoretische Grundlagen und experimentelle Beispiele, *Laser und Optoelektronik* **28**, 50 (1996).
- [17] Z. Gills, C. Iwata, R. Roy, I. B. Schwartz and I. Triandaf, Tracking unstable steady states: Extending the stability regime of a multimode laser system, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3169 (1992).
- [18] P. Grassberger and I. Procaccia, Measuring the strangeness of strange attractors, *Physica D* **9**, 189 (1993).
- [19] C. C. Harb, M. B. Gray, H. A. Bachor, R. Schilling, P. Rottengatter, I. Freitag and H. Welling, Suppression of the intensity noise in a diode-pumped Neodymium:YAG nonplanar ring laser, *IEEE J. Quantum Electron.* **30**, 2907 (1994).
- [20] C. C. Harb, T. C. Ralph, E. H. Huntington, E. E. McClelland, H. A. Bachor and I. Freitag, Intensity-noise dependence of Nd:YAG-lasers on their diode-laser pump source, *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 2936 (1997).
- [21] P. Horowitz und W. Hill, *Die hohe Schule der Elektronik* (Elektor-Verlag, Aachen, 1996).
- [22] G. E. James, E. M. Harrell, C. Bracikowski, K. Wiesenfeld and R. Roy, Elimination of chaos in an intracavity-doubled Nd:YAG-laser, *Opt. Lett.* **15**, 1141 (1990).
- [23] G. E. James, E. M. Harrell and R. Roy, Intermittency and chaos in intracavity doubled lasers, *Phys. Rev. A* **41**, 2778 (1990).
- [24] M. Kang and K. Cho, Taming chaos of a laser-diode-pumped multimode Nd:YAG-laser by small periodic modulation, *J. Opt. Soc. Am. B* **15**, 2410 (1998).
- [25] H. Kantz and T. Schreiber, *Nonlinear Time Series Analysis* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
- [26] H. Kantz, *TISEAN — Ein Softwarepaket zur Durchführung der linearen und nichtlinearen Zeitreihenanalyse* (Max-Planck-Institut für die Physik komplexer Systeme, Dresden, 1996).
- [27] T. Kimura, K. Otsuka and M. Saruwatari, Spatial hole-burning effects in a Nd³⁺:YAG-laser, *IEEE J. Quantum Electron.* **7**, 225 (1971).
- [28] F. G. Laeri, N. Deutsch, G. Angelow, M. Müller and H. Sakowski, Spatio-temporal coupling of laser fluctuations — observations on a laser with internal frequency conversion, *Appl. Phys. B* **63**, 339 (1996).
- [29] T. Letz, *Stabilisierung eines resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers mittels Methoden der nichtlinearen Dynamik*, Doktorarbeit, Universität Oldenburg (2001).

- [30] C. Liu, R. Roy, H. D. I. Abarbanel, Z. Gills and K. Nunes, Influence of noise on chaotic laser dynamics, *Phys. Rev. E* **55**, 6483 (1997).
- [31] P. Mandel, M. Georgiou, K. Otsuka and D. Pieroux, Transient and modulation dynamics of a multimode Fabry-Perot laser, *Opt. Commun.* **100**, 341 (1993).
- [32] L. R. Marshall, A. D. Hays, A. Katz and R. L. Burnham, Intracavity doubled mode-locked and cw diode-pumped lasers, *IEEE J. Quantum Electron.* **28**, 1158 (1992).
- [33] R. Meitzner, *Charakterisierung eines resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers mit Größen der nichtlinearen Dynamik*, Diplomarbeit, Universität Oldenburg (1998).
- [34] M. Müller, *Chaoskontrolle an einem Festkörper-Laser*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt (1997).
- [35] H. Nagai, M. Kume, I. Ohta, H. Shimizu and M. Kazumura, Low-noise operation of a diode-pumped intracavity-doubled Nd:YAG-laser using a Brewster plate, *IEEE J. Quantum Electron.* **28**, 1164 (1992).
- [36] M. Oka and S. Kubota, Stable intracavity doubling of orthogonal linearly polarized modes in diode-pumped Nd:YAG-lasers, *Opt. Lett.* **13**, 805 (1988).
- [37] E. Ott, C. Grebogi and J. A. Yorke, Controlling chaos, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1196 (1990).
- [38] E. Ott, *Chaos in Dynamical Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 1993).
- [39] K. Pyragas, F. Lange, T. Letz, J. Parisi and A. Kittel, Stabilization of an unstable steady state in intracavity frequency-doubled lasers, *Phys. Rev. E* **61**, 3721 (2000).
- [40] K. Pyragas, F. Lange, T. Letz, J. Parisi and A. Kittel, Dynamics and control of a multimode laser: Reduction of space-dependent rate equations to a low-dimensional system, *Phys. Rev. E* **63**, 16204 (2001).
- [41] K. Pyragas, Continuous control of chaos by self-controlling feedback, *Phys. Lett. A* **170**, 421 (1992).
- [42] R. Roy, J. T. W. Murphy, T. D. Maier, Z. Gills and E. R. Hunt, Dynamical control of a chaotic laser: Experimental stabilization of a globally coupled system, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1259 (1992).
- [43] R. Roy, C. Bracicowski and G. E. James, Dynamics of a multimode laser with nonlinear birefringent intracavity elements, in *Recent Developments in Quantum Optics*, ed. R. Inguva, (Plenum Press, New York, 1993) pp. 309–327.
- [44] R. Roy, Z. Gills and K. S. Thornburg, Controlling chaotic lasers, *Opt. Phot. News* **May**, 8 (1994).

- [45] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics* (Wiley, New York, 1991).
- [46] H.-G. Schuster, *Deterministic Chaos* (VCH, New York, 1988).
- [47] A. S. z. Schweinsberg, *Stabilisierung eines resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers*, Doktorarbeit (Der Andere Verlag, Osnabrück, 2000).
- [48] A. S. z. Schweinsberg and U. Dressler, Characterization and stabilization of the unstable fixed point of a frequency doubled Nd:YAG-laser, *Phys. Rev. E* **63**, 56210 (2001).
- [49] S. Siegert, R. Friedrich and J. Peinke, Analysis of data sets of stochastic systems, *Phys. Lett. A* **243**, 275 (1998).
- [50] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Sausalito (CA), 1986).
- [51] O. Svelto, *Principles of Lasers* (Plenum Press, New York, 1998).
- [52] F. Takens, *Detecting Strange Attractors in Turbulence*, vol. 898 of *Lecture Notes in Mathematics* (Springer, New York, 1981).
- [53] C. L. Tang, H. Statz and G. d. Mars, Spectral output and spiking behavior of solid-state lasers, *J. Appl. Phys.* **34**, 2289 (1963).
- [54] U. Tietze und C. Schenk, *Halbleiter-Schaltungstechnik* (Springer, Berlin / Heidelberg, 1992).
- [55] M. Tsunekane, N. Taguchi and H. Inaba, Elimination of chaos in a multilongitudinal-mode, diode-pumped, 6-W continuous-wave, intracavity-doubled Nd:YAG-laser, *Opt. Lett.* **22**, 1000 (1997).
- [56] E. A. Viktorov, I. B. Vitrishchak, G. E. Novikov, O. A. Orlov, P. V. Polikarpov, V. I. Ustyugov and M. M. Khaleev, Instability and chaos in multimode solid-state lasers with in-cavity second-harmonic generation, *Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Seriya Fizicheskaya* **54**, 2388 (1990).
- [57] E. A. Viktorov, D. R. Klemer and M. A. Karim, Shil'nikov case of antiphase dynamics in a multimode laser, *Opt. Commun.* **113**, 441 (1995).
- [58] E. A. Viktorov and P. Mandel, Clustering response to multimode laser gain modulation at very low frequency, *Quantum Semiclass. Opt.* **8**, 1205 (1996).

Anhang A

Variable und Parameter

Abschnitt 1.1

E_0	Energie des Grundzustandes
E_1	Energie des unteren Laserniveaus
E_2	Energie des oberen Laserniveaus
E_2	Energie des Pumpniveaus
τ_{32}	Lebensdauer Pumpniveau
τ_1	Lebensdauer des unteren Laserniveaus
τ_2	Lebensdauer des oberen Laserniveaus
ν_0	Frequenz des atomaren Übergangs
$\Delta\nu$	Linienbreite des atomaren Übergangs
λ_0	Wellenlänge des atomaren Übergangs
k_B	Boltzmannkonstante
T	Temperatur

Abschnitt 1.2

t	Zeit (natürliche Einheiten)
z	Ort (in Ausbreitungsrichtung des Lichtes)
\mathcal{E}	elektrische Feldstärke
E	Amplitude der elektrischen Feldstärke
\mathcal{I}	Intensität
I	zeitabhängiger Anteil der Intensität
φ	Profilfunktion (ortsabhängiger Anteil der Intensität)
ω	Kreisfrequenz der elektromagnetischen Welle
ν	Frequenz der elektromagnetischen Welle
$\delta\nu$	spektrale Linienbreite
λ	Wellenlänge
\mathbf{k}	Wellenzahlvektor
c	Lichtgeschwindigkeit
n	Brechungsindex

L_R	Resonatorlänge
R	Krümmungsradius des Konkavspiegels
δ_{KTP}	Phasenverschiebung im KTP-Kristall
$\delta_{Nd:YAG}$	Phasenverschiebung im Nd:YAG-Kristall
\vec{w}_i	Basisvektor des Polarisationszustandes
ν_{FSR}	Freier Spektraler Bereich

Abschnitt 1.4

\mathcal{P}	Polarisierung
\mathcal{P}_{NL}	Polarisierung (nichtlinearer Anteil)
P_{NL}	Polarisierung (komplexe Amplitude des nichtlinearen Anteils)
ω_+	Summenfrequenz
d	elektro-optischer Koeffizient
d_{eff}	effektiv wirksamer elektro-optischer Koeffizient
g	Geometriefaktor
\vec{u}	Basisvektor des Polarisationszustandes
\vec{v}	Basisvektor des orthogonalen Polarisationszustandes

Abschnitt 2.2 – 2.2.1

n	Inversionsdichte
n_0	pumpinduzierte Inversionsdichte
τ_f	Fluoreszenzzeit
τ_c	Resonatorumlaufzeit
α	Resonatorverluste
\mathcal{D}	Proportionalitätsfaktor
\mathbf{g}	relative Verstärkung
N	Zahl der Moden im Infraroten
n^0	Inversionsdichte im stationären Zustand
I^0	Intensität im stationären Zustand
w	relative Pumpleistungsdichte

Abschnitt 2.3

t	Zeit (dimensionslos)
G	Verstärkung
Δ	Verstärkungsabweichung (dimensionslos)
I	Intensität (dimensionslos)
Γ	Pumpleistung
κ_{ki}	Kopplungsparameter
$\tilde{\beta}_k$	Selbstsättigungsparameter
$\tilde{\beta}_{ki}$	Kreuzsättigungsparameter

β_{ki}	Kreuzsättigungsparameter (transformiert)
T	charakteristische Zeit
G	charakteristische Verstärkung
W	relative Pumpleistung
η	kleiner Parameter

Abschnitt 2.3.1 – 2.3.3

Δ^0	Verstärkungsabweichung im stationären Zustand)
$\delta\Delta$	infinitesimale Störung der Verstärkungsabweichung
I^0	Intensität (dimensionslos) im stationären Zustand
δI	infinitesimale Störung der Intensität (dimensionslos)
W^0	relative Pumpleistung im stationären Zustand
δW	infinitesimale Störung der relativen Pumpleistung
Λ	Dämpfung (dimensionslos)
Ω_0	Frequenz der Relaxationsoszillationen (dimensionslos)
A	Amplitude der komplexen Übertragungsfunktion
Φ	Phase der komplexen Übertragungsfunktion
K	Regelparameter (proportionale Rückkopplung)
D	Regelparameter (differentielle Rückkopplung)
Ω_{3dB}^T	dimensionslose 3dB-Frequenz (Tiefpass)
Ω_{3dB}^H	dimensionslose 3dB-Frequenz (Hochpass)
λ	Eigenwert des charakteristischen Polynoms
K	Regelparameter (proportionale Rückkopplung)
D	Regelparameter (differentielle Rückkopplung)
Ω_{3dB}^T	dimensionslose 3dB-Frequenz (Tiefpass)
Ω_{3dB}^H	dimensionslose 3dB-Frequenz (Hochpass)

Abschnitt 2.3.4 – 2.3.5

S	Summenintensität (dimensionslos)
S_x	Summenintensität (dimensionslos, x -polarisierte Moden)
S_y	Summenintensität (dimensionslos, y -polarisierte Moden)
S^0	Summenintensität im stationären Zustand (dimensionslos)
δS	infinitesimale Störung der Summenintensität (dimensionslos)
V^{nl}	Resonatorverluste (nichtlinear-optische)
ϵ	Wandlungskoeffizient
m	Anzahl der x -polarisierten Moden
n	Anzahl der y -polarisierten Moden
ε	kleiner Parameter
K_x	Regelparameter x -polarisierte Moden
K_y	Regelparameter y -polarisierte Moden

Abschnitt 2.3.3

I	Intensität einer einzelnen Mode
S	Gesamtintensität (Summenintensität)
S_x	Summenintensität <i>x</i> -polarisiert
S_y	Summenintensität <i>y</i> -polarisiert
P_{1064}	Ausgangsleistung bei 1064nm
P_{LD}	Pumpleistung
P_{LD}^{Th}	Pumpleistung an der Laserschwelle
I_{LD}	Pumpstrom Laserdiode
I_{LD}^{mod}	Modulationsstrom Laserdiode
f_0	Frequenz der Relaxationsoszillationen
r	Reflexionskoeffizient des Auskoppelspiegels
f_{3dB}	3dB-Frequenz
U_{in}	Eingangsspannung Bypass oder Regelschaltung
U_{in}^{AP}	Eingangsspannung im Arbeitspunkt
U_{in}^{mod}	Modulationsspannung
c_{IU}	Proportionalitätsfaktor Strom-Spannungswandlung
ΔW	Stellgröße (experimentell)
k	Regelparameter (proportionale Rückkopplung)
k_x	Regelparameter <i>x</i> -polarisierte Moden
k_y	Regelparameter <i>y</i> -polarisierte Moden
d	Regelparameter (differentielle Rückkopplung)

Danksagung

Zum Gelingen dieser Arbeit haben verschiedene Personen beigetragen:

Dr. Achim Kittel als Betreuer dieser Arbeit war derjenige, der für die meisten *technischen* Fragen eine Lösung wußte, dem eine halbe Stunde für eine interessante Diskussion nie zu schade war und der auch für meine menschlichen Problemchen jederzeit ein verständnisvolles Ohr bewiesen hat.

Von Tobias Letz als zweiten Doktorand auf dem *Laserthema* werden mir die konstruktive Zusammenarbeit und viele lustige Stunden in Erinnerung bleiben.

Prof. Dr. Kestav Pyragas bei der Arbeit zu begleiten heißt, theoretische Physik in der reinen Form zu erleben. Er hat das im Rahmen dieser Arbeit implementierte Regelverfahren theoretisch fundiert, wobei der brillante Stil seiner mathematischen Analysen alle Beteiligten in seinen Bann gezogen hat.

Robert Meitzner hat als Diplomand der ersten Stunde mit viel handwerklichem Geschick die Grundlage für die späteren Experimente geschaffen. Darüber hinaus haben mir diverse Teile seines numerischen Werkzeugkastens für die nichtlineare Zeitreihenanalyse gute Dienste geleistet.

Martin Wener zeichnet für die konstruktive Lösung unseres *Stabilitätsproblems* verantwortlich.

Durch die Mitarbeiter der mechanischen Werkstätten der Universität Oldenburg wurden meine Wünsche stets schnell und präzise umgesetzt.

Stellvertretend für die Mitglieder der EHF sei Matthias Goldbach, unser *Nachbar* Wolfgang Müller, Oliver Seifert und Thorsten Meyer genannt.

Allen Genannten möchte ich für die vielen praktischen Tips bei der Arbeit, für die anregenden physikalischen und *weltlichen* Diskussionen, für konstruktive Kritik und für viele andere Dinge danken, die sich nicht in wenige Zeilen fassen lassen.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr. Jürgen Parisi, der diese Arbeit ermöglicht hat, nicht zuletzt für die Geduld, die er mir in der unverhältnismäßig langen Phase des Zusammenschreibens entgegengebracht hat.

Lebenslauf

Falk Lange

Wahnsdorfer Str. 19
01129 Dresden

geboren am 20. Februar 1971 in Karl-Marx-Stadt

deutsche Staatszugehörigkeit

verheiratet

-
-
- | | |
|-------------|--|
| 1977 – 1987 | Polytechnische Oberschule Freyburg |
| 1987 – 1989 | Erweiterte Oberschule Roßleben |
| 30.06.1989 | Abitur |
| 1989 – 1991 | Grundstudium der Physik an der Technischen Hochschule Merseburg |
| 12.09.1991 | Vordiplom, Note: befriedigend |
| 1992 – 1994 | Hauptstudium der Physik an der Universität Oldenburg |
| 1994 – 1995 | Diplomarbeit bei Prof. Dr. K.Hinsch, Thema: <i>Depolarisationseffekte an rauhen Oberflächen als begrenzende Faktoren in der elektronischen Specklemuster-Interferometrie</i> |
| 30.07.1995 | Diplom, Note: sehr gut |
| 1996 | halbjähriges Praktikum bei der <i>Leica AG</i> , Heerbrugg |
| 1996 | mehrmonatiges Praktikum am <i>Institut für technische und angewandte Physik</i> , Oldenburg |
| 1997 – 1999 | Promotion bei Prof. Dr. J.Parisi an der Universität Oldenburg, Thema: <i>Stabilisierung der Ausgangsleistung eines resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers</i> |
| 16.11.2002 | Disputation, Note: sehr gut |
| seit 2000 | Produkt-Ingenieur bei der Infineon AG, Dresden |

Erklärung

Hiermit erkläre ich, daß ich die vorliegende Dissertation *Stabilisierung der Ausgangsleistung eines resonatorintern frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers* selbständig verfaßt und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe.

Dresden, den 05.05.2002

Falk Lange