

**Beitrag zur**  
**kontinuierlichen interferometrischen Untersuchung der**  
**Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile**

Vom Institut für Physik der  
Carl von Ossietzky Universität Oldenburg  
zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

angenommene Dissertation von

Jörn Miesner

geboren am 21. Juni 1963

in Springe

Erstreferent: Prof. Dr. Klaus Hinsch  
Koreferent: Prof. Dr. Volker Mellert  
Koreferent: Prof. Dr. Horst Kreitlow

Tag der Disputation: 4. Februar 2004

Many of the objects we put on our optical tables and very carefully analyse, are really to be used under rotating conditions. The forces on the structure during rotation change the behaviour of the object considerably and in an unpredictable way. Therefore we should note the possibility of combining the stopping action of a repetitively pulsed YAG-laser with the derotator. This technique should open for measurement on objects rotating at very high speeds possibly in the order of 100.000 rpm. Strangely enough, there has not been any (open) report on successful combination between ESPI and the derotator although the derotator has been very successfully used in ordinary hologram interferometry /1/.

O. J. Løkberg, (1990)

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Lasertechnik der Fachhochschule Ostfriesland.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Horst Kreitlow für die Gelegenheit diese überaus interessante Aufgabenstellung bearbeiten zu können, für die engagierte Betreuung der Arbeiten sowie für die Begutachtung der Dissertation.

Am Institut für Physik der Carl v. Ossietzky Universität erhielt ich die Möglichkeit zur Promotion. Mein großer Dank gilt hier Herrn Prof. Dr. Klaus Hinsch, der die Arbeiten von Beginn an begleitet hat und für die Durchführung der Promotion. Herrn Prof. Dr. Volker Mellert danke ich für die Begutachtung der Dissertation.

Allen Kollegen der Abteilung „Naturwissenschaftliche Technik“ des Fachbereichs Technik der Fachhochschule Ostfriesland sowie auch allen Angehörigen der Arbeitsgruppe „Angewandte Optik“ des Instituts für Physik der Carl v. Ossietzky Universität danke ich für die immer freundliche Unterstützung sowie für viele hilfreiche Diskussionen.

Die Arbeit wurde im Rahmen des niedersächsischen Assistentenprogramms durch das Land Niedersachsen gefördert. Für diese Förderung bedanke ich mich.

Meinen Eltern gilt mein spezieller Dank für ihre Unterstützung und Förderung meiner beruflichen Ausbildung.

Emden, im Januar 2005

Jörn Miesner

## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Aufgabenstellung.....	1
2	Dynamische Eigenschaften technischer Bauteile.....	2
3	Interferometrische Messverfahren.....	5
3.1	Überblick.....	5
3.2	Aufnahmeverfahren .....	7
3.2.1	Doppelbelichtungsverfahren .....	7
3.2.2	Echtzeitverfahren .....	7
3.2.3	Zeitmittlungsverfahren .....	7
3.3	Ausblick .....	8
3.4	Mathematische Beschreibung.....	9
3.4.1	Statische Objektänderungen.....	9
3.4.2	Dynamische Objektänderungen .....	11
3.5	Experimentelle Realisierung.....	12
3.6	Auswertung von Interferenzmustern.....	12
3.6.1	Grundgleichung der holografischen Interferometrie.....	12
3.6.2	Phasenschrittverfahren .....	14
4	Randbedingungen zur interferometrischen Untersuchung bewegter Messobjekte ....	15
4.1	Vorüberlegung .....	15
4.2	Verfahrensprinzipien zur Eliminierung der Objektbewegung .....	15
4.2.1	Doppelbelichtung an einer Drehwinkelposition.....	15
4.2.2	Doppelbelichtung innerhalb eines Drehwinkelintervalls .....	16
4.2.3	Objektsynchron rotierendes Interferometer .....	16
4.2.4	Optische Bildderotation .....	16
5	Bisherige Arbeiten zur Untersuchung rotierender Bauteile .....	16
5.1	Vorbemerkung .....	16
5.2	Interferometrische Verfahren zur Untersuchung rotierender Bauteile .....	17
5.2.1	Interferometer mit Objektlagentriggerung .....	20
5.2.2	Rotationsinvariantes Interferometer.....	20
5.2.3	Interferometer mit Bildderotator .....	20
5.3	Untersuchung der mechanischen Eigenschaften rotierender Bauteile mit Hilfe theoretischer Methoden.....	22
5.4	Diskussion.....	24

5.5	Folgerungen für weiteres Vorgehen.....	25
6	Rotor-Derrotator-System .....	29
6.1	Vorbemerkung und Einführung .....	29
6.2	Technische Ausführung des untersuchten Derotators.....	33
6.3	Spiegelung am rotierenden Dachkantprisma .....	36
6.3.1	Reflexionsprisma.....	36
6.3.2	Spiegelung eines Punkts.....	37
6.3.3	Parallelverschiebung der Derotatordrehachse gegenüber der Objektdrehachse .....	38
6.3.4	Montagefehler des Derotatorprismas .....	39
6.3.5	Objektspindel mit realen Rundlaufeigenschaften .....	40
6.4	Spiegelung einer Ebene am Reflexionsprisma.....	41
6.5	Mathematische Modellierung des Rotor-Derrotator-Systems.....	44
6.5.1	Vorbemerkung und Zielformulierung .....	44
6.5.2	Festlegung der Koordinatensysteme .....	44
6.5.3	Beschreibung des Rotor-Derrotator-Modells .....	45
6.5.4	Position des Derotatorprismas.....	47
6.5.5	Richtung der Symmetrieachse.....	47
6.5.6	Gesamtspiegelmatrix.....	47
6.6	Diskussion der Ergebnisse .....	49
6.6.1	Ideale Derotation.....	49
6.6.2	Parallelverschiebung der Derotatorachse.....	51
6.6.3	Montagefehler des Prismas .....	52
6.6.4	Parallelverschiebung der Derotatorachse und Montagefehler des Prismas .....	53
6.6.5	Fehlerbehaftete Synchronisation zwischen Objekt- und Derotatordrehzahl.....	55
6.7	Entwicklung des Derotator-Simulationsprogramms.....	57
6.7.1	Ausgangsüberlegungen .....	57
6.7.2	Beschreibung des Programms.....	57
6.7.3	Simulationsergebnisse.....	59
6.7.3.1	Ideale Drehbewegungen.....	59
6.7.3.2	Fehlerbehaftete Drehbewegungen.....	63
6.7.3.3	Montagetoleranz des Derotatorprismas .....	64

6.8	Dreidimensionale Datenfelder .....	66
6.9	Zusammenfassung der Ergebnisse der Analyse des Rotor-Derotator-Systems .....	69
7	Rotor-Derotator-Interferometer-System.....	70
7.1	Vorbetrachtung .....	70
7.2	Gegenseitige Anordnung der Komponenten des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems .....	72
7.2.1	Positionierung und Ausrichtung des Derotators .....	72
7.2.2	Positionierung des Beleuchtungsquellpunkts.....	77
7.3	Aufnahme von Phasenbildern .....	78
7.3.1	Phasenbilder in Abhängigkeit von der Drehwinkelposition von Rotor und Derotatorprisma.....	79
7.3.1.1	Gekoppelte Drehung .....	79
7.3.1.2	Konstante Derotatordrehwinkelposition .....	80
7.3.1.3	Konstante Rotordrehwinkelposition .....	81
7.3.1.4	Ortskurven der Sattelpunkte der Phasenbilder .....	83
7.3.2	Phasenbilder in Abhängigkeit von der Position und Ausrichtung des Tripods .....	84
7.3.3	Phasenbilder in Abhängigkeit von der Beleuchtungspunktposition .....	86
7.3.4	Gegenseitige Abhängigkeit von Derotatorposition bzw. -ausrichtung und Beleuchtungspunktposition .....	86
7.4	Interpretation der Phasenbilder .....	88
7.5	Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse .....	96
7.6	Einfluss von Strahlteilerplatten innerhalb des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems .....	99
7.6.1	Einführung in die Problemstellung .....	99
7.6.2	Untersuchungsmethode .....	101
7.6.3	Ergebnisse .....	102
7.6.3.1	Grundaufbau .....	102
7.6.3.2	Einzelbeiträge der Strahlteilerplatten.....	104
7.6.3.3	Einfluss der Ausrichtung beider Strahlteilerplatten zueinander .....	105
7.6.3.4	Einfluss des Brechungsindex der Strahlteilerplatten .....	106

	7.6.3.5 Einfluss der Dicke der Strahlteilerplatten .....	107
	7.6.3.6 Folgerungen .....	107
	7.7 Zusammenfassung der Eigenschaften eines Interferometers innerhalb des Rotor-Derotator-Systems .....	108
8	Konzeptentwicklung.....	110
	8.1 Systemübersicht .....	110
	8.2 Messkopf.....	110
	8.3 Interferometer (ESPI).....	114
	8.4 Übergeordnetes Rechnersystem.....	115
	8.5 Untersuchungsobjekt.....	116
9	Zusammenfassung .....	116
	Literaturverzeichnis .....	118



## Verzeichnis der Abkürzungen und Größenbezeichner

A	Bezeichnung der vertikalen Drehachse des Derotator-Tripods
$A_N$	Position der A-Achse des Derotator-Tripods, ausgerichtet auf die vordere Objektebene
$A_S$	Position der A-Achse des Derotator-Tripods, ausgerichtet auf die hintere Objektebene
a	Beobachtungsapertur
B	Bezeichnung der horizontalen Drehachse des Derotator-Tripods
B	Beobachtungspunkt
$\vec{c}_1$	Beleuchtungseinheitsvektor
$\vec{c}_2$	Beobachtungseinheitsvektor
$D_1,$	
$D_2$	Matrizen, die das Koordinatensystem der Spiegelflächen des Derotatorprismas enthalten
$\vec{D}$	Position des Derotatorprismas
$\vec{d}$	Objektänderungsvektor
$d_D$	Montagefehler des Derotatorprismas
$\vec{d}_p$	Orientierung der Prismendrehachse
$d_{sp}$	mittlere Specklegröße
$d_x$	horizontale Verschiebung des Derotator- bzgl. des Objektkoordinatensystems
$d_y$	vertikale Verschiebung des Derotator- bzgl. des Objektkoordinatensystems
$d_{yB}$	Abstand zwischen B-Achse und Reflexionsprisma des Derotators (y-Richtung)
$d_{zA}$	Abstand zwischen A-Achse und Reflexionsprisma des Derotators
$d_{zB}$	Abstand zwischen B-Achse und Reflexionsprisma des Derotators (z-Richtung)
$I_1$	Intensität des Objektwellenfelds
$I_2$	Intensität des Referenzwellenfelds
$I_0$	Hintergrundintensität
$I_T$	Intensität des Interferenzwellenfelds
i	ganze Zahl
$J_0$	Bessel-Funktion nullter Ordnung und erster Art
j	ganze Zahl
K	ganze Zahl
k	ganze Zahl
M	ganze Zahl
N	Interferenzphasenordnung, ganze Zahl
N	ganze Zahl
n	Brechungsindex
$\vec{n}_{1,2}$	Normaleneinheitsvektoren der Spiegelflächen des Derotatorprismas
$\vec{O}$	Nullvektor
P	Derotatormatrix
$P_A$	Ergebnisdatenfeld der Derotator-Simulation: Absolutwerte
$P_D$	Ergebnisdatenfeld der Derotator-Simulation: Differenzwerte
$P_R$	Ergebnisdatenfeld der Derotator-Simulation: Referenzwerte
$\vec{p}$	Objektpunkt im Rotor-Derotator-System
$\vec{p}'$	gespiegelter Objektpunkt im Bildraum des Rotor-Derotator-Systems
R	Radius
$\vec{r}_\omega$	Radiusvektor eines Punkts des rotierenden Objekts

$\vec{r}_o$	Radiusvektor eines Punkts des still stehenden Objekts
S	Beleuchtungsquellpunkt
$S_D^D$	Spiegeloperator bzgl. des Normalenvektors der Spiegelfläche
$S_G$	Gesamtspiegelmatrix
$S_{Go}$	Gesamtspiegelmatrix des still stehenden Derotatorprismas
$S_{Go}$	Gesamtspiegelmatrix des rotierenden Derotatorprismas
$S_{opt}$	optische Weglänge
$\vec{s}$	Empfindlichkeitsvektor
$S_1,$	
$S_2$	Spiegelmatrizen der zwei Spiegelflächen des Derotatorprismas
ST	Strahlteiler
T	Schwingungsdauer
T	Translationsoperator
t	Zeit
$U_T$	Interferenzwellenfeld
$U_1$	kohärentes Objektwellenfeld
$U_2$	kohärentes Referenzwellenfeld
$u_1$	Amplitude des kohärenten Objektwellenfelds
$u_2$	Amplitude des kohärenten Referenzwellenfelds
X	Bezeichnung der horizontalen Translationsachse des Derotator-Tripods
x	horizontale Ortskoordinate
Y	Bezeichnung der vertikalen Translationsachse des Derotator-Tripods
y	vertikale Ortskoordinate
$z_{O1}$	Lage der vorderen Objektebene
$z_{O2}$	Lage der hinteren Objektebene
$z_{opt}$	Abstand zwischen Abbildungsoptik und Abbildungsebene
$\vec{z}_0$	Einheitsvektor
$\alpha$	Winkelposition der A-Achse des Derotatortripods
$\beta$	Winkelposition der B-Achse des Derotatortripods
$\gamma$	Kontrast
$\delta$	Phasenkonstante
$\varepsilon$	reelle Zahl
$\lambda$	Wellenlänge
$\nu$	Frequenz
$\phi_1$	Phase des Objektwellenfelds
$\phi_2$	Phase des Referenzwellenfelds
$\phi_O$	Drehwinkelposition des Objekts
$\phi_D$	Drehwinkelposition des Derotatorprismas
$\psi$	Phase des Interferenzwellenfelds
$\psi_t$	periodische Phasenänderung
$\tau$	Belichtungszeit
$\Omega$	Rotationsoperator
$\omega_D$	Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Derotatorprismas
$\omega_O$	Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Objekts

## 1 Einleitung und Aufgabenstellung

Mit interferometrischen Messverfahren, wie der holografischen Interferometrie oder der elektronischen Speckle-Interferometrie (ESPI) können die statischen und dynamischen mechanischen Eigenschaften technischer Bauteile ermittelt werden.

Eine besondere Eigenschaft dieser optischen Messverfahren ist die Möglichkeit, ganzflächig und berührungslos mit gleichzeitig hoher Messauflösung im Mikrometerbereich zu messen. Sie wurden bisher eingesetzt zur Bewegungs- und Verformungsanalyse, zur Untersuchung von Eigenschwingungsformen und in der zerstörungsfreien Werkstoff- bzw. Bauteilprüfung /1//2//3//4//5//6//7//8//9/.

Eine technisch relevante Anwendung ist die interferometrische Untersuchung von Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile, wie Turbinen, Propeller, Sägeblätter aber auch Festplatten. Diese sind hochwertige technische Komponenten, die im rotierenden Betrieb aufgrund von Fliehkräften hohen statischen und infolge von Eigenschwingungsbewegungen hohen dynamischen Belastungen ausgesetzt sind. Daher werden sie auch mit entsprechend hohem Aufwand ausgelegt, konstruiert und gefertigt. Eine wesentliche, bisher noch nicht hinreichend untersuchte Eigenschaft ist z.B. die Kenntnis darüber, ob Eigenschwingungsformen während der Rotation stabil mit dem Bauteil verknüpft sind oder ob sie zeitlich instabil sind.

Auf dem Gebiet der theoretischen Grundlagenuntersuchungen des Eigenschwingungsverhaltens rotierender Bauteile gibt es eine große Anzahl von Ansätzen mit Hilfe der Methode der finiten Elemente /13//14//15//16//17//18/. Es würde einen großen Fortschritt bedeuten, wenn diese Verfahren experimentell verifiziert und mit Hilfe der experimentellen Ergebnisse optimiert werden könnten.

Zur experimentellen Untersuchung rotierender Bauteile wurde in der Vergangenheit die holografische Interferometrie zur ganzflächigen und berührungslosen Ermittlung des Verformungsverhaltens unter Betriebsbedingungen erfolgreich eingesetzt /19//20//21//22//23//25//26//27//28//29//30//31//32/. Dabei wurde das Doppelimpulsverfahren der holografischen Interferometrie angewandt. Der weitestgehende Versuch /29/ hatte das Ziel, die Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile kontinuierlich zu untersuchen. In neueren Arbeiten wurde auch die elektronische Speckle-Interferometrie (ESPI) eingesetzt /33//34/.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Einsatzgrenzen der bisherigen Entwicklungen zu analysieren und die Anwendung der elektronischen Speckle-Interferometrie auf die kontinuierliche Untersuchung rotierender Bauteile auszudehnen. Ausgehend von der Analyse des Stands der Technik und der Forschung auf dem Gebiet der Untersuchung rotierender Bauteile sol-

len neue Erkenntnisse aus dem Bereich der interferometrischen Messtechnik in die Erörterung einfließen.

Die wesentliche Eigenschaft eines experimentellen Aufbaus zur interferometrischen Untersuchung rotierender Bauteile besteht darin, die Messgröße, nämlich die axiale Schwingungsbewegung des Untersuchungsobjekts, von der Drehbewegung zu separieren. Dies leistet ein sog. Bildderotator. Damit kann unter Einhaltung zweier Voraussetzungen eine Drehbewegung eliminiert werden: Erstens muss die optische Achse des Bildderotators identisch sein mit der Drehachse des Rotors und zweitens muss das Verhältnis der Drehzahlen von Rotor und Derotator exakt den Wert zwei haben.

Es gibt eine große Anzahl von Parametern, die die Erfüllung dieser beiden Bedingungen beeinflussen. Folglich ist der experimentelle Aufwand sehr hoch, diese Einflüsse zu eliminieren. Entscheidend für die Entwicklung des Verfahrens ist jedoch die Kenntnis der Toleranzen dieser beiden Voraussetzungen. Zur vollständigen theoretischen Analyse dieser Toleranzen sowie der quantitativen Eigenschaften und Fehlereinflüsse des gesamten interferometrischen Aufbaus zur Schwachstellenanalyse rotierender technischer Bauteile wurde ein mathematisches Modell erarbeitet und aufbauend auf diesem Modell ein Simulationsprogramm entwickelt. Die Eigenschaften eines Rotor-Derotator-Interferometer-Systems wurden experimentell mit Hilfe der elektronischen Speckle Interferometrie untersucht. Es wurde ausgenutzt, dass das für die Untersuchung rotierender Bauteile einzusetzende Messverfahren auch für die Vermessung des Aufbaus selbst eingesetzt werden konnte.

Als Ergebnis dieser Untersuchungen steht der Entwurf eines kompakten Messkopfs, der es zukünftig ermöglichen soll, rotierende Bauteile kontinuierlich auf Eigenschwingungsformen hin untersuchen zu können und die erforderlichen Justierarbeiten auf ein Mindestmaß zu reduzieren.

## **2 Dynamische Eigenschaften technischer Bauteile**

Prinzipiell können alle Bauteile, Komponenten und Maschinen als mechanische Systeme Schwingungen ausführen. Dabei sind besonders die Eigen- oder Resonanzschwingungsformen aufgrund der durch sie hergerufenen hohen dynamischen Bauteilbelastungen kritisch. Die Schwingungen können fremderregt oder eigenerregt sein. Insbesondere Maschinen mit rotierenden Komponenten sind während des Betriebs insbesondere infolge von Unwucht und Lagerspiel einer ständigen Schwingungserregung ausgesetzt. Weitere Ursache für die Schwingungserregung sind Wechselwirkungen, im Falle von Turbinen und Propellern mit dem umströmenden Fluid, im Falle von Kreissägeblättern mit dem zu trennenden Werkstück /19/, im Falle von Bremscheiben mit der Bremsvorrichtung und im Falle von Festplatten mit dem Schreib-Lese-Kopf /39/.

Schwingungen oder Vibrationen beanspruchen die Konstruktion der einzelnen Maschinenteile, so dass sie schon während der Konstruktionsphase stabiler ausgelegt werden müssen als es im Falle rein statischer Belastung nötig wäre. Während des Betriebs können latent vorhandene Vibrationen Gefügeänderungen im beanspruchten Material hervorrufen, wodurch es zu Ermüdungsbrüchen kommen kann. In jedem Falle sind sie immer eine Lärmquelle, können zur Beeinträchtigung der Funktion, erhöhtem Energieverbrauch, zu Verschleiß und kürzeren Standzeiten der Komponenten und zu insgesamt unwirtschaftlichem Betrieb führen /40/.

Die Konstruktion von Maschinen muss z.B. so ausgelegt werden, dass die Eigenregung bei der Betriebsdrehzahl keine natürlichen Eigenschwingungsformen anregen kann. Beim Anfahren und Abbremsen kann es jedoch nicht vermieden werden, dass die Eigenfrequenzen durchfahren werden.

Zur rationellen Entwicklung optimierter Maschinen ist die messtechnische Erfassung von Schwingungen notwendige Voraussetzung. Ein Überblick über den derzeitigen Stand der industriellen Schwingungsmesstechnik wird u.a. in /41/ gegeben.

Die gängigsten Analyseverfahren für die Untersuchung des Eigenschwingungsverhaltens von technischen Komponenten sind die Modal-Analyse und die Finite-Elemente-Methode. Die Modalanalyse ist ein integrales Analyseverfahren. Sie liefert nur für ein vollständiges System, oder höchstens Teilsysteme, die dynamischen Kenngrößen Frequenz- und Phasengang. Die Finite-Elemente-Methode kann an einem mathematischen Modell das Eigenschwingungsverhalten eines Gesamtsystems ermitteln und die Bewegungsgrößen für jedes finite Element liefern /42//43/.

Die Kenntnis der Eigenschwingungsformen, insbesondere unter Betriebsbedingungen liefert wesentliche Information über die Homogenität und Symmetrie des untersuchten Bauteils. Dies kann vorteilhaft für die Optimierung der Konstruktion hinsichtlich einer Schwachstellen- und Fehleranalyse eingesetzt werden. Gerade bei rotierenden Bauteilen ist die zeitliche Stabilität und die Symmetrie der Eigenschwingungsformen direktes Maß für die Qualität des Materials, der Konstruktion und des Betriebsverhaltens. Dazu führte Beek in /19/ aus:

„Bei unsymmetrischen Platten infolge Abweichungen in Form, Masse, Einspannbedingungen u.a. können für eine Eigenform nur zwei ausgezeichnete Lagen auf der Platte auftreten: Die Schwingungsformen richten sich so aus, dass einerseits eine Knotenlinie und andererseits ein Schwingungsbauch auf der Störung lokalisiert ist. Die radialen Knotenlinien der einen Eigenform halbieren den Winkel zwischen den Knotenlinien der anderen. Die zugehörigen Frequenzen beider Eigenformen unterscheiden sich von der entsprechenden Frequenz der symmetrischen Platte; die Höhe der Frequenzabweichung hängt vom Grad

der Asymmetrie ab. Liegt die Anregungsfrequenz zwischen den Resonanzfrequenzen des Modenpaares, kann dies zur Ausbildung einer auf der Platte umlaufenden Eigenform führen“. Diese sind Effekte, die weder mit der Modalanalyse, noch mit Finite-Elemente-Methoden analysiert werden können. Hier schafft die holografische Interferometrie Abhilfe, mit der auch Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile visualisiert werden können.

In der Vergangenheit hat Beeck in /19/ die Frage beantwortet:

Was muss erfüllt sein, um rotierende Bauteile interferometrisch untersuchen zu können?

Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung soll die Antwort auf die Frage:

Was muss erfüllt sein, um rotierende Bauteile kontinuierlich interferometrisch untersuchen zu können?

erarbeitet werden.

### 3 Interferometrische Messverfahren

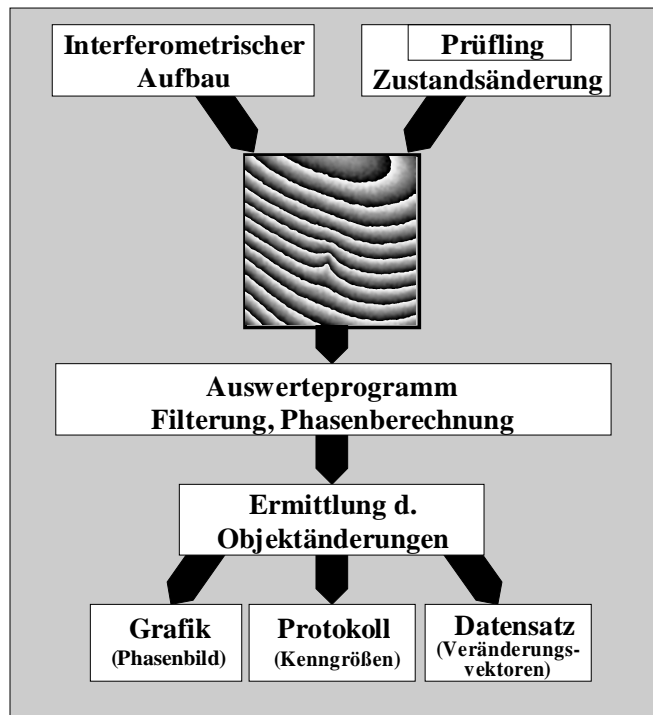
#### 3.1 Überblick

Die Grundlagen für den Erfolg moderner interferometrischer Verfahren der optischen Messtechnik bilden die Erfindung der Holografie (Gabor 1947), die Erfindung von kohärenten Strahlungsquellen (seit 1960) und die Entdeckung der Interferometrie an optisch rauen (= technischen) Oberflächen (Stetson 1965) sowie auch die Entwicklung der elektronischen Datenverarbeitung. Unterstützt durch diese vier Voraussetzungen wurde in den vergangenen Jahrzehnten ein leistungsfähiges Ensemble von optischen Messverfahren entwickelt. Für eine grundlegende und umfassende Darstellung wird an dieser Stelle auf eine Reihe von Monografien /1//2//3//4//5//6//7//8//9/ sowie auf Sammlungen von ausgewählten wissenschaftlichen Aufsätzen /10//11/ hingewiesen.

Mit interferometrischen Messmethoden können Bewegungen oder Verformungen von Messobjekten in der Größenordnung von Bruchteilen bis hin zu  $10^2$  Wellenlängen gemessen werden. Verfahren wie die holografische Interferometrie oder auch die elektronische Speckle-Interferometrie sind bildgebende Verfahren, die als Messergebnis ein Interferenzmuster liefern, in dem jeder Bildpunkt einen charakteristischen Messwert als Helligkeitswert trägt, der einem zugehörigen Punkt auf der vermessenen Objektoberfläche zugeordnet werden kann.

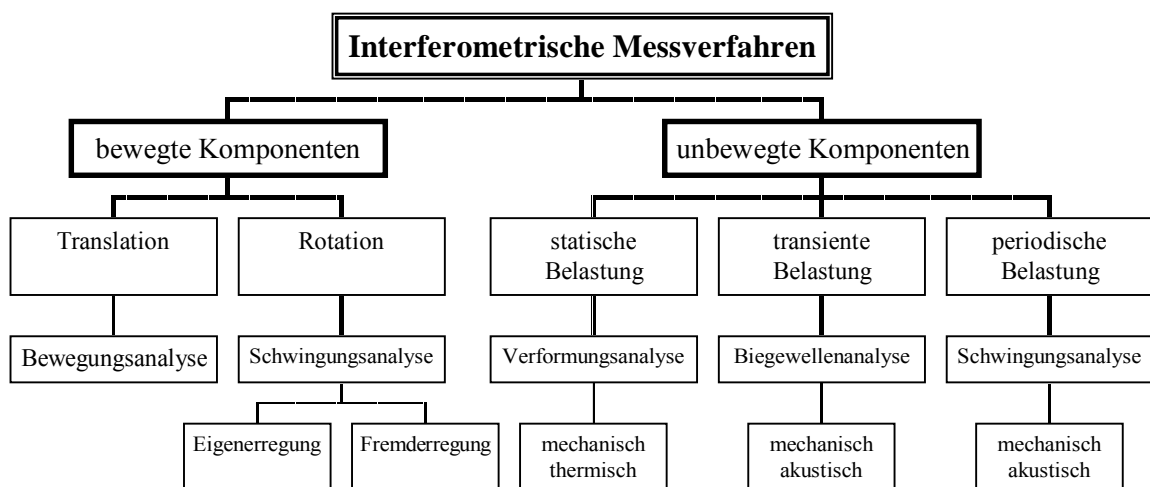
Als erstes Kriterium einer qualitativen Auswertung von Interferenzmustern dienen die Beurteilung der Dichte und Ausrichtung der Interferenzstreifen. So kann von Inhomogenitäten in der Dichte und Ausrichtung z.B. auf den Ort von Materialfehlern oder Dehnungsspitzen geschlossen werden. Mit modernen Methoden der interferometrischen Messtechnik kann aus dem Interferenzmuster die kontinuierliche Phasenverteilung ermittelt werden (3.6.2). Diese kann als zweites Kriterium direkt quantitativ ausgewertet werden, d.h. z.B. dass das vollständige dreidimensionale Verformungsfeld belasteter Bauteile ermittelt werden kann. Die Ursache für eine Phasenverteilung ist immer ein optischer Weglängenunterschied im Interferometer zwischen einem Referenzzustand und einem Messzustand.

In Bild 1 ist ein typischer Messprozess einer interferometrischen Messung schematisch dargestellt. Innerhalb eines interferometrischen Aufbaus wird das Untersuchungsobjekt einer Zustandsänderung durch Belastung unterzogen. Diese Zustandsänderung wird durch ein Interferenzstreifenmuster oder ein Phasenbild repräsentiert. Mit Hilfe einer anschließenden qualitativen oder quantitativen Auswertung kann die Zustandänderung ermittelt und bewertet werden. Innerhalb vollständiger interferometrischer Messsysteme kann dieses Ergebnis z.B. zu Dokumentationszwecken weiterverarbeitet werden /44/.



**Bild 1: Darstellung des Messprozesses einer interferometrischen Messung /44/**

Abhängig vom jeweils gewählten holografischen Aufnahmeverfahren können Bewegungen und Verformungen an bewegten und unbewegten Komponenten gemessen werden (siehe



**Bild 2: Klassifizierung interferometrischer Messungen hinsichtlich des Bewegungszustands und der Belastung des Objekts**



Bild 2). Die Verformungen wiederum können weiter charakterisiert werden nach der Belastung des zu untersuchenden Bauteils aufgrund statischer, periodischer oder transienter Anregung. Die Untersuchung rotierender Bauteile auf Eigenschwingungsformen hin fällt in die Klasse der Messverfahren zur Untersuchung des Bauteilverhaltens während einer periodischen Bewegung aufgrund periodischer Anregung entweder als Eigenerregung oder mit Hilfe einer Fremderregung.

Angepasst an die jeweilige Untersuchungsaufgabe wird zwischen den in (3.2) dargestellten Aufnahmeverfahren unterschieden.

## **3.2 Aufnahmeverfahren**

### **3.2.1 Doppelbelichtungsverfahren**

Beim Doppelbelichtungsverfahren werden nacheinander zwei vom zu untersuchenden bewegten und/oder verformten Objekt gestreute kohärente Lichtwellenfelder in demselben Aufnahmemedium gespeichert. Jedes dieser beiden Lichtwellenfelder repräsentiert einen Verformungs- bzw. einen Belastungszustand des Objekts. Bei der Rekonstruktion des Hologramms kann ein Interferenzstreifenmuster beobachtet werden, mit dem das Objekt überzogen ist. Dieses Interferenzstreifenmuster repräsentiert die optischen Weglängendifferenzen zwischen beiden aufgenommenen Objektzuständen. Es muss gewährleistet sein, dass die Belastung des Untersuchungsobjekts an die vom Aufnahmemedium auflösbare Dichte von Interferenzstreifen angepasst wird.

### **3.2.2 Echtzeitverfahren**

Beim Echtzeitverfahren wird lediglich der Referenzzustand des Untersuchungsobjekts im Aufnahmemedium gespeichert. Nach dessen Entwicklung muss es sorgfältig in die Aufnahmeposition justiert werden. Wird nun das Hologramm rekonstruiert, ohne die Referenzwelle gegenüber dem Aufnahmezustand zu ändern, dann stimmt das Wellenfeld des virtuellen Bilds des Objekts überein mit dem vom Objekt gestreuten Wellenfeld. Eine durch eine Belastung des Objekts hervorgerufene Objektverformung zeichnet sich durch ein beobachtbares Interferenzstreifenmuster ab. Bei diesem Verfahren kann die Größe der Belastung kontrolliert werden und darüber hinaus können sich ändernde Belastungszustände in Echtzeit untersucht werden.

### **3.2.3 Zeitmittlungsverfahren**

Das Zeitmittlungsverfahren eignet sich zur Sichtbarmachung der Eigenschwingungsformen, d.h. der periodischen Verformungen von Bauteilen. Das Verfahren kann in zwei Varianten eingesetzt werden. Es kann entweder das Hologramm eines schwingenden Untersuchungsobjekts mit einer Belichtungszeit aufgenommen werden, die wesentlich höher

liegen muss als die Periodendauer der Schwingung, oder analog zum Echtzeitverfahren kann das Hologramm eines ruhenden Objekts aufgenommen werden, so dass während der anschließenden Rekonstruktion des Hologramms ein Streifensystem am Ort des dann vibrierenden Objekts erkennbar ist. Mit beiden Verfahrensvarianten können die Bereiche der Knotenlinien und der Schwingungsbäuche eindeutig lokalisiert werden.

### **3.3 Ausblick**

Aus der Vielzahl von Entwicklungen interferometrischer Messverfahren sind im Laufe der Jahre Verfahrensvarianten zur Aufnahme von Interferenzmustern hervorgegangen, die erfolgreich in Konzepte und Systeme zur Untersuchung rotierender Bauteile Einzug halten können. Zu nennen ist einerseits das räumliche Phasenschiebeverfahren /55//56/ mit dem direkt die Phasenverteilung der Verformungsänderung aufgenommen werden kann sowie auch eine Variation des zeitlichen Phasenschiebeverfahrens in Kombination mit dem Zeitmittlungsverfahren, mit dem auch Schwingungen mit kleinen Schwingungsamplituden vermessen werden können /45/.

Ein anderes interessantes Verfahren ist die erst in jüngster Zeit entwickelte digitale Holografie /46/, die darauf beruht, dass die Interferenzwellenfelder aus Objekt- und Referenzwelle für zwei Objektzustände mit dem Chip einer CCD-Kamera und einem Digitalspeicher aufgezeichnet werden, um anschließend das Interferogramm mit numerischen Methoden rekonstruieren zu können.

### 3.4 Mathematische Beschreibung

#### 3.4.1 Statische Objektänderungen

Interferometrische Messverfahren sind allgemein ganzflächige, berührungslose und wechselwirkungsfreie Messverfahren. Die Messgröße wird dabei immer als eine lokale optische Weglängenänderung mit der Phasendifferenz  $\phi_1 - \phi_2$  zweier kohärenter Wellenfelder registriert, wenn zwei kohärente Wellenfelder  $U_1$  (= Objektwelle) und  $U_2$  (= Referenzwelle) zur Interferenz gebracht werden [5].

$$U_1 = u_1 \exp(i(2\pi\nu t + \phi_1)) \quad (1)$$

$$U_2 = u_2 \exp(i(2\pi\nu t + \phi_2)) \quad (2)$$

Das Interferenzwellenfeld  $U_T$  dieser beiden Wellenfelder ist

$$U_T = U_1 + U_2 = u_1 \exp(i(2\pi\nu t + \phi_1)) + u_2 \exp(i(2\pi\nu t + \phi_2)) \quad (3)$$

oder

$$U_T = (u_1 \exp i\phi_1 + u_2 \exp i\phi_2) \exp(i2\pi\nu t) \quad (4)$$

Für die Intensität  $I$  folgt:

$$I \propto U_T U_T^* = u_1^2 + u_2^2 + u_1 u_2 [\exp i(\phi_1 - \phi_2) + \exp -i(\phi_1 - \phi_2)] \quad (5)$$

mit der Identität

$$\exp(ix) + \exp(-ix) = 2 \cos(x) \quad (6)$$

ist

$$I \propto U_T U_T^* = u_1^2 + u_2^2 + 2u_1 u_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (7)$$

Die Intensität  $I_T$ , die vom Aufnahmemedium registriert wird, hat dann folgende Form:

$$I_T = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (8)$$

Die Differenz der statistisch verteilten Specklephasen

$$\psi = \phi_1 - \phi_2 \quad (9)$$

ist wiederum eine statistisch verteilte Größe. Eine Änderung im interferometrischen Aufbau, wie z.B. eine Ganzkörperbewegung des Objekts, eine mechanische oder thermische Belastung des Objekts oder auch die Verschiebung des Beleuchtungsquellpunkts S ändert an jedem beobachteten Objektpunkt die Specklephase um den Wert  $\Delta\psi(x, y)$ . Dann hat das Intensitätsfeld  $I'_T$  im geänderten Aufbau die folgende Form:

$$I'_T = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\psi + \Delta\psi) \quad (10)$$

Mit Hilfe von digitalen Bildverarbeitungssystemen [1][5][7] kann dieses Intensitätsfeld  $I'_T$  des Objekts kontinuierlich vom Referenzbild  $I_T$ , dem Ausgangszustand des Objekts, subtrahiert werden. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Intensitäten des Objektwellenfelds  $I_1$  und des Referenzwellenfelds  $I_2$  während der Objektänderung unverändert bleiben. Die dann resultierende Differenz  $I_T - I'_T$  beträgt [7]

$$\begin{aligned} I_T - I'_T &= 2\sqrt{I_1 I_2} (\cos(\psi) - \cos(\psi + \Delta\psi)) \\ &= 2\sqrt{I_1 I_2} (\cos(\psi) - \cos(\psi)\cos(\Delta\psi) + \sin(\psi)\sin(\Delta\psi)) \\ &= 4\sqrt{I_1 I_2} \sin\left(\psi + \frac{\Delta\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\Delta\psi}{2}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

Diese Differenz der Intensitäten lässt sich durch Betragsbildung oder Quadrierung auf einem Monitor sichtbar machen. Der erste Sinus-Term von (11) enthält die statistisch verteilte Specklephase und ist moduliert mit dem Sinus-Term der halben Phasendifferenz. Hieraus resultiert ein von Specklerauschen überlagertes Interferenzmuster.

### 3.4.2 Dynamische Objektänderungen

Bei der interferometrischen Untersuchung von Schwingungen können zwei Varianten des Zeitmittlungsverfahrens angewandt werden [7]. Die Objektwelle enthält eine periodische Phasenänderung  $\psi_t$ :

$$\psi_t = \Delta\psi \sin(\omega t) \quad (12)$$

Bei der ersten Variante, dem Echtzeit-Zeitmittlungsverfahren, entsteht für gleiche Intensitäten von Objekt- und Referenzwelle  $I_1 = I_2$  und senkrechter Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung folgende Intensitätsverteilung:

$$I = 2I_1(1 - \cos(\psi_t)) \quad (13)$$

Beim Zeitmittlungsverfahren muss die Belichtungszeit  $\tau$  sehr viel größer als die Schwingungsdauer  $T = 2\pi/\omega$  sein:

$$I = 2I_1 \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} (1 - \cos(\psi_t)) dt \quad (14)$$

Die Ausführung dieser Operation liefert:

$$I = 2I_1(1 - J_0(\Delta\psi)) \quad (15)$$

Dabei ist  $J_0$  die Bessel-Funktion nullter Ordnung und erster Art. Die damit beschriebenen Streifenmuster haben zwar nur geringen Kontrast, jedoch ist das Echtzeitverfahren sehr gut geeignet, während des Durchstimmens der Erregerfrequenz die Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen des untersuchten vibrierenden Bauteils zu bestimmen.

Bei der zweiten Variante des Zeitmittlungsverfahrens wird das Intensitätsmuster während der Aufnahmezeit  $\tau$  im holografischen Medium gespeichert. Die beobachtbare Intensität des rekonstruierten Hologramms ist dann [7]:

$$I = I_1 \cdot J_0^2(\Delta\psi) \quad (16)$$

Das sichtbare Streifenmuster  $I$  ist bei dieser Variante durch die kontrastreichen Bereiche des Streifenmusters entlang der Knotenlinien der aufgenommenen Eigenschwingungsform charakterisiert.

### 3.5 Experimentelle Realisierung

Wenn das von einer technisch rauhen Oberfläche gestreute kohärente Licht auf einem Schirm abgebildet wird, dann ist eine körnige statistisch verteilte Lichtstruktur zu beobachten. Diese Lichtkörner werden Speckles genannt [47]. Die mittlere Größe  $d_{sp}$  dieser Speckles ist [5]:

$$d_{sp} = \frac{2,4\lambda z_{opt}}{a} \quad (17)$$

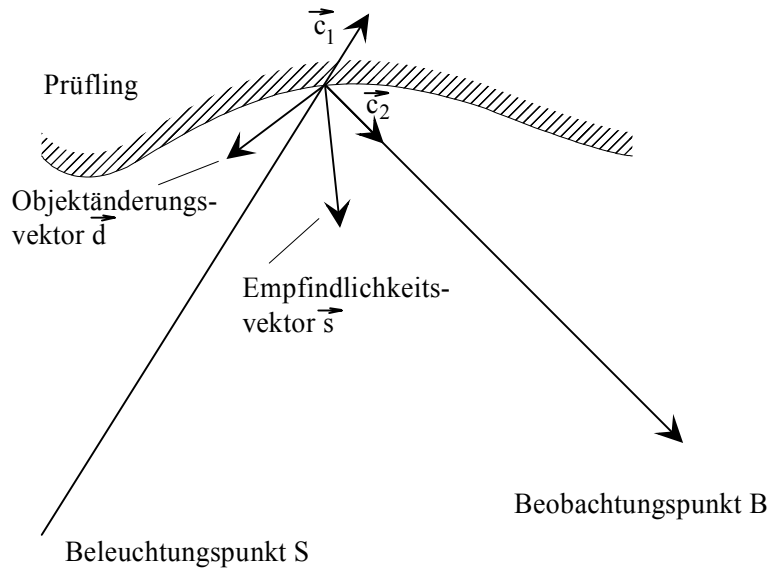
Diese mittlere Specklegröße  $d_{sp}$  ist proportional zur Wellenlänge  $\lambda$  des kohärenten Lichts, dem Abstand  $z_{opt}$  zwischen Abbildungsoptik und Abbildungsebene sowie umgekehrt proportional zur Beobachtungsapertur  $a$ . Das vom Objekt gestreute Specklefeld kann zusammen mit der Referenzwelle durch eine kleine Beobachtungsapertur auf einem CCD-Chip einer elektronischen Kamera abgebildet werden. Die Beobachtungsapertur muss so klein gewählt werden, dass die mittlere Specklegröße mindestens die Fläche eines Pixels überdeckt. Dieses Interferenzfeld enthält die statistisch verteilte Phasenstruktur des Objekts. Wenn das beobachtete Objekt geändert wird, dann ändert sich die Phase jedes einzelnen Speckles und die Interferenzinformation kann durch Korrelation beider Specklefelder sichtbar gemacht werden. Dort wo die beiden Specklefelder vollständig korrelieren, gibt es die Phasenbeziehung  $N\pi$  und dort wo die Specklefelder nicht korrelieren die Phasenbeziehung  $(2N+1)\pi/2$ . Somit kann über die Beobachtung von Specklefeldern die gleiche mathematische Beziehung zwischen einer Objektänderung, dem interferometrischen Aufbau und dem per Korrelation gewonnenen Interferenzmuster hergestellt werden, wie sie auch für die holografische Interferometrie gilt [7][57].

Die Gleichung (11) beschreibt den Intensitätsverlauf eines Interferenzstreifenmusters. Dabei gibt es helle Interferenzstreifen wenn die Differenzphase  $\Delta\psi = N\pi$  ( $N \in \mathbb{Z}$ ) beträgt und dunkle Interferenzstreifen für  $\Delta\psi = (2N+1)\pi/2$  ( $N \in \mathbb{Z}$ ). Die Interferenzstreifen sind daher auch Linien gleicher Phasendifferenz. Die Differenzphase oder der Gangunterschied kann auch in bezug auf die Wellenlänge  $\lambda$  des verwendeten Lichts dargestellt werden.

### 3.6 Auswertung von Interferenzmustern

#### 3.6.1 Grundgleichung der holografischen Interferometrie

Der Zusammenhang zwischen dem Gangunterschied  $N\lambda$  innerhalb des Interferometers, der geometrischen Änderung  $\vec{d}$  eines Objekts und der Geometrie des interferometrischen Aufbaus, beschrieben durch die Differenz zwischen Beobachtungseinheitsvektors  $\vec{c}_2$  und



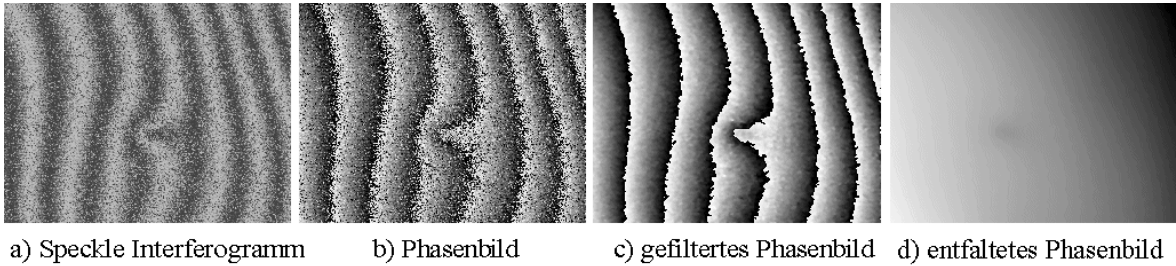
**Bild 3: Schematische Darstellung der Geometrie eines interferometrischen Aufbaus**

Beleuchtungseinheitsvektor  $\vec{c}_1$ , wird als Grundgleichung der holografischen Interferometrie bezeichnet /37/ (siehe Bild 3):

$$N\lambda = \vec{d} \cdot (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) \quad (18)$$

Der Ausdruck  $\vec{c}_2 - \vec{c}_1$  kann auch zum Vektor  $\vec{s}$ , dem Empfindlichkeitsvektor zusammengefasst werden. Entsprechend der drei Größen können mit diesem Zusammenhang unbekannte Objektänderungen  $\vec{d}$  ermittelt werden. Aufgrund bestimmter zu messender Objektänderungen kann der optische Aufbau mit seinem Beleuchtungseinheitsvektor  $\vec{c}_1$  und Beobachtungseinheitsvektor  $\vec{c}_2$  an die zu lösende Aufgabe angepasst und optimiert werden. Als dritte Möglichkeit kann aufgrund vorgegebener Objektänderungen  $\vec{d}$  und Empfindlichkeitsvektoren  $\vec{s}$  das resultierende Interferenzmuster  $N\lambda$  vorausberechnet bzw. simuliert werden. Die Simulation von Interferenzmustern wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit eingesetzt werden.

Aus der Grundgleichung (18) kann eine weitere wichtige Eigenschaft abgelesen werden, nämlich dass das Interferenzmuster eine Abbildung des dreidimensionalen Raums in den eindimensionalen Raum ist. Einerseits ist das Skalarprodukt eine Projektion des Objektänderungsvektors  $\vec{d}$  auf den Empfindlichkeitsvektor  $\vec{s}$  und andererseits geht jegliche Richtungsinformation verloren. Daher ist es z.B. bei der Verformungsmessung bzw. Bewegungsanalyse notwendig, drei voneinander unabhängige Interferometergeometrien zur Ermittlung von drei voneinander unabhängigen Phaseninformationen einzusetzen /37/. Daraus kann dann das dreidimensionale Objektänderungsfeld  $\vec{d}(x, y, z)$  errechnet werden.



**Bild 4:** Ergebnis einer interferometrischen Messung am Beispiel einer zerstörungsfreien Prüfung in der Darstellung als Speckle-Interferogramm a), Phasenbild (MOD $2\pi$ ) b), gefiltertes Phasenbild (MOD $2\pi$ ) c), und entfaltetes Phasenbild d) /38/

### 3.6.2 Phasenschrittverfahren

Äquivalent zu (10) können Intensitätsverteilungen  $I(x,y)$  in Objektpunkten  $(x,y)$  im Interferenzmuster auch wie folgt beschrieben werden /7/:

$$I(x, y) = I_o(x, y)(1 + \gamma(x, y)\cos(\psi(x, y))) \quad (19)$$

Diese Art von Intensitätsverteilung (siehe Bild 4a) lässt sich automatisch nur unbefriedigend auswerten, weil die eigentlich interessierende Messgröße  $\psi(x,y)$  moduliert mit dem Streifenkontrast  $\gamma(x,y)$  und überlagert von der Hintergrundintensität  $I_o$  registriert wird. Mit der Einführung einer zusätzlichen Phasenkonstante  $\delta$  kann das Interferenzmuster um einen konstanten Betrag geschoben werden.

$$I_i(x, y) = I_o(x, y)(1 + \gamma(x, y)\cos(\psi(x, y) + k\delta)); k = 1, 2, \dots \quad (20)$$

Wenn auf diese Art und Weise mindestens drei verschiedene unabhängige Interferenzmuster  $I_k(x,y)$  erzeugt werden, dann kann die gewünschte Messgröße  $\psi(x,y)$  errechnet werden. Das damit beschriebene Phasenschrittverfahren erlaubt die automatisierte und quantitative Auswertung von Interferenzstreifenmustern. Das Resultat ist ein Phasenbild in MOD- $2\pi$ -Darstellung, aus dem die Hintergrundintensität  $I_o$  und der Streifenkontrast  $\gamma$  eliminiert wurden (siehe Bild 4b). Mit Hilfe von Methoden der digitalen Bildverarbeitung können die zunächst noch mit einem Rauschanteil behafteten Phasenbilder durch Anwendung geeigneter Filter qualitativ verbessert werden (siehe Bild 4c) und abschließend entfaltet werden (siehe Bild 4d). Die Entfaltung liefert ein kontinuierliches Phasenbild der durchgeführten interferometrischen Messung. Die Anwendung des Phasenschrittverfahrens ist in der Literatur sehr umfassend behandelt worden. Als wesentliche Beiträge können an dieser Stelle die Veröffentlichungen von Kreis /7/, Kreitlow et al. /49/, und Creath /50/ genannt werden.



## 4 Randbedingungen zur interferometrischen Untersuchung bewegter Messobjekte

### 4.1 Vorüberlegung

Aus der Betrachtung der holografischen Grundgleichung (18) wird deutlich, dass jede lokale Objektänderung  $\vec{d}$  in Abhängigkeit von den Komponenten des Empfindlichkeitsvektors  $\vec{s}$  eine Phasenänderung  $N\lambda$  hervorruft:

$$N\lambda = \vec{d} \cdot \vec{s} = d_x s_x + d_y s_y + d_z s_z \quad (21)$$

Bei der interferometrischen Untersuchung bewegter Objekte muss prinzipiell die Komponente der interessierenden Messgröße von den übrigen Bewegungskomponenten getrennt werden. Für den Anwendungsfall der in dieser Arbeit betrachteten Schwingungsanalyse an rotierenden Objekten muss die „Out-of-plane“-Komponente  $d_z$  der Schwingungsbewegung von den „In-plane“-Komponenten  $d_x$  und  $d_y$  der Drehbewegung separiert werden, weil sie das resultierende Interferenzstreifenmuster beeinflussen würden. Der Einfluss der Bewegungskomponenten  $d_x$  und  $d_y$  wurde in /37/ ausführlich diskutiert. Bisher wurden vier wesentliche Verfahrensprinzipien zur interferometrischen Vermessung von Schwingungen an rotierenden Bauteilen entwickelt, die den Einfluss dieser Bewegungskomponenten eliminieren /22/.

### 4.2 Verfahrensprinzipien zur Eliminierung der Objektbewegung

#### 4.2.1 Doppelbelichtung an einer Drehwinkelposition

Beim Doppelimpulsverfahren mit Objektlagentriggerung /20/ wird mit einem geeigneten Drehwinkelsensor die aktuelle Winkelposition des Rotors und mit einem Dehnungsmessstreifen an einer ausgewählten Stelle die lokale Dehnung z.B. an der Wurzel einer Turbinenschaufel aufgenommen. An einer definierten Winkelposition wird der erste Lichtimpuls zur Referenzaufnahme ausgelöst. Nach mindestens einer Umdrehung wird der zweite Lichtimpuls dann ausgelöst, wenn die mit dem Dehnungsmessstreifen detektierte Verformung der Turbinenschaufel eine zuvor festgelegte Größe nicht überschreitet. Mit diesem Verfahren konnten die Eigenschwingungsformen von Turbinenschaufeln bis zu einer Drehzahl von  $4.500 \text{ Umin}^{-1}$  aufgenommen werden. Der besondere Vorteil dieses Verfahrens ist, dass im Gegensatz zu allen anderen Verfahren das rotierende Bauteil auch aus nichtaxialen Beobachtungsrichtungen, d.h. auch aus Richtungen, die nicht mit der Rotationsachse fluchten, untersucht werden kann.

#### **4.2.2 Doppelbelichtung innerhalb eines Drehwinkelintervalls**

Bei Einsatz des Doppelimpulsverfahrens der Holografischen Interferometrie kann das Empfindlichkeitsvektorfeld so unempfindlich für die Drehbewegung des Rotors ausgelegt werden, dass während der Drehbewegung der während der Zeitdauer der beiden Lichtpulse überstrichene Winkel keine Phasenänderung im Interferogramm hervorruft. Dazu müssen sowohl der Beleuchtungsquellpunkt S als auch der Beobachtungsquellpunkt B innerhalb enger Toleranzen auf der verlängert gedachten Drehachse des Rotors angeordnet werden. Das im Interferogramm sichtbare Streifenmuster repräsentiert dann die Differenz der axialen Verformung des Rotors, d.h. die zu untersuchenden Verformungen, die durch die Rotorschwingungen im Zeitraum zwischen den beiden Lichtpulsen hervorgerufen werden /19/.

#### **4.2.3 Objektsynchron rotierendes Interferometer**

Beim dritten Verfahren wird der interferometrische Aufbau konstruktiv so ausgelegt, dass er eine zum Rotor synchrone Rotation ausführt. Dabei muss die Rotationsachse des Interferometers fluchtend zur Rotationsachse des zu untersuchenden Objekts ausgerichtet sein. Damit ist gewährleistet, dass der optische Weg vom Beleuchtungsquellpunkt über einen Punkt auf dem Objekt zu jedem Punkt der Hologrammplatte über eine volle Umdrehung konstant bleibt.

#### **4.2.4 Optische Bildderotation**

Bei diesem Verfahren wird zwischen Objekt und Interferometer ein sog. Bildderotor angeordnet. Ein Bildderotor soll dafür sorgen, dass jeder Punkt der Oberfläche eines rotierenden Bauteils in einen Fixpunkt der Beobachtungsebene überführt wird. Zwei Ausführungen sind in der Vergangenheit realisiert worden: Ein Transmissionsbildderotor mit einem gefalteten Abbéprisma /28//29//30//31/ und ein Reflexionsbildderotor mit einem Dachkantprisma /32//33//34/. Durch den Einsatz eines Bildderotors kann die Messaufnahme des Doppelbelichtungsverfahrens gegenüber der Referenzaufnahme an beliebigen Winkelpositionen des Rotors angefertigt werden. Darüber hinaus sind prinzipiell auch kontinuierliche Methoden denkbar.

### **5 Bisherige Arbeiten zur Untersuchung rotierender Bauteile**

#### **5.1 Vorbemerkung**

In den folgenden Unterabschnitten werden bisher veröffentlichte Beiträge zur interferometrischen Untersuchung rotierender Bauteile vorgestellt und diskutiert. Danach werden einige Beiträge vorgestellt, in denen theoretische Modelle experimentell überprüft werden.

Einige theoretische Arbeiten ohne experimentelle Überprüfung werden in einer Zusammenschau genannt.

## 5.2 Interferometrische Verfahren zur Untersuchung rotierender Bauteile

Eine der frühen Arbeiten zur interferometrischen Untersuchung rotierender Bauteile wurde von Stetson /31/ veröffentlicht. Dort berichtet er über die Untersuchung von Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile mit Hilfe eines Transmissionsbildderotators und eines Rubinlasers als Lichtquelle.

Stetson beobachtete bei der Untersuchung rotierender Scheiben ohne externe Schwingungserregung, dass in Doppelbelichtungsinterferogrammen parallele Streifenmuster sichtbar werden, deren Streifenabstand umgekehrt proportional zum Pulsabstand war. Die Orientierung dieser Streifen war immer konstant. Mit einer externen Schwingungserregung zeigten die Doppelbelichtungsinterferogramme ein System gekrümmter Interferenzstreifen.

In der Zusammenfassung des Beitrags bemerkte er, dass mit Hilfe der Doppelpulsholografie nicht ermittelt werden könne, ob Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile örtlich stabil seien.

McBain et al. berichten im Beitrag /28/ über die Untersuchung von Eigenschwingungsformen rotierender Scheiben .

Sie setzten dabei das Verfahren der Doppelpuls-Holografie mit Hilfe eines Rubinlasers und eines Reflexionsbildderotators ein. Auch sie weisen darauf hin, dass im Falle einer Dejustierung von Rotor und Derotator zusätzliche Interferenzstreifen sichtbar sind. Es wurde ein zeitlicher Pulsabstand von  $50 \mu\text{s}$  gewählt. Das bedeutet, dass sich bei einer Drehzahl von  $10000 \text{ Umin}^{-1}$  der Rotor um weniger als  $3^\circ$  dreht. Sie behaupten, dass eine durch die Rotationsbewegung hervorgerufene Reststreifenanzahl von vier bis fünf hinreichend gut gewesen sei, um noch unterscheidbare Eigenschwingungsformen im rotierenden Betrieb aufnehmen zu können.

Für eine spezifizierte Scheibe wurden Eigenschwingungsformen sowohl im stationären Zustand als auch im rotierenden Betrieb aufgenommen. Für den rotierenden Betrieb ergibt sich eine unendliche Vielfalt an Eigenschwingungsformen. Die zugehörigen Eigenfrequenzen sind abhängig von der Drehzahl des Rotors. Das wird mit der Darstellung der Eigenfrequenzen eines Eigenschwingungszustands in einem Frequenz-Drehzahl-Diagramm dem sog. Campbell-Diagramm /20/ ausgedrückt. Die jeweiligen Eigenfrequenzen wurden bei vorgegebenen Drehzahlen des Rotors mit einem akustischen Sensor ermittelt.

In den abschließenden Bemerkungen des Berichts wird die Frage diskutiert, ob die Eigenschwingungsformen örtlich an das rotierende Objekt geknüpft sind oder ob sie sich bewe-

gen. Das Campbell-Diagramm drückt die Tatsache aus, dass die Schwingungserregung ortsfest angeordnet ist, und sich dann und nur dann eine Eigenschwingungsform ausbildet, wenn Erregeramplitude und Schwingungsamplitude entlang des Umfangs in Phase sind. Das ist jeweils der Fall, wenn mit größer werdender Drehzahl die Erregerfrequenz vergrößert und verkleinert wird. Auch die Anzahl der Knotendurchmesser bestimmt die Kennlinien. Je größer die Zahl der Knotendurchmesser, desto größer die Steigung der Kennlinie.

Zwei Jahre später, im Jahre 1981, berichteten McBain et al. im Bericht /29/ über den Einsatz eines modulierten Argon-Ionen-Lasers und eines Bildrotators zur kontinuierlichen Untersuchung einer rotierenden Scheibe. Diese Arbeit hätte geradezu den Durchbruch darstellen können hinsichtlich der kontinuierlichen Beobachtung des Schwingungsverhaltens rotierender Bauteile und damit, ob die Eigenschwingungsformen im Rotationsbetrieb zeitlich konstant bleiben.

In dem beschriebenen Aufbau wurde ein stroboskopisch betriebener Argon-Ionen-Laser eingesetzt. Es wurde ein Hologramm des stillstehenden Rotors aufgenommen und im Aufbau rekonstruiert. Die Idee bestand darin, gemäß des Echtzeitverfahrens der holografischen Interferometrie über eine Rotorumdrehung kontinuierlich ein Interferenzstreifenmuster beobachten zu können. Das Streifensystem sollte dabei die axiale, also die durch die Eigenschwingungsform hervorgerufene Verformung der rotierenden Scheibe repräsentieren.

Es werden vier Gründe für den stroboskopischen Betrieb des eingesetzten Lasers genannt. Das Hologramm muss mit der rotierenden Scheibe korrelieren und bei einer kontinuierlichen Beleuchtung würden sich die entstandenen Interferenzstreifen bewegen. Durch den Antrieb und die Lagerung des Rotors gibt es zusätzliche unerwünschte Schwingungsanregungen. Die Pulsdauer des stroboskopisch betriebenen Lasers muss niedriger liegen als die Bildaufnahmezeit des eingesetzten Bildverarbeitungssystems von 60 ms je Bild. Als vierter Grund wurde genannt, dass es gerade das Ziel sei, die Eigenschwingungsformen in Abhängigkeit von der Winkelposition des Rotors zu untersuchen und gerade die flexible Einstellung der Pulsrate würde dies erlauben.

Die Erläuterung des Justiervorgangs nimmt breiten Raum in dem Beitrag ein und verdeutlicht die Empfindlichkeit des Aufbaus hinsichtlich engster Toleranzen. Die Anforderung an die Justierung liegt innerhalb der mittleren Specklegröße.

Es wurde ein Verfahren vorgestellt, mit dem es möglich war, die Eigenschwingungsformen einer rotierenden Scheibe untersuchen zu können. Anhand eines Beispiels wurde festgestellt, dass die Eigenschwingungsform örtlich stabil mit der Drehbewegung der Scheibe verknüpft war. Die Scheibe wurde extern axial zu Schwingungen angeregt. Das schwingende System zeigte die Eigenschaft, dass sich sowohl oberhalb, als auch unterhalb der

Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Rotordrehzahl zwei gleichartige Eigenschwingungsformen ausbilden.

Die Steifendichte der Eigenform nahm mit größerer Drehzahl zu. Das wurde auf die Eigenregung infolge des Antriebs und der Unwucht der Drehachse zurückgeführt.

Ein abschließendes Ergebnis war die Ausbildung eines Streifensystems ohne Fremderregung. In Abhängigkeit von der Winkelposition des Rotors relativ zur Winkelposition der Referenzaufnahme des Hologramms bildet sich ein Streifensystem mit variierender Steifendichte aus. Die Form der Interferenzstreifen wurde auf eine Überlagerung aus einer eigenregten Schwingung und einer nicht optimalen Justierung des optischen Aufbaus zurückgeführt.

Insgesamt ist mit dieser Arbeit das erste Mal ein rotierendes Objekt in quasi Echtzeit auf Eigenschwingungsformen hin untersucht worden. Es wurde gezeigt, dass ein Derotator prinzipiell eingesetzt werden kann, um Eigenschwingungsformen rotierender Objekte mit interferometrischer Genauigkeit zu untersuchen.

Lu et al. /33/ berichten über die Untersuchung rotierender Bauteile mit Hilfe eines Reflexionsbildderotators und eines ESPI-Systems mit einem Rubin-Laser als Lichtquelle. Es werden die Vorteile der Echtzeitfähigkeit von ESPI-Systemen erläutert. Insbesondere wird darauf eingegangen, dass eine Dejustierung des Derotators parallele Interferenzstreifen hervorruft und dass die Justierung mit Hilfe der elektronischen Speckle Interferometrie einfach kontrolliert werden kann.

Auf die zeitliche Synchronisation der Laserpulse wird nicht eingegangen, höchstens mit dem Hinweis, dass eine Vergrößerung des Pulsabstands die Anzahl der Störstreifen vergrößert. Ebenso gibt es keinen Hinweis auf den Aufnahmeprozess der Doppelpuls-Interferogramme. Folglich kann nicht nachvollzogen werden, ob mindestens 40 ms (Videonorm) zwischen den Belichtungspulsen vergangen waren, um die Specklefelder getrennt zu speichern oder ob nach dem Additionsverfahren die beiden Belichtungspulse innerhalb der Aufnahmezeit eines Bildes aufgenommen wurden. Eine andere Möglichkeit wäre, nach dem Verfahren der Objektlagentriggerung (4.2.1) vorzugehen. Die gezeigten Streifenmuster werden keiner Analyse unterzogen. Insgesamt wird in dem Beitrag erstmalig über den Einsatz von ESPI-Systemen zur Untersuchung rotierender Bauteile berichtet.

Pedrini und Tiziani berichten im Beitrag /34/ über ein ESPI System für Anwendungen mit Hilfe des Doppelbelichtungsverfahrens. Als Lichtquelle wurde ein Rubinlaser eingesetzt. Die Specklegramme wurden mit Hilfe des Verfahrens der räumlichen Phasenschiebung aufgenommen. Damit ist es möglich, die Phase des Interferogramms automatisiert auswerten zu können. Dieses Verfahren steht in Konkurrenz zum Fouriertransformationsverfahren

/7/ und zum zeitlichen Phasenschiebepverfahren (3.6.2). Es hat Vorteile bei der Untersuchung von zeitkritischen Vorgängen.

Zur Untersuchung des Eigenschwingungsverhaltens rotierender Bauteile wird das beschriebene ESPI System in Kombination mit einem Reflexionsbildderrotator eingesetzt. Es wird berichtet, dass das gezeigte Phasenbild die Eigenschwingungsform einer rotierenden Scheibe darstellt. Eine Analyse des Phasenbilds wird nicht geliefert.

Perez-Lopez et al. schlagen in /35/ eine Änderung zu dem in /34/ beschriebenen Aufbau vor. Dabei wird die Objektbeleuchtung nicht mittels eines halbdurchlässigen Spiegels, sondern mit einem kleinen Spiegel eingekoppelt. Sie begründen diese Maßnahme damit, dass nun die gesamte vom Laser eingestrahelte Lichtenergie für die Beleuchtung des zu untersuchenden rotierenden Objekts genutzt werden kann. Die Pulsfolge des eingesetzten Rubinlasers beträgt bei allen präsentierten Experimenten 20  $\mu\text{s}$ .

Beeck stellt im Beitrag /26/ eine umfassende Diskussion der holografischen Interferometrie an rotierenden Bauteilen vor. Er gibt dort eine Zusammenfassung all der Arbeiten, die in den Jahren zwischen 1977 und 1986 am Institut für Messtechnik im Maschinenbau der Universität Hannover durchgeführt wurden /20//21//22//23//25//26//27//32/.

Es werden drei grundlegende Methoden unterschieden.

### **5.2.1 Interferometer mit Objektlagentriggerung**

Das rotierende Objekt wird mit dem Doppelbelichtungsverfahren untersucht. An einer genau definierten Winkelposition wird sowohl die Referenzaufnahme als auch die zweite Aufnahme angefertigt.

### **5.2.2 Rotationsinvariantes Interferometer**

Wenn das Interferometer eine objektsynchrone Rotation zum Untersuchungsobjekt ausführt, dann kann ebenfalls das Eigenschwingungsverhalten interferometrisch untersucht werden. Es wurden Ergebnisse präsentiert, bei der ein Sägeblatt in einer 4,0 Eigenschwingungsform schwingt. In einem zweiten Interferogramm ist die eigenerregte Schwingungsform während des Sägens eines Aluminium Blocks dargestellt. Das Verfahren wurde für Drehzahlen bis 1000  $\text{Umin}^{-1}$  eingesetzt.

### **5.2.3 Interferometer mit Bildderrotator**

Dabei wird zwischen dem rotierenden Objekt und dem Interferometer ein sog. Bildderrotator eingesetzt. Ein Bildderrotator hat die Eigenschaft eine Drehbewegung so zu kompensieren, dass ein stehendes Bild des rotierenden Objekts sichtbar ist. Mit diesem Verfahren

konnte ein Verdichterrad auf sein Eigenschwingungsverhalten bis zu einer Drehzahl von  $15.000 \text{ Umin}^{-1}$  hin untersucht werden.

Im Beitrag /20/ von Geldmacher et al. wurde das Verfahren der Objektlagentriggerung auf die Untersuchung rotierender Turbinenschaufeln angewandt. Die untersuchten Turbinenschaufeln wurden mit einem Schwingungserreger und Dehnungsmessstreifen ausgestattet. Mit dem Schwingungserreger wurden die Turbinenschaufeln zu Eigenschwingungen erregt und mit dem Dehnungsmessstreifen konnte die axiale Schwingungsbewegung kontrolliert werden. Damit konnte gewährleistet werden, dass die Laserpulse dann und nur dann ausgelöst werden konnten, wenn die Schwingungsamplitude der untersuchten Turbinenschaufel innerhalb eines vorgegebenen Intervalls lag. Die experimentell erhaltenen Ergebnisse konnten mit Hilfe von Finite-Elemente-Berechnungen bestätigt werden. Die Aufhebung der Rotationsbewegung wurde durch die sorgfältige Triggerung der Laserpulse an genau definierten Winkellagen des Objekts erzielt. Daraus folgt auch, dass die beliebige Anordnung der Interferometerkomponenten keine Störstreifen in den erhaltenen Interferogrammen hervorruft. Das Verfahren wurde bis zu Umfangsgeschwindigkeiten von  $235 \text{ m/s}$  eingesetzt. Die Besonderheit des Verfahrens liegt darin, dass das zu untersuchende rotierende Bauteil nicht nur axial, sondern aus beliebigen Richtungen aufgenommen werden kann.

Preater und Swain berichten in /36/ über ein Verfahren zur Untersuchung der radialen Verformung rotierender Bauteile in Abhängigkeit von der Drehzahl. Dabei wird eine Variation des Zweistrahlverfahrens /5/ mit einer sog. radialen Empfindlichkeit eingesetzt. Mit Hilfe geeignet angeordneter Zylinderspiegel wird ein Empfindlichkeitsvektorfeld erzielt, bei dem die radiale Komponente des Empfindlichkeitsvektors konstant für jeden Radius ist. Am Beispiel einer Aluminiumscheibe wurde der Spannungsverlauf in Abhängigkeit vom Radius ermittelt. Die Messungen wurden bis zu Drehzahlen von  $23.000 \text{ Umin}^{-1}$  durchgeführt.

Die Untersuchung rotierender Bauteile findet inzwischen auch Erwähnung in zusammenfassenden Darstellungen /1/ sowie auch in Lehrbüchern wie z. B. von Ostrovsky et al. /3/ und von Kreis /7/.

In /1/ berichtete Løkberg darüber, dass die Kräfte, die im rotierenden Betrieb auf Bauteile wirken, deren Verhalten unvorhersagbar ändern würde.

Ostrovsky beschreibt in /3/ drei Verfahren und nennt jeweils Beispiele: die Verkürzung der Belichtungszeit, den Einsatz eines Derotators und die Möglichkeit, das Hologramm objektsynchron rotieren zu lassen. Er berichtet z.B. über eine Arbeit von Morozow, der das Eigenschwingungsverhalten rotierender Membranen mit einem Doppelbelichtungsverfahren untersuchte, bei dem die Hologrammplatte auf dem rotierenden Objekt montiert wurde. Als Ergebnis wurde ermittelt, dass sich im speziellen Fall der festen umseitigen Einspan-

nung einer rotierenden Scheibe die Eigenfrequenzen und die Eigenschwingungsformen bei 100 rad/s (= 954 Umin<sup>-1</sup>) nicht von denen im Stillstand unterscheiden.

Vikram berichtet in /9/ über die zusammenfassenden Betrachtungen in /3/ und die Arbeiten von Beeck /19/.

### **5.3 Untersuchung der mechanischen Eigenschaften rotierender Bauteile mit Hilfe theoretischer Methoden**

Ausgangspunkt für die theoretische Behandlung des Eigenschwingungsverhaltens rotierender Scheiben waren die Beiträge von Lamb und Southwell /51/ sowie Southwell /52/ auf der Grundlage der von Kirchhoff entwickelten Plattentheorie /53/.

Lakshminarayana /18/ berichtet über ein FEM-Modell zur effizienten Berechnung der mechanischen Eigenschaften von rotierenden Scheiben, die aus Verbundmaterialien aufgebaut sind. Das Interessante an dieser Fragestellung war die Modellierung anisotroper Materialien. Speziell bei glasfaserverstärkten Verbundwerkstoffen ist das E-Modul senkrecht zur Ausrichtung der Fasern erheblich verschieden vom E-Modul parallel zu deren Ausrichtung. Eine Konsequenz dieser Eigenschaft ist z.B., dass während des Betriebs bei hohen Drehzahlen die Form der Scheibe nicht kreisförmig bleibt, sondern sich elliptisch ausbildet. Abschließend wird bemerkt, dass eine experimentelle Prüfung der theoretisch erhaltenen Ergebnisse notwendig sei, um einerseits das FEM-Modell zu verifizieren und andererseits kritische Drehzahlen berechnen zu können.

Leung et al. /17/ leiten ihren Beitrag damit ein, dass rotierende technische Bauteile über ihre Wellen und Lager die Quelle für unerwünschte Schallemission sind. Sie haben die Reaktion rotierender Kreisscheiben auf feststehende externe Schwingungserregung theoretisch und experimentell untersucht. Der Schwerpunkt ihrer Untersuchung erstreckt sich über den Effekt, dass es in Abhängigkeit von der Drehzahl einer Scheibe und einem feststehenden Schwingungserreger zu jeder Eigenschwingungsform zwei Eigenfrequenzen gibt. Sie erklärten den Effekt damit, dass die Eigenschwingungsformen resonant angeregter rotierender Scheiben aus einer Superposition zweier gegenläufig rotierender Vektoren verstanden werden können. Im rotierenden Betrieb tritt immer dann eine Eigenschwingungsform auf, wenn die Addition aus Erregerfrequenz  $\alpha$  und der Drehfrequenz  $\Omega$  oder deren Differenz gleich der Eigenfrequenz  $\alpha_n$  der ruhenden Scheibe ist. Die theoretisch erhaltenen Ergebnisse konnten experimentell bestätigt werden. Dies wurde bereits von Beeck /19/ und McBain /28/ behandelt.

Shahab /16/ führte eine vergleichende Untersuchung der Eigenfrequenzen von Scheiben mit konstanter sowie auch veränderlicher Dicke im nichtrotierenden und rotierenden Betrieb durch. Kurz zusammengefasst vergrößert Rotation die Eigenfrequenzen aller Eigen-



schwingungsformen und der Effekt wird stärker mit zunehmender Drehzahl. Für Platten mit veränderlicher Dicke (trapezförmiger Querschnitt) im axisymmetrischen Mode und asymmetrischen Mode verkleinern sich die Eigenfrequenzen mit zunehmender Dicke des Innenrings gegenüber dem Außenring. Die Eigenfrequenzen der höheren Eigenformen werden größer. Die theoretischen Ergebnisse wurden experimentell, jedoch nicht für Scheiben im rotierenden Betrieb, mit holografischer Interferometrie und Chladnischen Klangfiguren untersucht.

Lee et al. /39/ untersuchten das Eigenschwingungsverhalten von komplizierten Festplattensystemen. Der mechanische Teil der Festplatten besteht aus einer Spindel, auf der eine Anzahl von Scheiben montiert ist. Über jeder dieser Scheiben sind die Schreib-Lese-Köpfe angeordnet. Die radialen und axialen Schwingungen, die diese gekoppelten Systeme ausführen sind einer der wesentlichen begrenzenden Faktoren für Leistungsfähigkeit und Lebensdauer von Festplatten. Um diese Schwingungen zu vermeiden oder wenigstens unterdrücken zu können, müssen sie möglichst genau berechnet werden können. Die experimentelle Ermittlung des Frequenzgangs wurde zur Überprüfung der theoretischen Modelle und zur Anpassung an die tatsächlichen Eigenschaften eingesetzt.

Renshaw und Mote Jr. /63/ untersuchten das Verhalten von flexiblen rotierenden Scheiben (Floppy Disks) unter dem Einfluss einer transversal angreifenden Kraft. Das Verformungsverhalten von flexiblen rotierenden Scheiben wurde mit Hilfe einer Moiré-Technik untersucht. Die experimentelle Methode wurde nicht beschrieben und die experimentellen Ergebnisse wurden nur kurz diskutiert. Darüber hinaus wird nur berichtet, dass die experimentellen Ergebnisse die theoretisch abgeleiteten Ergebnisse untermauern würden. Die theoretischen Ergebnisse sind jedoch so interessant, dass eine genauere, kontinuierliche und quantitative experimentelle Analyse sinnvoll wäre.

In vielen weiteren Arbeiten sind die Eigenschaften rotierender Bauteile theoretisch analysiert worden. Adams /60/ untersuchte die kritischen Geschwindigkeiten flexibler Scheiben, Sinha /61/ die Eigenschwingungsformen dicker Platten mit Zusatzmassen entlang des äußeren Rands. Lee und Ng /59/ entwickelten die Bewegungsgleichungen für rotierende Scheiben mit nichtkonstanter Dicke und gaben die Eigenfrequenzen und kritischen Geschwindigkeiten für Eigenschwingungsformen ohne Knotenkreis an. Chen und Hsu /58/ untersuchten den Einfluss ortsfester Momente, die auf rotierende Scheiben einwirken. Dieser Fall tritt sowohl bei Festplatten auf, wenn der Schreib-Lese-Kopf Kontakt mit der Speicherscheibe bekommt, als auch bei Sägeblättern, beim Kontakt zwischen dem Schnittmaterial und dem Schnittwerkzeug.

Zur experimentellen Überprüfung aller oben theoretisch hergeleiteten Belastungsfälle wäre eine Weiterentwicklung der experimentellen Verfahren notwendig, um eine kontinuierliche Beobachtung zu ermöglichen.

#### **5.4 Diskussion**

Die in (4.2) dargestellten Verfahrensprinzipien wurden in der Vergangenheit in den in (5.2) erläuterten vorangegangenen Arbeiten eingesetzt. Allen bisher veröffentlichten Berichten ist die Grundidee gemeinsam, durch ein angepasstes Aufnahmeverfahren die Drehbewegung des zu untersuchenden Bauteils von dessen zu messenden axialen Eigenschwingungsbewegung zu separieren. Wenn jedem der beiden Systeme, bestehend aus rotierendem Objekt und dem interferometrischen Aufbau ein eigenes Koordinatensystem zugeordnet wird, dann kann im Hinblick auf eine Eignung für die kontinuierliche interferometrische Untersuchung rotierender Bauteile folgende Klassifizierung vorgenommen werden:

Beim Verfahren der Doppelbelichtung an einer Drehwinkelposition (4.2.1) /20/ und der Doppelbelichtung innerhalb eines Drehwinkelintervalls (4.2.2) /19/ existieren die Koordinatensysteme des rotierenden Objekts und des interferometrischen Aufbaus unabhängig voneinander, weil mit Hilfe von kurzen Laserpulsen der jeweilige Bewegungszustand des rotierenden Objekts gespeichert wird.

Für eine kontinuierliche interferometrische Untersuchung der Eigenschwingungszustände an allen Winkelpositionen einer vollen Umdrehung des Untersuchungsobjekts sind diese beiden Verfahren ungeeignet.

Bei den Verfahren des objektsynchron rotierenden Interferometers (4.2.3) /19/ wird konstruktiv das Koordinatensystem des Interferometers mit dem Koordinatensystem des rotierenden Objekts gekoppelt. Damit ist prinzipiell gewährleistet, dass während einer vollen gekoppelten Umdrehung von Objekt und interferometrischem Aufbau eine konstante optische Weglänge (Phasendifferenz) zwischen dem Beleuchtungsquellpunkt über jeden Objektpunkt bis hin zum Beobachtungspunkt innerhalb der technisch realisierbaren Toleranzen eingehalten werden kann.

Beim Verfahren der optischen Bildrotation (4.2.4) /19//21//22//23//28//29//30//31//33//34//35/ kann das mit dem rotierenden Objekt verknüpfte Koordinatensystem mit Hilfe des Bildrotators in ein stehendes Koordinatensystem transformiert werden. Genau dann wenn dieses transformierte Koordinatensystem starr im Raum relativ zum Koordinatensystem des Interferometers positioniert ist, kann wiederum prinzipiell das rotierende Objekt über eine volle Umdrehung interferometrisch untersucht werden. Im Hinblick der technischen Realisierung bietet der Einsatz eines Derotators Vorteile gegenüber dem Verfahren des objektsynchron rotierenden Interferometers (4.2.3), weil das Interferometer nicht be-

weg zu werden braucht, Derotatoren verfügbar sind und der interferometrische Aufbau bzw. ein elektronisches Speckle-Interferometer flexibler ausgelegt werden können.

Die vielversprechendsten Ansätze wurden mit dem Derotatorprinzip, entweder mit einem Transmissions- /28/29/30/31/ oder einem Reflexionsbildderotator unternommen /19//21//22//23//26//27//33//34//35/. Die Laserlichtquellen wurden dabei gepulst /19//30//31//33//34//35/ oder stroboskopisch /29/ betrieben. Insgesamt wurde bisher die Möglichkeit der kontinuierlichen interferometrischen Untersuchung der Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile nicht nachgewiesen. In allen diesen Arbeiten wurde berichtet, dass die gegenseitige Anordnung und Justierung der mechanischen und optischen Komponenten sehr schwierig sei. Insbesondere McBain und Beeck gaben detaillierte Justierverfahren an. Vereinzelt wurden Justiertoleranzen /19//21//29//31/ für einzelne Systemkomponenten angegeben, jedoch fehlt bei allen eine grundlegende Analyse des aus Rotor, Derotator und Interferometer bestehenden Gesamtsystems. Bisher ist nicht untersucht worden, welche gegenseitigen Einflüsse die einzelnen Komponenten hinsichtlich einer Konstanz bzw. Änderung der optischen Weglänge im Interferometer während eines größeren Drehwinkelintervalls des Objekts auf das Verhalten des gesamten Systems ausüben.

In allen bisherigen Arbeiten musste gewährleistet werden, dass während der Belichtungszeit  $\tau$  die optische Weglängenänderung innerhalb des interferometrischen Aufbaus  $\Delta(\tau)$  kleiner als die vorgegebene Toleranzbedingung von z. B.  $\Delta(\tau) < \lambda/10$  /19/ sein muss. Für eine kontinuierliche interferometrische Untersuchung muss diese Bedingung folglich über eine volle Rotorumdrehung erfüllt sein. Im nächsten Abschnitt werden daraus Folgerungen entwickelt.

## 5.5 Folgerungen für weiteres Vorgehen

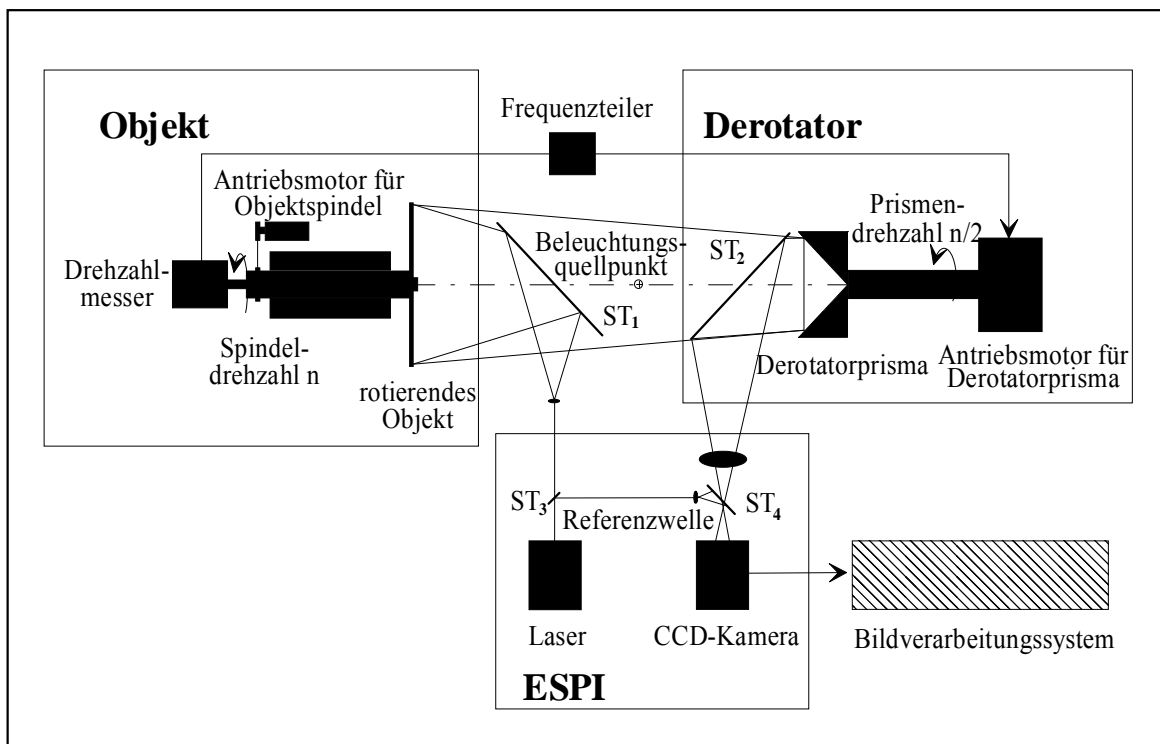
Das Ziel ist die Erarbeitung der Voraussetzungen für die Entwicklung eines Messkopfs zur kontinuierlichen interferometrischen Untersuchung der Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile. Die Lösung dieser Aufgabe besteht in der Beantwortung der Fragen, welche gegenseitigen Einflüsse die geometrische Anordnung der Komponenten zueinander ausüben und welche spezifischen mechanischen Eigenschaften dieser Komponenten die lokale Phasenverteilung einer interferometrischen Messung während einer vollen Rotorumdrehung beeinflussen. Insbesondere sind darüber hinaus auch die Fälle interessant, bei denen der Derotator nicht ideal zum Rotor ausgerichtet ist und der Beleuchtungsquellpunkt des Interferometers nicht exakt auf der gemeinsamen Symmetrieachse des Rotor-Derotator-Systems positioniert ist.

Zur Beantwortung dieser Fragen werden zwei Methoden eingesetzt, die Simulation und das Experiment. Die Simulation hat den Vorteil, dass der Einfluss einzelner Komponenten des betrachteten Systems separat untersucht werden kann. Darüber hinaus können die mathe-

matisch idealen Eigenschaften sowohl unabhängig von den realen Eigenschaften als auch mit modellierten realen Eigenschaften untersucht werden (6).

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird daher das aus Rotor, Derotator und Interferometer bestehende System in Teilsysteme zerlegt. Für das Teilsystem Rotor-Derotator wird ein mathematisches Modell erarbeitet und dieses zur Entwicklung eines Simulationsprogramms verwandt, um systematisch die Eigenschaften des eingesetzten Derotators und dessen Verhalten untersuchen zu können. Dieses Derotator-Simulationsprogramm liefert den Ort aller Oberflächenpunkte des rotierenden Objekts in der Beobachtungsebene des Derotators. Die Ergebnisse des Derotator-Simulationsprogramms können als Eingabedaten für ein Interferometer-Simulationsprogramm /44//65//66/ dienen. Dieses Programm liefert die Phasenverteilung bzw. das Interferenzstreifenmuster einer interferometrischen Messung. Dazu wurde ein bereits vorhandenes Interferenzmuster-Simulationsprogramm im Rahmen dieser Arbeit gezielt weiterentwickelt.

Zur experimentellen Überprüfung und Weiterentwicklung des mathematischen Modells und der Simulationsrechnungen ist ein interferometrischer Aufbau konzipiert worden (siehe Bild 5). Der Aufbau besteht aus den Hauptkomponenten Objekt (Rotor), Derotator und



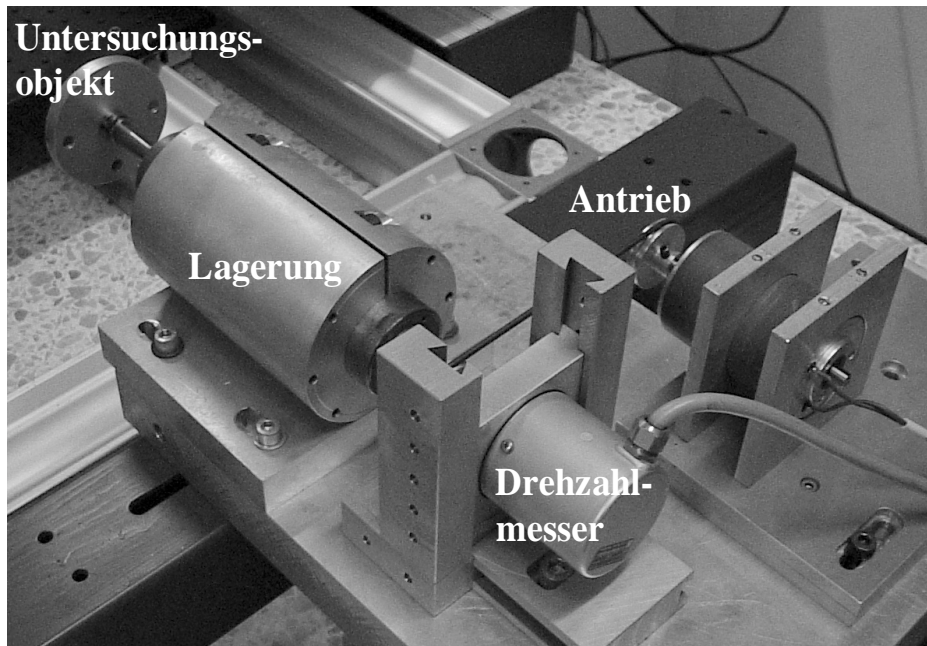
**Bild 5: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur interferometrischen Untersuchung rotierender Bauteile**

einem elektronischen Speckle-Interferometer (ESPI). Das zu untersuchende Objekt (siehe Bild 6) wird auf einer hochgenauen, zertifizierten Schleifspindel montiert. Die Spindel wird mit einem Gleichstrommotor angetrieben. Der angeschlossene Drehzahlmesser liefert die Triggerimpulse für den Antriebsmotor des Derotatorprismas. Zur genauen Kopplung der Drehzahl des Objekts im benötigten Verhältnis 2:1 /19//23//29//31/ zur Drehzahl des Derotatorprismas werden die vom Drehzahlmesser gelieferten Impulse je Zeiteinheit halbiert. Die Interferometerkomponenten müssen so angeordnet werden, dass der Beleuchtungsquellpunkt des Objektwellenfelds und das Beobachtungssystem exakt auf der gemeinsamen optischen Symmetrieachse vom Rotor-Derotator-System liegen.

Die mit der CCD-Kamera aufgenommenen Bilder können mit dem angeschlossenen digitalen Bildverarbeitungssystem betrachtet, für eine spätere Verwendung gespeichert und weiterverarbeitet werden. Zur Minimierung störender Vibrationen muss der gesamte Aufbau schwingungs isoliert gegenüber der Außenwelt und in sich stabil und verwindungssteif ausgelegt werden.

Sowohl mit Hilfe der Simulationsrechnungen als auch im Experiment kann dann folgende Untersuchung vergleichend ausgeführt werden: An einer beliebigen Winkelposition des Objekts und des Derotatorprismas wird eine Referenzaufnahme  $I_T$  angefertigt und anschließend das Derotatorprisma um einen Winkelschritt  $\Delta\varphi_D$  und das Objekt um zwei Winkelschritte  $2\Delta\varphi_D = \Delta\varphi_O$  gedreht. Das Differenzphasenbild  $I_T - I'_T$  dieser beiden Zustände liefert direkt die Phasenänderung im Aufbau unter dem Einfluss der ausgeführten Objektdrehung  $\Delta\varphi_O$  und der gegenseitigen Positionierung aller Komponenten des Aufbaus zueinander. Die systematische Durchführung dieser Untersuchung sowohl im Experiment als auch parallel mit Hilfe der Simulation liefert nicht nur die Kenntnisse zur Konstruktion eines optimierten Messkopfs sondern führt darüber hinaus auch zu effizienten Justierstrategien.

Die Untersuchung der Eigenschaften eines Aufbaus zur kontinuierlichen interferometrischen Aufnahme von Eigenschwingungsformen gliedert sich im nächsten Schritt in die Untersuchung des aus Rotor und Derotator bestehenden Systems (6) und im übernächsten Schritt wird das Verhalten eines interferometrischen Aufbaus innerhalb dieses Rotor-Derotator-Systems untersucht (7). Der Einfluss der beiden Strahlteiler  $ST_1$  und  $ST_2$  (siehe Bild 5) wird in (7.6) gesondert untersucht.



**Bild 6: Detailansicht des Untersuchungsobjekts, der Lagerung und des Drehzahlmessers**

## 6 Rotor-Derotator-System

### 6.1 Vorbemerkung und Einführung

Ein Derotator ist ein Instrument zur optischen Aufhebung von Drehbewegungen. Derotatoren werden zur visuellen Inspektion von rotierenden Bauteilen verwendet und sind darüber hinaus auch bereits zur interferometrischen Untersuchung der Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile eingesetzt worden (4.2.4 und 5.2). Beim hier behandelten Typ des Reflexionsbildderotators wird das Spiegelbild des rotierenden Bauteils über einen halbdurchlässigen Spiegel beobachtet.

Wenn der Derotator gegenüber einem zu beobachtenden Rotor angeordnet wird und im gekoppelten Modus betrieben wird, dann wird das Spiegelbild des Rotors im wahrscheinlichsten Fall eine kreisförmige Ganzkörperbewegung ausführen. Gekoppelter Modus heißt in diesem Zusammenhang, dass die Drehzahlen des Rotors und des rotierenden Reflexionsprismas des Derotators im Verhältnis 2:1 gekoppelt sind. Die Ganzkörperbewegung des Spiegelbilds resultiert offensichtlich aus der Tatsache, dass jetzt die Rotationsachse des Derotators noch nicht identisch gleich verläuft mit der Rotationsachse des beobachteten rotierenden Objekts. Wird ein einzelner Punkt der Rotoroberfläche beobachtet, dann beschreibt dieser Punkt im Spiegelbild des Rotors eine charakteristische kreisförmige Ortskurve.

Wenn nun begonnen wird, die Orientierung des Derotators bezüglich der Rotorachse zu ändern, dann wird sich die Ausdehnung der beobachteten Ortskurve ändern. Durch gezielte Änderung der Orientierung des Derotators kann eine Verkleinerung der Ganzkörperbewegung des Spiegelbilds des Rotors bzw. der Ortskurve des betrachteten Punkts erreicht werden, bis ein stabiles Bild beobachtet werden kann.

Wird nun die Position des Derotators geändert, dann führt das Spiegelbild des Rotors wiederum eine dazu proportionale kreisförmige Ganzkörperbewegung aus, die anschließend durch eine gezielte Nachführung der Orientierung wieder zum Stillstand gebracht werden kann.

Aus diesen qualitativen Experimenten kann gefolgert werden, dass es nicht nur eine ausgezeichnete Kombination aus Position und Orientierung des Derotators bezüglich des Rotors gibt, sondern es kann zu jeder möglichen Position des Derotators eine zugehörige Orientierung gefunden werden, die die Beobachtung des stillstehenden Spiegelbilds eines rotierenden Objekts ermöglichen.

Eine genauere Betrachtung dieser beliebigen Derotationszustände ergibt, dass die Ganzkörperbewegung durch eine hinreichend sorgfältige Abstimmung der Orientierung auf eine

vorgegebene Position des Derotators zwar beseitigt werden kann, aber immer eine „Restbewegung“ des Spiegelbilds übrig blieb. Diese „Restbewegung“ kann so charakterisiert werden, dass jeder einzelne Punkt des Spiegelbilds eine individuelle Ortskurve beschreibt. Es kann daher strenggenommen nur ein scheinbar stillstehendes Bild des rotierenden Objekts beobachtet werden.

Im Hinblick auf die Verwendung des Rotor-Derotator-Systems innerhalb eines interferometrischen Aufbaus während einer Echtzeitbeobachtung ist folglich zu erwarten, dass die vorhandene „Restbewegung“ der gespiegelten Punkte ein unerwünschtes dynamisches Störstreifensystem hervorrufen würde.

Aus dieser Vorbetrachtung ergeben sich folgende Fragen:

- Nach welchen quantitativen Gesetzmäßigkeiten funktioniert das aus Rotor und Derotator bestehende System?
- Welche Einflussgrößen müssen berücksichtigt werden?
- Gibt es eine optimale Justierstrategie zur Positionierung und Ausrichtung des Derotators?
- Welches Kriterium zeichnet den Derotationszustand aus, bei dem die „Restbewegung“ des Spiegelbilds nicht auftritt?

Diese Fragen können beantwortet werden, wenn die exakte mathematische Beschreibung bzw. das mathematische Modell des Rotor-Derotator-Systems vorliegt und dieses als Grundlage für die Programmierung eines Derotator-Simulationssystems verwendet wird. Das mathematische Modell enthält dabei die Transformationsvorschrift bzw. die Übertragungsfunktion, die angibt, an welche Position im Bildraum ein ganz bestimmter Punkt der Oberfläche des rotierenden Bauteils durch das sich rotierende Reflexionsprisma des Derotators gespiegelt wird. Das darauf aufbauende Derotator-Simulationsprogramm stellt die Grundlage dar, mit dem mathematischen Modell arbeiten bzw. experimentieren zu können. Im Vordergrund steht dabei die Kenntnis über Derotationszustände, bei denen die vorher beobachtete Restbewegung der Punkte des Spiegelbilds des rotierenden Objekts minimiert bzw. eliminiert werden kann. Mit Hilfe des entwickelten Derotator-Simulationsprogramms können insbesondere folgende Vorteile von Simulationen ausgenutzt werden /75/:

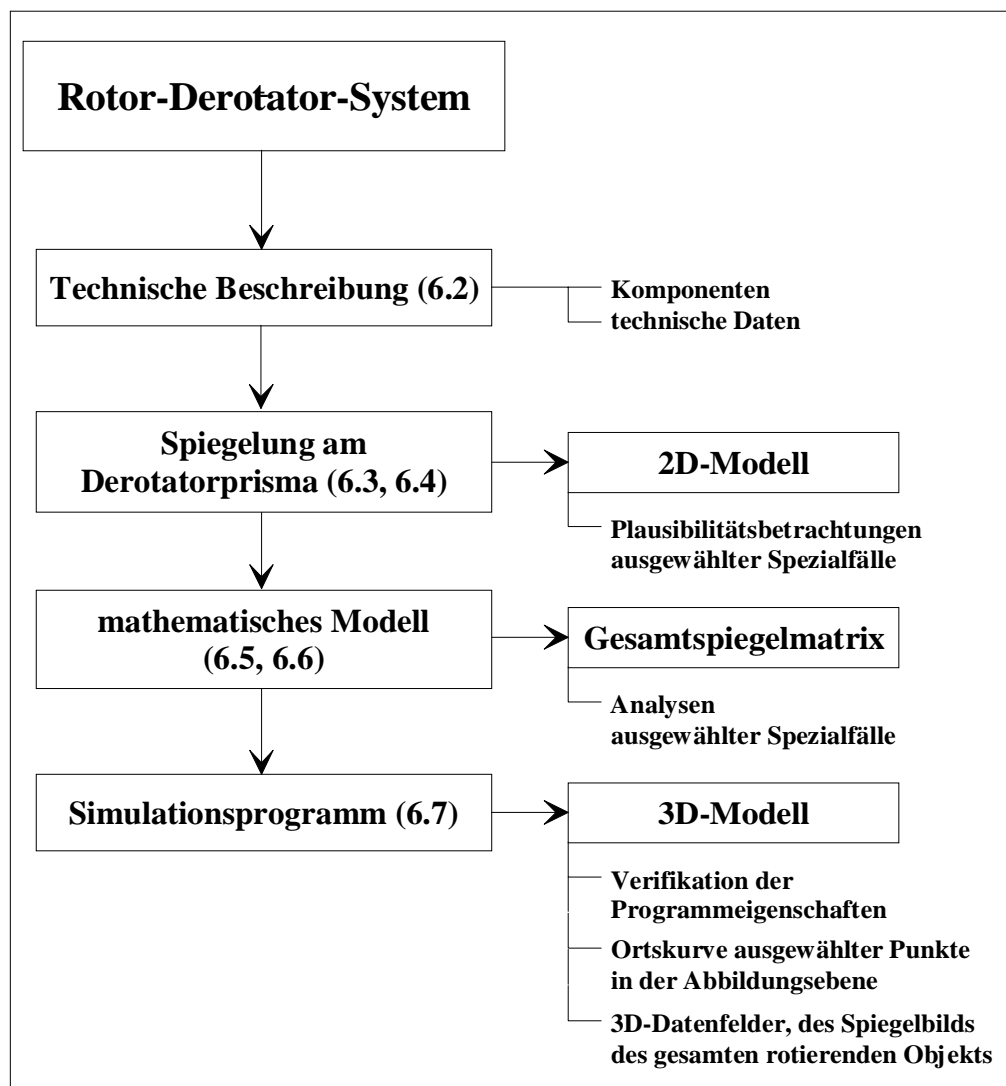
- Analyse der idealen Eigenschaften des modellierten Rotor-Derotator-Systems
- Separate Analyse einzelner Komponenten des modellierten Rotor-Derotator-Systems



- Kontrolle über quantitative Zusammenhänge
- Schnellere Durchführung von Untersuchungen als mit dem Experiment
- Ermittlung zulässiger Toleranzen der Bauteilkomponenten
- Erstellung von Eingabedaten für ein Interferenzmuster-Simulationsprogramm
- Entwicklung von Justierstrategien

Die Entwicklung dieses Derotator-Simulationsprogramms gliedert sich in die folgenden vier Schritte (siehe Bild 7).

Im ersten Schritt erfolgt eine technische Beschreibung des zu modellierenden Derotators.



**Bild 7:** Darstellung der Arbeitsschritte zur Analyse des Rotor-Derotator-Systems

Im zweiten Schritt wird zur Erzielung eines prinzipiellen Verständnisses für die Modellierung des Rotor-Derotator-Systems eine geometrische Betrachtung - das 2D-Modell - entwickelt, anhand dessen die grundsätzlichen Eigenschaften des Derotationsprinzips erklärt werden können. Mit Hilfe dieses 2D-Modells können bereits drei mögliche Störgrößen und deren Auswirkung auf die Derotationszustände plausibel gemacht werden.

Im dritten Schritt wird mit Hilfe der Matrizenmathematik ein dreidimensionales mathematisches Modell des Rotor-Derotator-Systems entwickelt. Das Ergebnis wird in Form einer Gesamtspiegelmatrix  $S_G$  dargestellt, die angewandt auf einen Oberflächenpunkt  $\bar{p}$  eines Rotors, diesen in den Bildraum des rotierenden Reflexionsprismas transformiert. Diese Matrix  $S_G$  wird in einer theoretischen Diskussion von Spezialfällen auf rotierende Punkte in der Objektebene angewandt. Dabei wird analysiert, welches zeitliche Verhalten ihr Spiegelbild im Bildraum des Reflexionsprismas

- in Abhängigkeit von der Position und Orientierung des Derotators,
- in Abhängigkeit von der technischen Qualität der Rotationsachse des Untersuchungsobjekts,
- in Abhängigkeit von der Lage des Reflexionsprismas relativ zu dessen Rotationsachse und
- in Abhängigkeit der Qualität der Drehzahlkopplung

zeigt. Anhand ausgewählter Spezialfälle können die qualitativen Ergebnisse des vorher formulierten 2D-Modells mit dem mathematischen Modell quantitativ dargestellt werden.

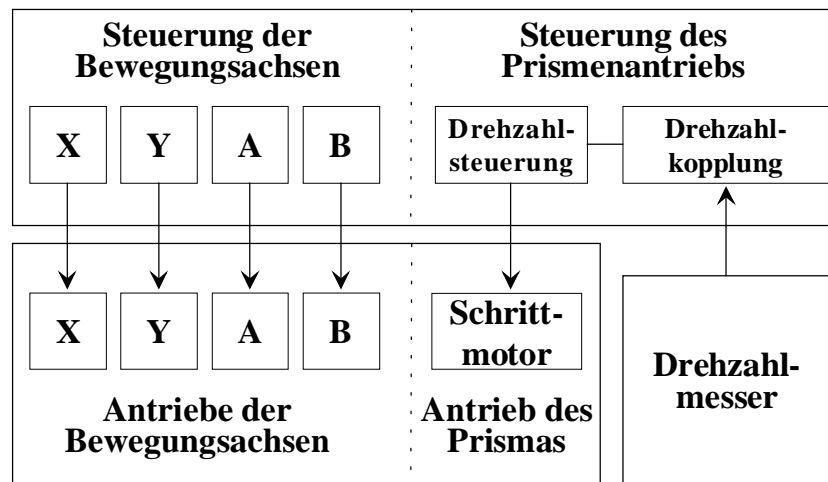
Im vierten Schritt wird das mathematische Modell verwendet, um das o.a. Derotator-Simulationsprogramm zu entwickeln, mit dessen Hilfe die oben formulierten Fragen beantwortet werden können. Auf eine Beschreibung des entwickelten Derotator-Simulationsprogramms folgt die Verifikation der bis dahin bereits bekannten Spezialfälle. Es liefert für eine Auswahl von Objektpunkten direkt deren Ortskurven im Bildraum des Reflexionsprismas und es liefert dreidimensionale Datensätze, die den Ort des Spiegelbilds der gesamten betrachteten Objektoberfläche repräsentieren. Im weiteren Verlauf der Untersuchung werden diese Datenfelder als optische Weglängenänderungen in einem interferometrischen Aufbau aufgefasst und können folglich als Objektänderungskomponenten für die Simulation von Interferogrammen genutzt werden.

## 6.2 Technische Ausführung des untersuchten Derotators

Das eingesetzte Derotatorsystem (siehe Bild 8 und Bild 9) besteht aus dem Derotatorkopf, dem Steuergerät und einem Drehzahlmesser.

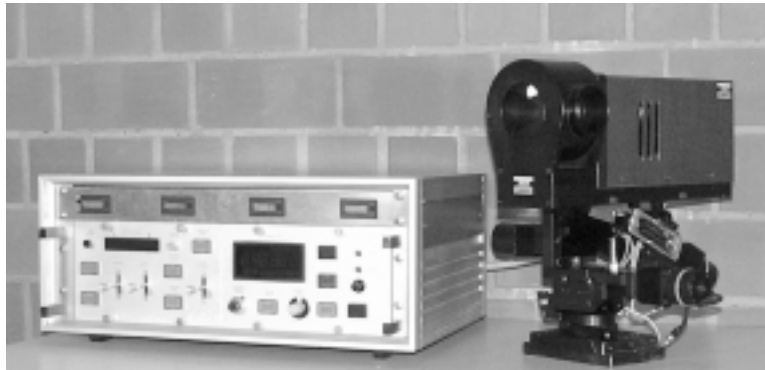
Der Derotatorkopf besteht aus einer Grundplatte, auf der eine Einheit bestehend aus Schrittmotor, Drehachse und Reflexionsprisma montiert ist. Diese Grundplatte ist auf einem sog. Tripod befestigt und kann mit zwei translatorischen (X, Y) und zwei rotatorischen Achsen (A, B) im Raum positioniert werden (siehe Bild 10 und Bild 11). Mit dem Steuergerät können die Bewegungsachsen per Schrittmotorantrieb gesteuert werden. Die Drehzahl des Schrittmotorantriebs des Derotatorprismas kann mit zwei Betriebsarten der Steuerelektronik eingestellt werden. Sie kann erstens entweder mit einem Regler manuell vorgewählt oder zweitens mit einem externen Triggersignal bestimmt werden. Dieses externe Triggersignal wird vom Drehzahlmesser geliefert. Diese zweite Betriebsart des Derotators entspricht dem bereits beschriebenen gekoppelten Modus (6.1), bei dem die Drehzahl des rotierenden Objekts zum rotierenden Reflexionsprisma im Verhältnis 2:1 gekoppelt ist.

### Steuergerät



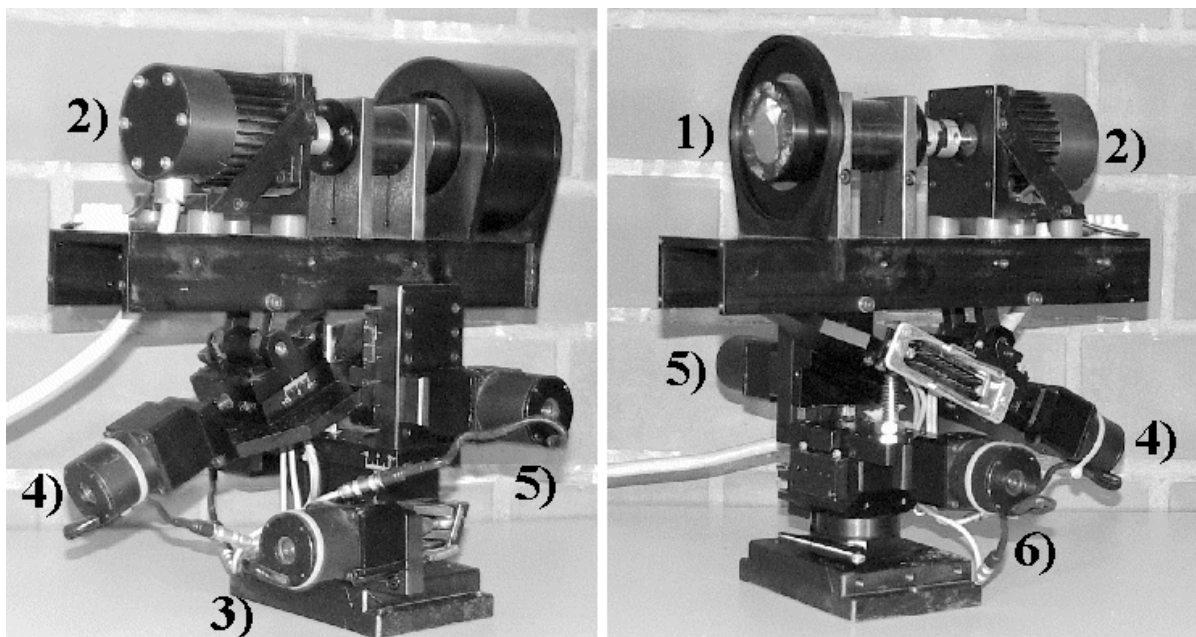
### Derotator

Bild 8: Blockschaltbild des eingesetzten Derotator-Systems



**Bild 9: Foto des Derotator-Systems, bestehend aus Steuergerät (links) und Derotator (rechts)**

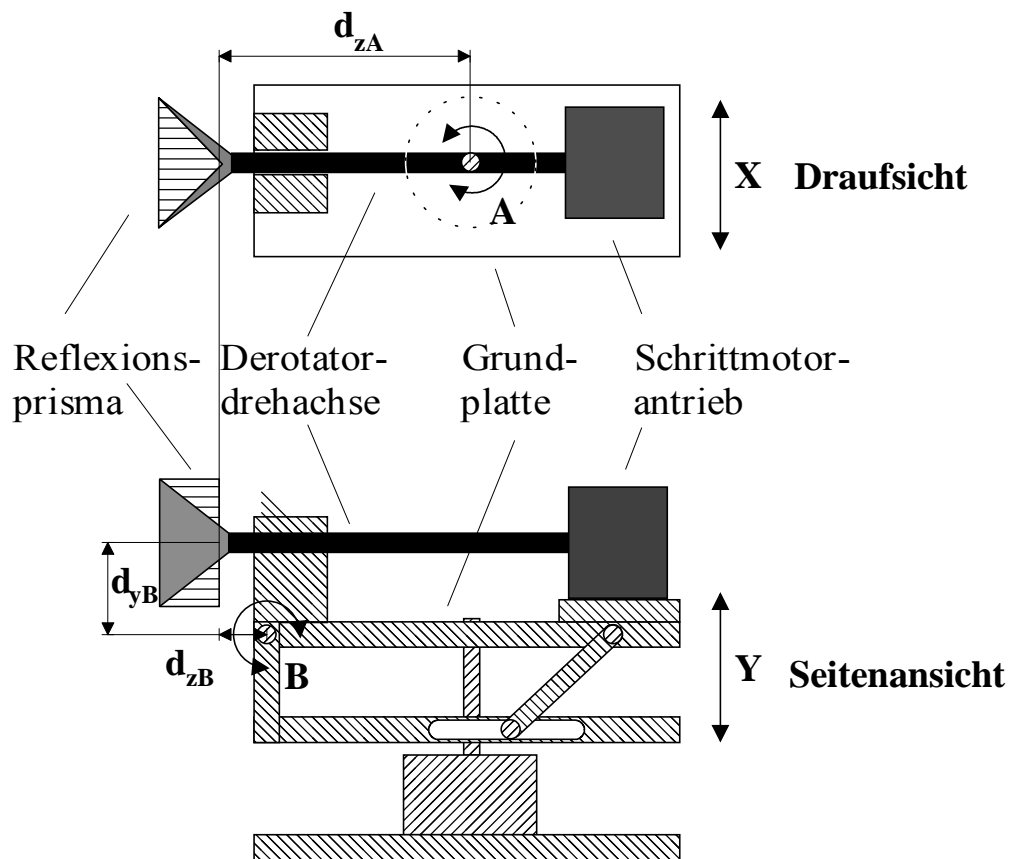
Die Montage des Reflexionsprismas ist so ausgeführt worden, dass vom Wellenende der Derotatordrehachse eine prismatische Aufnahme ausgefräst wurde. Die Position und die Ausrichtung des Prismas sind somit konstruktiv vorgegeben und es besteht beim vorhandenen Gerät keine Möglichkeit einer gezielten und definierten Justage.



- 1) Reflexionsprisma
- 2) Antrieb für Reflexionsprisma
- 3) Antrieb für vertikale Rotationsachse

- 4) Antrieb für horizontale Rotationsachse
- 5) Antrieb für vertikale Translationsachse
- 6) Antrieb für horizontale Translationsachse

**Bild 10: Fotos des Derotators ohne Gehäuse**



**Bild 11: Skizze des Derotators**

Zur eindeutigen mathematischen Beschreibung des Derotators wird ein Derotatorkoordinatensystem definiert. Der Ursprung des Derotatorkoordinatensystems wird in den Schnittpunkt von Derotatordrehachse und Dachkante des Reflexionsprismas gelegt. Die parallel zur Y-Achse angeordnete Rotationsachse A schneidet die Z-Achse im Abstand  $d_{zA}$ . Die parallel zur X-Achse liegende Rotationsachse B hat den Abstand  $d_{zB}$  zum Ursprung entlang der Z-Achse und den Abstand  $d_{yB}$  zum Ursprung entlang der Y-Achse. Die konstruktionsbedingte Anordnung der Rotationsachsen A und B hat zur Folge, dass eine Drehung um diese Achsen immer auch mit einer Translation des Derotatorprismas verknüpft ist.

In Tabelle 1 sind die Abstände der Drehachsen A und B vom Prismenzentrum und in Tabelle 2 die Wege bzw. Winkel je Einzelschritt des jeweiligen Schrittmotorantriebs angegeben.

**Tabelle 1: Geometrische Kenngrößen des vorhandenen Derotators**

Bezeichnung	Länge/mm
$d_{zA}$	90
$d_{zB}$	50
$d_{yB}$	50

**Tabelle 2: Schrittweiten der Bewegungsachsen des Tripods**

Bewegungsachse	Weg/Schritt/ $\mu\text{m}$	Winkel/Schritt/ $\mu\text{rad}$
X	2,5	
Y	2,5	
A		36
B		17

## **6.3 Spiegelung am rotierenden Dachkantprisma**

### **6.3.1 Reflexionsprisma**

Das Reflexionsprisma hat zwei spiegelnde Flächen, die im rechten Winkel zueinander angeordnet sind. Alle Lichtstrahlen, die in einer Ebene senkrecht zur Dachkante des Reflexionsprismas einfallen, werden in die entgegengesetzte Richtung reflektiert. Wenn das Prisma um eine senkrecht zur Dachkante liegende Achse gedreht wird, dann führt das Spiegelbild eines ruhenden Objekts eine Drehung aus. Das Drehzentrum des Spiegelbilds ist dabei offensichtlich derjenige Punkt der Objektoberfläche, der von der verlängert gedachten Drehachse des Dachkantprismas geschnitten wird.

### 6.3.2 Spiegelung eines Punkts

Die Spiegelung an einem Reflexionsprisma kann in der Projektion auf eine zweidimensionale Betrachtung als die Spiegelung an dessen Dachkante als Spiegelachse dargestellt werden. Dazu wird in einem Gedankenexperiment von der rückwärtigen Seite des Prismas aus durch dieses hindurch die Objektebene betrachtet. Im Bild 12 stellen die von 1' bis 12' nummerierten Linien die Dachkante eines Reflexionsprismas an zwölf verschiedenen Winkelpositionen dar. Der zu spiegelnde Punkt P würde dann, wenn er nacheinander an allen Spiegelachsen 1' bis 12' gespiegelt wird, an den Positionen 1 bis 12 erscheinen. Wenn hingegen der zu spiegelnde Punkt von den Positionen 1 bis 12 jeweils an der Spiegelachse 1' gespiegelt wird, dann erscheint dieser Punkt nacheinander an den Positionen 7 bis 1 und 12 bis 8. Würde sich der Punkt P an der Position 8 befinden, während sich die Dachkante des Reflexionsprismas an Position 2' befindet, dann würde er ebenfalls an die Position 1 gespiegelt. Der Punkt P würde immer an die Position 1 gespiegelt werden, wenn er sich um jeweils die doppelte Zahl von Winkelschritten entlang einer Kreisbahn weiterbewegt, während das Reflexionsprisma um die einfache Zahl von Winkelschritten im selben Drehsinne gedreht wird und beide Drehzentren identisch sind. Damit kann formuliert werden, dass prinzipiell eine Drehbewegung optisch aufgehoben werden kann, wenn das rotierende Objekt mit einem mit der halben Drehfrequenz drehenden Reflexionsprisma

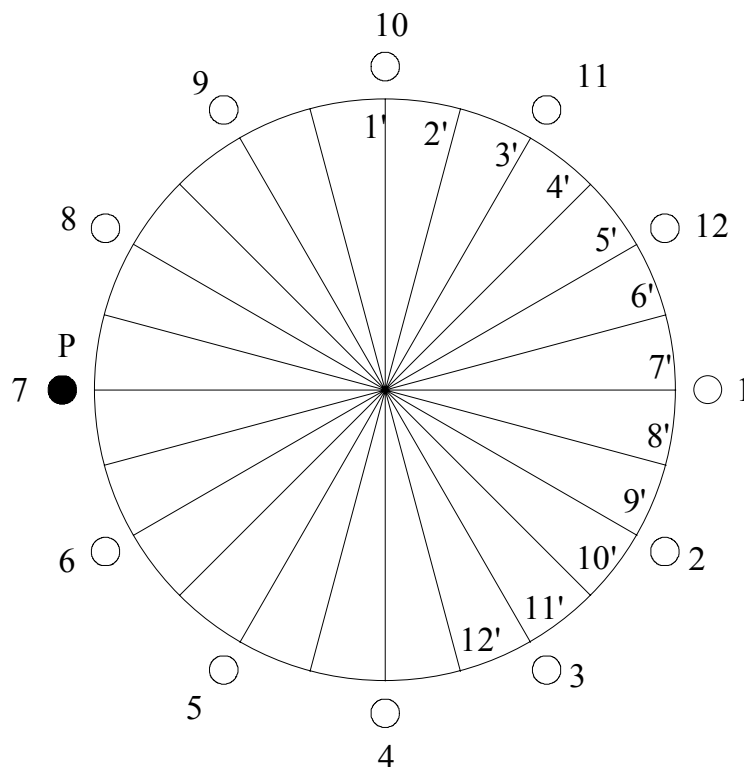


Bild 12: Schema zur Erläuterung des Derotatorprinzips

beobachtet wird. In der Zusammenfassung dieser Überlegungen lässt sich der folgende Satz formulieren:

Wenn die Bahnkurve eines um die Drehachse rotierenden Punkts im Bildraum eines still stehenden Reflexionsprismas übereinstimmt mit der Bahnkurve, die ein still stehender Punkt im Bildraum eines rotierenden Reflexionsprismas beschreibt, dann ist das System zur Derotation geeignet.

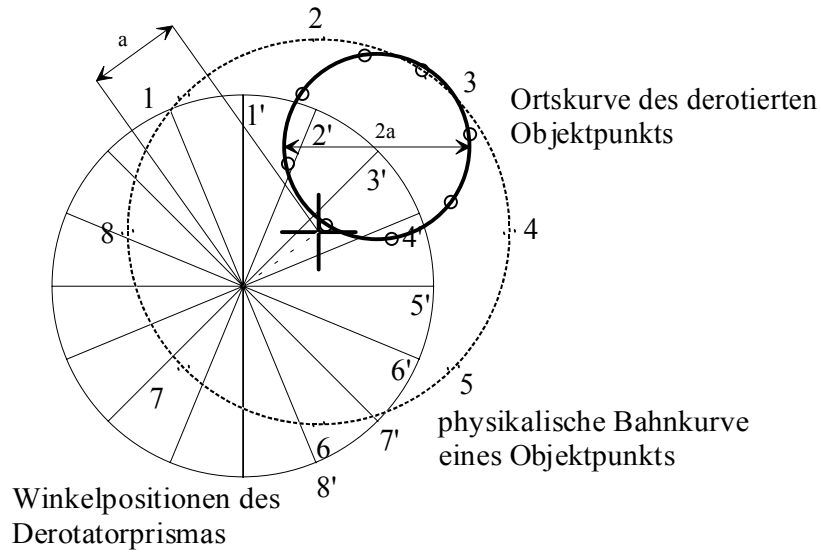
Wenn diese Bedingung für alle Oberflächenpunkte eines Objekts erfüllt ist, dann steht das durch den Derotator beobachtete Spiegelbild des sich drehenden Objekts still. Als Folgeung beschreibt jeder Punkt des Spiegelbilds im gekoppelten Betrieb eine charakteristische Ortskurve, wenn der o.a. Satz verletzt ist.

In den folgenden Abschnitten werden mit Hilfe des in Bild 12 dargestellten Konstruktionschemas drei mögliche Fälle diskutiert, die den hier formulierten Satz verletzen. Im Vordergrund der Betrachtung wird dabei die resultierende Ortskurve im gekoppelten Derotatorbetrieb stehen.

### **6.3.3 Parallelverschiebung der Derotatordrehachse gegenüber der Objektdrehachse**

Zu Beginn von (6.1) wurde beschrieben, dass das Spiegelbild eine kreisförmige Ganzkörperbewegung ausführt, wenn die Rotationsachse des zu untersuchenden Objekts und die Rotationsachse des Derotators beliebig zueinander ausgerichtet sind. Dieser Zustand ist mit Hilfe des in Bild 12 dargestellten Konstruktionschemas in Bild 13 konstruiert worden. Dort stellt der gestrichelt gezeichnete Kreis die physikalische Bahnkurve eines um die Drehachse rotierenden Punkts dar. Der Kreis, der das rotierende Reflexionsprisma mit einer Menge von acht repräsentativen Winkelstellungen darstellt, ist gegenüber dem Drehzentrum des rotierenden Objekts um den Betrag  $a$  verschoben worden. Jeder der acht Punkte 1 - 8 wird an den Spiegelachsen bzw. Dachkanten 1' - 8' nacheinander gespiegelt. Die resultierende Ortskurve ist eine Kreisbahn, auf der sich das Spiegelbild des betrachteten Punkts bewegt. Diese Ortskurve wird zweimal durchlaufen und ihr Radius entspricht dabei dem Abstand  $a$  und ist unabhängig vom Ort des betrachteten Punktes an der Oberfläche des rotierenden Objekts.

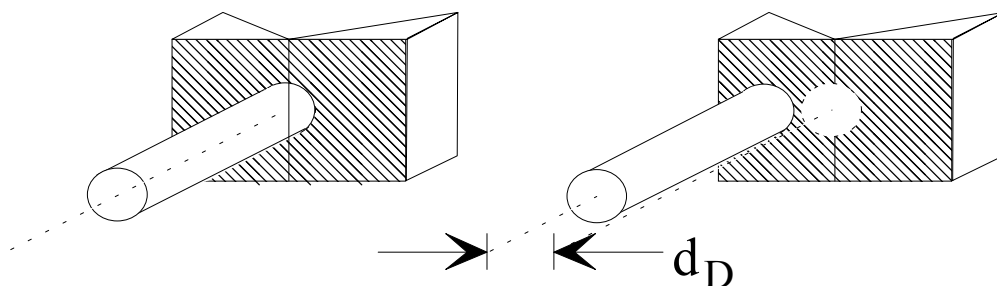




**Bild 13: Konstruktion der Ortskurve bei Parallelverschiebung des Derotators gegenüber der Objektachse**

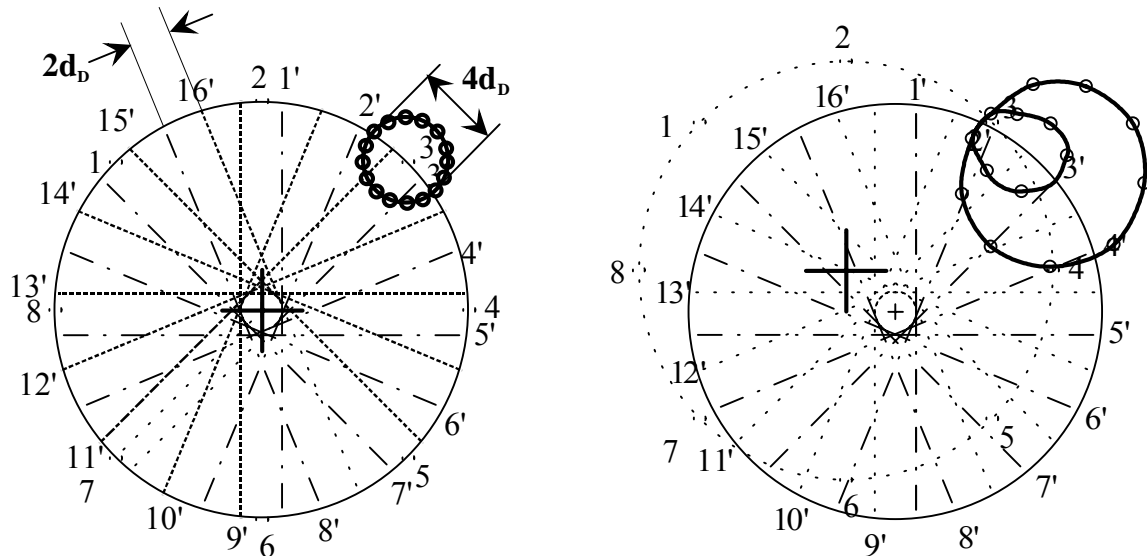
### 6.3.4 Montagefehler des Derotatorprismas

Bei der bisherigen Diskussion des Rotor-Derotator-Systems wurde vorausgesetzt, dass die Dachkante des Reflexionsprismas exakt die Rotationsachse des Derotators schneidet (siehe Bild 14). Wird das Reflexionsprisma so auf der Drehachse des Derotators montiert, dass die Dachkante nicht ihren Mittelpunkt schneidet, dann wird der in 6.3.1 formulierte Satz verletzt. Im Bild 15 ist mit Hilfe des Konstruktionsmodells dargestellt worden, welchen Einfluss ein Montagefehler des Reflexionsprismas auf das Derotationsverhalten ausübt. Es wird dabei angenommen, dass die Dachkante des Reflexionsprismas mit einem seitlichen Versatz  $d_D$  relativ zur Drehachse des Derotators aufweist, was zur Folge hat, dass sich auch der Ort des Prismas - und nicht nur die Orientierung der Dachkante - kontinuierlich ändert.



**Bild 14: Darstellung zur Erläuterung des mit einem Montagefehler  $d_D$  behafteten Derotatorprismas (rechts) im Gegensatz zum fehlerfrei montierten Prisma (links)**

Nach jeweils einer halben Umdrehung des Reflexionsprismas liegt eine Parallelverschiebung vor. Falls die Drehzentren von Derotatorachse und Objektachse identisch sind, beschreibt ein rotierender Objektpunkt einen Kreis, dessen Durchmesser dem vierfachen des

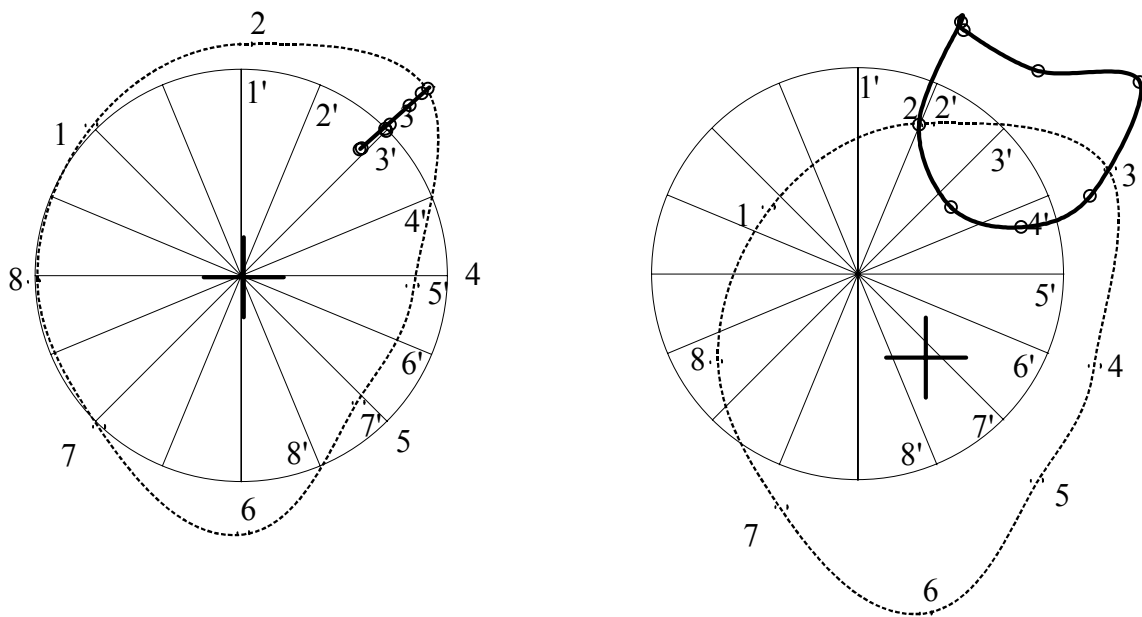


**Bild 15: Konstruktion der Ortskurve mit Berücksichtigung eines Montagefehlers des Derotators**

Abstands  $d_D$  der Dachkante des Prismas zum Drehzentrum der Derotatordrehachse entspricht (siehe Bild 15). Diese Ortskurve wird während zweier Objektumdrehungen lediglich einmal durchlaufen (vgl. 6.3.3). Wird die Derotatorachse relativ zur Objektachse bewegt, dann entwickelt sich aus dem Kreis mit größer werdendem Abstand der Drehzentren voneinander eine Pascalsche Schnecke /71/.

### 6.3.5 Objektspindel mit realen Rundlaufeigenschaften

Achslager werden in der Technik u.a. durch ihr Rundlaufverhalten charakterisiert /72//73/. Während der Drehbewegung beschreiben einzelne Objektpunkte des Rotors keine ideale Kreisbahn, sondern allgemein eine von ihr abweichende geschlossene Kurve. Die sich daran anschließende Frage ist die, welche Konsequenz das reale Rundlaufverhalten von rotierenden Achsen für das Rotor-Derotator-System hat. Im Bild 16 ist das dazugehörige Konstruktionsmodell dargestellt. Dieses Modell soll reale Rundlaufeigenschaften eines Achslagers beschreiben. Dann liegt für den Fall, dass die Drehzentren des Derotators und des Objekts identisch sind, eine periodische Translation vor (siehe Bild 16, links). Im Falle, dass die Drehzentren nicht identisch sind (siehe Bild 16, rechts), entartet die Linie zu einer geschlossenen Kurve, in der das Rundlaufverhalten des Achslagers abgebildet wird.



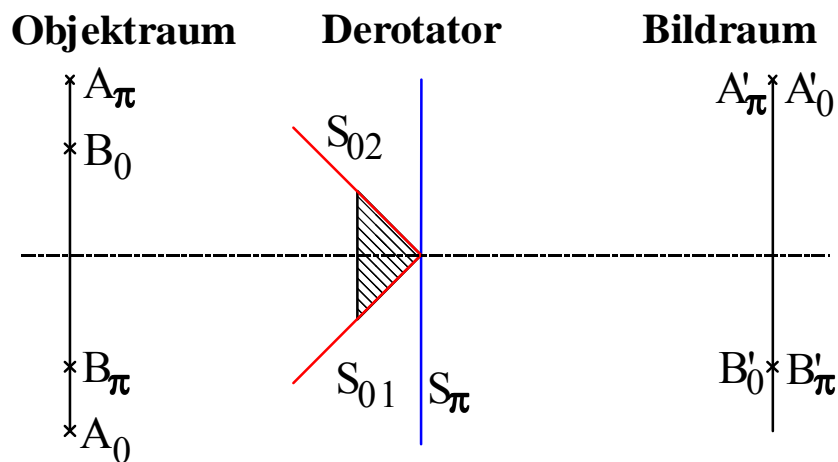
**Bild 16:** Konstruktion der Ortskurven bei realem Rundlaufverhalten des Rotors im ideal justierten Fall (links) und bei Parallelverschiebung des Derotators (rechts)

#### 6.4 Spiegelung einer Ebene am Reflexionsprisma

Nach der Diskussion des 2D-Konstruktionsmodells in den vorangegangenen Abschnitten soll jetzt die Betrachtung auf das Verhalten des Rotor-Derotator-Systems am Beispiel der Spiegelung einer ebenen Scheibe ausgedehnt werden. Das Verfahren wird zunächst am Beispiel des ideal zueinander angeordneten Rotor-Derotator-Systems eingeführt und anschließend für allgemeinere Fälle erweitert. Dabei wird ausgenutzt, dass es aus Symmetriegründen für diese Betrachtung ausreichend ist, zwei Grenzfälle auszuwählen, um die Spiegelung einer rotierenden Scheibe am rotierenden Reflexionsprisma beschreiben zu können. Im ersten Grenzfall steht die Dachkante des Reflexionsprismas senkrecht und im zweiten Grenzfall waagrecht. Als Vereinfachung wird das Rotor-Derotator-System schematisch im Längsschnitt dargestellt (siehe Bild 17). An einer im Objektraum angeordneten rotierenden Scheibe sind zwei beliebige Punkte  $A_0$  und  $B_0$  markiert worden. Sie werden durch das z.B. senkrecht stehende Reflexionsprisma des Derotators an den beiden Spiegelebenen  $S_{01}$  und  $S_{02}$  in den Bildraum an die Positionen  $A'_0$  und  $B'_0$  gespiegelt. Nach einer halben Umdrehung des Objekts befinden sich diese Punkte an den Positionen  $A_\pi$  und  $B_\pi$ , während das Reflexionsprisma des Derotators im gekoppelten Derotatorbetrieb eine viertel Umdrehung ausgeführt hat, deren Dachkante nun waagrecht steht und durch die Spiegelachse  $S_\pi$  repräsentiert wird. Die Punkte  $A_\pi$  und  $B_\pi$  werden an der Spiegelachse  $S_\pi$  an die Positionen  $A'_\pi$  und  $B'_\pi$  gespiegelt. Diese Positionen sind identisch mit den Punkten  $A'_0$

und  $B'_0$ . Somit ist die Position des Spiegelbilds des Objekts im Bildraum durch die Spiegelung zweier Punkte des Objekts an zwei gekoppelten Drehwinkelpositionen von Objekt und Derotatorprisma festgelegt worden.

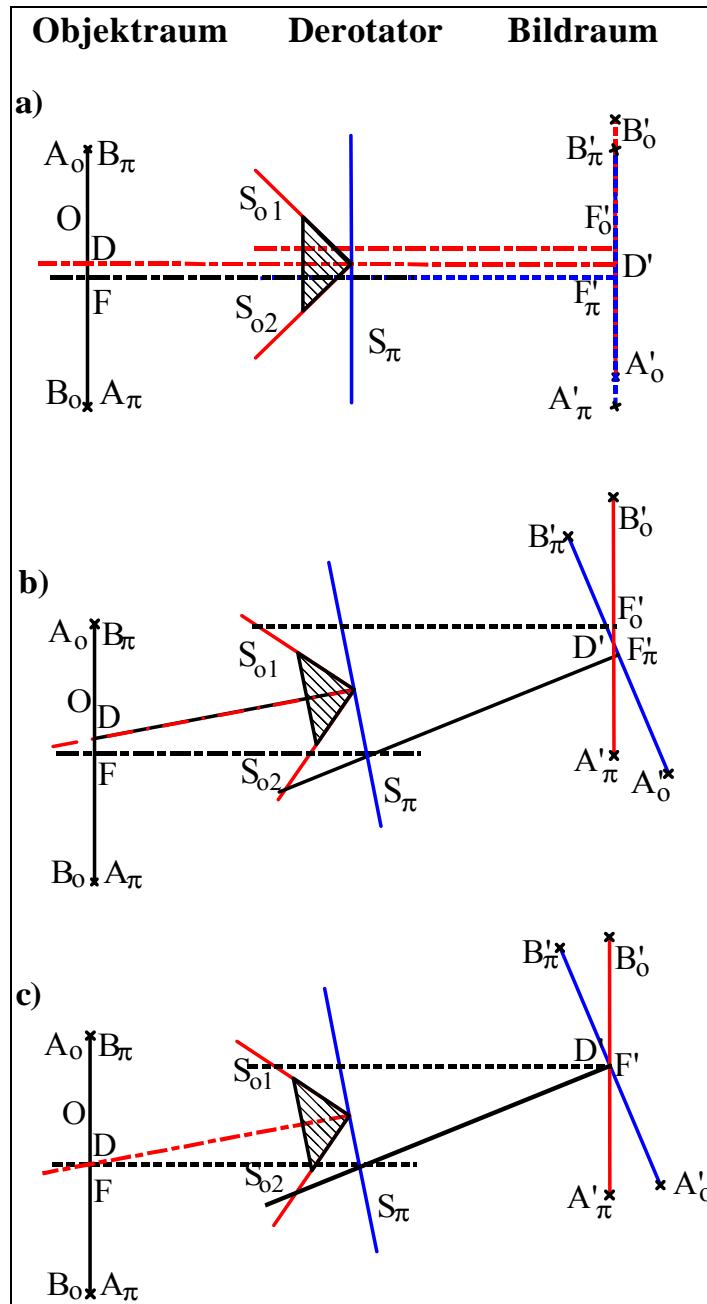
Dieses Konstruktionsmodell wird im Folgenden um weitere drei Fälle erweitert. Vom vorangegangenen idealen Fall ausgehend wird zunächst die Drehachse des Derotators senkrecht zur Ausrichtung der Objektdrehachse verschoben. Danach wird die Ausrichtung der Derotatorachse geändert und abschließend wird die Derotatorachse so angeordnet, dass sie die Objektdrehachse in der Ebene der Objektscheibe schneidet.



**Bild 17:** Schematische Darstellung der Spiegelung von Punkten A, B an zwei Drehwinkelpositionen des Derotatorprismas  $S_\pi$  und  $S_0$

Im Bild 18 ist das Rotor-Derotator-System schematisch in der Draufsicht skizziert. In der Objektebene gibt es nun weitere ausgezeichnete Punkte, den Schnittpunkt F mit der Rotationsachse  $R_O$  und den Schnittpunkt D mit der Derotatorachse  $R_D$ . Am Ort des Prismas sind wiederum die Spiegelebenen  $S_\pi$  und  $S_{O1}$  sowie  $S_{O2}$  eingezeichnet. An diesen Spiegelachsen ist das Objekt O mit seinen beiden Punkten A und B gespiegelt worden. Abhängig von der Winkelposition des Derotatorprismas wird das zu spiegelnde Objekt an zwei verschiedenen Orten abgebildet.

Folgende drei Fälle werden unterschieden. Im Bild 18a) ist der Fall skizziert, dass die Achsen  $R_O$  und  $R_D$  parallel zueinander ausgerichtet sind. Im Bild 18b) ist die Achse des Derotators beliebig zur Achse des Objekts ausgerichtet. Im Bild 18c) ist der Derotator mit seiner Symmetrie- bzw. Rotationsachse  $R_D$  so angeordnet, dass sich die beiden Rotationsachsen in der Objektebene schneiden, d.h. die Punkte F und D identisch sind.



**Bild 18: Konstruktion der Spiegelbilder in Abhängigkeit von der Winkelposition des Derotatorprismas ( $S_o$  bzw.  $S_\pi$ ) und drei verschiedenen Anordnungen relativ zum Objekt O**

Wenn das Derotatorprisma gedreht wird, dann führt das Spiegelbild eine Bewegung um den Fixpunkt  $D'$  aus. Somit sind alle Anordnungen ausgezeichnet, bei denen die Punkte  $F$  und  $D$  identisch sind oder mit anderen Worten, wenn die Symmetrieachse  $R_D$  des Derotators die Objektebene am Ort der Rotationsachse  $R_O$  schneidet. Der Öffnungswinkel des Präzessionskegels entspricht dann dem doppelten Winkel zwischen den Rotationsachsen von Objekt und Derotator.

## 6.5 Mathematische Modellierung des Rotor-Derotator-Systems

### 6.5.1 Vorbemerkung und Zielformulierung

Die mathematische Modellierung des Rotor-Derotator-Systems hat den Zweck, die Spiegelung eines Objekts in Abhängigkeit von der Position und der Ausrichtung des Derotators bei einer gegebenen Winkelposition des Derotatorprismas, auch unter der Einwirkung von Fehlereinflüssen, zu beschreiben.

Das mathematische Modell des Rotor-Derotator-Systems besteht schematisch aus einer einzigen Operation (siehe Bild 19). Diese Operation kann dargestellt werden als Koeffizientenmatrix  $S_G$ , die auf einen Eingabevektor  $\vec{p}$  angewandt wird und als Ergebnis den Ausgabevektor  $\vec{p}'$  liefert. Diese Operation besteht aus zwei Spiegelungen  $S_1$  und  $S_2$  an den im rechten Winkel zueinander angeordneten spiegelnden Seiten des rotierenden Reflexionsprismas. Die zu lösende Aufgabe besteht darin, in Abhängigkeit von der Position  $(x, y)$  und der Orientierung  $(\alpha, \beta)$  des Derotators sowie von der Winkelposition  $\omega_{Dt}$  des Derotatorprismas die Lage und Orientierung der beiden Spiegelebenen angeben zu können.

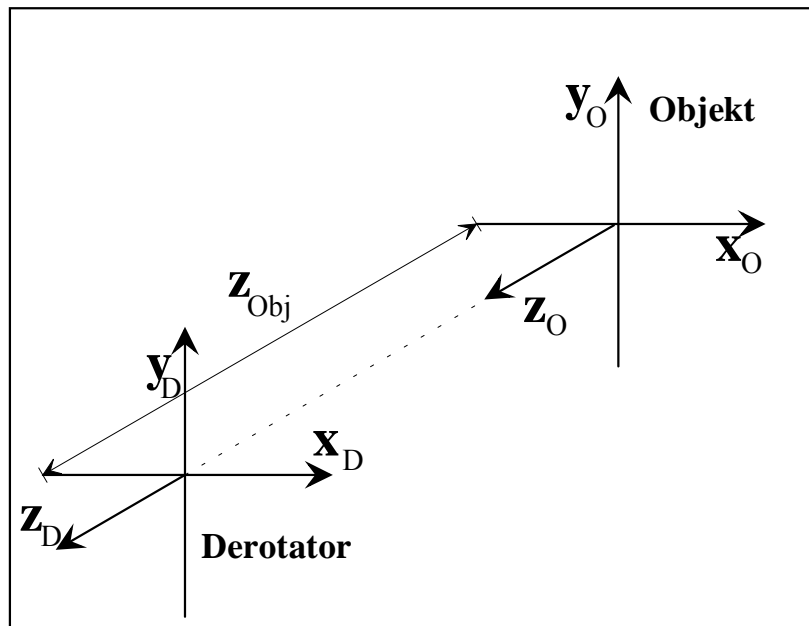


**Bild 19:** Schemadarstellung des mathematischen Modells des Rotor-Derotator-Systems

Die Entwicklung der Koeffizientenmatrix  $S_G$  wird in den nächsten Abschnitten erläutert.

### 6.5.2 Festlegung der Koordinatensysteme

Im mathematischen Modell des Rotor-Derotator-Systems wird zwischen zwei Koordinatensystemen unterschieden, dem Derotatorkoordinatensystem und dem Objektkoordinatensystem (= Laborkoordinatensystem). Das Derotatorkoordinatensystem ist mit dem Reflexionsprisma des Derotators verknüpft und hat seinen Ursprung im Schnittpunkt von Derotatordrehachse und der Dachkante des Reflexionsprismas. Das Laborkoordinatensystem wird festgelegt durch die Anordnung der Objektdrehachse, deren Ursprung sich in dem Schnittpunkt der Rotordrehachse mit einer geeigneten repräsentativen Ebene des Rotors befindet. Die Lage der Hauptebene des Rotors liegt im Abstand  $z_{Obj}$  vom Derotatorprisma entfernt. Die Nullposition des Derotatorkoordinatensystems bezeichnet den Fall, dass die Derotatordrehachse fluchtend zur Objektdrehachse verläuft. In Bild 20 sind die beiden Koordinatensysteme dargestellt.



**Bild 20: Festlegung von Derotator- und Objekt- (bzw. Labor-) koordinatensystem**

### 6.5.3 Beschreibung des Rotor-Derotator-Modells

Die Beschreibung des Rotor-Derotator-Modells erfolgt mit Hilfe homogener Koordinaten, die es erlauben, durch Hinzufügen einer weiteren Raumdimension, im dreidimensionalen Raum nichtlineare Abbildungen als lineare Abbildungen im vierdimensionalen Raum behandeln zu können /77/.

Der aktuelle Zustand des Derotators wird durch folgende Größen beschrieben:

- Position des Derotatorprismas  $\vec{D}$
- Orientierung der Prismendrehachse  $\vec{d}_p^0$  in Bezug auf die Z-Achse des Objektkoordinatensystems

Mit diesen beiden Größen wird die relative Lage und Orientierung des Derotatorkoordinatensystems in Bezug auf das Objektkoordinatensystem festgelegt. Sie lassen sich geschlossen berechnen, indem ein geeigneter Operator P auf den Nullvektor  $\vec{0}$  bzw. auf den Einheitsvektor  $\vec{z}^0$  angewandt wird. Dieser Operator P wird berechnet, indem geeignete Translationen T (22) und Rotationen  $\Omega$  (23 – 25) sukzessive auf einen Startvektor angewandt werden.

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$\Omega_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\Omega_y = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\Omega_z = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & 0 & 0 \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (25)$$

Sie werden durch die jeweilige Position der vier Bewegungsachsen (X, Y, A, B) des Tripods des Derotators vorgegeben und bestimmen die Position und Orientierung des Derotatorprismas.

$$P = T(d_x, d_y)T^{-1}(d_{zB}, d_{yB})\Omega_B T(d_{zB}, d_{yB})T^{-1}(d_{zA})\Omega_A T(d_{zA}) \quad (26)$$

Zu Beginn wird die A-Achse des Derotators um den Wert  $d_{zA}$  (siehe 6.2) entlang der Z-Achse des Derotatorkoordinatensystems verschoben, damit die Drehung  $\Omega_A$  um die A-Achse ausgeführt werden kann. Mit der Translation  $T^{-1}(d_{zA})$  wird die Translation  $T(d_{zA})$  wieder neutralisiert. Anschließend wird die B-Achse des Derotators mit  $T(d_{zB}, d_{yB})$  in den Ursprung des Derotatorkoordinatensystems verschoben, damit die Drehung  $\Omega_B$  um die B-Achse ausgeführt werden kann. Abschließend wird die B-Achse mit der Operation  $T^{-1}(d_{zB}, d_{yB})$  wieder an ihren Ausgangspunkt zurückgeschoben und mit der Operation  $T(d_x, d_y)$  die Position der linearen Achsen des Derotators eingestellt. Die Derotatormatrix P hat dann folgende Form:

$$P = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) \cdot \sin(\alpha) & -\sin(\beta) \cdot \cos(\alpha) & \sin(\beta) \cdot (d_{yB} \cdot \sin(\alpha) + d_{zB} \cdot (\cos(\alpha) - 1) + d_{zA}) + d_x \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & d_{yB}(1 - \cos(\alpha)) + d_{zB} \cdot \sin(\alpha) + d_y \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) & \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) & -\cos(\beta) \cdot (d_{yB} \cdot \sin(\alpha) + d_{zB} \cdot (\cos(\alpha) - 1) + d_{zA}) + d_{zA} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (27)$$



### 6.5.4 Position des Derotatorprismas

Die Position  $\vec{D}$  wird bestimmt durch Anwendung der Derotatormatrix P auf den Einheitsvektor der vierten Dimension des homogenen Koordinatensystems  $\vec{O}_h$  :

$$\vec{D} = P\vec{O}_h = P \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\beta) \cdot (d_{yB} \cdot \sin(\alpha) + d_{zB} \cdot (\cos(\alpha) - 1) + d_{zA}) + d_x \\ d_{yB} (1 - \cos(\alpha)) + d_{zB} \cdot \sin(\alpha) + d_y \\ -\cos(\beta) \cdot (d_{zB} \cdot \sin(\alpha) + d_{zB} \cdot (\cos(\alpha) - 1) + d_{zA}) + d_{zA} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (28)$$

### 6.5.5 Richtung der Symmetrieachse

Die Richtung  $\vec{d}$  der Symmetrie- bzw. Drehachse des Derotators wird bestimmt, indem auf einen Startvektor  $\vec{d}_0 = (0,0,-1,0)$  die Drehung  $\Omega_A$  der vertikalen A-Achse und Drehung  $\Omega_B$  der horizontalen B-Achse angewandt wird:

$$\vec{d} = P\vec{d}_0 = P \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\beta) \cdot \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ -\cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (29)$$

Die Derotatorachse kann jetzt analytisch als Gerade g durch den Ausdruck

$$g = \vec{D} + t\vec{d}, \quad t: \text{reelle Zahl} \quad (30)$$

beschrieben werden.

### 6.5.6 Gesamtspiegelmatrix

Die Gesamtspiegelung am Derotator im Laborkoordinatensystem setzt sich zusammen aus zwei Spiegelungen  $S_1$  und  $S_2$  an den beiden Spiegelflächen des Dachkantprismas, die zunächst im Derotatorkoordinatensystem dargestellt werden:

$$S_{1,2} = D_{1,2}^{-1} S_D^D D_{1,2} \quad (31)$$

Die Matrizen  $D_{1,2}$  enthalten die Einheitsvektoren eines orthonormalen Koordinatensystems, in denen die Spiegelmatrix die folgende einfache Form hat:

$$S_D^D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (32)$$

Die Matrizen  $D_1$  und  $D_2$  werden gebildet aus den Normalenvektoren  $\vec{n}_{1,2}$  der jeweiligen Spiegelebenen und zwei dazu orthogonalen Einheitsvektoren. Aufgrund der Voraussetzung, dass die beiden Spiegelebenen senkrecht zueinander stehen, ist der jeweils zweite Basisvektor der Normalenvektor der jeweils anderen Spiegelebene. Der dritte Vektor kann durch Bildung des Kreuzprodukts des ersten und zweiten Basisvektors gewonnen werden. Die dieses Orthonormalsystem beschreibenden Matrizen  $D_1$  und  $D_2$  besitzen dann folgende Spaltenvektoren:

$$D_1 = (\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_1 \times \vec{n}_2, \vec{h}_4) \quad (33)$$

und

$$D_2 = (\vec{n}_2, \vec{n}_1, \vec{n}_2 \times \vec{n}_1, \vec{h}_4) \quad (34)$$

Dabei wurde berücksichtigt, dass für quadratische Matrizen, die ein Orthonormalsystem beschreiben, die Invertierte  $D^{-1}$  gleich der Transponierten  $D^T$  ist. Die Gesamtspiegelmatrix  $S_G$  ist dann das Ergebnis der Multiplikation der Einzelmatrizen  $S_1$  und  $S_2$ :

$$S_G = S_1 S_2 \quad (35)$$

Nun kann die Abbildung eines Punkts  $\vec{p}$  der Objektebene durch Anwendung der Gesamtspiegelmatrix in den Punkt  $\vec{p}'$  der Abbildungsebene ausgeführt werden:

$$\vec{p}' = S_G \vec{p} \quad (36)$$

## 6.6 Diskussion der Ergebnisse

### 6.6.1 Ideale Derotation

Im Folgenden wird die in (6.5.3) erläuterte Folge von Schritten für den Spezialfall gezeigt werden, dass die Derotorachse mit der Objektdrehachse identisch ist. Es gilt also:

$$d_x = d_y = 0 \text{ und } \alpha = \beta = 0.$$

Geeignete Basen  $D_1$  und  $D_2$  zur Beschreibung der Spiegelung an den beiden reflektierenden Flächen des Derotorprismas können durch folgende Spaltenvektoren beschrieben werden:

$$D_1 = (\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_1 \times \vec{n}_2, \vec{h}_4) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega_D t) & -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega_D t) & \cos(\omega_D t) & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega_D t) & \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega_D t) & \sin(\omega_D t) & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$D_2 = (\vec{n}_2, \vec{n}_1, \vec{n}_2 \times \vec{n}_1, \vec{h}_4) = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega_D t) & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega_D t) & -\cos(\omega_D t) & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega_D t) & -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega_D t) & -\sin(\omega_D t) & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (38)$$

Dann lauten die Spiegelmatrizen  $S_1$  und  $S_2$ :

$$S_1 = D_1^T S_D^D D_1 = \begin{pmatrix} \cos^2(\omega_D t) & \cos(\omega_D t) \sin(\omega_D t) & -\sin(\omega_D t) & 0 \\ \cos(\omega_D t) \sin(\omega_D t) & \sin^2(\omega_D t) & \cos(\omega_D t) & 0 \\ -\sin(\omega_D t) & \cos(\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (39)$$

und

$$S_2 = D_2^T S_D^D D_2 = \begin{pmatrix} \cos^2(\omega_D t) & \cos(\omega_D t) \sin(\omega_D t) & \sin(\omega_D t) & 0 \\ \cos(\omega_D t) \sin(\omega_D t) & \sin^2(\omega_D t) & -\cos(\omega_D t) & 0 \\ \sin(\omega_D t) & -\cos(\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (40)$$

Die Gesamtspiegelmatrix  $S_G(d_x = d_y = 0, \alpha = \beta = 0)$  hat schließlich für die Nullposition die folgende Form:

$$S_G = S_1 S_2 = \begin{pmatrix} \cos(2\omega_D t) & \sin(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ \sin(2\omega_D t) & -\cos(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (41)$$

Sie hat folgende Eigenschaften: Die Matrix  $S_G$  ist eine symmetrische Matrix. Die Argumente der Winkelfunktionen haben den Wert des doppelten Phasenwinkels  $\omega_D$ , d.h. dass das Spiegelbild mit der doppelten Drehfrequenz rotiert. Die Z-Komponente wird negiert und die Abbildungsebene ist parallel zur Objektebene ausgerichtet.

Wenn diese Gesamtspiegelmatrix  $S_G$  auf einen in der Objektebene mit dem Abstand  $r_0$  vom Achsmittelpunkt rotierenden Punkt angewandt wird,

$$\vec{p}' = S_G \vec{p}(r_0, \omega_o) \quad (42)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} \cos(2\omega_D t) & \sin(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ \sin(2\omega_D t) & -\cos(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_0 \cos(\omega_o t) \\ r_0 \sin(\omega_o t) \\ -z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_0 \\ 0 \\ z \\ 1 \end{pmatrix}, \omega_o = 2\omega_D \quad (43)$$

dann wird genau dann dieser Punkt der Objektebene in der Abbildungsebene in einen Fixpunkt abgebildet, wenn seine Winkelgeschwindigkeit  $\omega_o$  genau der zweifachen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_D$  des rotierenden Reflexionsprismas des Derotators entspricht.

Ausgedrückt in kartesischen Koordinaten kann ein beliebiger Punkt  $\vec{p} = (x, y, -z, 1)$  ebenso derotiert werden:

$$\vec{p}' = S_G \Omega_z \vec{p} \quad (44)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} \cos(2\omega_D t) & \sin(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ \sin(2\omega_D t) & -\cos(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega_o t) & -\sin(\omega_o t) & 0 & 0 \\ \sin(\omega_o t) & \cos(\omega_o t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ -z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (45)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} x(\cos^2(2\omega_D t) + \sin^2(2\omega_D t)) + y(\cos(2\omega_D t)\sin(2\omega_D t) - \cos(2\omega_D t)\sin(2\omega_D t)) \\ -y(\cos^2(2\omega_D t) + \sin^2(2\omega_D t)) + x(\cos(2\omega_D t)\sin(2\omega_D t) - \cos(2\omega_D t)\sin(2\omega_D t)) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (46)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} x \\ -y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (47)$$

Aufbauend auf der mathematischen Beschreibung des Derotators kann nun wieder der Gedankengang aus (6.3.2) aufgenommen werden. Dort wurde argumentiert, dass sowohl ein rotierender Punkt  $\vec{r}_\omega$  am ruhenden Prisma  $S_{G_0}$  als auch ein ruhender Punkt  $\vec{r}_o$  am rotierenden Prisma  $S_{G_\omega}$  ein und dieselbe Ortskurve in der Abbildungsebene beschreiben kann. Mit Hilfe des vorliegenden Formalismus heißt das also:

$$S_{G_0}\vec{r}_\omega = S_{G_\omega}\vec{r}_o. \quad (48)$$

$$S_{G_0}\vec{r}_\omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_o \cos(\omega_o t) \\ -r_o \sin(\omega_o t) \\ -z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_o \cos(\omega_o t) \\ r_o \sin(\omega_o t) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (49)$$

$$S_{G_\omega}\vec{r}_o = \begin{pmatrix} \cos(2\omega_D t) & \sin(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ \sin(2\omega_D t) & -\cos(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_o \\ 0 \\ -z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_o \cos(2\omega_D t) \\ r_o \sin(2\omega_D t) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (50)$$

Anhand dieser Gleichheit kann im Folgenden überprüft werden, ob die möglichen zu diskutierenden Fälle eine vollständige Derotation erlauben.

### 6.6.2 Parallelverschiebung der Derotatorachse

Wenn mit Hilfe der translatorischen X- bzw. Y-Achse die Drehachse des Derotators gegenüber der Objektachse um die Beträge  $d_x$  bzw.  $d_y$  verschoben wird, dann wird innerhalb dieses Modells der zu spiegelnde Objektpunkt um den jeweiligen negativen Betrag verschoben. Das wird durch die Translationsmatrix T dargestellt:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -d_x \\ 0 & 1 & 0 & -d_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (51)$$

Die Spiegelvorschrift lautet dann

$$\vec{p}' = S_G T(d_x, d_y) \vec{p} \quad (52)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} \cos(2\omega_D t) & \sin(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ \sin(2\omega_D t) & -\cos(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r \cos(\omega_O t) - d_x \\ r \sin(\omega_O t) - d_y \\ -z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (53)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} \cos(2\omega_D t) & \sin(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ \sin(2\omega_D t) & -\cos(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r \cos(\omega_O t) - d_x \\ r \sin(\omega_O t) - d_y \\ -z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (54)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} r - d_x \cdot \cos(2\omega_D t) - d_y \cdot \sin(2\omega_D t) \\ -d_x \cdot \sin(2\omega_D t) + d_y \cdot \cos(2\omega_D t) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (55)$$

Der gespiegelte Objektpunkt  $\vec{p}'$  beschreibt im Bildraum des rotierenden Reflexionsprismas einen Kreis mit dem Radius

$$R = \sqrt{d_x^2 + d_y^2}. \quad (56)$$

### 6.6.3 Montagefehler des Prismas

Nun soll angenommen werden, dass die Dachkante des Reflexionsprismas seitlich versetzt im Abstand  $d_D$  zum Mittelpunkt der Drehachse des Derotators montiert wurde. Zur Realisierung dieser Variation kann das Objektkoordinatensystem eine Rotation relativ zum De-

rotatorkoordinatensystem entlang eines Kreises mit dem Radius  $2d_D$  und der Kreisfrequenz  $\omega_D$  des Derotatorprismas ausführen oder aber das Derotatorprisma führt diese Kreisbewegung mit einem Radius von  $d_D$  aus. Der besseren Übersichtlichkeit halber wurde die erste Möglichkeit gewählt. Der Faktor 2 ist dabei notwendig, weil die Verschiebung einer Spiegelebene um eine Längeneinheit die Positionsänderung des gespiegelten Punkts um zwei Längeneinheiten bewirkt (siehe auch 6.3.4)

$$\vec{p}' = S_G T^{-1}(2d_D) \Omega_z T(-2d_D) \vec{p}_\omega \quad (57)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} \cos(2\omega_D t) & \sin(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ \sin(2\omega_D t) & -\cos(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r \cos(\omega_D t) + 2d_D \cdot \cos(\omega_D t) \\ r \sin(\omega_D t) + 2d_D \cdot \sin(\omega_D t) \\ -z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (58)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} r + 2d_D (\cos(\omega_D t) \cdot \cos(2\omega_D t) + \sin(\omega_D t) \cdot \sin(2\omega_D t)) \\ 2d_D (\cos(\omega_D t) \cdot \sin(2\omega_D t) - \sin(\omega_D t) \cdot \cos(2\omega_D t)) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (59)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} r + 2d_D \cdot \cos(\omega_D t) \\ 2d_D \cdot \sin(\omega_D t) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (60)$$

Resultat ist, dass jeder Punkt der Objektebene, im ideal justierten Fall bei Vorhandensein eines Montagefehlers  $d_D$  des Derotatorprismas, einen Kreis mit dem Radius  $2d_D$  beschreibt. Im Gegensatz zur Parallelverschiebung der Derotatorachse gegenüber der Objektachse bewegt sich das Objekt in der Bildebene des Reflexionsprismas mit der Kreisfrequenz  $\omega_D$  des Derotators und nicht mit der Kreisfrequenz  $\omega_O$  des Objekts.

#### 6.6.4 Parallelverschiebung der Derotatorachse und Montagefehler des Prismas

Im Folgenden wird die Auswirkung der beiden zuletzt separat untersuchten Fehlerquellen kombiniert untersucht. Der mit einem Montagefehler  $d_D$  versehene Derotator wird um den Wert  $d_x$  horizontal verschoben:

$$\vec{p}' = S_G T(d_x) T^{-1}(2d_D) \Omega_z T(-2d_D) \vec{p}_\omega \quad (61)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} \cos(2\omega_D t) & \sin(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ \sin(2\omega_D t) & -\cos(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r \cos(2\omega_D t) + 2d_D \cdot \cos(\omega_D t) + d_x \\ r \sin(2\omega_D t) + 2d_D \cdot \sin(\omega_D t) \\ -z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (62)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} r + 2d_D (\cos(\omega_D t) \cdot \cos(2\omega_D t) + \sin(\omega_D t) \cdot \sin(2\omega_D t)) + d_x \cdot \cos(2\omega_D t) \\ 2d_D (\cos(\omega_D t) \cdot \sin(2\omega_D t) - \sin(\omega_D t) \cdot \cos(2\omega_D t)) + d_x \cdot \sin(2\omega_D t) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (63)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} r + 2d_D \cdot \cos(\omega_D t) + d_x \cdot \cos(2\omega_D t) \\ -2d_D \cdot \sin(\omega_D t) + d_x \cdot \sin(2\omega_D t) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (64)$$

In /71/ wird die Pascalsche Schnecke als Sonderform einer Kurve vierter Ordnung in folgender Parameterdarstellung beschrieben:

$$\begin{aligned} x &= a \cdot \cos^2 t + b \cdot \cos t \\ y &= a \cdot \cos t \cdot \sin t + b \cdot \sin t \end{aligned} \quad (65)$$

Mit den Umformungen

$$\cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1 \quad (66)$$

und

$$\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x) \quad (67)$$

folgt dann für das Ergebnis )

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} r + 2d_D \cdot \cos(\omega_D t) + 2dx \cdot \cos^2(\omega_D t) - dx \\ -2d_D \cdot \sin(\omega_D t) + 2dx \cdot \sin(\omega_D t) \cos(\omega_D t) \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Pascalsche Schnecke wird durch die Überlagerung zweier Kreisbewegungen hervorgerufen, deren Winkelgeschwindigkeiten das Verhältnis zwei zu eins haben und deren



Form durch deren Amplituden festgelegt wird. Damit hat die Parallelverschiebung  $d_x$  die Funktion des Koeffizienten  $a$  und der Montagefehler  $d_D$  hat die Funktion des Koeffizienten  $b$ .

### 6.6.5 Fehlerbehaftete Synchronisation zwischen Objekt- und Derotatordrehzahl

Es ist gezeigt worden, dass die ideale Derotation genau dann auftritt, wenn die Drehzahl des Objekts den doppelten Wert der Drehzahl des Derotatorprismas besitzt. Zur Analyse des Einflusses einer fehlerbehafteten Synchronisation wird die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  des rotierenden Objekts durch den Ausdruck  $2\varepsilon\omega_D$  ersetzt. Dabei ist  $\varepsilon$  eine reelle Zahl.

$$\vec{p}' = S_G \vec{p}_{\varepsilon\omega} \quad (68)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} \cos(2\omega_D t) & \sin(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ \sin(2\omega_D t) & -\cos(2\omega_D t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \cos(2\varepsilon\omega_D t) \\ r \sin(2\varepsilon\omega_D t) \\ -z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (69)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} r \cos(2\omega_D t) \cos(2\varepsilon\omega_D t) + r \sin(2\omega_D t) \sin(2\varepsilon\omega_D t) \\ r \sin(2\omega_D t) \cos(2\varepsilon\omega_D t) - \cos(2\omega_D t) \sin(2\varepsilon\omega_D t) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (70)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} r \left( \frac{1}{2} (\cos(2\omega_D t(1-\varepsilon)) \cos(2\omega_D t(1+\varepsilon))) + r \sin(2\omega_D t) \sin(2\varepsilon\omega_D t) \right) \\ r \sin(2\omega_D t) \cos(2\varepsilon\omega_D t) - \cos(2\omega_D t) \sin(2\varepsilon\omega_D t) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (71)$$

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} r \left( \frac{1}{2} (\cos(2\omega_D t(1-\varepsilon)) + \cos(2\omega_D t(1+\varepsilon))) + \frac{1}{2} (\cos(2\omega_D t(1-\varepsilon)) - \cos(2\varepsilon\omega_D t(1+\varepsilon))) \right) \\ r \left( \frac{1}{2} (\sin(2\omega_D t(1-\varepsilon)) + \sin(2\omega_D t(1+\varepsilon))) - \frac{1}{2} (\sin(2\omega_D t(\varepsilon-1)) - \sin(2\varepsilon\omega_D t(\varepsilon+1))) \right) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (72)$$

Für den gespiegelten Punkt  $\vec{p}'$  liegt dann folgendes Ergebnis vor:

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} r \cos(2\omega_D t(1-\varepsilon)) \\ r \sin(2\omega_D t(1-\varepsilon)) \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (73)$$

Für den ideal gekoppelten Fall, d.h. in diesem Zusammenhang, dass der Koeffizient  $\varepsilon = 1$  ist, ist das Ergebnis identisch mit (43).

Je nachdem, ob  $\varepsilon$  größer oder kleiner als eins ist, beschreibt der jeweils betrachtete Punkt eine Kreisbahn mit positivem oder negativem Drehsinn. Übertragen auf die gesamte beobachtete Szene bedeutet das, dass das gesamte Spiegelbild des rotierenden Objekts mit der Drehfrequenz  $(1-\varepsilon)$  rotiert.

Es wurde gezeigt, dass die mathematische Beschreibung des Derotators für die ausgewählten Spezialfälle die quantitativen Ergebnisse liefert, die die bisher qualitativ erhaltenen Ergebnisse des zweidimensionalen Modells verifizieren. Für die Betrachtung allgemeiner Fälle wird im nächsten Kapitel die Entwicklung des Derotator-Simulationsprogramms behandelt.

## **6.7 Entwicklung des Derotator-Simulationsprogramms**

### **6.7.1 Ausgangsüberlegungen**

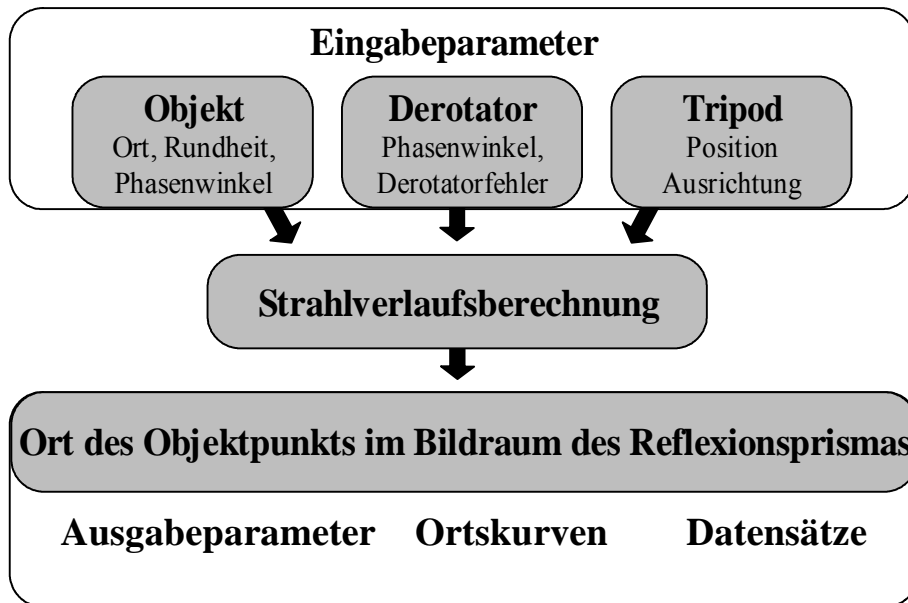
Wenn mit dem experimentellen Aufbau (siehe Bild 5) gearbeitet wird, dann kann auf dem Monitor des Bildverarbeitungssystems das von der elektronischen Kamera aufgenommene Bild des Objekts beobachtet werden. Im gekoppelten Derotationsbetrieb und beliebig zur Objektdrehachse ausgerichteter Derotatorachse kann allgemein ein bewegtes Objekt beobachtet werden. Wie die vorangegangene theoretische Untersuchung zeigte, ist diese Objektbewegung von folgenden Einflussgrößen bestimmt:

- Position des Derotators
- Ausrichtung des Derotators
- Rundlaufeigenschaften des beobachteten Objekts
- Rundlaufeigenschaften des Derotators
- Position des Reflexionsprismas relativ zur Drehachse des Derotators (Derotatorfehler)
- Drehzahlkopplung zwischen Objekt und Derotator

Zur Separation und Analyse aller dieser Einflussgrößen auf das Rotor-Derotator-System wurde auf der Grundlage des in (6.5) und (6.6) hergeleiteten mathematischen Formalismus ein Rechnerprogramm entwickelt, das als Ergebnis den Ort der derotierten Punkte des rotierenden Objekts im Bildraum des Derotators liefert. Die Programmstruktur ist im Bild 21 grafisch dargestellt.

### **6.7.2 Beschreibung des Programms**

Das Programm ist entsprechend den Funktionen Parametereingabe bzw. Bedienung, der Berechnung und der Informationsausgabe in drei Teile gegliedert (siehe Bild 21). Nach dem Start des Programms beginnt die Simulation mit einem Satz von Anfangsparametern und auf dem Bildschirm werden die Orte einer ausgewählten Menge von zu spiegelnden Punkten der Objektoberfläche dargestellt. Genau so, wie die Schrittmotore des Derotator-Tripods per Steuerhebel bedient werden, werden per Cursor-Tasten der Tastatur die Schrittmotoreinstellungen geändert und auf dem Bildschirm werden unverzüglich die Ortskurven der Objektpunkte dargestellt.



**Bild 21: Struktur des Derotator-Simulationsprogramms**

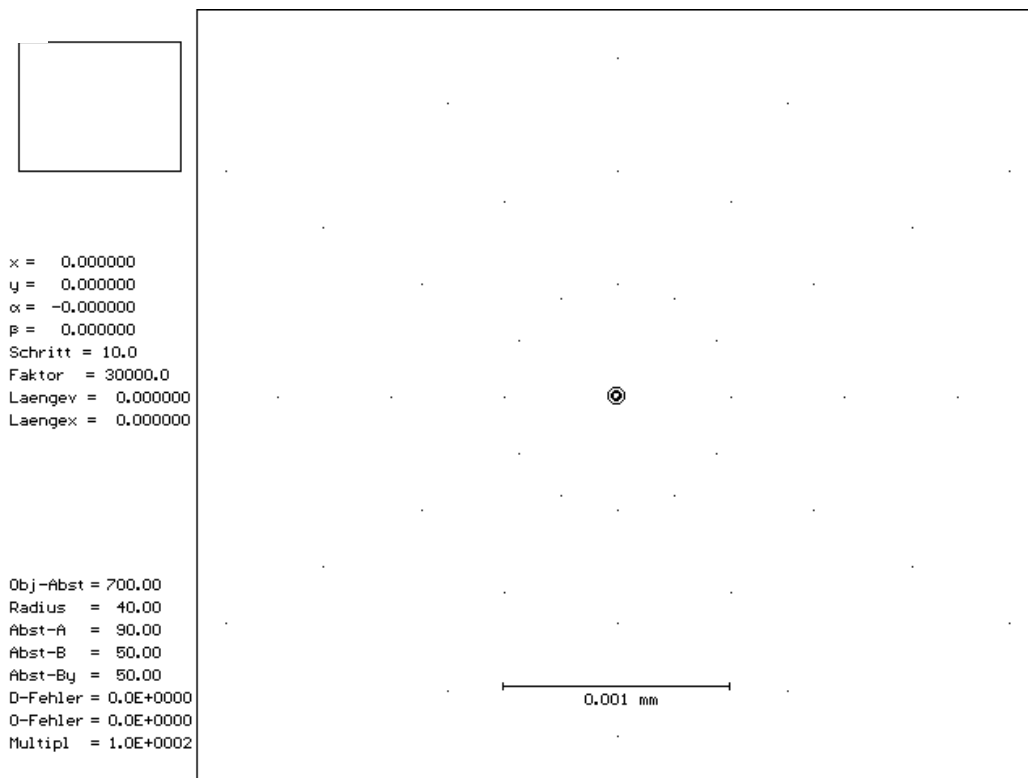
Die Monitorausgabe eines typischen Programmzustands ist in Bild 23 dargestellt. Der rechte Teil des Monitors stellt die Bildebene des Derotators dar. Die Ausdehnung der beobachteten Szene wird durch den Parameter "Radius" festgelegt und beträgt in den dargestellten Beispielen immer 40 mm. Die in Kreisen angeordneten Ortskurven repräsentieren Objektpunkte auf jeweils gleichem Radiuskreis mit den Werten 10, 20, 30 und 40 mm. Der Maßstab der Darstellung der Ortskurven ist variabel einstellbar und wird durch den Skalierbalken im unteren Teil des Bildfensters angegeben. Im Zentrum befinden sich drei Kreise, die die Positionen der Rotorachse (groß), der Derotatorachse (mittel) und den Schnittpunkt der Derotatorachse in der Objektebene (klein) darstellen. Im linken Teil des Monitors befinden sich Informationen über den aktuellen Satz von Derotatorparametern. In der linken oberen Ecke befindet sich ein Fenster, in dem der Verlauf der Ausdehnung von Ortskurven dargestellt wird.

Die Programmparameter gliedern sich in die konstruktiv vorgegebenen geometrischen Längen der horizontalen und vertikalen Drehachsen des Tripods relativ zum Ursprung des Koordinatensystems, die Definition der Fehlereinflüsse, die Position der Bewegungsachsen des Tripods und in Skalierparameter zur Festlegung der Schrittweiten der Bewegungsachsen und des Abbildungsmaßstabs des Bildschirms. Ist ein geeigneter Satz von Parametern ausgewählt worden, dann kann nicht nur visuell das Verhalten der Objektpunkte beurteilt werden, sondern es gibt noch die Möglichkeit, über eine einstellbare Anzahl von Berechnungsschritten über eine ganze Umdrehung des Derotatorprismas die kartesischen Koordinaten der gespiegelten Objektpunkte in Dateien zu speichern.

## 6.7.3 Simulationsergebnisse

### 6.7.3.1 Ideale Drehbewegungen

Wenn das zu untersuchende Objekt und der Derotator ideale Rotationsbewegungen ausführen und die Rotationsachsen von Rotor und Derotator identisch sind, dann werden die Punkte der Rotoroberfläche in Fixpunkte im Bildraum des Derotators überführt. Dieser Programmzustand ist in Bild 22 dargestellt. Die Positionen der Bewegungsachsen X und Y betragen  $x = y = 0$  und die Richtungen der Drehachsen A und B betragen  $\alpha = \beta = 0$ . Dieser Fall ist in (6.6.1) dargestellt worden (siehe (42) und (43)). Für die Ausdehnung der Ortskurven wird "Laengex = 0" und "Laengev = 0" ausgegeben. Der Wert "Laengex" ist die maximale Ausdehnung einer Ortskurve in horizontaler Koordinatenrichtung und der Wert "Laengev" ist die Bahnlänge einer Ortskurve.

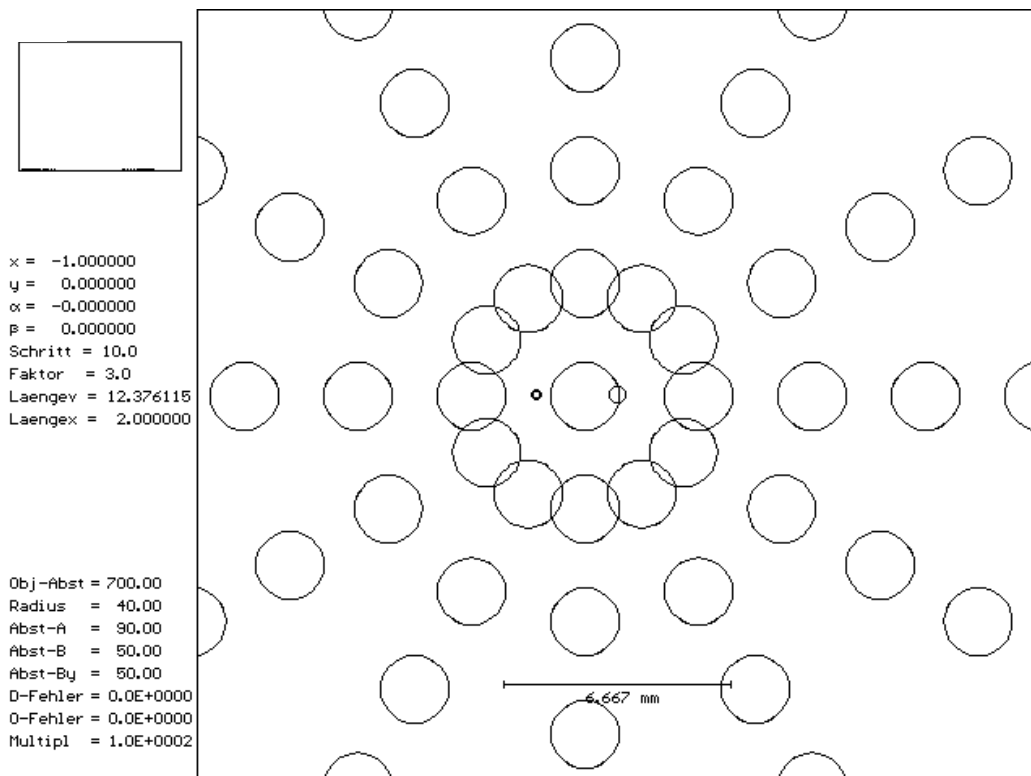


**Bild 22: Programmzustand bei Identität von Rotor- und Derotatorachse**

Die Verschiebung bzw. Drehung einer oder mehrerer Bewegungsachsen des Tripods lässt das Objekt kreisende Bewegungen im Bildraum des Derotators ausführen. Bei dem in Bild 23 dargestellten Beispiel wurde die X-Achse des Tripods um einen Millimeter verschoben. Dieser Fall ist in (6.6.2) dargestellt worden:

$$\vec{p}' = S_G T(d_x, d_y) \vec{p}_\omega \quad (74)$$

Das Ergebnis dieser eingeführten Verschiebung ist, dass alle betrachteten Objektpunkte synchrone Kreisbewegungen ausführen. Die Größe "Laengex = 2.0000" gibt an, dass der Durchmesser der Ortskurven gleich dem doppelten Abstand der parallel zueinander ausgerichteten Rotor- und Derotatorachsen ist. Die Größe "Laengev", deren Wert etwa gleich  $4\pi$  ist, gibt an, dass während einer vollen Umdrehung des Derotators die Ortskurve zweimal durchlaufen wurde.

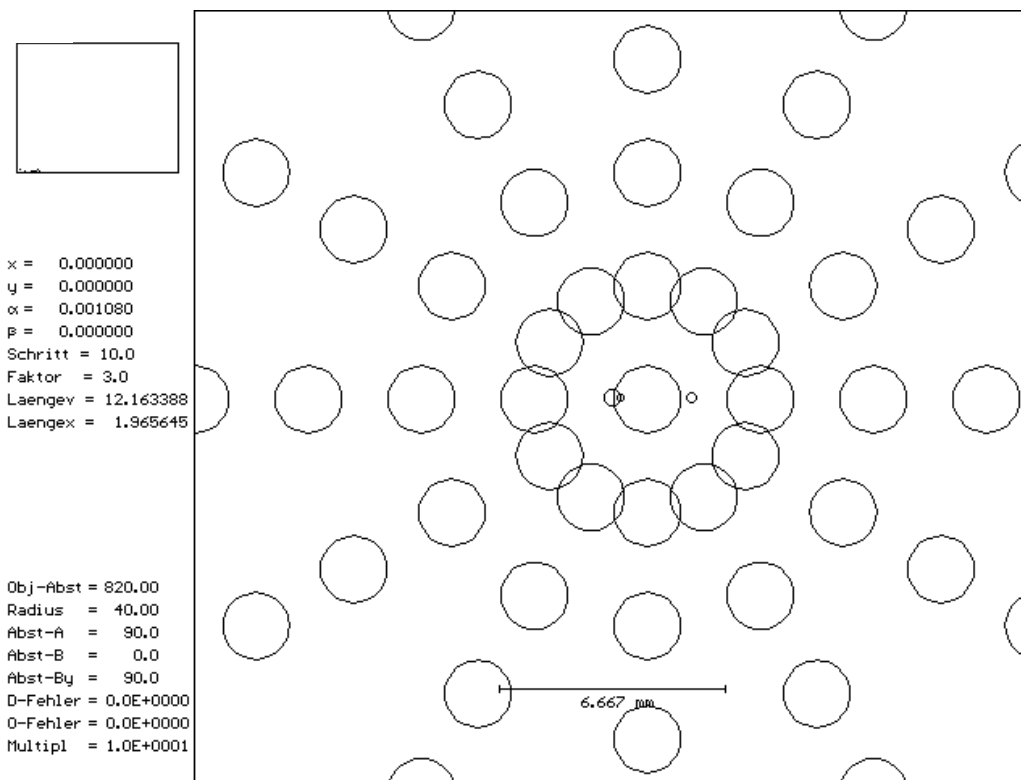


**Bild 23: Typischer Programmzustand bei parallel zueinander ausgerichteter Rotor- und Derotatorachse**

Im Bild 24 ist der Programmzustand nach einer Drehung um die vertikale A-Achse um 47 Schritte, entsprechend einem Winkel von  $\alpha = 1,08$  mrad, dargestellt:

$$\vec{p}' = S_{G0} T^{-1}(d_{zA}) \Omega_A T(d_{zA}) \vec{p} \quad (75)$$

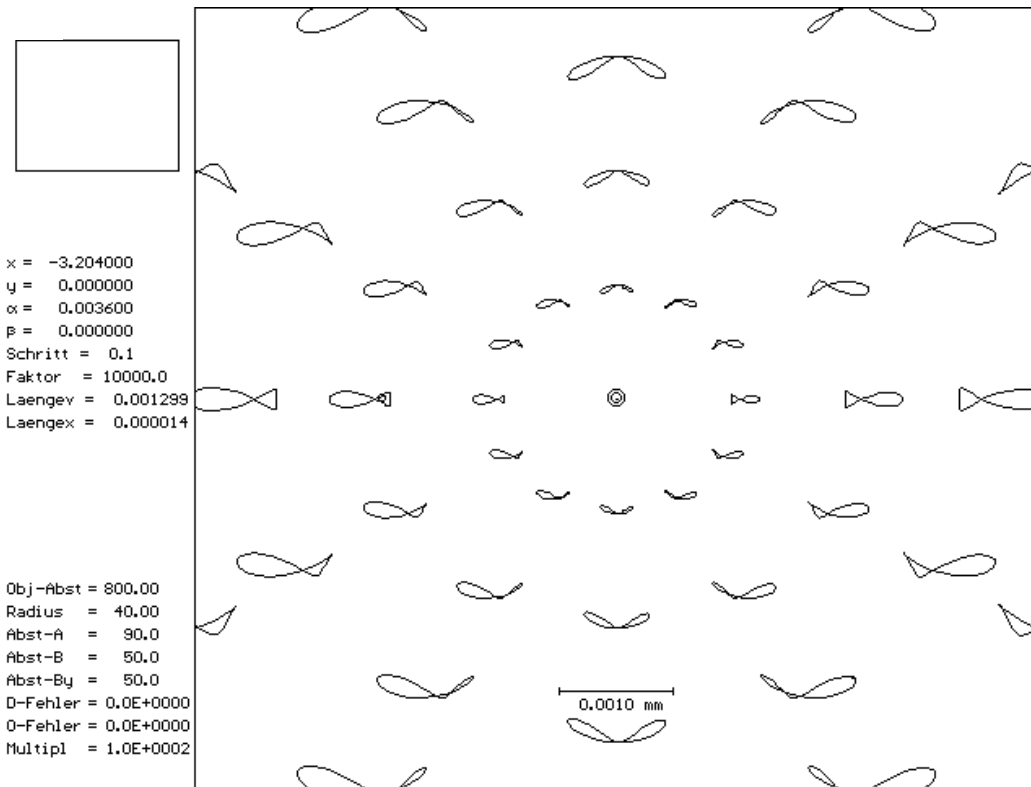
Das Spiegelbild des rotierenden Objekts im Bildraum des Derotators führt in der Projektion auf die Beobachtungsebene des Programm-Bildschirms die gleiche optische Bewegung aus, wie sie auch mit der in Bild 23 dargestellten Parallelverschiebung des Derotators erreicht wurde. Der Einfluss der Ausrichtung des Derotator-Tripods ist im Gegensatz zur Parallelverschiebung auch abhängig vom Abstand  $z_{Obj}$  zwischen Rotor und Derotator.



**Bild 24: Programmzustand nach Drehung der A-Achse um 47 Schritte**

Nun kann begonnen werden, die Derotatorachse mit Hilfe der Bewegungsachsen zu verstimmen, d.h. beliebig zur Drehachse des Rotors auszurichten. Der Grad der Verstimmung kann durch die Ausdehnung der entstehenden Ortskurven kontrolliert werden. Wird der Derotator z.B. um die Tripodachsen A oder B gedreht, dann kann mit den translatorischen Achsen X bzw. Y seine Position so verändert werden, dass der Schnittpunkt seiner Symmetrieachse mit der Objektebene in Richtung des Drehzentrums des rotierenden Objekts verschoben wird. Dazu gibt es auf dem Bildschirm drei Kreismarkierungen. Der größte der drei Kreise legt den Mittelpunkt des Rotors fest. Der kleinste der drei Kreise markiert den in die Beobachtungsebene projizierten Ort des Derotatorprismas und der dritte Kreis liegt genau auf dem Ort, wo die Symmetrieachse des Derotators die Objektebene schneidet.

Es kann zu jeder beliebigen Ausrichtung  $\vec{d}$  der Derotatorachse eine Position  $\vec{D}$  des Derotators gefunden werden, bei der die Ausdehnung bzw. Länge der resultierenden Ortskurven minimal werden. Bei diesem Fall schneidet die Symmetrieachse des Derotatorprismas die Objektebene genau in der Objektdrehachse. Zukünftig wird dieser Zustand, bei dem sich die Symmetrieachse des Derotatorprismas und die Objektdrehachse in der Objektebene schneiden, der verstimmt justierte Zustand genannt.



**Bild 25: Programmzustand im verstimmt justierten Fall (horizontale Bewegungsachsen)**

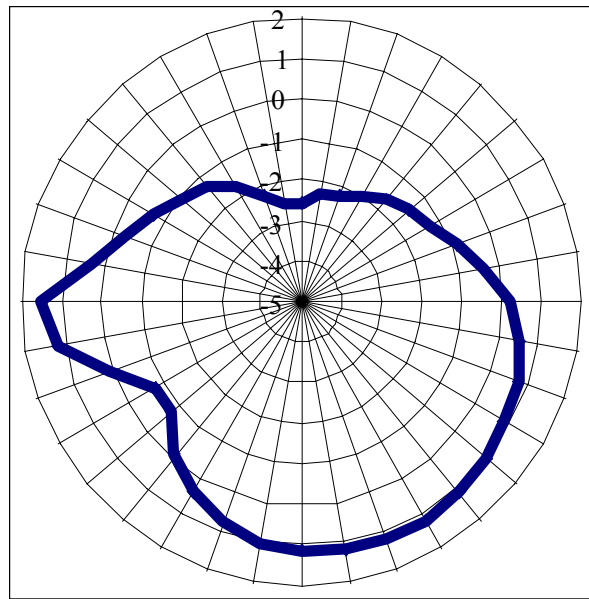
Bei mikroskopischer Betrachtung der Simulationsergebnisse in einer stark vergrößerten Darstellung (vgl. Skalierbalken im Bild 25) entarten die kreisförmigen Ortskurven zu den im Bild 25 dargestellten Ortskurven. Die Ausdehnung auf dem 30 mm Radiuskreis beträgt ca. 1  $\mu\text{m}$ . Sie nimmt proportional mit dem Radius zu. Jeder Punkt der rotierenden Objekt-oberfläche bewegt sich im Spiegelbild auf einer eigenen Ortskurve, d.h. dass das derotierte Objekt einer ständigen optischen Verformung unterliegt. Dieser Effekt resultiert daraus, dass die Ebene der rotierenden Objekt-oberfläche nicht parallel zur Gesamtspiegelebene des Reflexionsprismas ausgerichtet ist. Die Vorzugsrichtung der Ortskurven liegt parallel zur Ebene, die von den Drehachsen des Rotors und des Derotators aufgespannt wird.

Diese Art der Derotation kann mit dem im experimentellen Aufbau eingesetzten Derotator im Gegensatz zum Simulationsprogramm so nicht eingestellt werden, weil die Einstellung der Bewegungsachsen bei der Simulation mit kleineren Schrittweiten  $\Delta x$  bzw.  $\Delta y$  ausgeführt wurde, als die konstruktiv vorgegebenen Bewegungen je Schritt der eingesetzten Bewegungsachsen es zulassen.



### 6.7.3.2 Fehlerbehaftete Drehbewegungen

Der Einfluss eines realen Rundlaufverhaltens und einer mit Toleranzen behafteten Montage des Reflexionsprismas wurde bereits in 6.3.4 und 6.5.4 theoretisch untersucht. Darüber hinaus können mit dem Simulationsprogramm auch kompliziertere Derotationszustände durchgerechnet werden. Es kann z.B. ausgearbeitet werden, wie sich bestimmte charakteristische Ortskurven in Abhängigkeit der Eingabeparameter entwickeln.

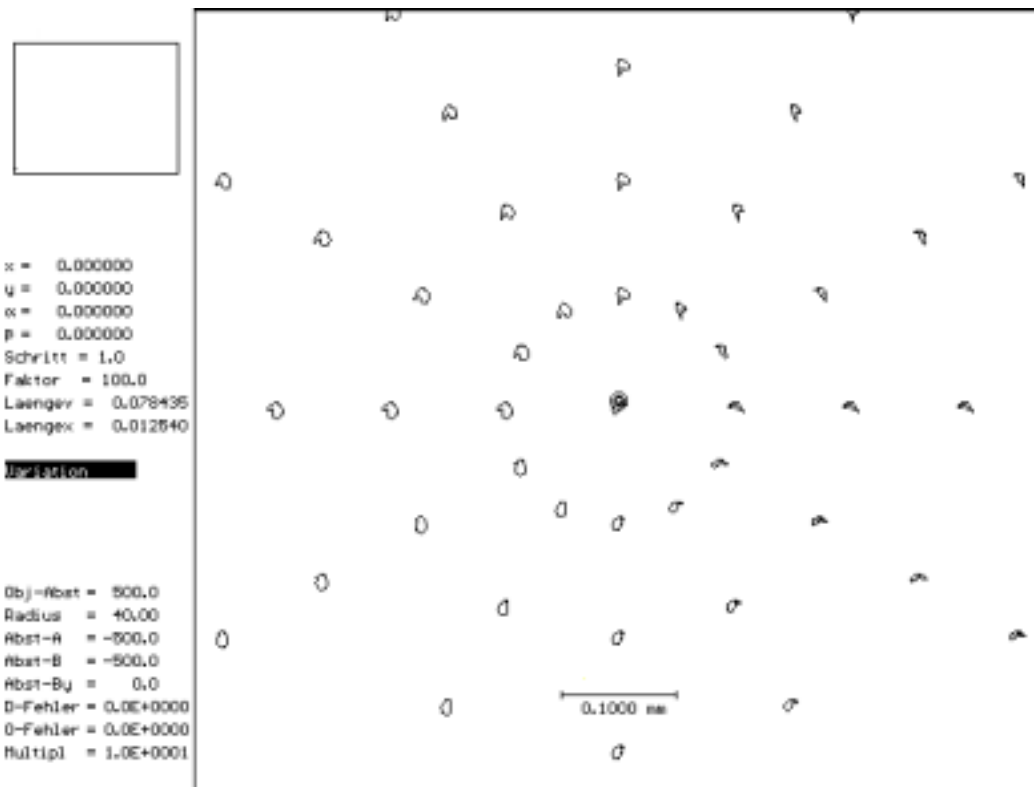


**Bild 26: Gemessenes Rundlaufverhalten der eingesetzten Objektspindel  $r(\omega_0 t)/\mu\text{m}$**

Das Rundlaufverhalten  $r(\omega_0 t)$  der im experimentellen Aufbau eingesetzten Objektspindel wurde mit einem hochauflösenden Sensor vermessen /76/ (siehe Bild 26). Die dabei erhaltene Kennlinie des charakteristischen Rundlaufverhaltens  $r(\omega_0 t)$  wurde in das Simulationsprogramm so implementiert, dass die Objektdrehachse sich während einer Umdrehung entlang der in Bild 26 dargestellten Kennlinie bewegt. Die Berechnung erfolgt gem. (76).

$$\vec{p}' = S_G T^{-1}(r(\omega_0 t)) \Omega_z T(r(\omega_0 t)) \vec{p} \quad (76)$$

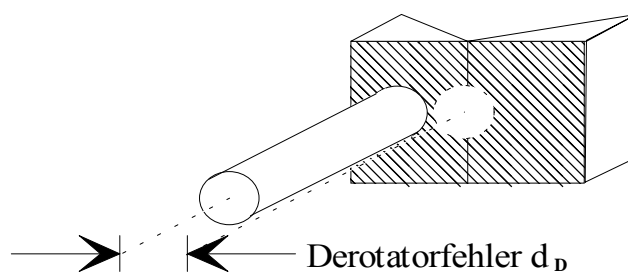
Im Bild 27 ist das Simulationsergebnis dargestellt, wenn im idealen Derotationszustand das reale Rundlaufverhalten  $r(\omega_0 t)$  der eingesetzten Objektdrehachse berücksichtigt wird. Das Spiegelbild des rotierenden Objekts führt dann im Bildraum des Derotators eine Bewegung aus, in der sich das implementierte Rundlaufverhalten abbildet.



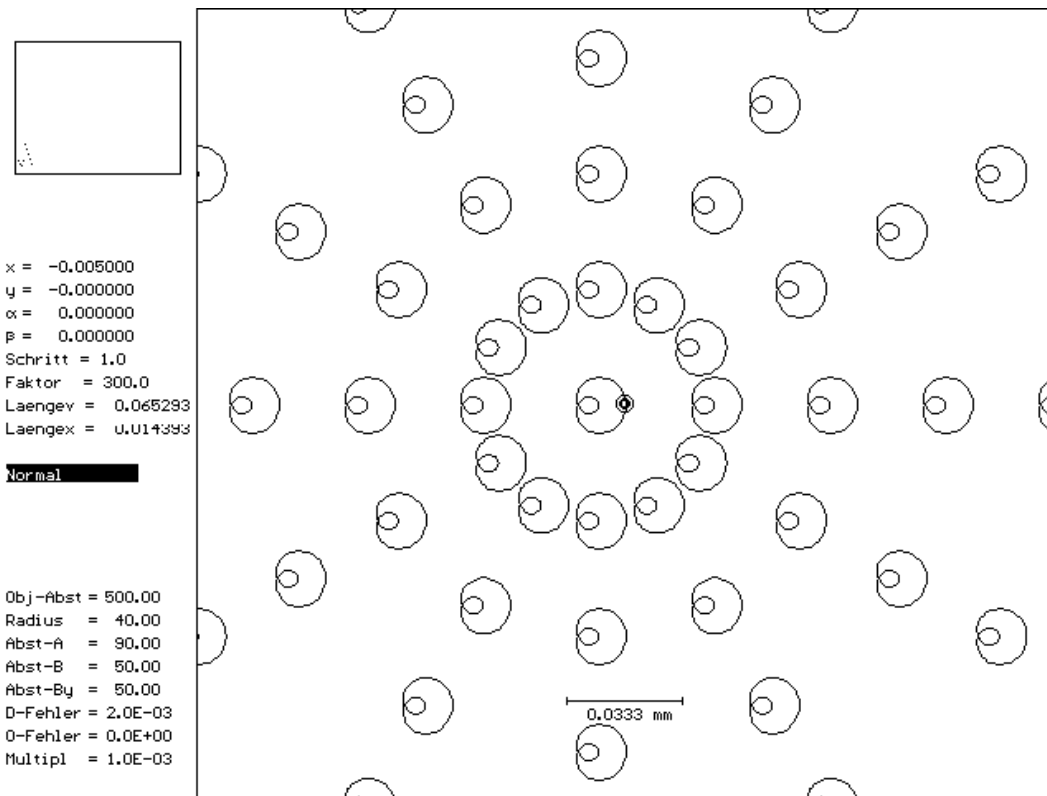
**Bild 27:** Programmzustand mit realen Rundlaufeigenschaften der Objektspindel im ideal justierten Fall

### 6.7.3.3 Montagetoleranz des Derotatorprismas

Es wurde der Fall untersucht, welche Auswirkung eine fehlerbehaftete Montage des Reflektionsprismas auf der Derotatorachse auf das derotierte Spiegelbild hat. Im Bild 28 ist der implementierte Derotatorfehler schematisch dargestellt. Die untersuchten Werte lagen in der Größenordnung von Mikrometern.

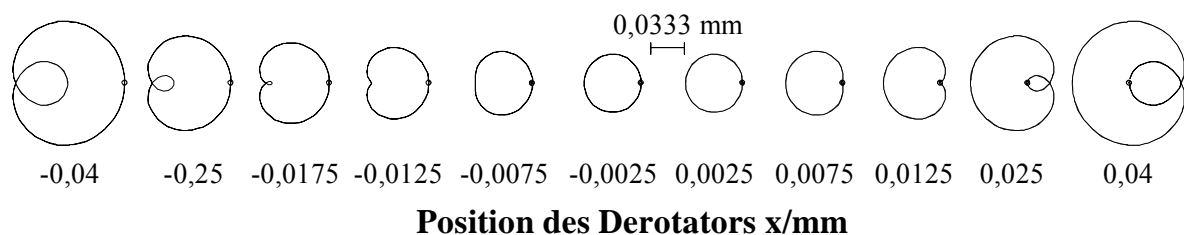


**Bild 28:** Schema des im Derotator-Simulationsprogramm implementierten Derotatorfehlers  $d_D$



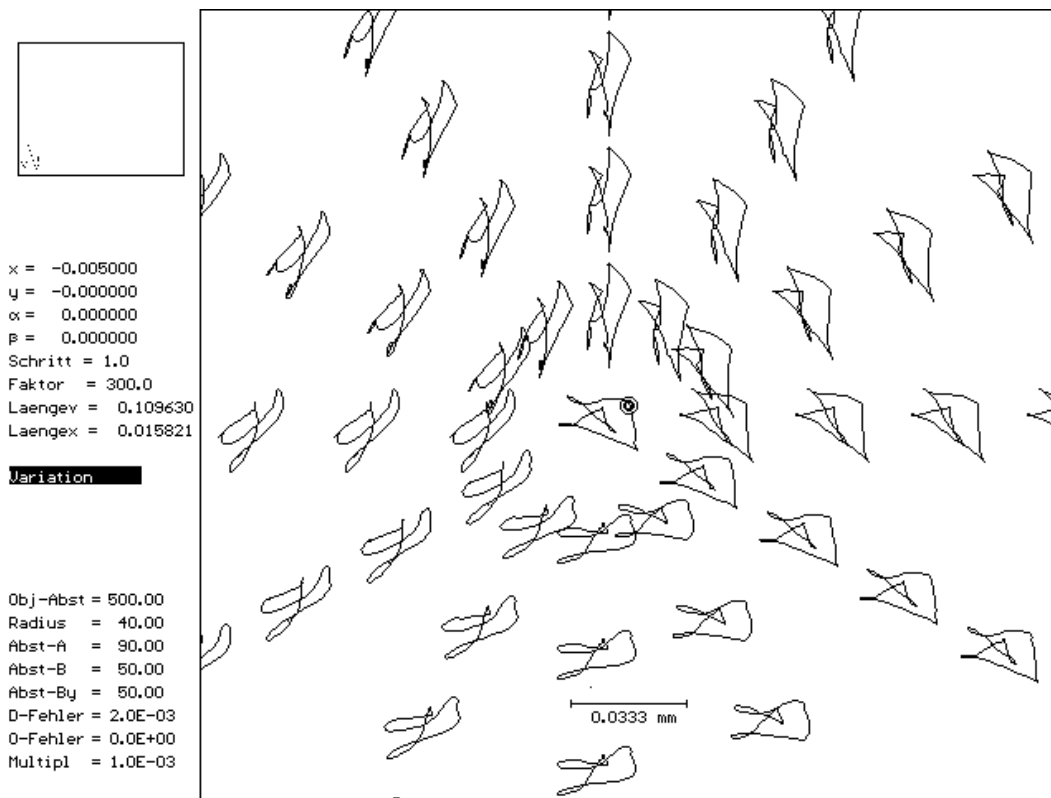
**Bild 29:** Programmzustand im verstimmt justierten Fall unter Berücksichtigung der realen Rundlaufeigenschaften der eingesetzten Objektspindel

Im Bild 30 ist eine Folge von Ortskurven dargestellt, die mit einem vorgegebenen Derotatorfehler  $d_D = 10 \mu\text{m}$  entstanden sind. Im ideal justierten Fall bewegt sich der betrachtete Punkt auf einer Kreisbahn, die sich infolge einer Verschiebung des Derotatorkopfs zu Pascalschen Schnecken entwickelt (siehe Bild 15 und Bild 29). Die Ausrichtung der Symmetrieachse der Pascalschen Schnecken orientiert sich wiederum an der von den Drehachsen des Objekts und des Derotators aufgespannten Ebene.



**Bild 30:** Folge von Ortskurven mit einem Derotatorfehler von  $d_D = 10 \mu\text{m}$  in Abhängigkeit von der Position der X-Achse

Bei dem in Bild 31 gezeigten Programmzustand sind alle bisher diskutierten Effekte überlagert worden. Diese Ortskurven ändern sich in Abhängigkeit der Achsenpositionen und in Abhängigkeit von den Winkelbeziehungen von Rotor und Derotator sehr stark. Bezüglich der Regel, dass für eine vollständige Aufhebung der Drehbewegung das Spiegelbild der physikalischen Bahnkurve mit der Ortskurve eines Punkts bei rotierendem Derotatorprisma übereinstimmen muss, ist bei allen diskutierten Fällen verletzt gewesen. Nur der Fall des idealen Zustands, bei dem die Rotationsachsen von Untersuchungsobjekt und Derotator identisch gleich sind, erfüllt diese Regel.



**Bild 31: Programmzustand mit Translation, realen Rundlaufeigenschaften und einem Montagefehler  $d_D = 1 \mu\text{m}$**

## 6.8 Dreidimensionale Datenfelder

Bisher wurden die durch den Derotator gespiegelten Punkte des rotierenden Objekts in eine Beobachtungsebene projiziert. Dies ist ein sinnvolles Mittel, um die bisher betrachteten Eigenschaften des Rotor-Derotator-Systems zu untersuchen und verstehen zu können. Weil das Rotor-Derotator-System innerhalb eines interferometrischen Aufbaus zum Einsatz kommen soll, werden während des rotierenden Betriebs auftretende Bewegungen des Spiegelbilds zu optischen Weglängenänderungen innerhalb des Interferometers führen. Daher ist es für die weitere Behandlung des Problems notwendig, die dreidimensionalen

Koordinatenpunkte des in den Bildraum des Derotators gespiegelten derotierten Objekts zu kennen.

Statt die mit dem Derotator-Simulationsprogramm berechneten gespiegelten Punkte auf dem Bildschirm darzustellen, können sie auch in Form kartesischer Koordinatenpunkte zur externen Verwendung in eine Datei geschrieben werden. Dazu werden immer Serien von Datenfeldern berechnet. Die Serien durchlaufen dabei mit definierbarer Schrittweite immer eine volle Umdrehung des Derotatorprismas. Es werden  $K$  Datenfelder, bestehend aus  $N$  Zeilen (y-Koordinate) und  $M$  Spalten (x-Koordinate) berechnet. Die Zahl  $K$  ist die definierbare Anzahl von Winkelpositionen  $\omega_D t_k$  des Derotatorprismas. Die Erweiterung von Gl. (36) lautet dann:

$$\vec{p}'_{i,j,k} = S_{G,k} \vec{p}_{i,j}, \quad k = 0, \dots, K-1; i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M \quad (77)$$

und der Phasenwinkel  $\omega_D t_k$  ist:

$$\omega_D t_k = 2\pi \frac{k}{K} \quad (78)$$

Die Gesamtspiegelmatrix  $S_{G,k}$  enthält die Koeffizienten des zu betrachtenden Falles (vgl. 6.6). Es haben sich drei Darstellungsarten als zweckmäßig erwiesen. Die erste Darstellungsart  $P_A$  enthält die absoluten kartesischen Koordinatenpunkte.

$$P_A = \vec{p}'_{i,j,k} \quad (79)$$

Bei der zweiten Darstellungsart  $P_R$  wird das erste Datenfeld als Referenzfeld betrachtet und in alle folgenden Datenfelder werden die Änderungen der Position aller Punkte der Objektebene bezüglich dieser Objektebene geschrieben:

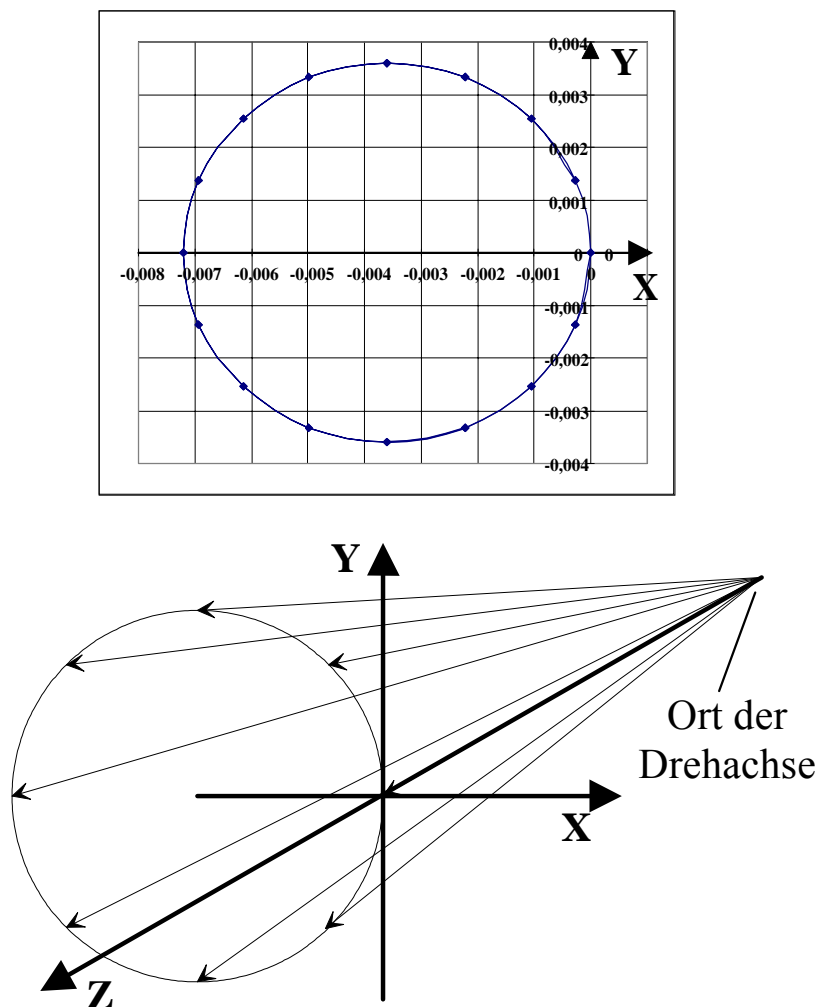
$$P_R = \vec{p}'_{i,j,k} - \vec{p}'_{i,j,0} \quad (80)$$

In der dritten Darstellungsart  $P_D$  werden immer die Änderungen der Koordinatenwerte zweier aufeinanderfolgender Winkelpositionen geschrieben:

$$P_D = \vec{p}'_{i,j,k} - \vec{p}'_{i,j,k-1}; k = 1, \dots, K-1 \quad (81)$$

Diese Datenfelder  $P_A$  repräsentieren die Spiegelbilder des rotierenden ebenen Objekts und sind in den betrachteten Fällen immer Ebenen. Von diesen Ebenen wurden die Normaleneinheitsvektoren bestimmt. Die Ortskurve dieser Normaleneinheitsvektoren ist in Bild 32 grafisch dargestellt. Die A-Achse des Derotators war um  $3,6 \text{ mrad}$  ( $= 100$  Schritte der Bewegungsachse) gegenüber der Z-Achse des Laborkoordinatensystems in der Horizontalen verstimmt worden. Bei senkrecht stehendem Derotatorprisma ist die Ebene des Spiegelbilds parallel zur Ebene des Objekts ausgerichtet. Folglich liegt der Normalenvektor der Ebene des Spiegelbilds parallel zur Z-Richtung des Laborkoordinatensystems.

Bei waagrecht stehendem Derotatorprisma hat der Normalenvektor des Spiegelbilds die spiegelsymmetrische Ausrichtung zur Ausrichtung der Derotatorachse. Das Spiegelbild liegt in einer Ebene, deren Normalenvektor bezüglich der Symmetrieachse des Derotators



**Bild 32:** Grafische Darstellung der Ortskurve der Normaleneinheitsvektoren der Spiegelbilder während eines Derotatorumlaufs

um den doppelten Winkel geneigt ist, den diese zur Ausrichtung der Objektachse einschließt (siehe Bild 18).

## **6.9 Zusammenfassung der Ergebnisse der Analyse des Rotor-Derotator-Systems**

Bis hierher wurde die Analyse der Eigenschaften des Derotators in vier Schritten durchgeführt (siehe Bild 7).

Ausgehend von der technischen Beschreibung eines vorhandenen Derotators (6.2) und daran anschließenden geometrischen Überlegungen (6.3 und 6.4) wurde das exakte mathematische Modell des Rotor-Derotator-Systems erarbeitet (6.5 und 6.6). Damit wurde die Voraussetzung geschaffen, ein Derotator-Simulationsprogramm zu entwickeln. Die Arbeit mit diesem Simulationsprogramm (6.7) ermöglichte

- die Untersuchung dreidimensionaler Fälle,
- die Erkennung von Systematiken,
- die Separation unterschiedlicher Fehlereinflüsse und
- die Erzeugung von Datenfeldern.

Diese Datenfelder bilden im weiteren Verlauf dieser Arbeit die Datenbasis für die qualitative und quantitative Analyse des interferometrischen Aufbaus innerhalb eines derartigen Rotor-Derotator-Systems.

Die gegenseitige Anordnung von Derotator und Rotor, die als verstimmt justierter Fall bezeichnet wurde, soll als interessantestes Ergebnis im weiteren Verlauf der Arbeit experimentell näher untersucht werden. Die zu beantwortenden Fragen sind, welche Konsequenzen diese Aufbaukonfiguration für einen interferometrischen Aufbau nach sich zieht und ob es eine Justierstrategie gibt, den Idealzustand herstellen zu können.

## 7 Rotor-Derotator-Interferometer-System

### 7.1 Vorbetrachtung

Im vorangegangenen Kapitel dieser Arbeit wurden die grundlegenden Gesetzmäßigkeiten eines Reflexionsbildderotators entwickelt und dessen Eigenschaften bezüglich eines Rotors untersucht. Im Mittelpunkt der dortigen Betrachtung stand das Verhalten der gespiegelten Oberflächenpunkte eines rotierenden Objekts im Bildraum des rotierenden Reflexionsprismas des Derotators. In diesem Kapitel wird das bisher betrachtete Rotor-Derotator-System innerhalb eines interferometrischen Aufbaus eingesetzt. Dieser aus einem Rotor, einem Derotator und einem elektronischen Speckle-Interferometer bestehende experimentelle Aufbau wurde in (6) konzipiert und beschrieben. Er dient dazu, die in (7) erhaltenen Ergebnisse der theoretischen Untersuchung des Rotor-Derotator-Systems mit den Zielen experimentell verifizieren zu können, dass sowohl optimierte Justierstrategien für den experimentellen Aufbau, als auch ein optimierter Messkopf zur interferometrischen Untersuchung rotierender Bauteile, entwickelt werden kann.

Die Untersuchung dieses Rotor-Derotator-Interferometer-Systems gliedert sich in vier Schritte (siehe Bild 34):

- Anordnung der Aufbaukomponenten
- Interferometrische Untersuchung der Justierqualität des Systems
- Interpretation der erhaltenen Interferenzmuster bzw. Phasenbilder
- Systematisierung

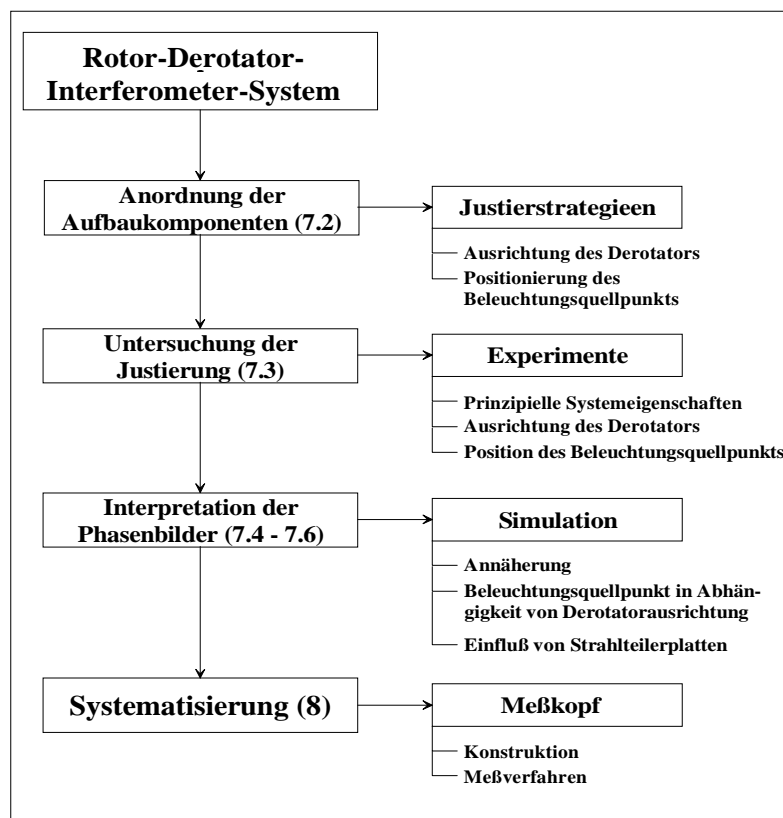
Mit Hilfe geeigneter Justierstrategien soll im ersten Schritt eine rationelle und effiziente Möglichkeit geschaffen werden, die bisher im Labormaßstab sehr zeitaufwendige Positionierung und Ausrichtung des Derotators gegenüber dem rotierenden Objekt (7.2.1) und die anschließende Justierung der optimalen Position des Beleuchtungsquellpunkts des Interferometers (7.2.2), entscheidend zu verbessern.

Im zweiten Schritt wird das im experimentellen Aufbau eingesetzte elektronische Speckle-Interferometer für die direkte Untersuchung der Qualität der Justierung des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems genutzt. Mit Hilfe des in (7.3) formulierten Experiments werden systematische Untersuchungen vorgenommen, um mit der Auswertung von Phasenbildern die wechselseitigen Einflüsse der Anordnung der Komponenten des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems ermitteln zu können (7.4).



Die zuvor erhaltenen experimentellen Ergebnisse werden im dritten Schritt analysiert und interpretiert. Dazu werden parallel zur experimentellen Untersuchung auch Simulationsmethoden eingesetzt. Die mit dem Derotator-Simulationsprogramm errechneten Datenfelder (6.8) werden als Objektänderungsdaten eines Interferenzmuster-Simulationsprogramms eingesetzt (7.4). Die experimentelle Überprüfung der theoretischen Simulationen zeigte zu große Unterschiede der Ergebnisse. Deshalb musste zusätzlich der Einfluss der im experimentellen Aufbau eingesetzten Strahlteilerplatten auf die optischen Weglängenänderungen im interferometrischen Aufbau während einer Objektumdrehung in die Simulationen einbezogen werden (7.6).

Im vierten Schritt schließlich werden alle im Rahmen dieser Untersuchung erarbeiteten Erkenntnisse genutzt, um einen Konstruktionsvorschlag für einen optimierten Messkopf sowie des zugehörigen Messsystems zur kontinuierlichen Vermessung des Eigenschwingungsverhaltens rotierender Bauteile zu entwickeln (8).



**Bild 33: Gliederung des Kapitels "Rotor-Derotator-Interferometer-System"**

## **7.2 Gegenseitige Anordnung der Komponenten des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems**

In diesem Kapitel werden zwei geeignete Justierstrategien erläutert, mit denen der Derotator auf das rotierende Objekt ausgerichtet werden kann. Abschließend wird erläutert, wie der Beleuchtungsquellpunkt S des eingesetzten interferometrischen Aufbaus innerhalb des Rotor-Derotator-Systems positioniert wird.

Im Gegensatz zum Derotator-Simulationsprogramm (6.7), in dem die Lage und Orientierung von Rotor und Derotator innerhalb ihres Koordinatensystems absolut festgelegt werden kann, gibt es im experimentellen Aufbau (5.5) keinen konstruktiv vorgegebenen Referenzort des Derotators. Die Geometrie des Aufbaus wird festgelegt durch die Lagerung der Objektdrehachse. Der Derotator muss dann zur Orientierung der Objektdrehachse ausgerichtet werden und abschließend muss der Beleuchtungsquellpunkt S des interferometrischen Aufbaus so positioniert werden, dass er - gefaltet über einen Strahlteilerspiegel - exakt auf der gemeinsamen Rotor-Derotatorachse liegt.

Das Untersuchungsobjekt ist für diese Grundlagenuntersuchung eine ebene Scheibe mit einem Durchmesser von 80 mm. Diese Scheibe kann so auf einer qualitativ hochwertigen Spindel montiert werden, dass die Nabe 75 mm aus der Scheibenebene herausragt. Die theoretische Analyse des Rotor-Derotator-Systems zeigte (6), dass eine Aufhebung der Drehbewegung nur dann erreicht werden kann, wenn sowohl Rotor als auch Derotator identische mechanische Eigenschaften haben. Das ist nur dann zu erreichen, wenn beide Komponenten möglichst ideale Rundlaufeigenschaften haben und das Reflexionsprisma optimal mit seiner Symmetrieachse kollinear zu seiner Drehachse ausgerichtet ist.

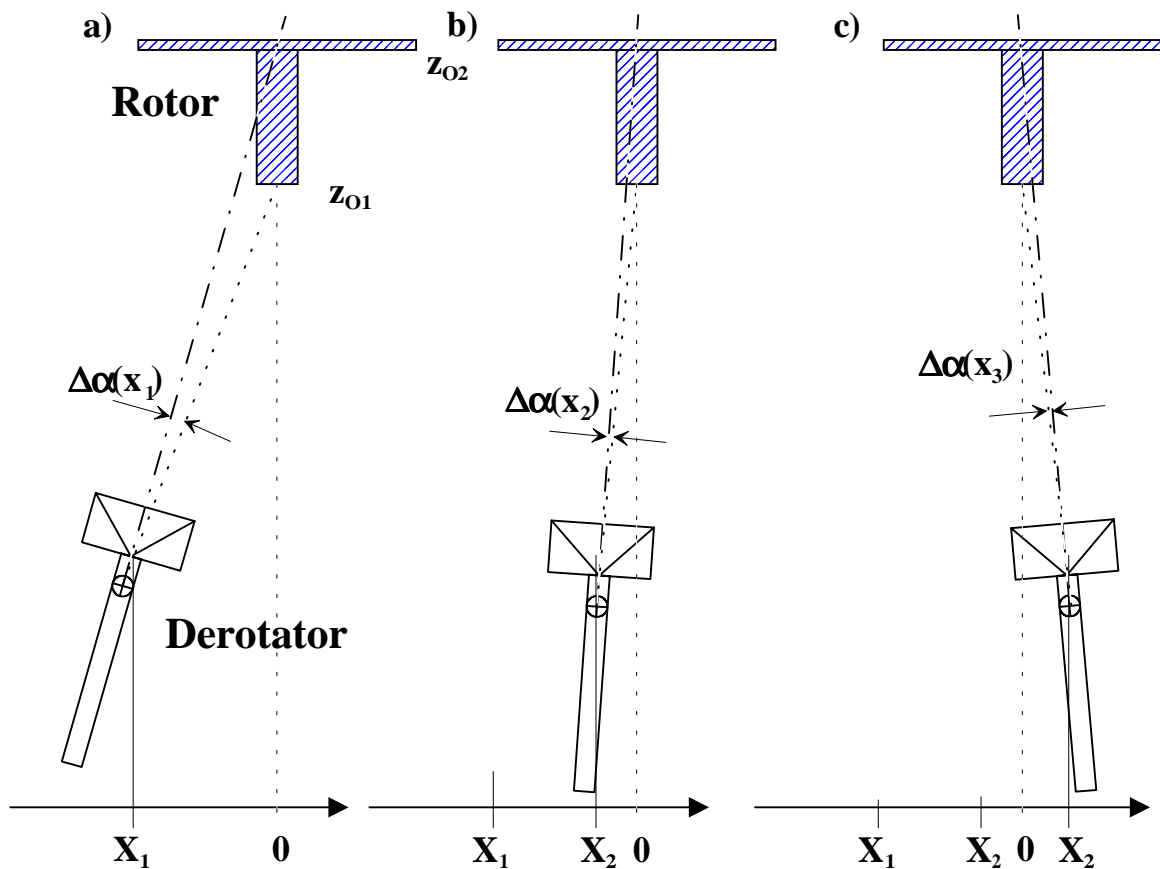
Zur Minimierung störender Vibrationen muss der gesamte Aufbau schwingungsisoliert gegenüber der Außenwelt und in sich stabil und verwindungssteif ausgelegt werden.

### **7.2.1 Positionierung und Ausrichtung des Derotators**

Mit Hilfe der theoretischen Überlegungen in (6.6.2) und der Ergebnisse der Simulationsrechnungen wurde bereits ermittelt, dass im gekoppelten Derotatorbetrieb mit Hilfe der vier Bewegungsachsen zur Positionierung und Ausrichtung der Derotatorachse auf die Objektrotorachse mit unendlicher Vielfalt ein stabiler Zustand erreicht werden kann. Das ist dann der Fall, wenn die gedachte Verlängerung der Derotatordrehachse die beobachtete Objektebene am Ort des Drehzentrums der Objektdrehachse schneidet. Dieser Fall wurde der verstimmt justierte Fall genannt (6.6.2). Mikroskopisch führt im verstimmt justierten Fall jeder Objektpunkt während der Rotation des Objekts eine eigene Ortskurve aus.

Die Ausdehnung dieser Ortskurven ist abhängig vom Abstand der betrachteten Objektpunkte vom Drehzentrum und vom Neigungswinkel der beiden Rotationsachsen.

Das wichtigste Ziel ist folglich die Minimierung der Neigungswinkel  $\alpha$  (horizontal) und  $\beta$  (vertikal) zur Herstellung des optimalen Falls. Die Größe dieser Neigungswinkel ist messbar, wenn das zu untersuchende rotierende Objekt in zwei verschiedenen Objektebenen  $z_{01}$  (Nabe der Spindel) und  $z_{02}$  (Oberfläche der Scheibe) im gekoppelten Derotatorbetrieb nacheinander in den verstimmt justierten Fall gebracht werden. Beispielhaft soll dies in der x-z-Ebene erläutert werden. Im Bild 34 sind drei geometrische Anordnungen schematisch in der Draufsicht dargestellt. Wenn die X-Achse des Tripods des Derotators in eine links vom Rotor liegende Position  $x_1$  verfahren wird, können mit Hilfe der A-Achse nacheinander die Objektebenen  $z_{01}$  und  $z_{02}$  in den verstimmt justierten Zustand gebracht werden. Die Differenz der Winkelpositionen  $\Delta\alpha$  zwischen beiden Zuständen ist dann ein Maß für die X-Position der Derotatorachse relativ zur Rotorachse. Bei sehr kleinen Neigungswinkeln  $\Delta\alpha$  sind die Ortskurven beider Objektebenen  $z_{01}$  und  $z_{02}$  gleichzeitig minimal. Wenn nun systematisch die Winkeländerung für eine hinreichend große Zahl von Positionen der



**Bild 34:** Grafische Darstellung der Justierstrategie zur Ausrichtung der Symmetrieachse des Derotators auf die Drehachse des Rotors

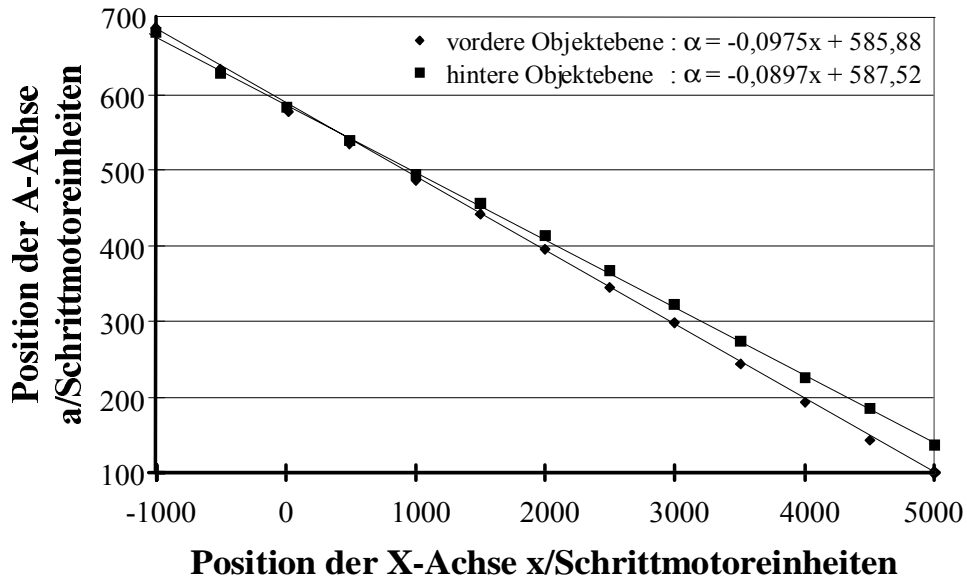
X-Achse ermittelt und grafisch dargestellt wird, (siehe Tabelle 3 und Bild 35) dann kann die exakte Position der X-Achse für einen Neigungswinkel  $\Delta\alpha \approx 0$  ermittelt werden.

**Tabelle 3: Daten zur Ausrichtung der Derotatorachse auf die Objektachse**

		Winkelposition der A-Achse bei Z <sub>O1</sub> /Schrittmotoreinheiten					Winkelposition der A-Achse bei Z <sub>O2</sub> /Schrittmotoreinheiten				
		A <sub>N1</sub>	A <sub>N2</sub>	A <sub>N3</sub>	A <sub>N4</sub>	A <sub>N5</sub>	A <sub>S1</sub>	A <sub>S2</sub>	A <sub>S3</sub>	A <sub>S4</sub>	A <sub>S5</sub>
Position der X-Achse/Schrittmotoreinheiten	5000	98	100	100	102	105	134	135	136	137	138
	4500	140	141	143	143	143	177	184	185	185	192
	4000	188	191	192	195	200	220	220	227	229	231
	3500	238	240	244	246	246	268	270	275	276	277
	3000	296	297	298	299	302	322	321	322	322	323
	2500	343	343	343	344	346	364	365	365	369	371
	2000	393	393	393	398	398	412	412	415	415	416
	1500	439	442	442	443	447	454	455	456	459	460
	1000	484	487	488	488	489	492	493	495	496	498
	500	533	533	534	534	538	535	537	538	541	543
	0	574	574	581	581	582	579	583	584	587	587
	500	630	632	632	636	636	626	627	628	629	631
1000	684	686	691	691	692	679	674	682	686	688	

In dem dargestellten Beispiel für die Ermittlung der optimalen X-Position wurden für alle vorgegebenen X-Positionen die zugehörigen Positionen der A-Achse jeweils fünf Mal bestimmt, weil die Derotatorposition im verstimmten justierten Fall vom subjektiven Eindruck des Betrachters für eine minimale Objektbewegung abhängt. Im Bild 35 sind die so darauf hin berechneten Mittelwerte grafisch dargestellt worden. Aus den angegebenen Koeffizienten der Interpolationsgeraden kann der Schnittpunkt  $X(\Delta\alpha \approx 0)$  bestimmt werden:

$$X(\Delta\alpha \approx 0) = \frac{586 - 588}{(-0,0897) - (-0,0975)} \cong 210 \quad (82)$$

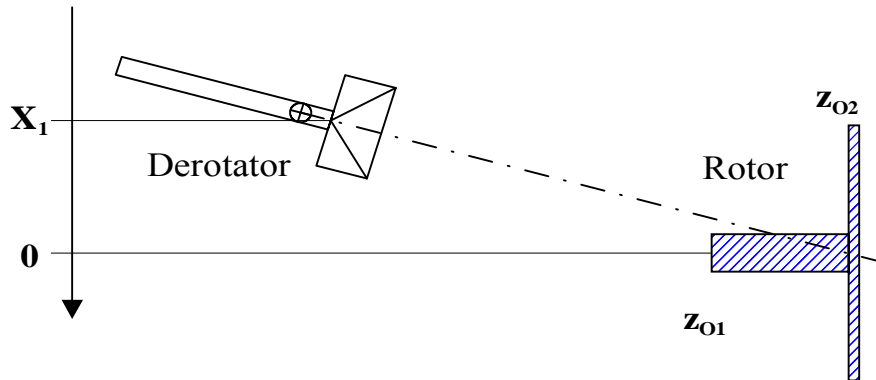


**Bild 35:** Grafische Darstellung der Position der A-Achse des Tripods in Abhängigkeit von der Position der X-Achse für minimale Bewegung der hinteren und der vorderen Ebene des Objekts

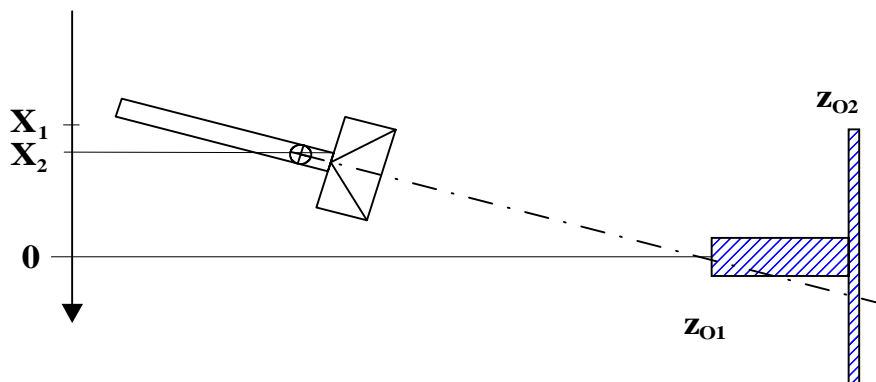
Wenn die X-Achse des Derotators auf die Position  $x = 210$  Schritte gefahren wird, dann befindet sich dessen Symmetrieachse in der vertikalen Ebene der Objektachse. Zur Abschätzung der Genauigkeit dieses Ergebnisses muss noch hinzugefügt werden, dass die Werte  $A_{N1}$  bis  $A_{N5}$  bzw.  $A_{S1}$  bis  $A_{S1}$  der Tabelle 3 eine mittlere Spannweite von ca. sechs Schritten aufweisen. Beim gewählten Abstand zwischen Rotor und Derotator verhalten sich die Auswirkungen der Bewegung der A-Achse gegenüber der X-Achse im Verhältnis 1:10. Insgesamt kann bei visueller Betrachtung des Bewegungsminimums in einem Intervall von ca. 30 Schritten der X-Achse bzw. der Y-Achse ist keine Änderung des Derotationszustands erkennbar. Für die A-Achse beträgt dieser Wert 3 Schritte und für die B-Achse ca. 10 Schritte. Der absolute Fehler der Positionierung der X-Achse beträgt aufgrund dieser Abschätzung ca. 30 Schritte der X-Achse. Das entspricht einem Weg von  $\Delta x = \pm 0,075$  mm. Der Abstand der beiden Objektebenen  $\Delta z = z_{O2} - z_{O1}$  betrug im untersuchten Aufbau 75 mm.

Die Sicherheit der Positionierung kann durch statistische Maßnahmen, wie z.B. der Vergrößerung der Anzahl der Wiederholungen und durch konstruktive Maßnahmen erhöht werden. Dazu gehört die Vergrößerung des Abstands der beiden beobachteten Objektebene  $z_{O1}$  und  $z_{O2}$ , die Wahl eines möglichst geringen Abstands zwischen Objekt und Derotator sowie auch die Wahl eines geringeren Übersetzungsverhältnisses des Antriebs der A-Achse von z.Zt. 36 mrad/Schritt.

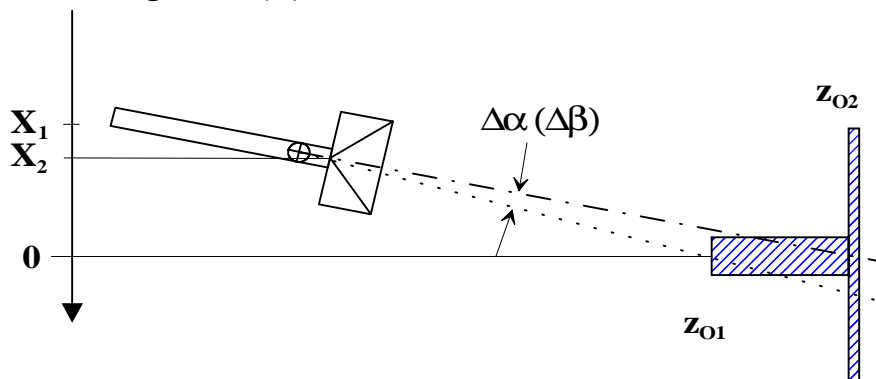
1: Ausrichtung der A (B) - Achse auf hintere Objektebene



2: Verschiebung der X (Y) - Achse bis vordere Ebene derotiert ist



3: Drehung der A(B) - Achse bis hintere Ebene derotiert ist



4: Wiederholung der Schritte 2 und 3 bis sich keine Verbesserung mehr erzielen läßt

**Bild 36: Grafische Beschreibung des zweiten Verfahrens zur Ausrichtung der Symmetrieachse des Derotators auf die Objektdrehachse**

Dieses Verfahren zur Positionierung und Ausrichtung des Derotators relativ zur Drehachse des Objekts muss für beide Achsenpaare X-A bzw. Y-B wenigstens einmal durchgeführt werden.

Auch mit einem zweiten Verfahren (siehe Bild 36) können die Positionen  $x_0$  der X-Achse bzw.  $y_0$  der Y-Achse ermittelt werden. Dazu wird die X- (Y-)Achse erneut in eine äußere Position verfahren und wechselweise mit der A- bzw. die B-Achse die hintere Objektebene  $z_{02}$  sowie mit der X- (Y-) Achse die vordere Objektebene  $z_{01}$  in den verstimmten justierten Fall gebracht. Die Anzahl der zur Abstimmung benötigten Schritte der Antriebsmotoren wird sich nach jedem Zyklus immer weiter reduzieren bis der Zustand erreicht ist, dass mit jeder weiteren Bewegung der X- (Y-) - und der A- (B-)Achse das Derotatorvermögen nur noch verschlechtert werden kann.

Die so erreichten Positionen der X- (Y-)Achse müssten den zuvor mit dem ersten Verfahren ermittelten Positionen  $x_0$  und  $y_0$  entsprechen und können zur Kontrolle herangezogen werden. Im Rahmen dieser Untersuchung hat sich keines dieser beiden Justierverfahren als vorteilhafter gegenüber dem anderen erwiesen. Die erreichten Justiergenauigkeiten können als gleichwertig bezeichnet werden.

An dieser Stelle kann die Justierung des Rotor-Derotator-Systems mit Hilfe makroskopischer Beobachtung nicht weiter optimiert werden.

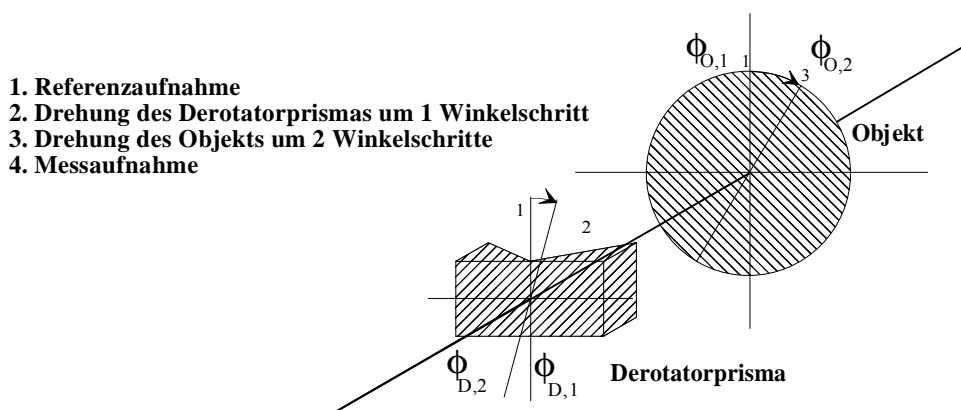
### **7.2.2 Positionierung des Beleuchtungsquellpunkts**

Wenn der Derotator mit Hilfe der o.a. Verfahren optimal zum Rotor ausgerichtet wurde, dann kann mit der Positionierung des Beleuchtungsquellpunkts S begonnen werden. Das rotierende Objekt wird durch den Derotator hindurch im gekoppelten Betrieb mit der Kamera des elektronischen Speckle-Interferometers beobachtet und mit Laserlicht beleuchtet. Wenn sich der Beleuchtungsquellpunkt S an einer beliebigen Position befindet, dann kann durch den Derotator hindurch ein rotierendes Specklefeld beobachtet werden. In Abhängigkeit von der Position des Beleuchtungsquellpunkts S kann sich diese Rotation zu einer periodischen Bewegung des Specklefelds entwickeln. Die Ausdehnung dieser periodischen Bewegung ist wiederum von der Position des Beleuchtungsquellpunkts S abhängig und kann durch geeignete Verschiebung minimiert werden.

In einer ausgezeichneten Justierzone des Beleuchtungsquellpunkts S ist das Specklefeld in einem Bewegungsminimum. Dabei ist jetzt jedes einzelne Speckle lokalisiert und führt während einer vollen Umdrehung des Derotatorprismas eine eigene periodische Bewegung aus. Die Systematik dieses Verhaltens wird in den nächsten Abschnitten experimentell untersucht.

### 7.3 Aufnahme von Phasenbildern

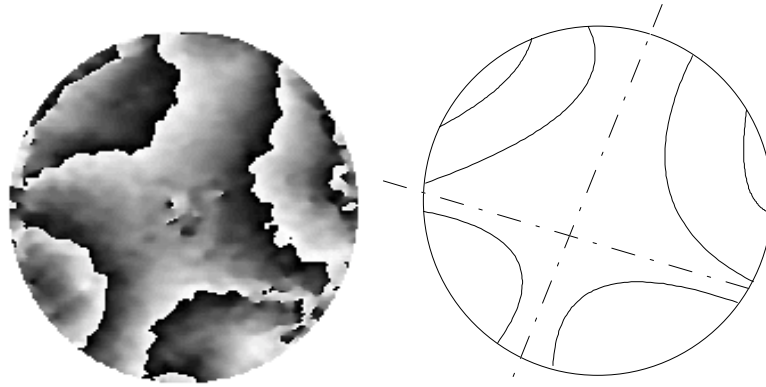
Die in 7.2.2 beschriebene Specklebewegung ist messtechnisch zugänglich. Es können innerhalb des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems mit dem elektronischen Speckle-Interferometer an jeweils zwei gekoppelten Winkelpositionen des Rotors und des Derotatorprismas Phasenbilder aufgenommen werden. Der Messprozess läuft in folgenden Schritten ab: Zu jeder beliebigen gegenseitigen Winkelposition von Rotor  $\phi_{O,1}$  und Derotator  $\phi_{D,1}$  kann ein Specklephasenbild als Referenzphasenbild nach dem Schema des Phasenschrittverfahrens (3.6.2) aufgenommen werden (siehe Bild 37). Danach kann das Derotatorprisma um einen Winkelschritt  $\Delta\phi_D = 6,92^\circ$  des angekoppelten Schrittmotors gedreht werden. Dabei dreht sich auch das auf dem Monitor beobachtbare Specklemuster der Szene. Wird nun das zu untersuchende Objekt im gleichen Drehsinn gedreht, so ist beim Erreichen einer Drehung des Objekts von insgesamt zwei Winkelschritten ( $2\Delta\phi_D = 13,85^\circ$ ) des Derotatorprismas das Entstehen eines Interferenzstreifenmusters sichtbar. Das Interferenzstreifen-



**Bild 37: Arbeitsschritte zur Aufnahme von Phasenbildern zur interferometrischen Untersuchung des Rotor-Derotator-Systems**

fenmuster ist, abhängig vom Drehwinkel  $\Delta\phi_O$ , durch Kontrast und Streifendichte gekennzeichnet. Zu der Winkelposition  $\Delta\phi_{O,2} = 2\Delta\phi_D$  gibt es ein Interferenzstreifenmuster mit maximalem Kontrast und minimaler Interferenzstreifendichte. An dieser Position wird das zweite Specklephasenbild aufgenommen und die zuvor aufgenommene Referenz von diesem subtrahiert. Ein typisches Phasenbild in Modulo- $2\pi$ -Darstellung ist in Bild 38 dargestellt. Der Verlauf der Interferenzstreifen erinnert an Hyperbeln. Das Phasenbild ist allgemein charakterisiert durch die Form der Interferenzstreifenverläufe, durch die Orientierung der Symmetrieachsen, den Ort ihres Schnittpunkts und durch die Dichte der Interferenzstreifen bzw. der Gesamtphasendifferenz des Phasenbildes.





**Bild 38:** Typisches Phasenbild einer interferometrischen Messung (links) innerhalb des Rotor-Derotator-Systems und Skizze des charakteristischen Verlaufs der Interferenzstreifen sowie der Lage der Symmetrieachsen (rechts)

### 7.3.1 Phasenbilder in Abhängigkeit von der Drehwinkelposition von Rotor und Derotatorprisma

#### 7.3.1.1 Gekoppelte Drehung

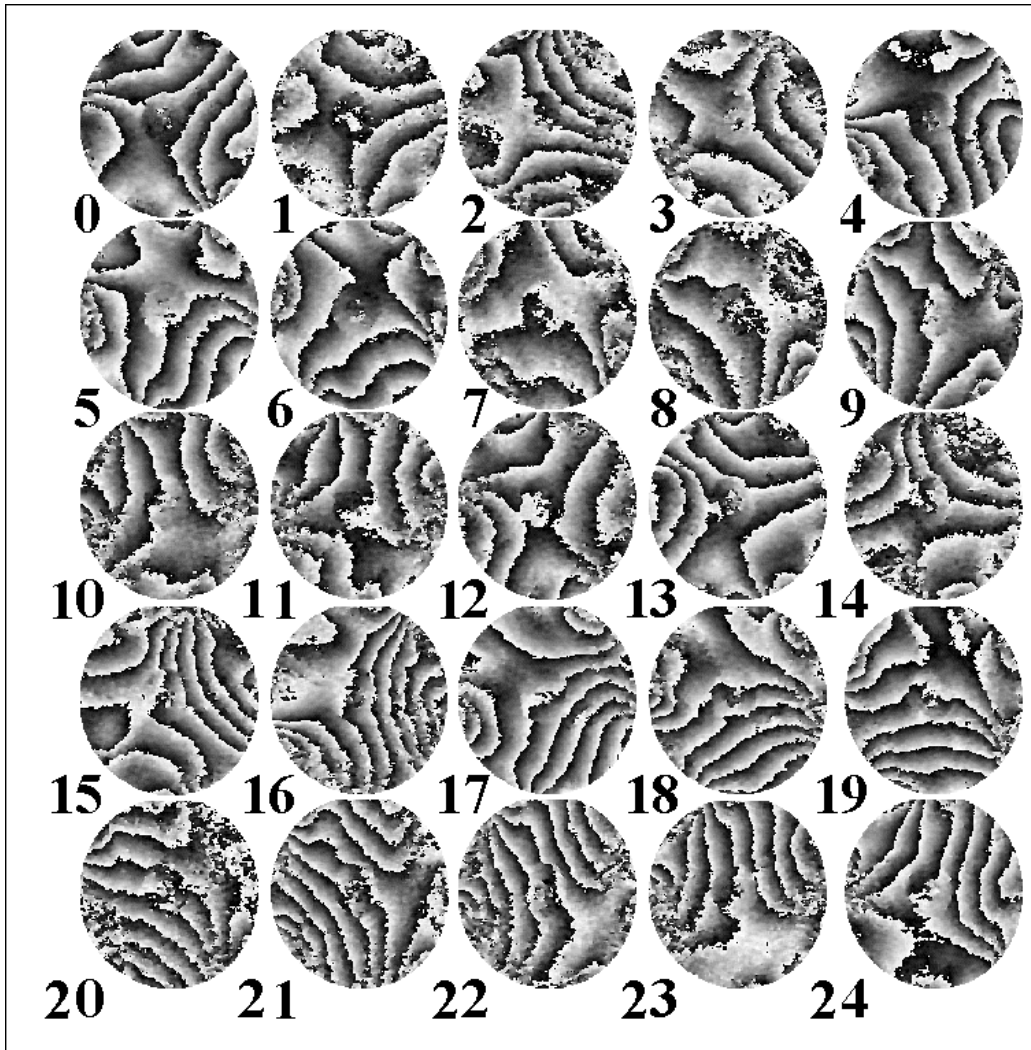
Zur Untersuchung der Änderung der optischen Weglänge im Rotor-Derotator-Interferometer-System über jeweils eine volle Umdrehung des Derotatorprismas war es zweckmäßig, jeweils 25 oder 50 Phasenbilder aufzunehmen, weil durch den eingesetzten Schrittmotor des Derotators jede Umdrehung in 50 Schritte eingeteilt wird. Eine Folge von 25 Phasenbildern, die eine Vollumdrehung des Derotatorprismas repräsentieren, ist in Bild 39 dargestellt. Die Winkelposition des Derotatorprismas  $\phi_D$  und die des Rotors  $\phi_R$  betrug bei den Referenzaufnahmen:

$$\phi_{D,1} = \frac{2j}{50} \cdot 2\pi; \quad \phi_{O,1} = \frac{4j}{50} \cdot 2\pi; \quad j = 0, \dots, 24 \quad (83)$$

und bei den Vergleichsaufnahmen der Phasenbilder:

$$\phi_{D,2} = \frac{2j+1}{50} \cdot 2\pi; \quad \phi_{O,2} = \frac{4j+2}{50} \cdot 2\pi; \quad j = 0, \dots, 24 \quad (84)$$

Es ist zu erkennen, dass alle aufeinanderfolgenden Phasenbilder eine ähnliche Interferenzstreifenform haben. Bei aufeinanderfolgenden Phasenbildern sind die Ausrichtungen der Symmetrieachsen um einen bestimmten Winkel gedreht. Insgesamt führt die Streifenstruktur zwei ganze Umdrehungen aus.



**Bild 39: Phasenbilder mit gekoppelter Drehung von Rotor und Derotator**

### 7.3.1.2 Konstante Derotatordrehwinkelposition

Zur Ermittlung der Ursache für die Drehung der Streifenbilder wurden zwei Untersuchungen angeschlossen. Bei der ersten Untersuchung wurde allein der Rotor gedreht, während die Winkelpositionen  $\phi_{D,1}$  und  $\phi_{D,2}$  des Reflexionsprismas des Derotators konstant blieben. Bei der zweiten Untersuchung wurde umgekehrt das Reflexionsprisma gedreht und der Rotor an den Winkelpositionen  $\phi_{D,1}$  und  $\phi_{D,2}$  festgehalten. Im Bild 40 ist die Serie von Phasenbildern dargestellt, bei der die Winkelpositionen wie folgt eingestellt wurden:

$$\phi_{D,1} = 0; \quad \phi_{O,1} = \frac{2j}{50} 2\pi; \quad j = 0, \dots, 24 \quad (85)$$

$$\phi_{D,2} = \frac{1}{50} \cdot 2\pi; \quad \phi_{O,2} = \frac{4j+2}{50} \cdot 2\pi; \quad j = 0, \dots, 24 \quad (86)$$

Die Orientierung der Phasenbilder ist konstant. Sie ist offensichtlich unabhängig von der Winkelposition des Rotors.

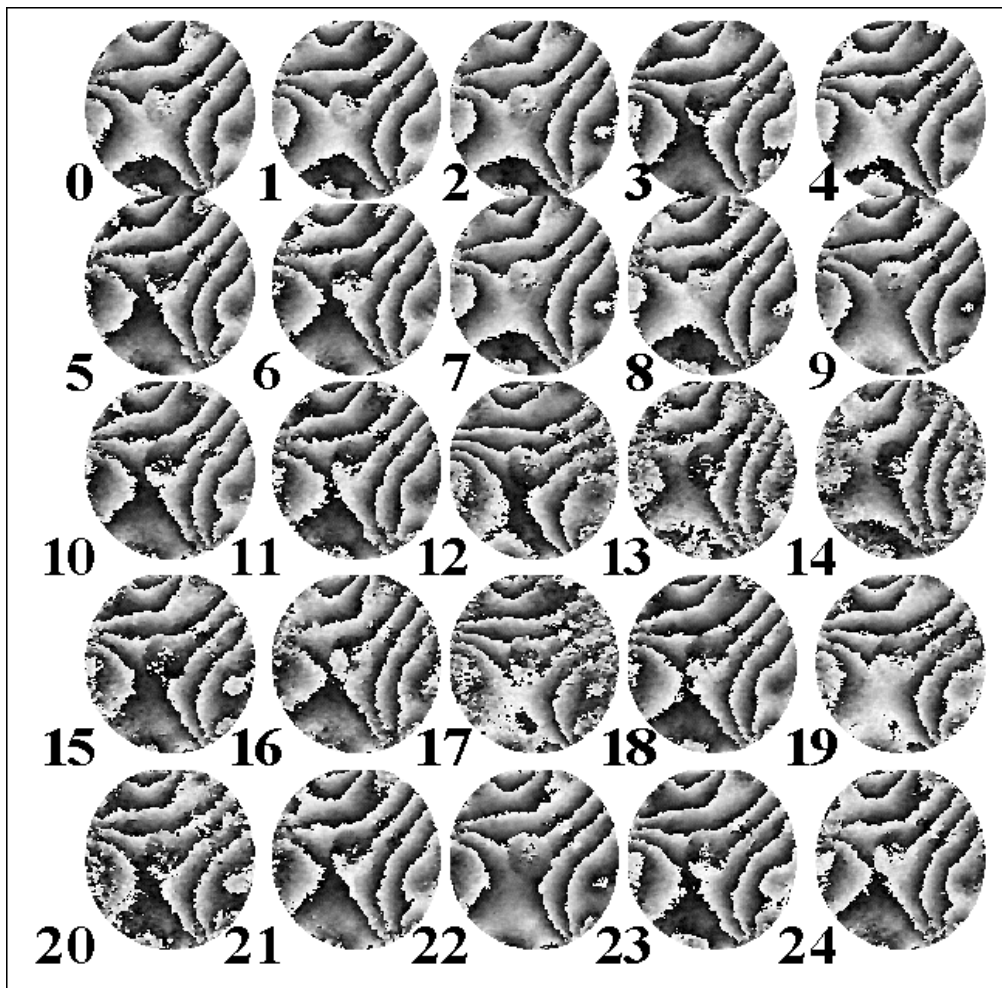
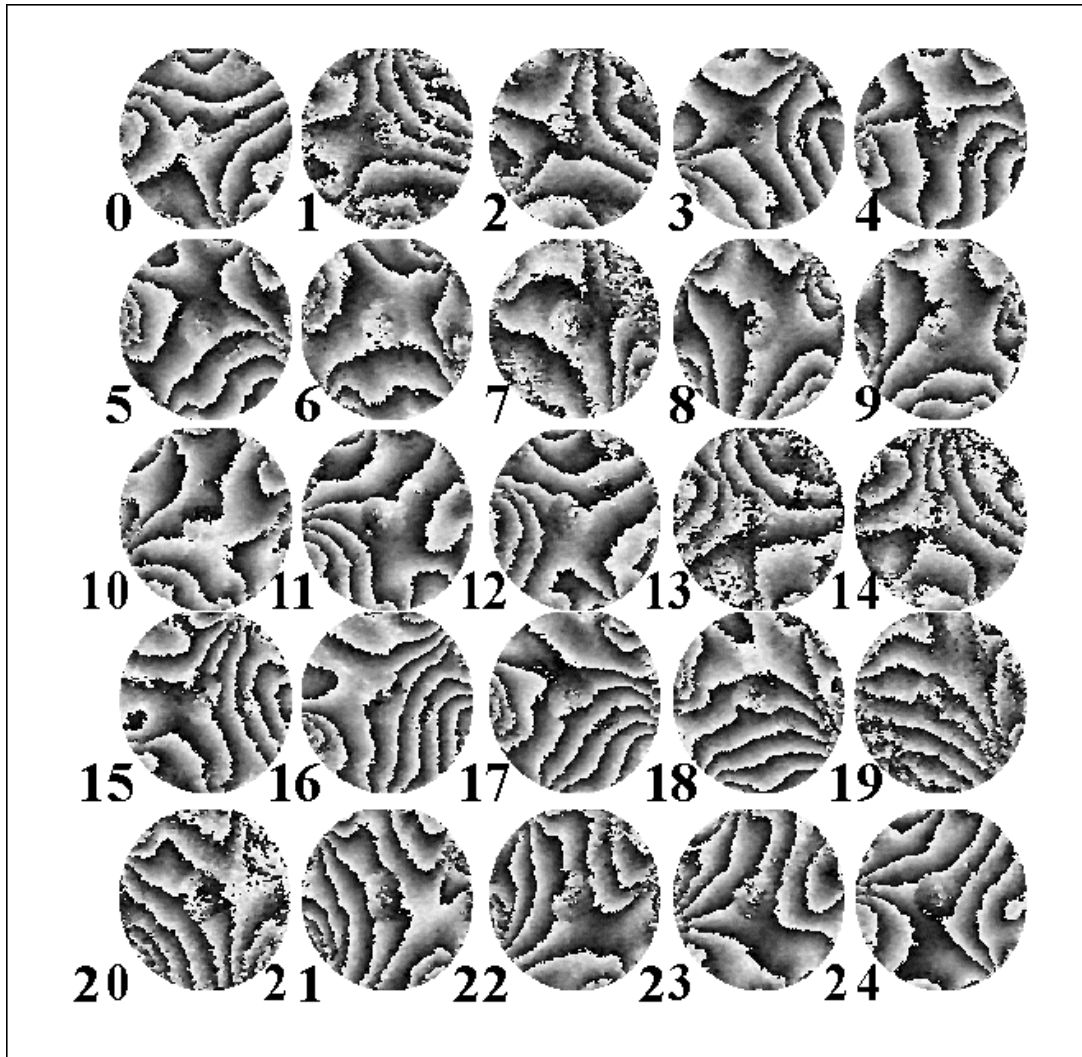


Bild 40: Serie von Phasenbildern mit konstanter Derotatorwinkelposition

### 7.3.1.3 Konstante Rotordrehwinkelposition

Die in Bild 41 dargestellte Serie von Phasenbildern wurde bei konstant gehaltener Drehwinkelposition des Rotors aufgenommen:

$$\phi_{D,1} = \frac{2j}{52} \cdot 2\pi; \quad \phi_{R,1} = 0; \quad j = 0, \dots, 25 \quad (87)$$



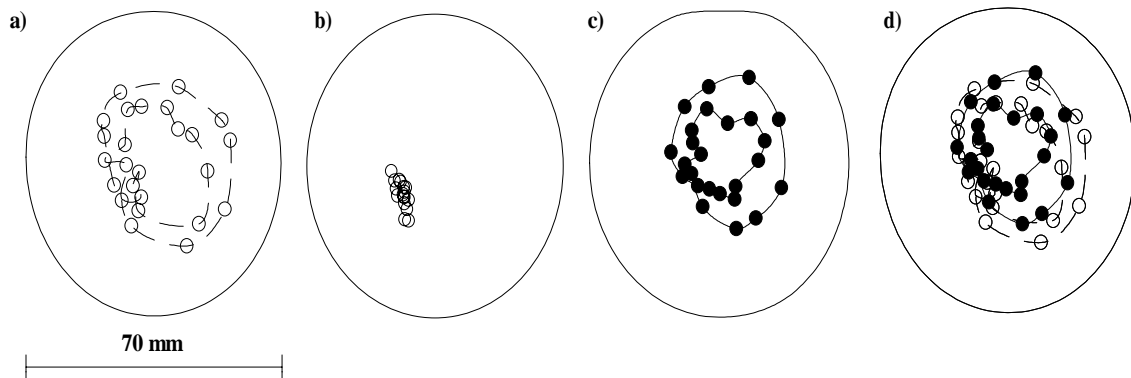
**Bild 41: Serie von Phasenbildern mit konstanter Rotorwinkelposition**

$$\phi_{D,2} = \frac{2j+1}{52} \cdot 2\pi; \phi_{R,2} = \frac{2}{52} \cdot 2\pi; j = 0, \dots, 25 \quad (88)$$

Diese Phasenbilder ähneln den in Bild 39 dargestellten Phasenbildern. Damit konnte gezeigt werden, dass die Drehung der Phasenbilder von der Drehung des Derotorprismas abhängig ist und nicht von der Drehung des Rotors. Es kann mit Hilfe dieses Experiments jedoch noch nicht geklärt werden, warum die Phasenbildstrukturen über eine Vollumdrehung des Derotorprismas insgesamt zwei volle Umdrehungen ausführen. Dies wird in (7.4) geklärt.

### 7.3.1.4 Ortskurven der Sattelpunkte der Phasenbilder

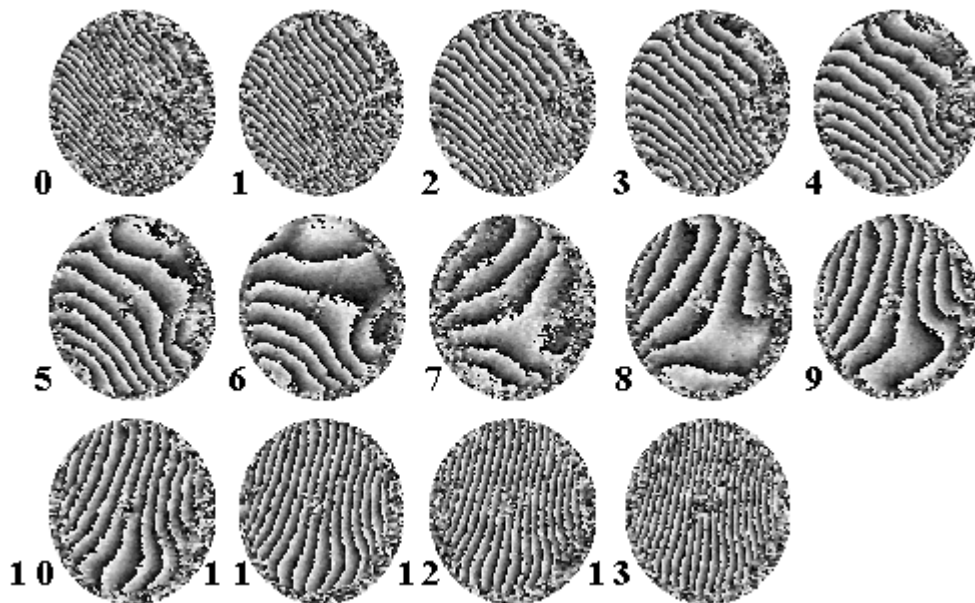
Wenn die Phase der Phasenbilder, die hier in der  $\text{MOD}-2\pi$ -Darstellung gezeigt werden, in einem dreidimensionalen Koordinatensystem so dargestellt werden, dass die Phase als abhängige Größe über dem Ort aufgetragen wird, dann sind die Phasenverläufe der bisher gezeigten Phasenbilder Sattelflächen mit einem ausgezeichneten Sattelpunkt. Für jedes der in Bild 39 - Bild 41 dargestellten Phasenbilder wurde der Ort des Sattelpunkts bestimmt und je Serie die Folge dieser Orte in einem Diagramm als Ortskurve dargestellt (siehe Bild 42). Die in Bild 42a) dargestellte Ortskurve erinnert an die aus (7) bereits bekannte Pascalsche Schnecke. Sie tritt immer dann auf, wenn die optische Symmetrieachse des Derotatorprismas nicht mit der Drehachse des Derotators übereinstimmt und wenn diese nicht identisch mit der Drehachse des Rotors ist. Wenn die Winkelposition des Derotatorprismas an konstanter Referenzposition gehalten wird, dann bildet sich der Einfluss des Rundlaufverhaltens des Rotors auf den interferometrischen Aufbau in der in Bild 42b) gezeigten Folge von Positionen ab. Bei der in Bild 42c) dargestellten Ortskurve bildet sich der Einfluss des Derotators auf den interferometrischen Aufbau ab. Beim Vergleich zwischen den Fällen a) und c) (siehe Bild 42d) zeigt sich, dass beide Ortskurven den gleichen charakteristischen Verlauf, aber unterschiedliche Ausdehnung haben.



**Bild 42:** Darstellung der Ortskurven der jeweiligen Sattelpunkte der Phasenbildserien (siehe Bild 39-Bild 41) a) gekoppelter Betrieb; b) Drehung des Rotors; c) Drehung des Derotatorprismas; d) Überlagerung der geglätteten Ortskurven a) und c)

### 7.3.2 Phasenbilder in Abhängigkeit von der Position und Ausrichtung des Tripods

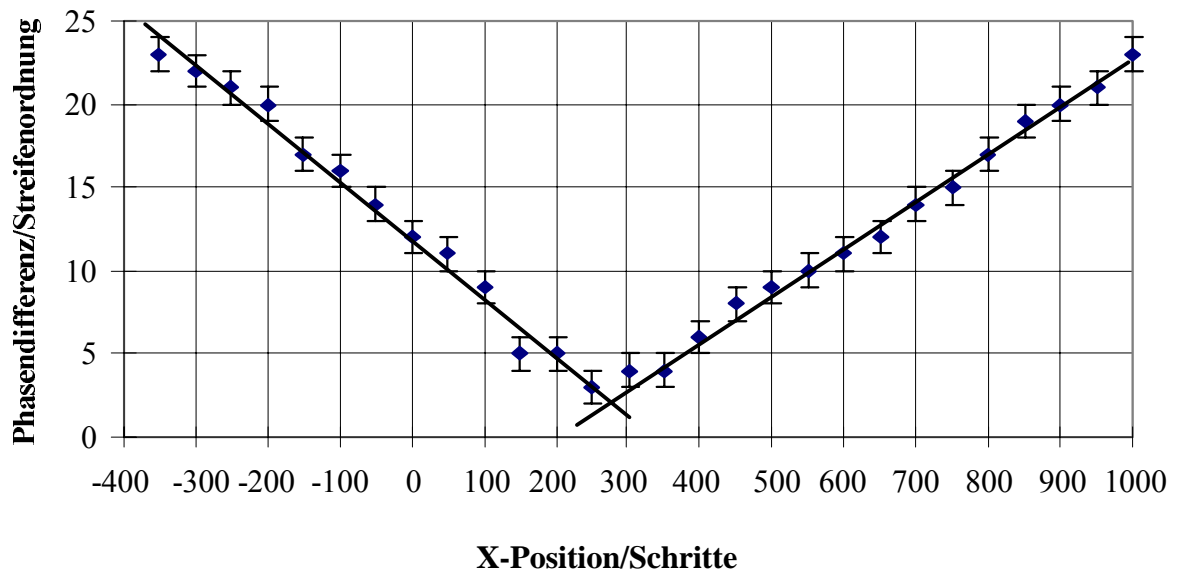
Wenn zwischen der Aufnahme zweier Phasenbilder der Ort des Derotators geändert wird, dann ändert sich ebenso das resultierende Phasenbild. So kann z.B. der optimale Ort einer Achse gefunden werden, indem sie über einen breiten Bereich von Positionierungen eines Bewegungsfreiheitsgrades verschoben wird. Die zugehörigen Phasenbilder (siehe Bild 43) zeigen in den stark verstimmtten Randbereichen eine hohe Zahl paralleler Interferenzstreifen, deren Dichte abnimmt, sich zu den bereits beschriebenen Hyperbelstrukturen entwickelt und anschließend wieder parallele Streifen bildet, deren Dichte stetig zunimmt. Wenn die Phasendifferenz, d.h. die Anzahl der Streifenordnungen über der Position der verfahrenen Bewegungsachse dargestellt wird (siehe Bild 44), dann zeigt sich ein V-förmiger Verlauf mit einem absoluten Minimum. Die linearen Äste können extrapoliert werden und deren Schnittpunkt befindet sich dann im idealen Justierpunkt der jeweiligen Achse. Im Bild 43 wird eine Auswahl der Phasenbilder gezeigt. Zwischen jeweils zwei Phasenbildern wurde die X-Achse des Tripods um 100 Schritte (= 0,25 mm) verfahren.



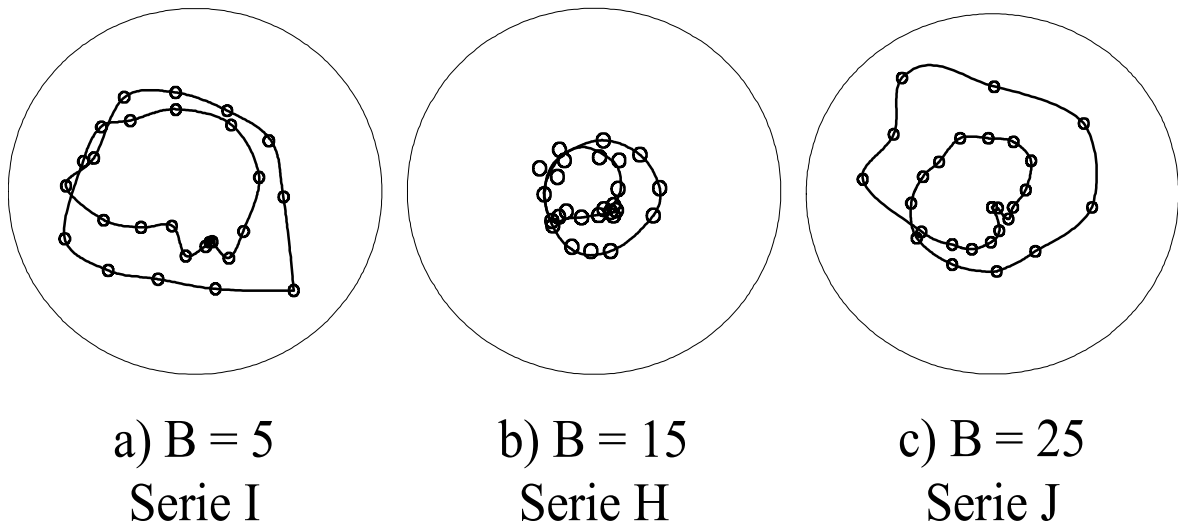
**Bild 43:** Serie von Phasenbildern in Abhängigkeit von der Position des Derotators

Im Rahmen dieser experimentellen Untersuchung wurde versucht, durch wechselseitige Bewegung der Tripodachsen die Justierposition sukzessive zu optimieren, indem jeweils das resultierende Phasenbild beurteilt wurde. Wenn entweder die Ausrichtung bzw. Position der Symmetrieachse des Derotators geändert wird, dann verlagert sich der Ort des Hyperbelzentrums. Durch systematische Änderung und Anpassung der rotatorischen und translatorischen Tripodachsen kann das Hyperbelzentrum im resultierenden Phasenbild in

jede gewünschte Richtung verschoben werden. Es konnte jedoch keine Systematik gefunden werden, die optimale Ausrichtung des Derotators bezüglich der Rotordrehachse herzustellen.



**Bild 44:** Darstellung der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der Position des Derotators relativ zum Rotor



**Bild 45:** Darstellung von Ortskurven der Sattelpunkte der Phasenbilder über eine Vollumdrehung des Derotatorprismas in Abhängigkeit von der Winkelposition der B-Achse des Tripods

Folglich beeinflusst die Stellung des Derotators auch alle Phasenbilder der Serie einer Vollumdrehung des Derotatorprismas. Bei einem zuvor optimierten Aufbau (siehe Serie H) wurden analog zur Auswertung in (7.3.1.4) die Orte der Sattelpunkte als Ortskurve dargestellt. Für eine Verstimmung der B-Achse des Tripods um jeweils 10 Schritte wurden ebenfalls Phasenbilder über eine volle gekoppelte Drehung des Rotor-Derotator-Systems aufgenommen (siehe Serie I und Serie J). Das Ergebnis ist in Bild 45 dargestellt. Die Ortskurven haben wiederum das charakteristische Aussehen von Pascalschen Schnecken. Die Ortskurve der Serie H hat die kleinste Ausdehnung und bei den beiden anderen Ortskurven hat sich auch der Kreuzungspunkt verschoben.

Bezüglich der theoretischen Untersuchung des Rotor-Derotator-Systems (6.6) können in diesem Zusammenhang zwei Ergebnisse abgeleitet werden. Das prinzipielle Auftreten der Pascalschen Schnecken weist einen Montage- bzw. Justagefehler des Derotatorprismas nach. Die Änderung der Ausrichtung der Symmetrieachse der Pascalschen Schnecke der Serie I und J kann damit erklärt werden, dass durch die Änderung der Neigung  $\beta$  durch Verstellung der B-Achse der Schnittpunkt der verlängert gedachten Derotatorachse mit der Rotorebene verändert wurde. Aus der theoretischen Analyse (6.3.4) ist bekannt, dass die Ausrichtung der Symmetrieachse der Pascalschen Schnecken parallel zur Verbindungslinie zwischen den Schnittpunkten von Rotor- und Derotatorachse in der Rotorebene ist.

### **7.3.3 Phasenbilder in Abhängigkeit von der Beleuchtungspunktposition**

Genauso wie die Derotatorstellung die Phasenbilder beeinflusst, kann auch mit der Änderung der Position des Beleuchtungsquellpunkts S der Ort des Sattelpunkts der Phasenbilder verschoben werden. Es gibt immer eine Position des Beleuchtungsquellpunkts S, bei der Phasenbilder mit minimaler Phasendifferenz entstehen.

Für jede laterale Position  $(x, y)$  des Derotators konnte mit Hilfe der jeweiligen rotatorischen Achsen A und B ein Zustand optimaler Derotation gefunden werden. Und zu jeder dieser Anordnungen konnte ein Beleuchtungspunkt S gefunden werden, bei dem das beobachtbare Specklefeld eine minimale Specklefeldbewegung ausführt. In einem weiten Bereich konnte keine ausgezeichnete gegenseitige Anordnung von Derotator und Beleuchtungsquellpunkt S gefunden werden, bei der die Phasendifferenz in einem resultierenden Phasenbild des verstimmten justierten Zustands minimal gewesen wäre.

### **7.3.4 Gegenseitige Abhängigkeit von Derotatorposition bzw. -ausrichtung und Beleuchtungspunktposition**

Die bisherige experimentelle Untersuchung (7.3.1; 7.3.2; 7.3.3) des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems zeigte, dass nur eine gemeinsame Optimierung von der Derota-



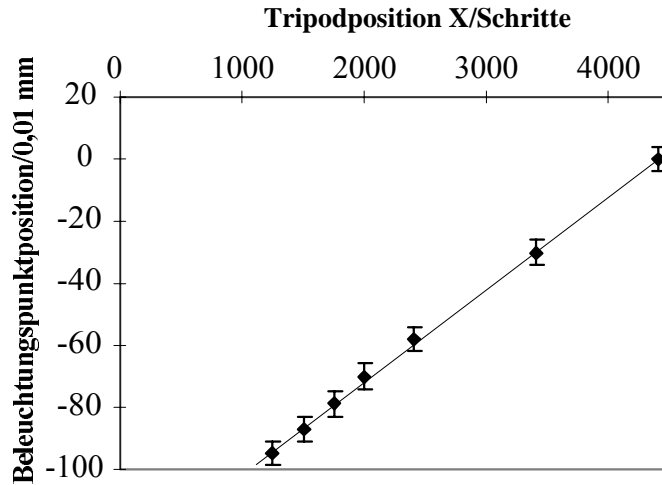
torstellung und der Beleuchtungspunktposition erfolgsversprechend ist. Die nächste Fragestellung ist, ob hierzu eine Systematik in der gegenseitigen Anordnung existiert. Wie muss die Position des Beleuchtungsquellpunkts S geändert werden, wenn eine Änderung des Tripods eingeführt wird?

**Tabelle 4: Darstellung der untersuchten Beleuchtungspunkt-Tripodpositionskombinationen**

Tripodposition X/Schritte	$\Delta X/\text{mm}$	Tripodposition A/Schritte	$\Delta A/\text{mrad}$	Beleuchtungspunktposition $X_S/\text{Skt}$	$\Delta X_S/\text{mm}$	$\Delta X_S/R/\text{mrad}$
4400		-106		0		
3400	2,5	-33	2,67	-30	-0,96	-2,4
2400	2,5	91	4,46	-58	-0,89	-2,2
2000	1,0	136	1,62	-70	-0,38	-1,0
1750	0,625	153	0,61	-79	-0,29	-0,7
1500	0,625	186	1,19	-87	-0,26	-0,7
1250	0,625	201	0,54	-95	-0,26	-0,7

An den in Tabelle 4 angegebenen Tripodpositionen X wurde mit der A-Achse des Tripods zunächst die optimale Ausrichtung eingestellt und anschließend ein optimaler Beleuchtungsquellpunkt  $X_S$  gesucht. Das Ergebnis ist, dass der Ort des Beleuchtungsquellpunkts  $X_S$  spiegelsymmetrisch zur Position des Derotators geändert werden musste. Diese Werte sind in Bild 46 grafisch dargestellt worden. Die Abhängigkeit zwischen beiden Größen ist linear. Die Größe der jeweiligen Verschiebung ist unterschiedlich. Die Beleuchtungspunktposition S wurde um kleinere Werte verschoben als die Positionsänderung des Derotators. Der Grund liegt darin, dass weniger die Position als vielmehr die Orientierung der Beleuchtungsstrahlenbündel bzw. die Beobachtungsrichtung die entscheidenden Größen sind. Bei einem Abstand von  $R \approx 400$  mm des Beleuchtungsquellpunkts vom Objekt, liegt die Winkeländerung  $\Delta X/R$  genau im Größenbereich der Drehung des Tripods um die A-Achse.

Ergebnis ist, dass sich die Bewegung des Beleuchtungspunkts  $X_S$  und der X-Achse des Tripods zueinander spiegelsymmetrisch verhält: Wenn der Neigungswinkel zwischen De-



**Bild 46:** Grafische Darstellung der Position des Beleuchtungsquellpunkts S in Abhängigkeit von der Tripodposition X des Derotators

rotatorachse und Rotorachse vergrößert wird, dann muss auch der laterale Abstand zwischen Beleuchtungspunkt und Symmetrieachse des Systems vergrößert werden.

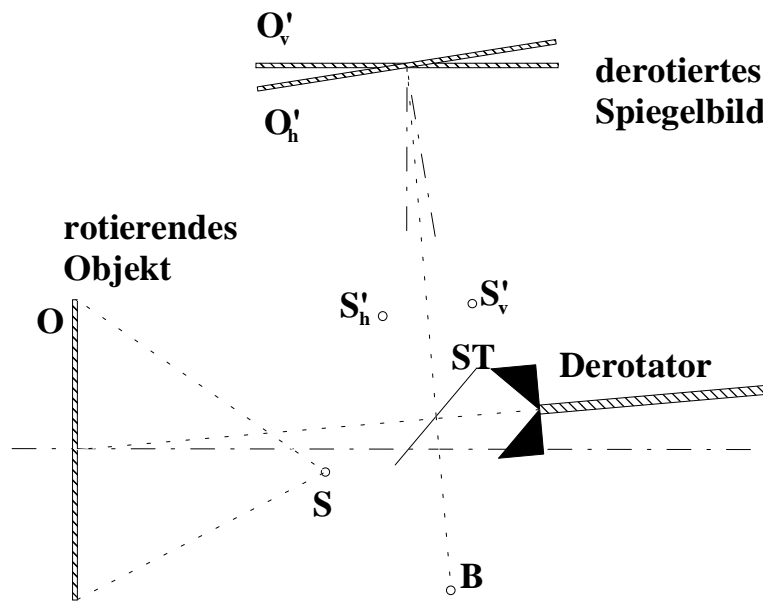
Daraus kann gefolgert werden, dass das System nie durch Optimierung eines Freiheitsgrades allein verbessert werden kann. Weitere Folgerung ist, dass das Rotor-Derotator-Interferometer-System eine unendliche Vielfalt an möglichen Anordnungen besitzt, die sowohl optimale Derotation wie auch Phasenbilder mit minimaler Phasendifferenz erzielen lassen.

#### 7.4 Interpretation der Phasenbilder

In diesem Kapitel wird mit Hilfe von Simulationsrechnungen eine Argumentationskette aufgebaut, um den Zusammenhang zwischen einer bestimmten Aufbaukonfiguration des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems und der Charakteristik der in den vorangegangenen Kapiteln dargestellten Phasenbilder herstellen zu können. Es werden dabei ausschließlich Aufbaukonfigurationen des verstimmt justierten Zustands betrachtet.

Das mit dem Interferometer aufgenommene Phasenbild ist eine direkte Repräsentation der optischen Weglängenänderungen im Rotor-Derotator-Interferometer-System, wenn sowohl Rotor als auch Derotator im gekoppelten Modus gedreht werden. Diese Weglängenänderung setzt sich aus folgenden Komponenten zusammen:

Erstens führt das zu untersuchende rotierende Objekt zwischen dem Referenz- und dem Messzustand eine Drehung um einen definierten Winkelschritt  $\Delta\phi_D$  (vgl. 7.3) relativ zum ortsfest angeordneten Beleuchtungspunkt S aus.



**Bild 47: Prinzipskizze des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems im verstimmten justierten Zustand**

Zweitens erfährt das vom Objekt gestreute Objektwellenfeld zwischen dem Referenz- und dem Messzustand eine zusätzliche Phasenänderung auf ihrem Weg über das Reflexionsprisma des Derotators zum Beobachtungspunkt B (siehe Bild 47).

Ebenso wie die Objektpunkte  $\vec{p}$  des rotierenden Objekts mit Hilfe der Gesamtspiegelmatrix  $S_G$  in den Bildraum des Derotators transformiert werden können, muss berücksichtigt werden, dass auch der Ort des Beleuchtungspunktes S mit der Vorschrift

$$S' = S_G S \quad (89)$$

in den Bildraum des Derotators transformiert wird. Der Beobachtungspunkt B des interferometrischen Aufbaus befindet sich auf der optischen Achse des Derotators. Im Bildraum des Derotators sind im Bild 47 sowohl die Spiegelbilder  $S'_v$  und  $S'_h$  des Beleuchtungspunktes S und die zugehörigen Positionen der Spiegelbilder des Objekts  $O'_v$  und  $O'_h$  für die beiden Fälle eingezeichnet, dass die Dachkante des Reflexionsprismas des Derotators horizontal bzw. vertikal ausgerichtet ist. Wenn sich das hier betrachtete System im gekoppelten Modus befindet, dann führt der Beleuchtungsquellpunkt S' aus der Sicht des Beobachtungspunktes B eine Rotationsbewegung aus.

Dies hat zur Konsequenz, dass bei der Formulierung der Grundgleichung der Holografischen Interferometrie (vgl. 3.6.1) ein zeitabhängiges Empfindlichkeitsvektorfeld  $\vec{s}(t)$  eingeführt werden muss:

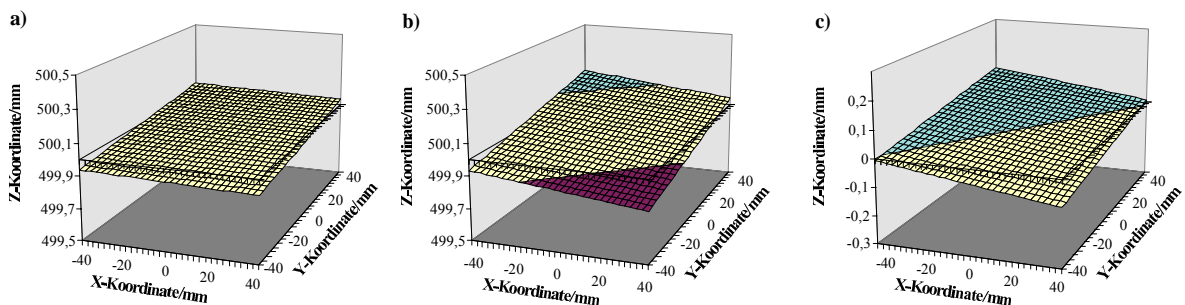
$$\Delta = \vec{d} \cdot \vec{s}(t) \quad (90)$$

Die Simulation von Phasenbildern des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems wird anhand der folgenden Überlegungen ausgeführt. Zur Berechnung der Phase bzw. des Gangunterschieds  $\Delta$  in Interferenzmustern bzw. Phasenbildern wird das vom interferometrischen Aufbau festgelegte Empfindlichkeitsvektorfeld  $\vec{s}$  mittels eines Rechnerprogramms /65//66/ skalar multipliziert mit den Vektoren eines zuvor festgelegten Objektänderungsfelds  $\vec{d}$  :

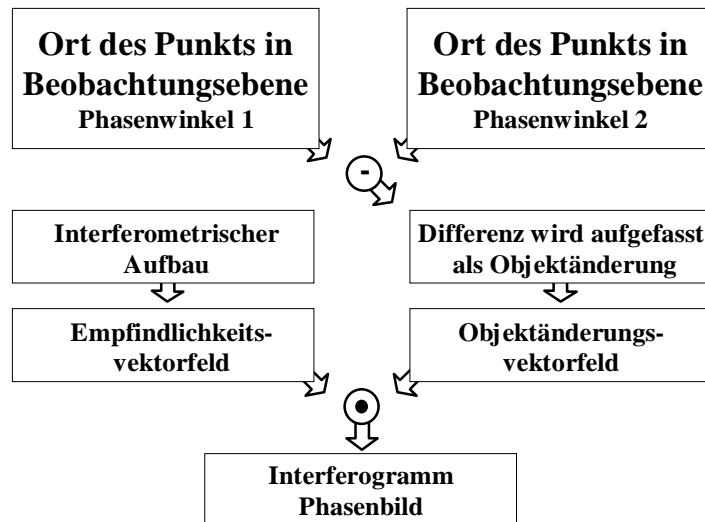
$$\Delta = \vec{d} \cdot \vec{s} \quad (91)$$

In den hier betrachteten Fällen wird das Objektänderungsvektorfeld  $\vec{d}$  vom Derotator-Simulationsprogramm geliefert. Dieses Objektänderungsvektorfeld  $\vec{d}$  ist das in (6.8) definierte Datenfeld  $P_R$  (siehe Bild 48) und ist die vektorielle Differenz zwischen einem Referenzzustand und dem Messzustand. Bezogen auf den experimentellen Aufbau ist das die Differenz zwischen den Positionen des in den Bildraum des Derotators gespiegelten rotierenden Objekts an zwei aufeinanderfolgenden Drehwinkelpositionen im verstimmten Zustand des Rotor-Derotator-Systems.

Die Drehung des Objekts wird innerhalb des Interferenzmuster-Simulationsprogramms eingeführt. Das Empfindlichkeitsvektorfeld  $\vec{s}$  wird vom Interferenzmustersimulationsprogramm berechnet. Dieser Simulationsprozess ist in Bild 49 schematisch dargestellt.



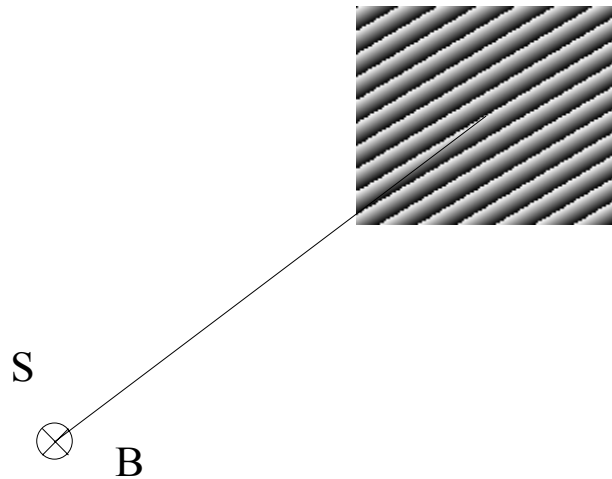
**Bild 48:** Darstellung der Lage des zu untersuchenden Objekts in der Spiegelebene des verstimmten justierten Derotators an zwei aufeinanderfolgenden Drehwinkelpositionen des Derotatorprismas (Referenzposition :  $\omega_D t_1$ , a) und Messposition:  $\omega_D t_1$ , b) und deren Differenz  $P_R$  c)



**Bild 49: Darstellung des Simulationsprozesses**

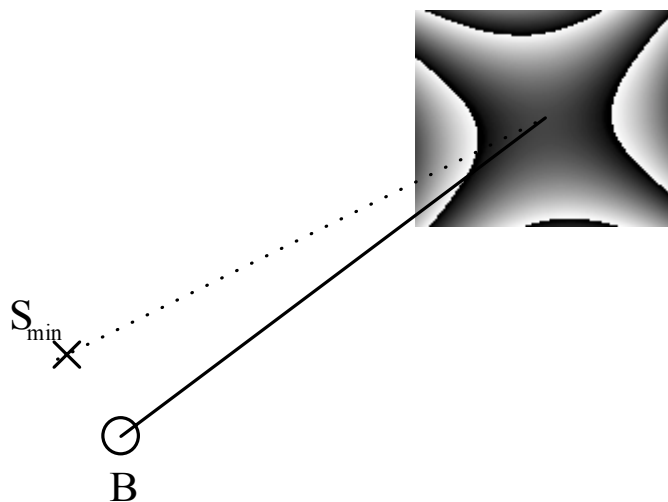
Das Ziel ist, den interferometrischen Aufbau so zu modellieren, dass bei der simulierten interferometrischen Messung zu einer vorgegebenen Objektänderung (Verformung oder Verschiebung) ein Phasenbild mit minimaler Phasendifferenz resultiert und bevorzugt die hyperbelförmigen Interferenzstreifenstrukturen denjenigen der experimentellen Phasenbilder entsprechen, die in (7.3) dargestellt wurden. Zur Erreichung dieses Zieles wurde im Interferenzmustersimulationsprogramm ein Regelalgorithmus implementiert, der in aufeinanderfolgenden Simulationsrechnungen entweder geeignete Ganzkörperbewegungen des Objekts oder die Position des Beleuchtungsquellpunkts S solange variiert, bis ein Phasenbild mit minimaler Phasendifferenz erreicht worden ist. Anhand der folgenden zwei Arbeitsschritte wird die Erreichung des Ziels dargestellt.

1. Zur Annäherung an das Problem wird im ersten Schritt angenommen, dass sich das Rotor-Derotator-System im verstimmten justierten Zustand befindet. Dann führt das im Bildraum des Derotators befindliche derotierte Spiegelbild des rotierenden Objekts eine Präzessionsbewegung aus. Die Bewegung, die dann das Spiegelbild zwischen zwei aufeinanderfolgenden Winkelschritten ausführt, entspricht einer Kippung um eine in der Objektebene liegende Drehachse. Dabei ist hier der interferometrische Aufbau, abweichend von der Realität, so modelliert worden, dass sich sowohl der Beleuchtungsquellpunkt S als auch der Beobachtungspunkt B an ein und demselben Punkt auf der optischen Achse des Derotators befinden. Dann würde eine interferometrische Verformungsmessung das in Bild 50 dargestellte Phasenbild ergeben. Es entspricht einem Interferenzstreifenmuster mit parallelen Interferenzstreifen, deren Dichte ein Maß für den Kippwinkel ist und deren Orientierung parallel zur Kippachse verläuft.



**Bild 50:** Simuliertes Phasenbild einer Ebene, die um eine zu ihr parallele Achse gedreht wurde, sowie der symbolisch eingezeichnete Beleuchtungs- und Beobachtungspunkt

2. Im zweiten Schritt dieser Überlegung wird versucht, für jede Messung eine neue Position des Beleuchtungspunkts  $S$  zu finden, und damit ein jeweils anderes Empfindlichkeitsvektorfeld  $\vec{s}_{\min}$  mit dem Ziel zu wählen, das benötigte Empfindlichkeitsvektorfeld  $\vec{s}$  so unempfindlich für die vorhandene Objektänderung  $\vec{d}$  zu gestalten, dass die resultierende Phasendifferenz minimal wird.

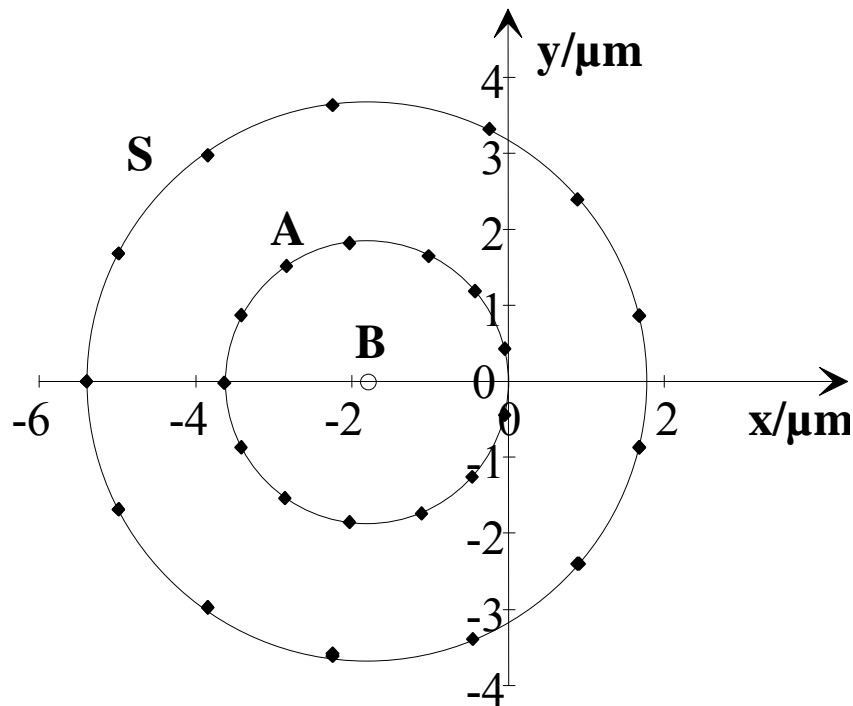


**Bild 51:** Darstellung des Ergebnisses für minimale Phasendifferenz in Abhängigkeit von der Lage des Beleuchtungspunkts  $S$

$$\Delta_{\min} = \vec{d} \cdot \vec{s}_{\min} \quad (92)$$

Das Ergebnis dieses Versuchs ist schematisch in Bild 51 dargestellt. Die Position des Beleuchtungspunkts  $S_{\min}$  stellt sich so ein, dass bei minimaler Phasendifferenz eine hyperbelförmige Interferenzmusterstruktur entsteht. Damit ist das zuvor formulierte Ziel erreicht worden, die aus (7.3) bekannten hyperbelförmigen Interferenzmusterstrukturen simulieren zu können.

Anschließend wurde untersucht, nach welcher Gesetzmäßigkeit sich die Position der Beleuchtungspunkte  $S_{\min,k}$  für die Verformungsfelder  $P_{D,k}$  (7.6.4) von 26 aufeinanderfolgenden Winkelschritten einstellen. Das Ergebnis ist, dass alle diese Punkte  $S_{\min,k}$  auf einem gemeinsamen Kreis liegen. Der Durchmesser dieses Kreises ist direkt proportional abhängig vom Maß der Verstimmung der verstimmt justierten Anordnung zwischen Rotor und

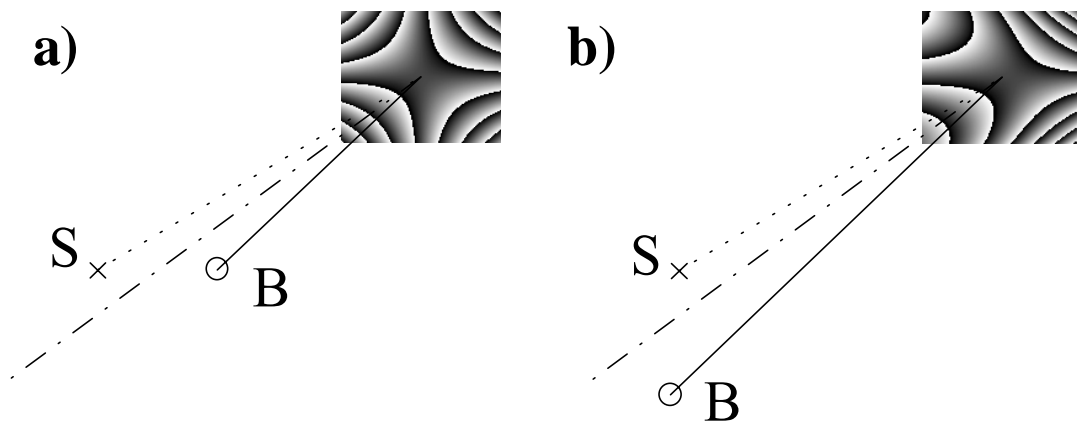


**Bild 52: Darstellung der Lage der Beleuchtungsquellpunkte  $S_{\min,k}$  und der zugehörigen Positionen der gespiegelten Drehachse A des rotierenden Objekts sowie des Beobachtungspunkts B**

Derotator. Im Bild 52 ist die Lage der ermittelten Beleuchtungspunkte  $S_{\min,k}$  dargestellt. Als Beobachtungspunkt B wurde der Ort des Derotatorprismas gewählt. Das Besondere des Ergebnisses ist, dass für jeden Beleuchtungspunkt  $S_{\min,k}$  die zugehörige Lage des Richtungsvektors A der gespiegelten Rotorachse genau auf der Mitte der jeweiligen Verbindungslinie zwischen dem Beleuchtungspunkt  $S_{\min,k}$  und dem Beobachtungspunkt B liegt.

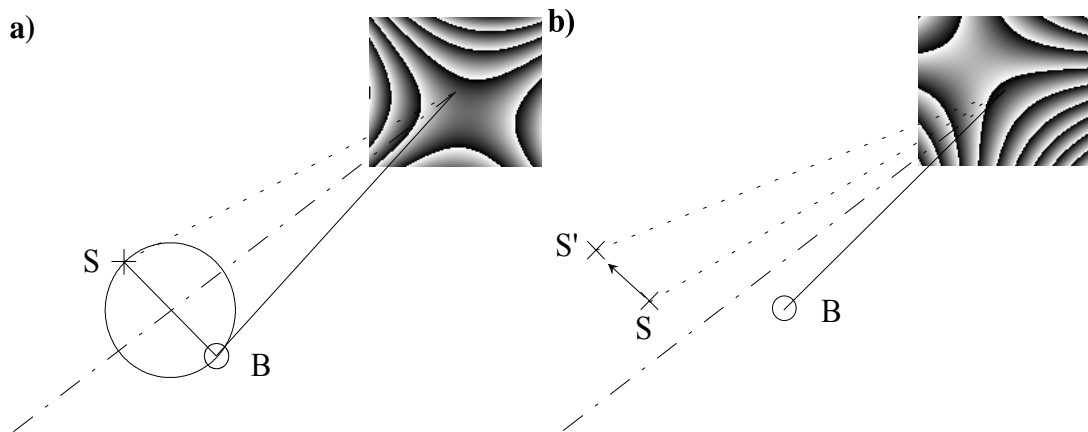
Die Summe der Winkelschritte entspricht einer ganzen Umdrehung des Derotatorprismas und folglich beschreiben sowohl der Beleuchtungsquellpunkt S sowie auch die Rotorachse zwei volle Umdrehungen im Bildraum des Derotators. Das erklärt, warum sich die Symmetrieachsen der Phasenbilder ebenfalls zweimal je Derotatorumdrehung um ihren Symmetriepunkt drehen (vgl. 7.3.1.1)

Zur näheren Erläuterung dieses Ergebnisses wird nun betrachtet, wie sich in einem interferometrischen Aufbau prinzipiell hyperbelförmige Interferenzmusterstrukturen ausbilden, wenn das zu untersuchende Objekt während der interferometrischen Messung eine Drehung um eine Achse ausführt, die der Symmetrieachse des interferometrischen Aufbaus entspricht. Diese Aufbaukonfiguration mit dem dazugehörigen Phasenbild ist schematisch in Bild 53a) dargestellt. Falls der Beleuchtungsquellpunkt S und der Beobachtungspunkt B den gleichen Abstand zum Untersuchungsobjekt haben, dann entsteht ein Phasenbild mit symmetrischem Interferenzstreifenverlauf. Die Dichte der Interferenzstreifen ist direkt proportional zum Drehwinkel und direkt proportional zum Abstand zwischen dem Beleuchtungsquellpunkt S und dem Beobachtungspunkt B. Im Falle, dass diese beiden Punkte unterschiedlichen Abstand haben, dann entsteht eine asymmetrische Interferenzstreifenstruktur, wie sie in Bild 53b) beispielhaft dargestellt ist.



**Bild 53:** Schematische Darstellung zweier interferometrischer Aufbauten zur Untersuchung von Objektdrehungen, bei denen die Drehachse die Symmetrieachse des interferometrischen Aufbaus darstellt für den Fall, dass Beleuchtungs- und Beobachtungspunkt gleichen Abstand (a) und unterschiedlichen Abstand (b) zum Objekt

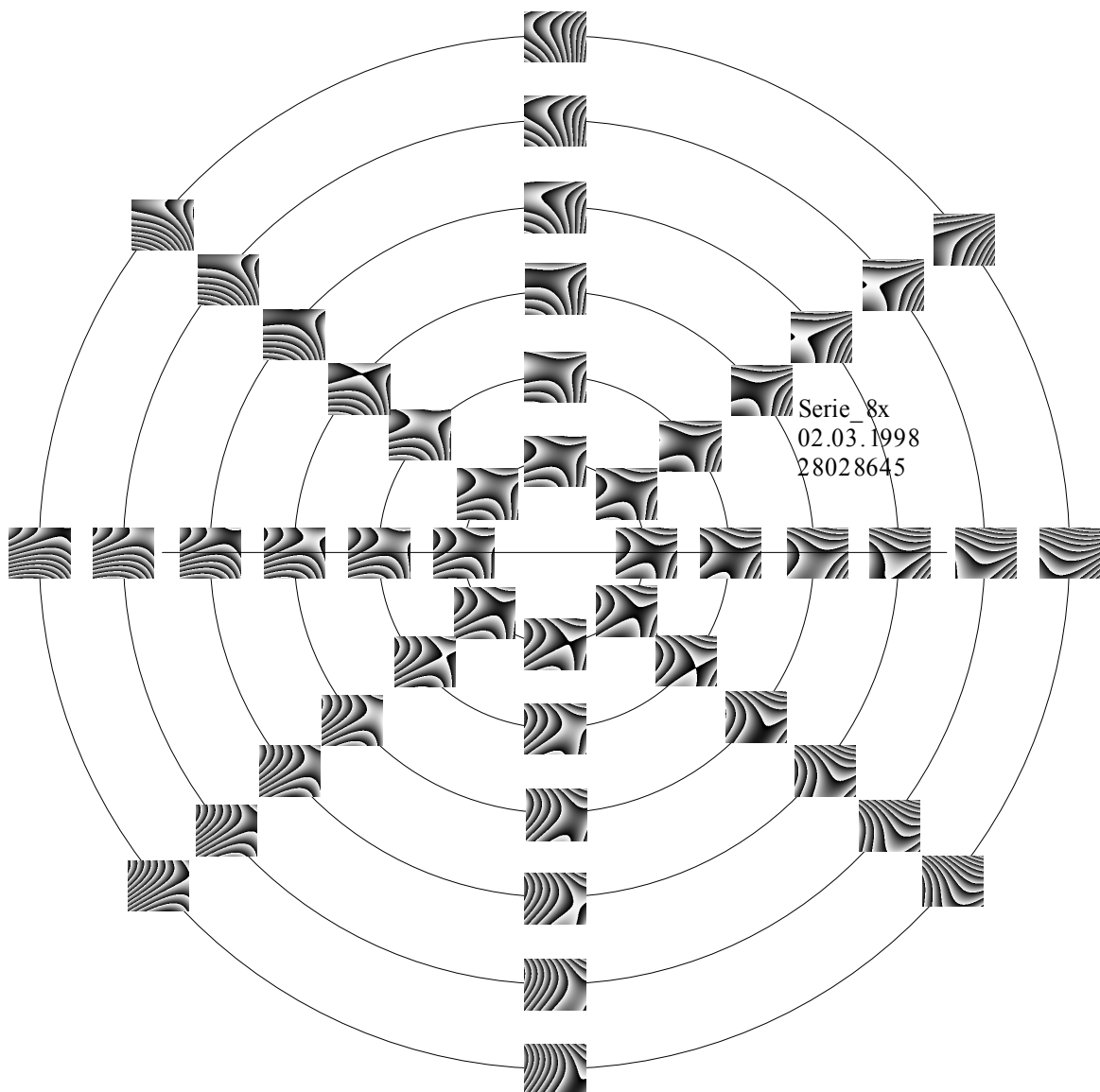




**Bild 54:** Die Symmetrieachsen des Phasenbilds richten sich aus nach der Orientierung der Verbindungslinie zwischen Beleuchtungs- und Beobachtungspunkt (a) und bei Verschiebung des Beleuchtungspunkts S verschiebt sich auch das Symmetriezentrum des Phasenbilds (b)

Des Weiteren ist in Bild 54a) dargestellt, dass die Orientierung der Symmetrieachsen der hyperbelförmigen Interferenzstreifen gekoppelt ist mit der Orientierung der Verbindungslinie zwischen dem Beleuchtungspunkt S und dem Beobachtungspunkt B des interferometrischen Aufbaus. Abschließend ist in Bild 54b) die Variation dargestellt, bei der sich das Symmetriezentrum der hyperbelförmigen Interferenzstreifen verschiebt, wenn der Beleuchtungspunkt B um einen bestimmten Betrag gegenüber der symmetrischen Anordnung verschoben wird.

Im Bild 55 sind 48 Phasenbilder einer Simulationsrechnung gezeigt. Die Anordnung soll die Verschiebung des Beleuchtungsquellpunkts der jeweiligen Anordnung veranschaulichen. Der Abstand benachbarter Positionen des Beleuchtungspunkts S beträgt  $1 \mu\text{m}$ . Der Beobachtungspunkt B ist nicht geändert worden und besonders interessant ist in diesem Zusammenhang, wie empfindlich das Phasenbild einer interferometrischen Messung unter den gewählten Randbedingungen sein charakteristisches Aussehen bei Verschiebung des Beleuchtungsquellpunkts S ändert. Das Symmetriezentrum der Phasenbilder verschiebt sich immer senkrecht zur Bewegung des Beleuchtungspunkts.



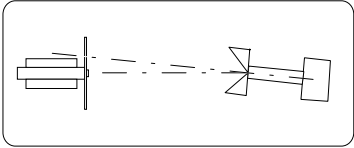
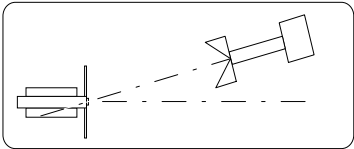
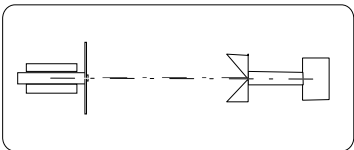
**Bild 55: Simulationsrechnung der Verschiebung Beleuchtungsquellpunkts S: Die Orte der simulierten Phasenbilder symbolisieren die aktuellen Orte des Beleuchtungsquellpunkts bezüglich der Referenzposition.**

## 7.5 Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse

Bisher ist zusammenfassend festzustellen, dass in dem untersuchten Rotor-Derotator-Interferometer-System mit dem eingesetzten elektronischen Speckle-Interferometer immer dann Phasenbilder mit minimaler Phasendifferenz bzw. die erhaltenen hyperbelförmigen Interferenzstreifenverläufe erhalten werden, wenn der Derotator gegenüber dem Rotor im verstimmt justierten Zustand angeordnet ist und der Beleuchtungsquellpunkt spiegelsymmetrisch zur Ausrichtung des Derotators angeordnet ist.

Mit Hilfe der durchgeführten theoretischen Überlegungen und der Simulationsrechnungen zur Interpretation der Phasenbilder konnte vollständig erklärt werden, nach welchen Gesetzmäßigkeiten sich das Rotor-Derotator-Interferometer-System verhält. Im Bild 56 sind die drei Fälle der gegenseitigen Anordnung von Rotor bzw. zu untersuchenden Objekt und Derotator in einer Übersicht dargestellt.

Der abschließende Vergleich der statischen Experimente mit den Simulationsrechnungen hat als Resultat, dass die prinzipiellen Eigenschaften der entstehenden Phasenbilder sehr gut erklärt werden können. Auf einen kurzen Satz zusammengefasst, ist das die Überlagerung des geometrischen Einflusses des verstimmt justierten Derotators und der damit verknüpften Anordnung des interferometrischen Aufbaus. Allerdings ergeben sich bei den Simulationsrechnungen erst dann Hyperbelstrukturen deren Äste zwei Interferenzstreifen haben, wenn der Derotator um mindestens ca. 10 mm verstimmt wird. Im Verlauf der Untersuchung wurde das Rotor-Derotator-System jedoch bis auf weniger als 1 mm genau abgestimmt. Bei dieser Verstimmung haben die simulierten Phasenbilder zwar eine Hyperbelstruktur, jedoch liegt die Gesamtphasenänderung bei ca. 0,2 Streifenordnungen. Dieser Widerspruch führte zu der Untersuchung des Einflusses der im Aufbau eingesetzten Strahlteilerplatten auf interferometrische Messungen.

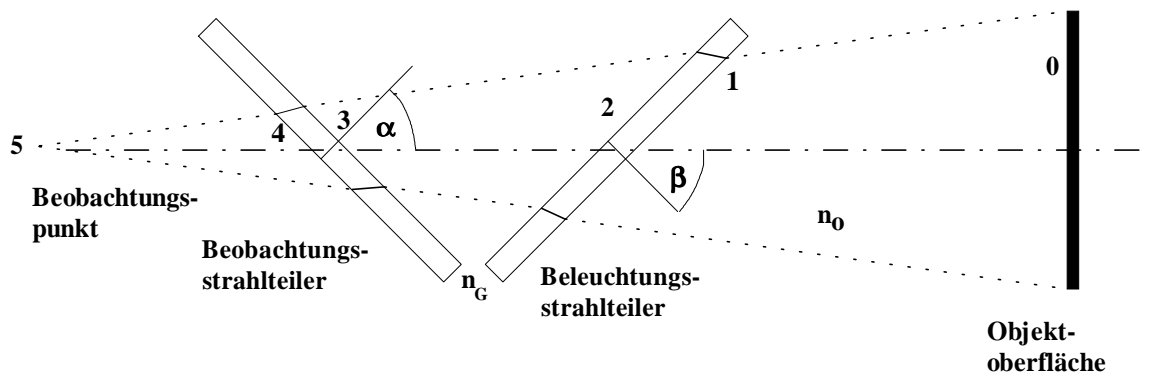
	<b>Symmetrieachsen von Rotor und Derotator</b>	<b>Das Spiegelbild</b>	<b>Eignung für interferometrische Untersuchungen</b>	<b>Korrelation von Specklefeldern</b>	
<b>1</b>		schneiden sich nicht in der Objektebene	führt eine Kreisbewegung aus	ungeeignet	nein
<b>2</b>		schneiden sich in der Objektebene	Spiegelbild ist ortsfest, jeder Punkt führt eine eigene Bewegung aus	geeignet für Doppelpuls- bzw. stroboskopische Kurzzeituntersuchungen	Herstellung von Korrelationsstreifenbildern zur Beurteilung der Justierqualität
<b>3</b>		sind identisch	ist stabil	geeignet für kontinuierliche Beobachtung	ist über eine Vollumdrehung erfüllt

**Bild 56:** Übersicht über drei Fälle der Anordnung des Derotators relativ zum zu untersuchenden Objekt

## 7.6 Einfluss von Strahlteilerplatten innerhalb des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems

### 7.6.1 Einführung in die Problemstellung

Im Aufbau zur interferometrischen Untersuchung rotierender Bauteile sind zwischen dem rotierenden Objekt und dem Reflexionsprisma des Derotators zwei Strahlteilerplatten  $ST_1$  und  $ST_2$  (siehe Bild 5) angeordnet. Die Strahlteilerplatte  $ST_1$  wird benötigt, um das Beleuchtungswellenfeld in den interferometrischen Aufbau einzukoppeln und auf das Untersuchungsobjekt zu richten. Die Strahlteilerplatte  $ST_2$  dient dazu, das Spiegelbild des rotierenden Objekts zu beobachten. Im Bild 57 ist dieser Zusammenhang schematisch dargestellt.



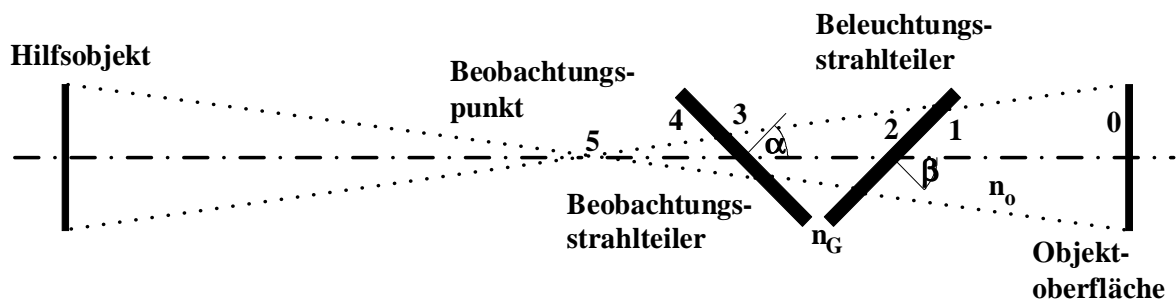
**Bild 57:** Optischer Weg des Objektwellenfelds vom Objekt (0) durch zwei Strahlteiler bis zum Beobachtungspunkt (5)

Wenn der experimentelle Aufbau (siehe Bild 5) bezüglich des Derotatorkoordinatensystems betrachtet wird, dann rotieren während des gekoppelten Betriebs des Rotor-Derotator-Systems alle bezüglich des Laborkoordinatensystems still stehenden Komponenten bezüglich des Derotatorprismas mit der negativen Derotatordrehfrequenz. Damit rotieren im Derotatorkoordinatensystem beide Strahlteilerplatten um die Symmetrieachse des Derotators und in Abhängigkeit von ihrer Winkelstellung läuft jeder Lichtstrahl des divergenten Strahlenbündels im interferometrischen Aufbau mit einem charakteristischen Einfallswinkel durch beide Strahlteilerplatten hindurch. Es gibt daher eine vom Einfallswinkel abhängige optische Weglänge jedes Lichtstrahls zu jeder aktuellen Winkelposition des Derotators respektive der Strahlteilerplatten. Daraus resultiert eine drehwinkelabhängige Phasenänderung während der Zeitdauer einer interferometrischen Messung. Das Objekt O selbst rotiert im gekoppelten Derotator-

betrieb bezüglich des Derotatorkoordinatensystems mit der positiven Derotatorwinkelgeschwindigkeit  $\omega_D$ . Wenn ein vom Objekt O ausgehender Lichtstrahl auf seinem Weg zum Beobachtungspunkt B durch die Strahlteilerplatten  $ST_1$  und  $ST_2$  hindurch verfolgt wird, dann ändert sich seine optische Weglänge über eine volle Umdrehung des Objekts.

Für jeden der ausgewählten Punkte des Objekts wird ein Strahl zum Beobachtungspunkt B berechnet. Jeder dieser Strahlen durchläuft zwei Strecken, die durch das Glas der Strahlteilerplatten führen. Die Länge dieser Strecken wird ermittelt und die durch den Brechungsindex von  $n_G = 1.5$  resultierende optische Weglänge berechnet. Diese optische Weglänge ändert sich in Abhängigkeit von den relativen Drehwinkelpositionen des Derotatorprismas zu den Strahlteilerplatten. Weitere Einflussgrößen sind der Ort des Beobachtungspunkts B, die Größe der beobachteten Szene und die Orientierung der Strahlteilerplatten.

Weil beim nicht senkrechten Durchgang eines Lichtstrahls durch eine planparallele Platte ein lateraler Versatz entsteht, wird folgende Konstruktion zur Berücksichtigung dieses Effekts angewandt. Unter Ausnutzung des Prinzips der Umkehrbarkeit von Strahlengängen wird von einem Hilfsobjektpunkt aus die Richtung des Lichtstrahls durch den Beobachtungspunkt ermittelt (siehe Bild 58). Mit dieser Richtung wird die Strahlverlaufsberechnung in Richtung des rotierenden Objekts am Beobachtungspunkt begonnen und abschließend der Schnittpunkt dieses Lichtstrahls mit der Objektebene berechnet. Bei der Berechnung der Änderung der op-



**Bild 58:** Schema zur Strahlverlaufsberechnung

tischen Weglängen zur Ermittlung der Phasendifferenzen wird so der laterale Versatz berücksichtigt, den ein rotierender Objektpunkt infolge der Lichtbrechung erfährt.

Ziel dieses Abschnitts ist die Untersuchung des Einflusses von rotierenden planparallelen Platten innerhalb des Objektstrahlengangs eines Interferometers auf eine interferometrische Messung.

## 7.6.2 Untersuchungsmethode

Zur mathematischen Analyse dieses zuvor beschriebenen Zusammenhangs wurden Strahlverlaufsberechnungen der optischen Weglänge  $S_{\text{opt}}$  entlang des Wegs  $s$  mit einem wegabhängigen Brechungsindex  $n(s)$  durchgeführt.

$$S_{\text{opt}} = \int_s n(s) ds \quad (93)$$

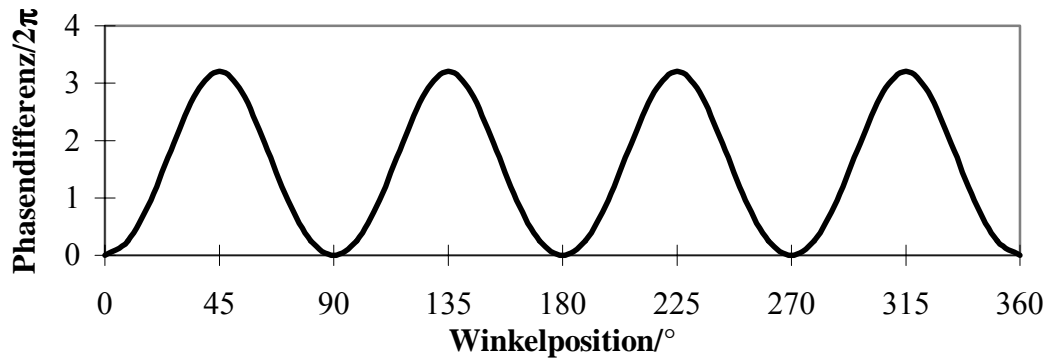
Die optische Weglänge  $S_n$  ist abhängig vom Brechungsindex  $n(s)$  des Mediums. Da Grenzflächen durchlaufen werden, muss auch die Änderung der Ausbreitungsrichtung des Lichts berücksichtigt werden. Daher wird für jeden betrachteten Lichtstrahl (siehe Bild 58) der geometrische Weg  $S_n$  zwischen den Oberflächen 1 und 2 sowie 3 und 4 berechnet und mit dem Brechungsindex  $n_G$  multipliziert. Die gesamte optische Weglänge  $S_n$  setzt sich aus der Summe aller Teilstrecken  $S_{i,i+1}$  zusammen:

$$S_n = \sum_{i=0}^4 n_i S_{i,i+1} = n_0 S_{0,1} + n_G S_{1,2} + n_0 S_{2,3} + n_G S_{3,4} + n_0 S_{4,5} \quad (94)$$

Die Phasenordnung  $N$  berechnet sich dann aus dem Verhältnis aus optischer Weglänge  $S_n$  und der Wellenlänge  $\lambda$  der eingesetzten Lichtquelle.

Zur Berechnung einer Phasendifferenz  $\Delta$  im Interferometer in Abhängigkeit von der Winkelposition der Komponenten wird vorausgesetzt, dass der Derotator ideal zum rotierenden Objekt angeordnet ist. D.h. die Rotationsachsen des Objekts und des Derotators sind identisch und der Beobachtungsquellpunkt  $S$  liegt ebenfalls auf dieser gemeinsamen Symmetrieachse des Aufbaus. Damit ist gewährleistet, dass das Empfindlichkeitsvektorfeld  $\vec{s}$  im rotierenden Betrieb zeitlich konstant ist und keinen Beitrag zur interferometrischen Messung im Aufbau liefert. Die betrachteten Strahlteilerplatten sind hinsichtlich Geometrie und Brechungsindex homogen und isotrop.

Die optische Weglänge im Glas ist unabhängig von der Position der beiden Strahlteilerplatten zwischen dem Objekt und dem Beobachtungspunkt. Wegen des Strahlensatzes ändert sich nicht der Einfallswinkel eines Lichtstrahls, wenn eine brechende Fläche an eine andere Position verschoben wird und folglich auch nicht die geometrische bzw. optische Weglänge innerhalb einer planparallelen Platte.



**Bild 59:** Darstellung der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der Winkelposition des betrachteten Objektpunkts

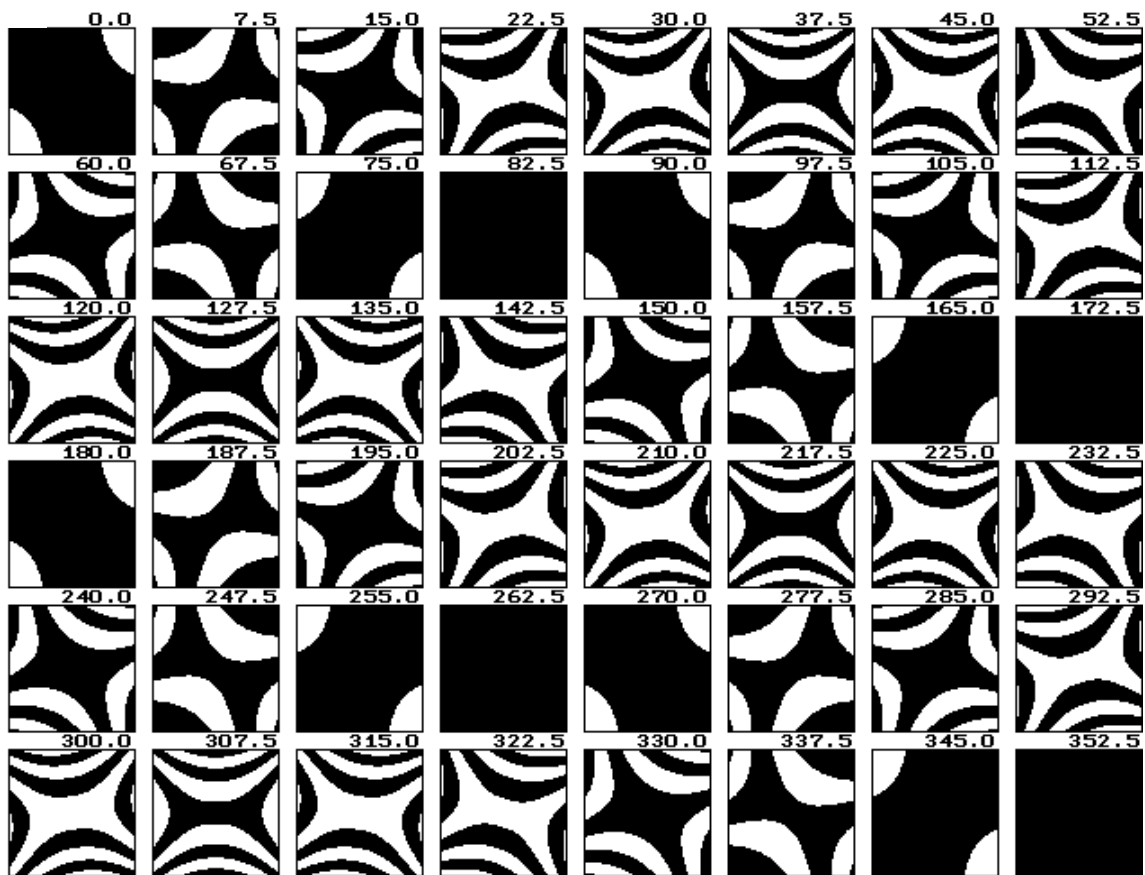
## 7.6.3 Ergebnisse

### 7.6.3.1 Grundaufbau

Es wurde ein rotierender Punkt des Objekts, mit dem Abstand  $r = 40$  mm vom Drehzentrum betrachtet. Der Brechungsindex der Strahlteilerplatten beträgt  $n_G = 1,5$ . Beide Strahlteiler sind 1 mm dick und haben eine Orientierung von  $\alpha = +45^\circ$  und  $\beta = -45^\circ$  bezüglich der Z-Achse des Derotatorkoordinatensystems. Die beiden Strahlteiler rotieren mit gleicher Winkelgeschwindigkeit aber entgegengesetztem Drehsinn gegenüber dem Objekt. Im Bild 59 ist die Phasenänderung dieses Punkts über einen Vollkreis bezüglich des Anfangspunkts dargestellt. Es wird eine periodische Phasenänderung von über drei Interferenzstreifenordnungen mit dem Periodenwinkel von  $90^\circ$  durchlaufen. Die Phasendifferenzmaxima befinden sich bei  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$  und  $315^\circ$ . An den Phasendifferenzminima hat die Phasendifferenz den Wert Null. Es gibt also theoretisch vier Winkelpositionen, an denen die Strahlteilerplatten im Beobachtungsstrahlengang keinen Einfluss auf die interferometrische Messung haben.

Die Berechnung der Phasendifferenzen wurde zur Darstellung der resultierenden Interferenzmuster erweitert. In Bild 60 ist eine Serie von 48 simulierten Interferenzmustern dargestellt. Die Phasenänderungen sind bezüglich der Anfangswinkelposition berechnet worden. Dieses dynamische System von Interferenzstreifenmustern wäre also beim Echtzeit-Verfahren der elektronischen Speckle-Interferometrie sichtbar, wenn alle beteiligten Komponenten des Rotor-Derotator-Interferometer-Systems ideale mechanische Eigenschaften haben und optimal zueinander angeordnet und justiert sind. Die aus dem Einfluss der Brecheigenschaften der eingesetzten Strahlteilerplatten resultierenden Interferenzmuster haben eine typische Hyperbelstruktur, die während eines vollständigen Zyklus, d.h. der Vollumdrehung des Derotatorprismas, zwei Umdrehungen ausführt.





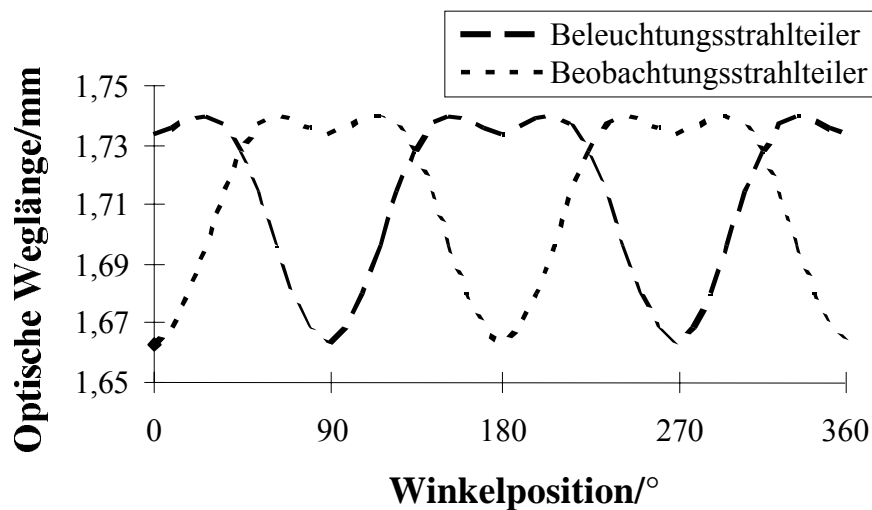
Simulationsparameter			
	x/mm	y/mm	z/mm
Beleuchtungsquellpunkt	0	0	0
Beobachtungspunkt	0	0	0
	Brechungsindex	Neigungswinkel/°	Dicke/mm
Beobachtungsstrahlteiler	1,5	+45	1,0
Beleuchtungsstrahlteiler	1,5	-45	1,0
Wellenlänge $\lambda$ : 690 nm			
Referenzzustand: Winkelposition 0			
Objektausschnitt: 80 mm x 80 mm			

Bild 60: Serie simulierter Interferenzmuster für senkrecht zueinander angeordnete Strahlteilerplatten

Die prinzipiellen Eigenschaften des Einflusses der Strahlteilerplatten werden in den folgenden Unterabschnitten entwickelt und diskutiert.

### 7.6.3.2 Einzelbeiträge der Strahlteilerplatten

Im Bild 61 ist die optische Weglänge dargestellt, die die jeweiligen zu dem rotierenden Objektpunkt gehörenden Lichtstrahlen durch die beiden Strahlteiler zurücklegen. Die relativen Minima in Bild 61 sind damit zu erklären, dass die betrachteten Lichtstrahlen in Abhängigkeit vom Phasenwinkel ihre Richtung in horizontaler und vertikaler Richtung periodisch ändern. Die rotierenden Strahlteilerplatten werden von den entgegengesetzt ‘rotierenden’ Lichtstrahlen geschnitten und aufgrund der Nichtlinearität der Winkelfunktionen resultiert daraus der in Bild 61 dargestellte Verlauf der optischen Weglänge.



**Bild 61: Darstellung der optischen Weglängen, die ein Lichtstrahl durch beide Strahlteiler zurücklegt, in Abhängigkeit ihrer Winkelposition**

In Bild 62 ist die Änderung der optischen Weglänge dargestellt, die der Lichtstrahl eines Punkts erfährt, der sich im Abstand  $r = 40$  mm vom Drehzentrum auf dem Objekt befindet. Infolge des Durchtritts durch die beiden Strahlteilerplatten ändert sich die optische Weglänge in der dargestellten Weise. Die Addition dieser beiden Weglängenänderungen ist ebenfalls dargestellt. Dadurch, dass die Strahlteilerplatten mit entgegengesetzter Orientierung angeordnet sind, kompensieren sich die Asymmetrien gegenseitig. Der Einfluss von parallel angeordneten Strahlteilerplatten wird im nächsten Abschnitt behandelt.

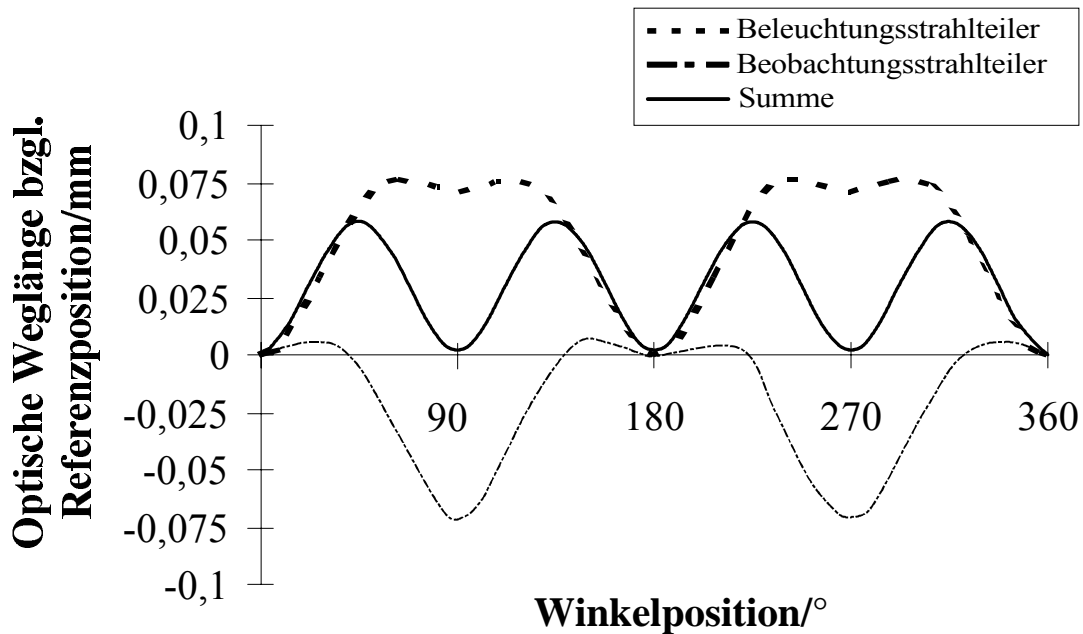
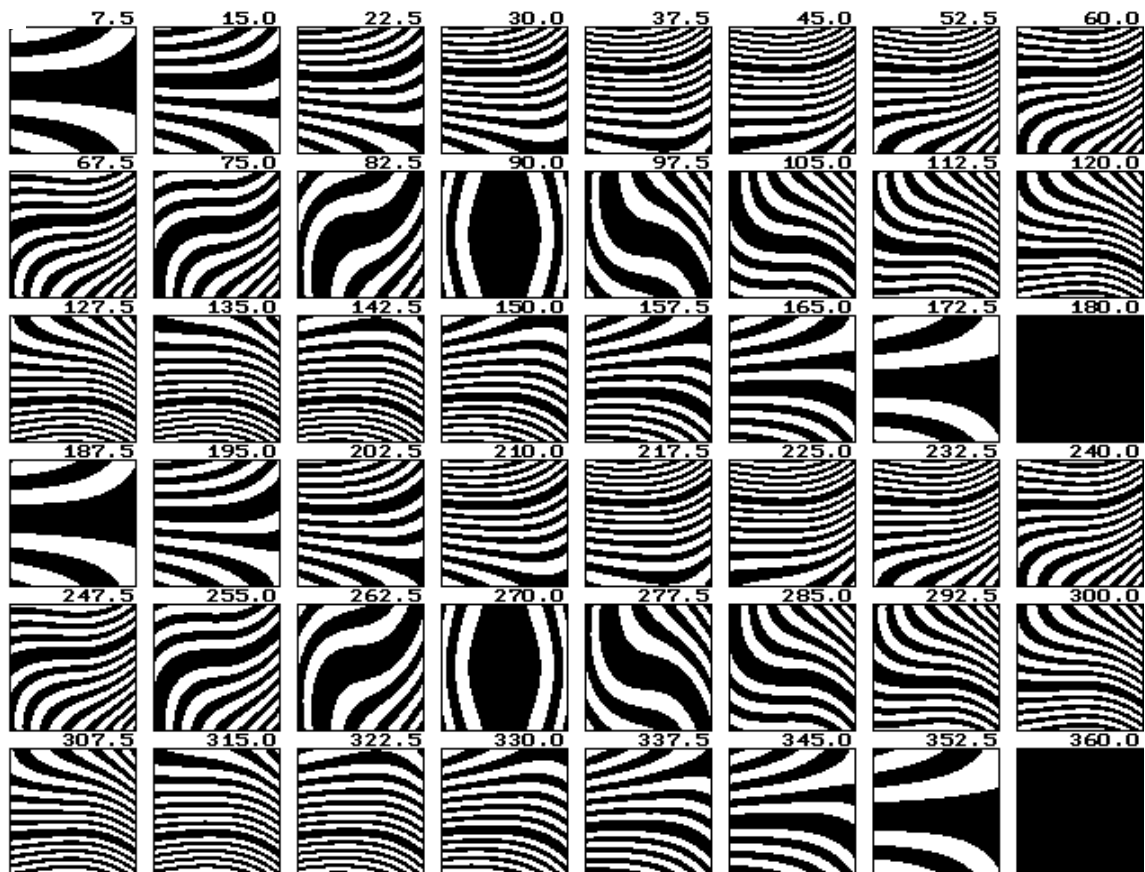


Bild 62: Grafische Darstellung der optischen Weglängen bezüglich der Referenzposition in Abhängigkeit von der Winkelposition der Strahlteiler

### 7.6.3.3 Einfluss der Ausrichtung beider Strahlteilerplatten zueinander

Im untersuchten experimentellen Aufbau liegen aus konstruktiven Gründen die Beleuchtungsrichtung und die Beobachtungsrichtung auf der selben Seite vom Rotor-Derotator-System. Im letzten Abschnitt ist gezeigt worden, dass diese Aufbausymmetrie eine teilweise Kompensation des Effekts der Phasenänderung liefert. Der Vollständigkeit halber soll hier der Effekt untersucht werden, wenn Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung beiderseits des Rotor-Derotator-Systems angeordnet sind. In Bild 63 ist die zugehörige Serie von Phasenbildern dargestellt. Im Gegensatz zu der Serie in Bild 60 haben die Interferenzmuster eine höhere Interferenzstreifendichte. Die Interferenzstreifenverläufe haben keine symmetrische Hyperbelstruktur. Während einer Umdrehung der Derotatorprismas wiederholt sich jedes Interferenzstreifenmuster jeweils ein Mal.



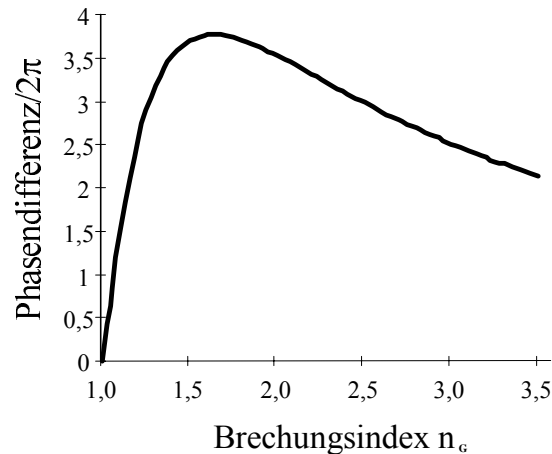
Simulationsparameter			
	x/mm	y/mm	z/mm
Beleuchtungsquellpunkt	0	0	0
Beobachtungspunkt	0	0	0
	Brechungsindex	Neigungswinkel/°	Dicke/mm
Beobachtungsstrahlteiler	1,5	- 45	1,0
Beleuchtungsstrahlteiler	1,5	- 45	1,0
Wellenlänge $\lambda$ : 690 nm			
Referenzzustand: Winkelposition 0			
Objektausschnitt: 80 mm x 80 mm			

Bild 63: Serie simulierter Interferenzmuster für parallel zueinander angeordnete Strahlteilerplatten

#### 7.6.3.4 Einfluss des Brechungsindex der Strahlteilerplatten

Der Brechungsindex  $n_G$  der Strahlteilerplatten ist neben der Dicke der planparallelen Platten ihre wesentliche Eigenschaft. Es wurde vorausgesetzt, dass beide Strahlteilerplatten den gleichen Brechungsindex  $n_{G1} = n_{G2}$  haben. Im Bild 64 ist die Phasendifferenz an einem Objektpunkt auf dem Rand des Objekts dargestellt, wenn sich das Derotatorprisma um einen Winkel

von  $45^\circ$  gedreht hat. Der Zusammenhang der resultierenden Phasendifferenz zwischen zwei Winkelpositionen in Abhängigkeit vom Brechungsindex  $n_G$  der eingesetzten Strahlteilerplatten hat bei den gewählten Parametern ein ausgeprägtes Maximum bei  $n_{G,\max} = 1,65$ . Dieser Zusammenhang resultiert aus der unterschiedlichen Abhängigkeit sowohl der optischen als auch der geometrischen Weglängen im Medium Glas im Verhältnis zur optischen Weglänge im Medium Luft. Die Nichtlinearität folgt aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz.



**Bild 64:** Darstellung der maximalen Phasendifferenz in Abhängigkeit vom Brechungsindex  $n_G$  beider Strahlteilerplatten

### 7.6.3.5 Einfluss der Dicke der Strahlteilerplatten

Die Dicke der Strahlteilerplatten beeinflusst direkt proportional die Phasendifferenz im betrachteten Interferometer im rotierenden Betrieb.

### 7.6.3.6 Folgerungen

Mit Hilfe von theoretischen Überlegungen und Simulationsrechnungen konnte gezeigt werden, dass in dem vorgeschlagenen Aufbau zur Untersuchung rotierender Bauteile die zur Einkopplung des Objektwellenfeldes und zur Beobachtung der derotierten Szene benötigten Strahlteilerplatten in Abhängigkeit des überstrichenen Phasenwinkels des Derotatorprismas bzw. des rotierenden Objekts während einer interferometrischen Messung Phasendifferenzen auftreten. Im Falle einer Echtzeitmessung mittels eines elektronischen Speckle - Interferometers ist eine systematische Verteilung von Korrelationsstreifen beobachtbar. Der Verlauf der typischen Phasenbilder durchläuft während einer vollen Umdrehung des Derotatorprismas zwei Perioden. An vier Winkelpositionen, nämlich bei  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  und  $360^\circ$  gibt es im ideal justierten, symmetrischen Aufbau aller Komponenten die Phasendifferenz  $\phi(x,y) = 0$ .

In einem sonst ideal justierten experimentellen Aufbau müssen zur Eliminierung dieser Phaseneinflüsse aufgrund der erhaltenen Ergebnisse folgende Konstruktionsregeln beachtet werden:

- Der Einfluss hängt direkt proportional von der Divergenz des Beobachtungswellenfeldes ab, d.h. vom Durchmesser des zu untersuchenden Bauteils bzw. dessen Arbeitsabstand.
- Die Strahlteiler müssen so angeordnet werden, dass Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung auf derselben Seite vom Derotator angeordnet werden. Der Neigungswinkel zur Symmetrieachse des Derotators muss möglichst klein gewählt werden.
- Der Brechungsindex hat einen nichtlinearen Einfluss mit einem Maximum. Es sollte also ein möglichst niedrigbrechendes Glas gewählt werden.
- Da die Dicke der eingesetzten Strahlteiler direkt proportional die Phasenänderung beeinflusst sollten die Glasplatten so dünn wie möglich ausgeführt werden. Denkbar wäre der Einsatz von sog. „Pellicle“ – Strahlteilern. Das sind sehr dünne Plättchen, die von einschlägig bekannten Optik-Firmen angeboten werden.
- Minimale und symmetrische Phasenbildstrukturen treten dann und nur dann auf, wenn die optischen und geometrische Eigenschaften beider Strahlteilerplatten gleich sind.

### **7.7 Zusammenfassung der Eigenschaften eines Interferometers innerhalb des Rotor-Derotator-Systems**

In diesem Kapitel wurden die Einflüsse eines Rotor-Derotator-Systems auf einen interferometrischen Aufbau untersucht. Ziele dieses Kapitels waren die Erarbeitung von Justierstrategien zur optimalen Ausrichtung des Derotators auf den Rotor sowie auch die optimale Positionierung des Interferometers innerhalb des Rotor-Derotator-Systems. Dabei wurde das elektronische Speckle-Interferometer als Messgerät zur Kontrolle des jeweiligen Justierzustands eingesetzt.

Zu jeder Aufbaukonfiguration, bei der sich das Objekt in einem Derotationszustand befand, konnte eine optimale Position des Beleuchtungsquellpunkts S gefunden werden, bei der die Phasenbilder minimale Phasendifferenz zeigten. Anhand der aufgenommenen Phasenbilder konnte jedoch nicht eindeutig entschieden werden, ob eine Justiermaßnahme den Gesamtjustierzustand verbessert oder verschlechtert hatte. Dieser Sachverhalt führte zu der Untersuchung der Einflüsse der im experimentellen Aufbau befindlichen Strahlteilerplatten. Die errechneten Phasenbilder zeigten, dass auch bei einem ideal zum rotierenden Objekt angeordneten Derotator eine interferometrische Untersuchung immer ein charakteristisches Interferenz-

streifenmuster liefert, das die interferometrische Untersuchung eines rotierenden Objekts auf Eigenschwingungsformen immer stören würde.

Abschließend werden im Folgenden alle bisher untersuchten Einflussgrößen zusammengefasst:

Zu einem bestimmten Zeitpunkt setzt sich der optische Weg des Objektwellenfelds eines interferometrischen Aufbaus in einem Rotor-Derotator-System zusammen aus der

- Messgröße, der axialen Eigenverformung des Objekts  $Z_O(r,\theta)$  an einem Punkt  $p(r,\theta)$ ,
- „optischen Verformung“ infolge der Ausrichtung und Position des Derotators  $D(r, \theta, x_D, y_D, \alpha, \beta)$ ,
- der optischen Weglängenänderung aufgrund der Beobachtung durch zwei Strahlteiler  $S_N(r, \theta, d_1, d_2, n_{G1}, n_{G2}, \sigma_1, \sigma_2)$  und der
- Orte des Beleuchtungs- und Beobachtungspunkts des Interferometers  $S(x_S, y_S, z_S)$  und  $B(x_B, y_B, z_B)$

Diese Einflüsse haben die folgenden Abhängigkeiten:

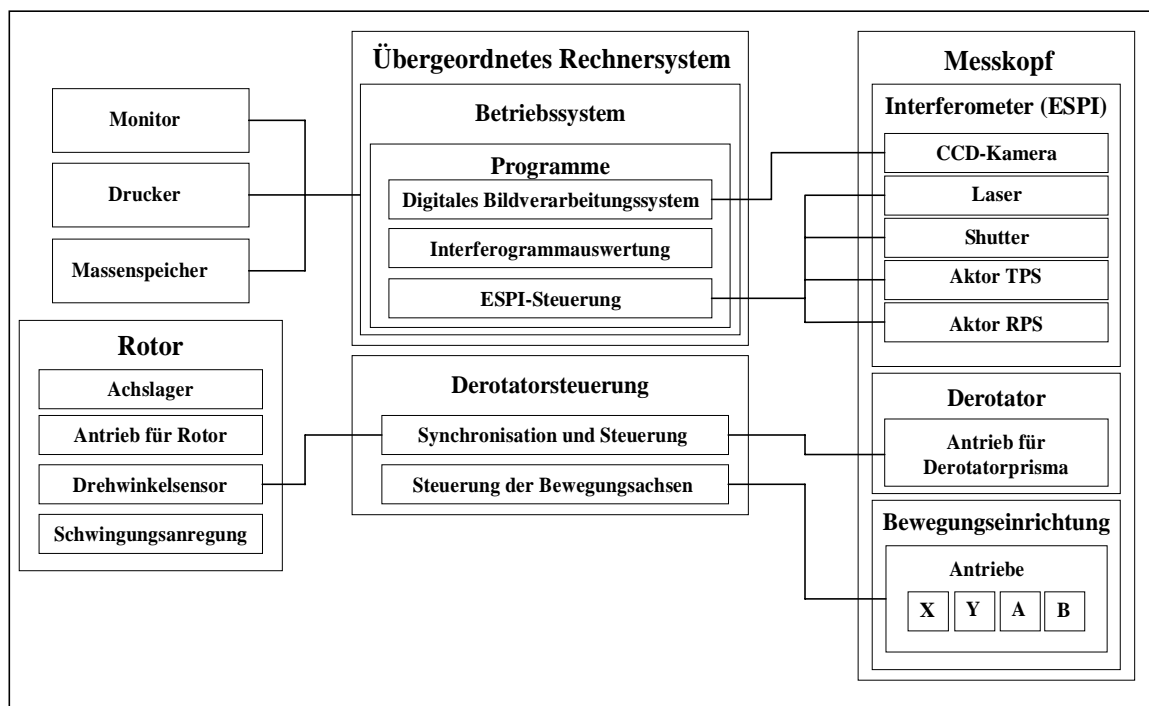
Als unabhängige Systemgröße funktioniert die Position und Ausrichtung der Rotationsachse des Untersuchungsobjekts. Der Derotator muss auf diese Achse mit dem in (7.2.1) beschriebenen Verfahren ausgerichtet werden. Die Ausrichtung des Derotators legt direkt die Beobachtungsrichtung des Interferometers fest. Bezüglich dieser Beobachtungsrichtung gibt es eine ausgezeichnete Position des Beleuchtungspunkts S. Dieser Beleuchtungspunkt S wird festgelegt durch die virtuelle Position des Beleuchtungsquellpunkts S. Diese ist wiederum eine Kombination aus der Lage und Orientierung der Aufweitungsoptik und des Beleuchtungsstrahlteilers.

Der Versuch, z.B. den Ort des Beleuchtungsquellpunkts S zu optimieren, ändert direkt das Empfindlichkeitsvektorfeld, dass durch die Strahlteilerplatten bestimmt wird, und direkt die relative Position bezüglich des Beobachtungspunkts. Der Ort des Beobachtungspunkts ist wiederum mit dem Derotator verknüpft und dessen Positionsänderung hat Auswirkung auf den Derotationszustand. Der Ausweg aus diesem Dilemma führt über eine grundlegende konzeptionelle Änderung des experimentellen Aufbaus. Im nächsten Abschnitt wird daher ein Konstruktionsvorschlag für einen optimierten Messkopf entwickelt.

## 8 Konzeptentwicklung

### 8.1 Systemübersicht

Aufgrund der im Rahmen dieser Arbeit erhaltenen Erkenntnisse ist es nun möglich, ein Messsystem vorschlagen zu können, mit dem prinzipiell die kontinuierliche interferometrische Untersuchung von Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile ausgeführt werden kann. Das vorgeschlagene Messsystem besteht aus einem optimierten Messkopf, einer Aufnahmevorrichtung für das zu untersuchende Objekt, einer Steuerung für die mechanischen Funktionen des optimierten Messkopfs sowie einem Rechnersystem mit Programmen zur Steuerung der optischen Funktionen des Messkopfs, zur digitalen Bildverarbeitung und zur Analyse und Auswertung von Interferogrammen. Dieses Messsystem ist als Blockschaltbild in Bild 65 dargestellt.



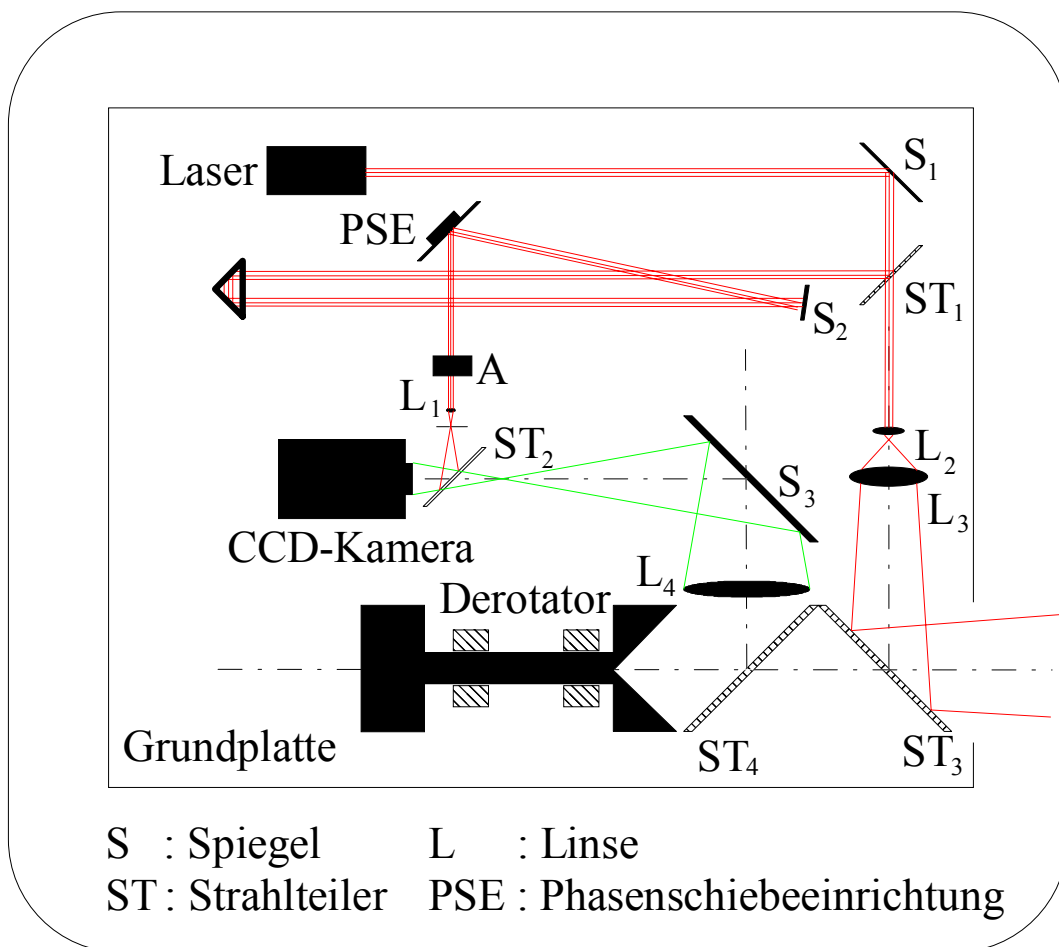
**Bild 65: Blockschaltbild des vollständigen interferometrischen Messsystems zur kontinuierlichen interferometrischen Untersuchung rotierender Bauteile**

### 8.2 Messkopf

Hauptmerkmal ist das konstruktive Zusammenfassen des Derotators mit den Komponenten des Interferometers, bzw. des elektronischen Speckle-Interferometers in einem gemeinsamen Messkopf. Die gegenseitig zueinander zu justierenden Komponenten Beleuchtungsquell-



punkt S, Derotator und Beleuchtungsstrahlteilerplatte müssen konstruktiv so zueinander auf einer gemeinsamen Grundplatte angeordnet werden, dass der virtuelle Beleuchtungsquellepunkt S exakt auf der Symmetrie- bzw. Drehachse des Derotatorprismas liegt. Mit dieser Voraussetzung soll erzwungen werden, dass mit der Änderung der Position und Orientierung der Derotatorachse auch die Position des Beleuchtungspunkts S relativ zum Derotator konstant bleibt. Damit sind auch gleichzeitig die Beobachtungsrichtung und die Beleuchtungsrichtung des interferometrischen Aufbaus miteinander gekoppelt. Durch diese Kopplung wird erreicht, dass nur bei einer einzigen ausgezeichneten Position des Derotators relativ zum rotierenden Objekt im gekoppelten Betrieb sowohl maximale Qualität der Derotation und minimale Phasenänderung im Interferometer gleichzeitig auftreten.



**Bild 66:** Schematische Darstellung der Anordnung der Komponenten des optimierten Messkopfs

Ein Vorschlag für die Anordnung der notwendigen Komponenten ist in Bild 66 dargestellt. Auf einer gemeinsamen Grundplatte sind alle Komponenten des Derotators und des Interferometers angeordnet. Das von einem Laser emittierte Licht wird über den Spiegel  $S_1$  auf den Strahlteiler  $ST_1$  gerichtet und dort in Referenz- und Objektwelle aufgeteilt. Im Referenzarm

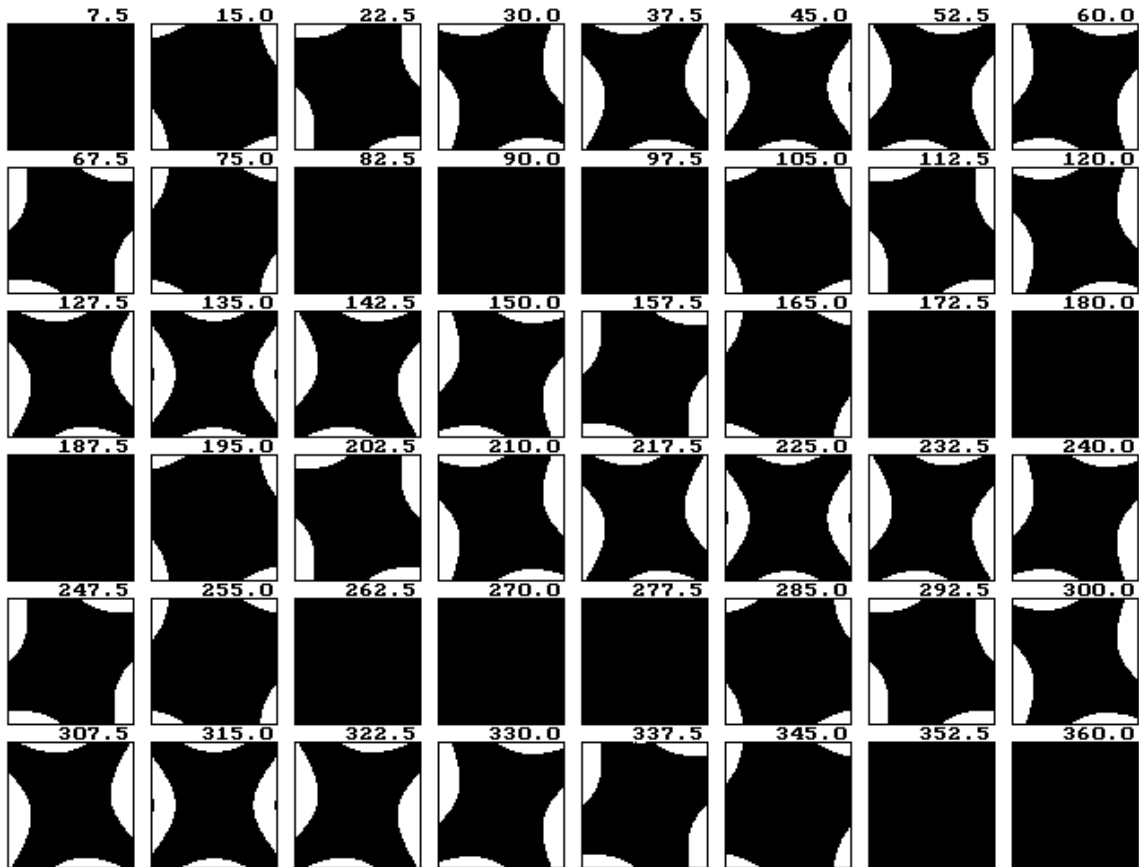
wird das Licht über eine in der Länge einstellbare Ausgleichstrecke, über einen auf einem Piezo-Stellelement PSE montierten Spiegel und einen Strahlabschwächer A für die Intensitätsanpassung zur Aufweitungsoptik  $L_1$  geleitet. Über einen weiteren Strahlteiler  $ST_2$  wird die Referenzwelle auf den Kamerasensor gerichtet. Mit dem auf einem Piezo-Stellelement montierten Spiegel kann die Phase des Referenzwellenfelds gezielt relativ zur Phase des Objektwellenfelds eingestellt werden.

Das Licht der Objektwelle wird mit der Optik  $L_2$  und  $L_3$  aufgeweitet und über den Strahlteiler  $ST_3$  auf das zu untersuchende Objekt gerichtet. Das vom Objekt gestreute Licht durchläuft die Strahlteiler  $ST_3$  und  $ST_4$  und trifft danach auf das Derotatorprisma. Das dort reflektierte Licht wird über den Strahlteiler  $ST_4$  und die Abbildungsoptik  $L_4$  auf den Kamerasensor gerichtet.

Zur Minimierung des Einflusses der im Derotatorkoordinatensystem rotierenden Strahlteilerplatten  $ST_3$  und  $ST_4$  auf die aufzunehmenden Interferenzmuster (8.6) wird die in Bild 68 dargestellte Variation vorgeschlagen. Dabei sind die Strahlteilerplatten  $ST_3$  und  $ST_4$  in einem Winkel von  $30^\circ$  bzw.  $-30^\circ$  angeordnet, um die über eine Vollumdrehung auftretende Phasenänderung zu reduzieren. Mit der symmetrischen Anordnung von  $ST_3$  und  $ST_4$  wird ein asymmetrischer Einfluss auf die Phasenänderung eliminiert (7.6.3.3). Der Einfluss dieser Anordnung der Strahlteilerplatten  $ST_3$  und  $ST_4$  wurde im Vergleich zu den in (7.6.3.1) dargestellten Ergebnissen untersucht. Das Ergebnis ist in Bild 67 dargestellt. Bei den dort angegebenen Simulationsparametern tritt eine maximale Phasenstörung von weniger als einer Interferenzstreifenordnung auf.

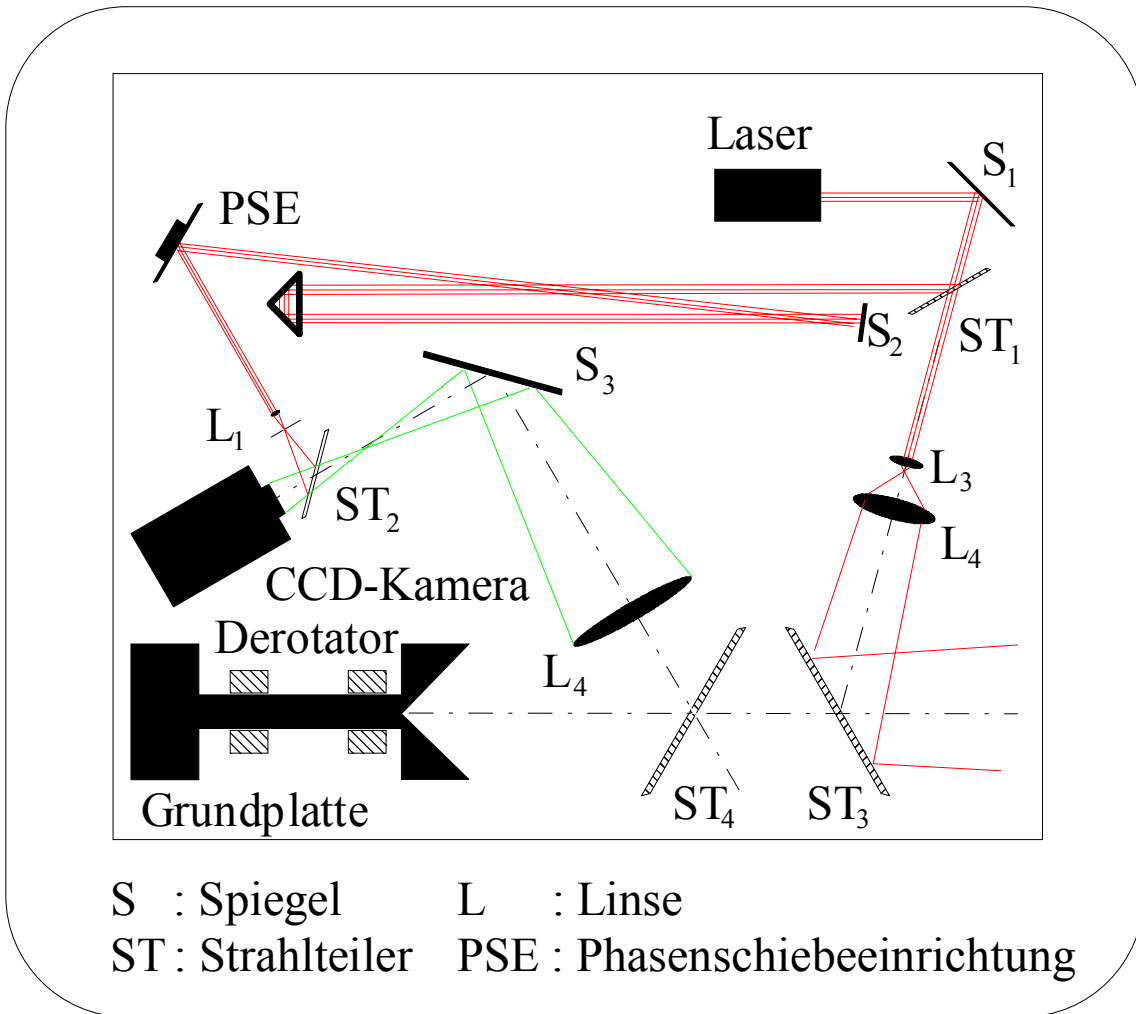
Im Hinblick auf die Einflüsse des diskutierten Derotatorfehlers (6.3.4, 6.6.3, 6.7.3.3) sollte die Halterung des Reflexionsprismas so konstruiert werden, dass die Position und die Orientierung des Reflexionsprismas bezüglich der Derotatordrehachse justiert werden kann.

Der Messkopf des integrierten Derotator-Interferometer-Systems muss auf einer Bewegungseinrichtung montiert werden, die (ähnlich dem Tripod des vorhandenen Derotatorkopfs) (6.2) die Ausrichtung und Positionierung bezüglich der Drehachse des rotierenden Objekts in zwei Translations- und zwei Rotationsfreiheitsgraden erlaubt. Nach den bisherigen Erfahrungen erscheint es nicht notwendig zu sein, dass die vertikale Drehachse A und die horizontale Drehachse B der Bewegungsvorrichtung durch den Schnittpunkt der Dachkante des Derotatorprismas mit deren Symmetrieachse verläuft.



<b>Simulationsparameter</b>			
	x/mm	y/mm	z/mm
Beleuchtungsquellepunkt	0	0	0
Beobachtungspunkt	0	0	0
	Brechungsindex	Neigungswinkel/°	Dicke/mm
Beobachtungsstrahlteiler	1,5	+30	1,0
Beleuchtungsstrahlteiler	1,5	-30	1,0
Wellenlänge $\lambda$ : 690 nm			
Referenzzustand: Winkelposition 0			
Objektausschnitt: 80 mm x 80 mm			

Bild 67: Serie simulierter Interferenzmuster für im Winkel von 60° zueinander angeordnete Strahlteilerplatten



**Bild 68:** Schematische Darstellung der Anordnung der Komponenten des integrierten Derotator-Interferometer-Systems

### 8.3 Interferometer (ESPI)

Mit dem im optimierten Messkopf integrierten ESPI-System, dass mit einem modulierbaren Diodenlaser betrieben werden kann, sollten folgende Aufnahmeverfahren realisiert werden können:

- Doppelbelichtungsverfahren (3.2.1)
- Echtzeitverfahren (3.2.2)
- Zeitmittlungsverfahren (3.2.3)
- zeitliches Phasenschiebeverfahren (3.6.2)
- räumliches Phasenschiebeverfahren (3.3)

Für das vorgeschlagene Messsystem muss es möglich sein, je nach Anforderung der Untersuchung ein individuelles Aufnahmeverfahren einsetzen zu können. Bei der Überprüfung der Justierung des Messkopfs oder bei statischen Belastungen des zu untersuchenden Objekts ist das zeitliche Phasenschiebeverfahren geeignet, bei dynamischen Verformungen des zu untersuchenden Objekts ist der Einsatz des räumlichen Phasenschiebens /34/ notwendig, bei der Untersuchung von stabilen Eigenschwingungsformen die Anwendung des in /45/ beschriebenen Aufnahmeverfahrens vorteilhaft sowie beim Auftreten von dynamischen Eigenschwingungsformen ist es unerlässlich, deren zeitlichen Verlauf per Videoaufzeichnung speichern zu können. Zur quantitativen Analyse von stationären Belastungszuständen des ruhenden Untersuchungsobjekts ist die Anwendung des Doppelbelichtungsverfahrens notwendig.

Zur kontinuierlichen Beobachtung rotierender Bauteile können zwei Aufnahmeverfahren vorgeschlagen werden. Entweder können mit einer Hochgeschwindigkeitskamera die Specklegramme während einer Vollumdrehung aufgenommen werden, oder die zeitliche Steuerung muss objektlagenabhängig so getriggert werden, dass zwischen zwei Aufnahmen ein Winkel von  $2\pi + \omega_0 \Delta t$  liegt. Letzteres setzt voraus, dass die Frequenz der interessierenden Eigenschwingungszustands des Untersuchungsobjekts gleich der Drehfrequenz des Rotors ist. Im Umkehrschluss widerspricht das der Praxis, dass die Rotordrehzahl immer weit entfernt von einer Eigenfrequenz gewählt wird. Andererseits ist der Betriebszustand gleicher Frequenz ein plausibler Untersuchungszustand.

#### **8.4 Übergeordnetes Rechnersystem**

Das übergeordnete Rechnersystem hat die Funktionen, dass die benötigten Programme zur Steuerung des Messkopfs, zur Steuerung der Interferometerkomponenten und eines digitalen Bildverarbeitungssystems und Peripheriegeräte, wie z.B. Monitor, Drucker und Massenspeicher betrieben werden können.

Zur Steuerung des Messkopfs ist es notwendig, folgende Funktionen zu implementieren: Die Leistungssteuerung und die zeitliche Steuerung des Lasers, der Betrieb eines Shutters sowie auch die Steuerung der benötigten Aktoren für die Aufnahmeverfahren des zeitlichen Phasenschiebens (TPS) und des räumlichen Phasenschiebens (RPS). Die zur Aufnahme der Interferogramme notwendige elektronische Kamera soll gekoppelt mit dem digitalen Bildverarbeitungssystem betrieben werden. Zur Bearbeitung und Auswertung von Interferogrammen sind Algorithmen notwendig, die einerseits bekannt sind /7//10/ und andererseits, kommerziell erhältlich sind. In der Praxis hat es sich als zweckmäßig erwiesen, dass diese Funktionen zur Steuerung, Bildverarbeitung und Interferogrammauswertung in einem gemeinsamen Programm implementiert werden.

## **8.5 Untersuchungsobjekt**

Die bereits im Rahmen der experimentellen Untersuchung dieser Arbeit (siehe Bild 6) eingesetzte Einheit zur Aufnahme des Untersuchungsobjekts besteht aus einer qualitativ hochwertigen Lagerung, einem Antrieb und einem Drehwinkelsensor. Es kann zur externen Schwingungsanregung der zu untersuchenden rotierenden Bauteile durch einen an die Messaufgabe angepassten Erreger erweitert werden.

## **9 Zusammenfassung**

In der vorliegenden Arbeit sind Voraussetzungen erarbeitet worden, die die Einsatzgrenze bestehender Verfahren zur Ermittlung von Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile auf die kontinuierliche interferometrische Untersuchung ausdehnen werden.

In der Vergangenheit sind eine Reihe von Verfahren zur interferometrischen Untersuchung rotierender Bauteile entwickelt und erfolgreich eingesetzt worden (5). In den meisten Fällen sind dabei Doppelbelichtungsinterferogramme aufgenommen worden. Für die kontinuierliche Untersuchung von Eigenschwingungsformen rotierender Bauteile ist bisher kein in der Praxis anwendbares Verfahren entwickelt worden.

Wesentliche Eigenschaft eines derartigen interferometrischen Aufbaus ist die Möglichkeit der Separation zwischen Drehbewegung und Eigenbewegung des rotierenden Bauteils (4).

Grundlegendes Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Erarbeitung der Voraussetzungen zur Realisierung eines Messsystems zur kontinuierlichen interferometrischen Untersuchung rotierender Bauteile mit einem kontinuierlich betriebenen Speckle-Interferometer, welches das rotierende Objekt durch einen Prismenbildderrotator beobachtet.

In grundlegenden Überlegungen wird die Problematik des Schwingungsphänomens im Zusammenhang mit rotierenden Bauteilen dargestellt sowie dessen Messtechnik. Die Symmetrie von Eigenschwingungsformen liefert Informationen über die Symmetrie der Bauteil- bzw. Materialeigenschaften. Die Beurteilung von Eigenschwingungsformen liefert Informationen auch über lokale Fehlerstellen. Ein Untersuchungsverfahren für rotierende Bauteile würde nicht nur in der Forschung und Entwicklung wertvolle Erkenntnisse liefern, sondern auch in der Qualitätssicherung der Fertigungsverfahren (2).

Es wurde ein Aufbau realisiert, dessen Merkmale sich an Merkmalen bereits veröffentlichter Aufbauten orientieren. Dazu gehören drei Hauptkomponenten, nämlich ein an einer hochgenauen Achse montiertes Untersuchungsobjekt, ein Reflexionsbildderrotator und ein elektronisches Speckle-Interferometer. Die Grundidee besteht darin, dass mit der Kamera des elektronischen Speckle-Interferometers durch den Strahlengang des Reflexionsbildderrotators das

rotierende Objekt beobachtet wird. Ein Bildderotorator ist ein optisches Gerät mit dem das stillstehende Bild eines rotierenden Objekts beobachtbar ist. Wenn nun ein interferometrischer Aufbau in das Rotor-Derotorator-System integriert wird, dann ist es prinzipiell möglich, axiale Bewegungen des rotierenden Bauteils interferometrisch zu vermessen (5.5).

Die Untersuchung wurde aufgeteilt in die separat voneinander durchgeführte Analyse des aus Rotor und Derotorator bestehenden Teilsystems einerseits und der experimentellen und theoretischen Analyse des aus Rotor, Derotorator und Interferometer bestehenden Gesamtsystems.

Zur theoretischen Analyse der Eigenschaften des Rotor-Derotorator-Systems wurde die Funktion des Derotorators mathematisch modelliert und darauf aufbauend ein Simulationsprogramm entwickelt. In das Simulationsprogramm wurden auch die realen Eigenschaften der Systemkomponenten implementiert, um sie einerseits separat voneinander untersuchen zu können und andererseits ihre zulässigen Toleranzen im Gesamtsystem ermitteln zu können (6).

Zur experimentellen Analyse der Eigenschaften des Rotor-Derotorator-Interferometer-Systems wurde das vorhandene elektronische Speckle-Interferometer als Messinstrument genutzt (7).

Durch die parallel ausgeführte experimentelle und theoretische Analyse des Aufbaus konnten die Eigenschaften des Rotor-Derotorator-Systems vollständig verstanden werden und führten zur Konstruktion eines optimierten Aufbaus (8).

## Literaturverzeichnis

- /1/ Frankowski, G.; Abramson, N.; Füzessy, Z. (Eds.):  
Application in Metrological Laser Methods in Machines and Systems, Akademie Verlag, 1991
- /2/ Vest, C.M.:  
Holographic Interferometry, J. Wiley and Sons, 1979
- /3/ Ostrovsky, Y. I.; Shchepinov, V. P.; Yakovlev, V. V.:  
Holographic Interferometry in Experimental Mechanics, Springer Series in Optical Sciences, Springer Verlag, Berlin, 1991
- /4/ Hariharan, P.:  
Optical Holography: Principles, techniques and Applications, Cambridge University Press, 1984
- /5/ Jones, R.; Wykes, C.:  
Holographic and Speckle Interferometry, Cambridge University Press, Cambridge, 1983
- /6/ Wernicke, G; Osten, W.:  
Holographische Interferometrie: Grundlagen, Methoden und ihre Anwendung in der Festkörpermechanik, Physik-Verlag, Weinheim, 1982
- /7/ Kreis, T.:  
Holographic Interferometry, Principles and Methods, Akademie Verlag, Berlin, 1996
- /8/ Schumann, W.; Dubas, M.:  
Holographic interferometry: From the scope of deformation analysis of opaque bodies, Springer series in optical sciences, Vol. 16, Springer, Berlin 1979
- /9/ Rastogi, P.K. (Ed):  
Holographic interferometry: principles and methods, Springer series in optical sciences, Vol. 68, Springer, Berlin, 1994
- /10/ Meinschmidt, P.; Hinsch, K.; Sirohi, R.S. (Eds.):  
Selected Papers on electronic speckle pattern interferometry: principles and practice, SPIE Milestone Series, MS 132, SPIE Optical Engineering Press, 1996
- /11/ Sirohi, R.S.; Hinsch, K.: Selected papers on Holographic Interferometry: Principles and Techniques, SPIE Milestone Series, MS 144, SPIE Optical Engineering Press, 1998



- /12/ Ono, K.; Maeno, T.:  
Theoretical and experimental investigation on dynamic characteristics of a 3.5-inch flexible disk due to a point contact head, Conf. on Tribology and mechanics of magnetic storage systems, ASLE, Park Ridge, Illinois, USA, 1984
- /13/ Khader, N.:  
Stability analysis for the dynamic design of rotors, Journal of Sound and Vibration, Vol. 207(3), 1997, 287-299
- /14/ Bhat, M.M.; Ramamurti, V.; Sujatha, C.:  
Studies on the determination of natural frequencies of industrial turbine blades, Journal of Sound and Vibration, Vol. 196(5), 1996, 681-703
- /15/ Hsieh, S.H.; Abel, J.F.:  
Comparison of two finite element approaches for analysis of rotating bladed-disk assemblies, Journal of Sound and Vibration, Vol. 182(1), 1995, 91-107
- /16/ Shahab, A. A. S.:  
Finite element Analysis for the Vibration of Variable Thickness Discs, J. Sound & Vibration, Vol. 162, No. 1, (1993), 67 – 88
- /17/ Leung, R. C. N.; Pinnington, R. J.:  
Vibration of Rotating Disc Subjected to an In-Plane Force at its Rim, or at its Centre, J. Sound & Vibration, Vol. 114, No. 2, (1987), 281 – 295
- /18/ Lakshminarayana, H. V.:  
Finite Element analysis of Rotating Laminated Composite Annular Discs, Composites, Vol. 17, No. 1, (January 1986), 42 – 48
- /19/ Beeck, M. A.:  
Zur holografisch-interferometrischen Schwingungsanalyse an schnellrotierenden Bauteilen, Dissertation Universität Hannover, 1984
- /20/ Vogt, E.; Geldmacher, J.; Dirr B; Kreitlow, H.:  
Hybrid Vibration-Mode Analysis of Rotating Turbine-Blade Models, Exp. Mech., June 1985, 161 – 170
- /21/ Geldmacher, J.; Kreitlow, H.; Beeck, M. A.; Fagan, W. F.:  
Schwingungsmessung an rotierenden Bauteilen unter Betriebsbedingungen mit einem Bild-Derotator, 5. Int. Kongress Optoelektronik in der Technik, Springer Verlag, 1982, 111 – 115

- /22/ Kreitlow, H.; Geldmacher, J.; Jüptner, W.:  
Entwicklung neuer Verfahren zur holografischen Schwingungsmessung an rotierenden Bauteilen, Laser'83, München, 1983
- /23/ Beeck, M. A.; Kreitlow, H.; Fagan, W. F.:  
Einsatz eines Reflexions-Bild-Derotators zur holografischen Schwingungsanalyse an rotierenden Objekten, messen + prüfen/automatik, Dezember 1980, 889 – 891
- /24/ Schmidt, K. J.; Kreitlow, H.:  
Schwingungsanalyse durch kombinierte Anwendung der holografischen Interferometrie und der Berechnung mittels finiter Elemente, Mech. Res. Comm., Vol. 4(6), 427-434, 1977
- /25/ Geldmacher, J.; Kreitlow, H.; Vogt, E.; Dirr B:  
Holographische Schwingungsanalyse an rotierenden Bauteilen mit Hilfe eines objektlagen- und –schwingungsphasenbezogenen Lasertriggerverfahrens, Laser'85, München, 1985
- /26/ Beeck, M. A.:  
Pulsed holographic vibration analysis on high-speed rotating objects: fringe formation, recording techniques, and practical applications, Opt. Eng., Vol. 31, No. 3, (March 1992), 553 – 561
- /27/ Beeck, M.A.; Fagan, W.F.:  
Study of the Dynamic Behaviour of Rotating Automobile Cooling Fans using Image Derotated Holographic Interferometry, Topical Meeting on Hologram Interferometry and Speckle Metrology, Optical Society of America, June 2<sup>nd</sup>-4<sup>th</sup> 1980
- /28/ MacBain, J. C.; Horner, J. E.; Stange, W. A.; Ogg, J. S.:  
Vibration Analysis of a Spinning Disc Using Image-derotated Holographic Interferometry, Exp. Mech., (January 1979), 17 - 22
- /29/ MacBain, J. C.; Stange, W. A.; Harding, K. G.:  
Real-time Response of a Rotating Disk Using Image-derotated Holographic Interferometry, Exp. Mech., (January 1981), 34 – 40
- /30/ MacBain, J.C.:  
Hologram Interferometry of Rotating Structures, Topical Meeting on Hologram Interferometry and Speckle Metrology, Optical Society of America, June 2<sup>nd</sup>-4<sup>th</sup> 1980

- /31/ Stetson, K. A.:  
The Use of an Image Derotator in Hologram Interferometry and Speckle Photography of Rotating Objects, *Exp. Mech.*, (February 1978), 67 – 73
- /32/ Geldmacher, J.; Kreitlow, H.; Steinlein, P.; Sepold, G.:  
Comparison of vibration mode measurements on rotating objects by different holographic methods, *SPIE Vol. 398*, (1983), 101 – 110
- /33/ Lu, B.; Abendroth, H.; Egger, H.; Ziolkowski, E.; Yang, X.:  
Real time investigation of rotating objects using ESPI system, *SPIE Vol. 1026*, (1988), 218 – 221
- /34/ Pedrini, G.; Tiziani, H. J.:  
Double-pulse electronic speckle interferometry for vibration analysis, *Appl. Opt.*, Vol. 33, No. 34, (1 December 1994), 7857 – 7863
- /35/ Pérez-López, C.; Mendoza-Santoyo, F.; Pedrini, G.; Schedin, S.; Tiziani, H. J.:  
Pulsed digital holographic interferometry for dynamic measurement of rotating objects with an optical derotator, *Appl. Opt.*, Vol. 40, No. 28, (1 October 2001), 5106 – 5110
- /36/ Preater, R.; Swain, R.:  
ESPI Fringe analysis on Rotating Components, *Fringe'93*, Proceedings of the 2<sup>nd</sup> international Workshop on Fringe Processing, Bremen, Germany, Akademie Verlag, 1993, 440 - 451
- /37/ Kreitlow, H.:  
Untersuchung quantitativer Zusammenhänge in der holografischen Interferometrie insbesondere im Hinblick auf eine Auswertung holografischer Interferenzmuster, Dissertation Technische Universität Hannover, 1976
- /38/ Miesner, J.; Schüning, T.:  
Kombination von Shearografie und elektronischer Speckle-Interferometrie am Beispiel der zerstörungsfreien Prüfung von Kunststoffklebungen, 12. Mittweidaer Fachtagung, 12. – 15. November 1998, Mittweida
- /39/ Lee, C. W.; Jia, H. S.; Kim, C. S.; Chun, S. B.:  
Tuning of Simulated Natural Frequencies for a Flexible Shaft-Multiple Flexible Disk System, *J. Sound & Vibration*, Vol. 207, No. 4, (1997), 435 – 451
- /40/ Bishop, R.E.D.:  
*Schwingungen in Natur und Technik*, B. G. Teubner, Stuttgart 1985

- /41/ Profos, P.; Pfeifer, T. (Hrsg.):  
Handbuch der industriellen Messtechnik, Oldenbourg Verlag, München 1994
- /42/ Weck, M.; Ostendarp, H.; Sellhorst, M.:  
Schwingungsformanalyse mit holografischer Interferometrie und Modalanalyse, Technisches Messen, Band 60, Nr. 6, (1993), 228 –234
- /43/ Gallus, H. E.; Lambertz, J.:  
Gestaltungsrichtlinien zur Reduzierung von Schaufelschwingungsanregungen infolge instationärer Schaufeldruckverteilungen, Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen, Nr. 3076: Fachgruppe Maschinenbau, Verfahrenstechnik, Westdeutscher Verlag, Opladen, 1981
- /44/ Miesner, J.; Kreitlow, H.:  
Verfahren zur Qualitätsprüfung von Interferometern, Vorträge des 12. Internationalen Kongresses Laser'95, München, Springer-Verlag, (1996)
- /45/ Pryputniewicz, R. J.:  
Time average holography in vibration analysis, Opt. Eng. Vol. 24, No. 5, (Sept/Oct 1985)
- /46/ Schnars, U.:  
Digitale Aufzeichnung und mathematische Rekonstruktion von Hologrammen in der Interferometrie, VDI Fortschrittberichte, Reihe 8, Nr. 378, VDI-Verlag, Düsseldorf (1994)
- /47/ Hinsch, K.:  
Lasergranulation, Physik in unserer Zeit, 23. Jahrgang, 1992, Nr. 2
- /48/ Pryputniewicz, R. J.; Stetson, K. A.:  
Measurement of Vibration Patterns using Electro-Optic Holography, Laser Interferometry: Quantitative Analysis of Interferograms, Proc SPIE Vol. 1192, 456 – 467, 1989
- /49/ Jüptner, W.; Kreis, T.; Kreitlow, H.:  
Automatic evaluation of holographic interferograms by reference beam shifting, SPIE Vol. 398, 22 – 29, 1983
- /50/ Creath, K.:  
Phase-Measurement Interferometry Techniques, Progress in Optics XXVI, Elsevier Science Publishers B.V., 1988
- /51/ Lamb, H.; Southwell, R. V.;  
The Vibrations of a Spinning Disk, Proceedings of the Royal Society of London, Vol. 99, (1921), 272 – 280

- /52/ Southwell, R. V.:  
On the Free Transverse Vibrations of a Uniform Circular Disc Clamped at its Centre; and on the Effects of Rotation, Proceedings of the Royal Society of London, Vol. 101, (1922), 133 – 153
- /53/ Kirchhoff, G.:  
Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe, Journal für die reine und angewandte Mathematik, Band 40, (1850), 51 – 88
- /54/ Anderson, D. J.; Valera, J. D.; Jones, J. D. C.:  
Electronic speckle pattern interferometry using diode laser stroboscopic illumination, Meas. Sci. Technol. 4 (1993) 982 – 987
- /55/ Bothe, T.; Burke, J.; Helmers, H.:  
Spatial phase shifting in electronic speckle pattern interferometry: minimization of phase reconstruction errors, Appl. Opt. Vol. 36, No. 22, (1 August 1997)
- /56/ Brozeit, A.; Burke, J.; Helmers, H.; Sagehorn, H.; Schuh, R.:  
Noise reduction in electronic speckle pattern interferometry fringes by merging orthogonally polarized speckle fields, Opt. Laser Tech. 30 (1998) 325 – 329
- /57/ Weber, J.:  
Vergleich zwischen holographischer Interferometrie und Elektronischer Speckle-Interferometrie, Qualitätstechnik, Band 31, Heft 8, (1986)
- /58/ Chen, J. S.; Hsu, C. M.:  
Forced Response of a Spinning Disk under Space-Fixed Couples, J. Sound & Vibration, Vol. 206, No.5, (1997), 627 – 639
- /59/ Lee, H. P.; Ng, T. Y.:  
Vibration and Critical Speeds of a Spinning Annular Disk of Varying Thickness, J. Sound & Vibration, Vol. 187, No. 1, (1995), 39 – 50
- /60/ Adams, G. A.:  
Critical Speeds for a Flexible Spinning Disk, Int. J. Mech. Sci., Vol. 29, No. 8, (1987), 525- 531
- /61/ Sinha, S. K.:  
Free Vibrations of a Thick Spinning Annular Disk with distributed Masses at the Outer Edge, J. Sound & Vibration, Vol. 122, No. 2, (1988), 217 – 231

- /62/ Chun, S. B.; Lee, C. W.:  
Vibration Analysis of Shaft-Bladed Disk System by using Substructure Synthesis and Assumed Modes Method, *J. Sound & Vibration*, Vol. 189, No. 5, (1996), 587 – 608
- /63/ Renshaw, A. A., Mote Jr., C. D.:  
A Perturbation Solution for the Flexible Rotating Disk: Non-Linear Equilibrium and Stability under Transverse Loading, *J. Sound & Vibration*, Vol. 183, No. 2, (1995), 309 – 326
- /64/ Yang, S. M.:  
Vibration of a Spinning Disk with Coupled Rigid-Body Motion, *J. Vibration & Acoustics*, Vol. 115, (April 1993), 159 – 164
- /65/ Miesner, J.; Kreitlow, H.:  
Simulation of interferometric fringe patterns by means of a flexible computer program, *SPIE Vol. 2340*, 75 – 80, 1994
- /66/ Kreitlow, H.; Miesner, J.:  
FringeSim'93 a flexible simulation system for holographic fringe pattern analysis, Fringe'93, Proceedings of the 2<sup>nd</sup> international Workshop on Fringe Processing, Bremen, Germany, Akademie Verlag, 1993, 395 - 397
- /67/ Spooren, R.:  
Double-pulse subtraction TV holography, *Opt. Eng.*, Vol. 31, No. 5, (May 1992), 1000 – 1007
- /68/ Spooren, R.:  
Standard charge-coupled device cameras for video speckle interferometry, *Opt. Eng.*, Vol. 33, No. 3, (March 1994), 889 - 896
- /69/ Stetson, K. A.; Brohinsky, W. R.; Wahid, J.; Bushman, T.:  
An Electro-Optic Holography System with Real-Time Arithmetic Processing, *J. Nondestructive Evaluation*, Vol. 8, No. 2, (1989), 69 – 76
- /70/ Stetson, K. A.; Brohinsky, W. R.: Electro-optic holography system for vibration analysis and nondestructive testing, *Opt. Eng.*, Vol. 26, No. 12, (December 1987), 1234 – 1239
- /71/ Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.:  
*Taschenbuch der Mathematik*, BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1985
- /72/ Dimarogonas, A. D.:  
*Analytical Methods in Rotor Dynamics*, Applied Science Publishers LTD, Barking, 1983

- /73/ Mahrenholz, O. (Hrsg.):  
Dynamics of Rotors – Stability and System Identification, Springer, Wien, New York,  
1984
- /74/ Bohl, W.:  
Strömungsmaschinen (Berechnung und Konstruktion), Vogel-Verlag, Würzburg, 1980
- /75/ Braitenberg, V. (Hrsg); Hosp, I. (Hrsg):  
Simulation – Computer zwischen Experiment und Theorie, Rowohlt Taschenbuch Ver-  
lag, Reinbeck, 1995
- /76/ Samuels, U; Kreitlow, H.; Parkin, R.M.:  
Automated Surface Measurement by Laser Tomography, IEE Colloquium on Mechatron-  
ics Innovations in Industrial Applications, Newport, U.K., 18. Nov. 1995
- /77/ Gröbner, W.:  
Matrizenrechnung, Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich, B.I.-Wissen-  
schaftsverlag (1977)

## Lebenslauf

### Zur Person

Name Jörn Miesner  
Anschrift Celosstr. 15  
26721 Emden

geboren am 21. Juni 1963  
in Springe  
Familienstand ledig

### Schulen

Grundschule 1969 - 1973 in Hohenbostel  
Orientierungsstufe 1973 - 1975 in Barsinghausen  
Mittelstufe 1975 - 1979 an der Kooperativen Gesamtschule in  
Barsinghausen  
Oberstufe 1979 - 1982 am Ganztagsgymnasium in Barsinghausen  
Abschluss: Abitur

### Wehrdienst

01. Juli 1982 - 30. Juni 1984

### Studium

Universität Hannover 01. Oktober 1984 - 31. August 1986  
Studium der Physik

Fachhochschule Ostfriesland 01. September 1986 - 26. September 1990  
Studium der Physiktechnik mit den Schwerpunkten Laser-  
technik und Energie- und Umwelttechnik  
Abschluss: Diplom-Ingenieur

Oktober 1988 - Februar 1989  
Praxissemester am Laserzentrum Hannover e.V.: Optimie-  
rung des oxidfreien Laserschneidens von Cr-Ni-Feinblechen

April - August 1990  
Diplomarbeit: ERASMUS - Auslandsstudienaufenthalt am  
„Leicester Polytechnic“, in Leicester/GB

01. September 1987 - 11. August 1992  
Studium der Prozessautomatisierung als Parallelstudium  
Abschluss: Diplom-Ingenieur



## **Berufstätigkeit**

01. März 1991 - 30. September 1991

Freiberufliche Tätigkeit als Entwicklungsingenieur für die  
Fa. NU-Tech, Neumünster

18. November 1991 - 31. Dezember 1992

Entwicklungsingenieur in der Abteilung Lasertechnik der  
Fa. Technologiepool GmbH, Emden

1. Januar 1993 – 31. Dezember 1998

Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachbereich Naturwis-  
senschaftliche Technik und dem Institut für Lasertechnik  
der Fachhochschule Ostfriesland, Emden

seit dem 1. Januar 1999

Lehrkraft für besondere Aufgaben im gemeinsamen Stu-  
diengang "Engineering Physics" der Carl von Ossietzky U-  
niversität und der Fachhochschule Oldenburg/ Ostfries-  
land/Wilhelmshaven, am Studienort Emden

Emden, 15. Juli 2003